

▣ 연구논문

## 가격할인 하의 재고부족 허용에 관한 연구

### A Study on the Toleration to be Inventory Storage under the Price Discount

최진영\*

Choi, Jin Yeong

김병찬\*\*

Kim, phoung Chan

#### Abstract

In this paper, we consider an inventory system in case the toleration to be inventory shortage under the price discount. It has been observed that suppliers suggest a free addition of marketing policy like a price discount. A major reason for a supplier to offering a free addition to a customers is to stimulate the demand and to decrease a total cost. but, If we not adapting to the toleration to be inventory-lacking, we will a burden holding costs in a relation to the holding of inventory. This paper, is a combination of the toleration of inventory shortage and the condition of discount price.

The costs are defined as the sum of the ordering, holding, shortage, purchasing and opportunity costs. Based on numerical results, conclusions follow about the total of operation costs the division of the shortage rate of inventory.

#### 1. 서론

재고모형은 여러 분야로 확장 연구되어왔다. 그 중에 한가지 연구분야가 수량할인 모형이다. 이 수량할인 모형 또한 다각적인 측면에서 연구가 수행되어 왔었다. Buffa and Miller[7], Johnson and Montgomery[8], Abad[3, 4]은 단위구매비용의 할인만을 고려한 수량할인 EOQ 모형을 연구하였다. 수량할인에 대한 다른 시각에서의 연구로는, 공급자가 신뢰성 있는 고객에게 선 납품, 후 지불의 신용기간 제공에 대한 연구이다.

박광현[1]은 재고부족 허용하의 총 운용비용에 관한 연구를 진행하였다. 박광현[1]의 연구에 따르면 높은 수준의 서비스율은 많은 재고를 유지하게 되고 그에 따르는 재고 유지비의 증대를 야기시키므로 적정수준의 재고부족 허용을 통하여 재고관련 운용비용을 절감할 수 있다. 최진영[2]은 S

\* 경기대학교 첨단산업공학부 교수

\*\* 경기대학교 대학원 산업공학과 박사과정

, s 정책을 통한 재고운용통제에 관한 연구를 하였다. 그 외에 Chung[6] 과 Hwang and Shinn[7] 등은 신용거래 하에서의 최적재고 정책의 효과에 대해 연구하였다.

수량할인 모형은 이와같이 가격할인 모형, 신용기간제공 모형외에 공급자가 고객의 수요를 자극하기 위해 구입한 수량에 따라 덤(free addition)을 제공한다는 가정하에서 출발한 덤 제공 EOQ 모델 연구가 있다.

기존연구의 모형은 고객의 총구매비용을 효과적으로 줄일 수 있으면서 고객의 수요를 창출하는 모형으로써, 최적주문량을 결정할 때 고정된 덤의 효과를 강조하였다.

또한 기존 연구들에서는 재고부족현상을 허용하지 않고 있어 엄청난 재고부족비를 감당하든가, 아니면 많은 재고량을 보유함으로써 높은 재고유지비를 감수 하여야만 한다.

따라서 본 연구는 생산자-중간소비자와의 관계에서 공급자가 고객의 수요를 자극하기 위해 가변덤이 주어지는 할인모형과 재고부족현상을 허용하는 재고모형에 대한 연구를 진행하였다. 이때 덤의 양이 일정한 비율로 증가할 때, 선형으로 가정하면 덤을 제공 받는 포인트가 증가함에 따라 덤의 구매량보다 많은 양의 덤을 받게 된다. 그러므로 덤의 증가율에 대해서는 지수분포(exponential distribution)의 특성 중 증가율이 감소하는 특성을 이용한다. 즉, 덤의 증가율은  $1-e^{-\beta}$ 를 따른다고 가정한다.

## 2. 문제의 분석 및 가정

본 연구에서 고려하는 재고부족 허용하의 할인모형은 기존의 수량할인 모형 연구 중에서 가장 진전된 연구로서 받아들이고 있는 Abad[3,4], Hwang & Shinn[7]에서 고려되었던 수량에 따른 가격할인 연구 및 Chung[5]의 규모의 경제에 의한 구매정책 과 관련된 가정들에 기초하여 재고부족 허용하의 할인모형에 관하여 연구를 진행하였다.

본 연구에서 사용되는 가정은 다음과 같다.

- 1) 품목은 단일 품목을 고려한다.
- 2) 덤의 비율은 지수분포형태를 취함으로써 선형으로 증가되어 덤의 포인트가 증가함에 따라 구매량 보다 많은 양의 덤을 받게되는 비현실적인 상황을 제어함 하는 보다 현실적인 문제를 해결한다.

## 3. 수식모형 및 해법

### 3.1 기호의 정의

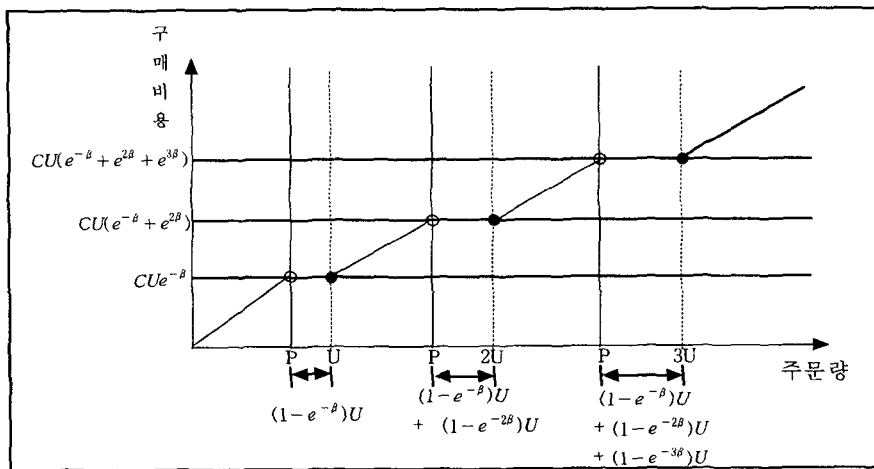
본 연구에서 비용함수는 연간 주문비, 연간 재고유지비, 연간 재고부족비용, 연간 기회비용, 연간 구매비용 을 포함한다. 본 연구에 사용되는 기호들의 정의는 다음과 같다.

$D$  : 연간 수요량(개)

- Q : 주문량(개/회)
- M : 최대재고 수준(개/회)
- $H_c$  : 단위당 재고유지비용(원/개)
- S : 단위당 재고부족비용(원/개)
- C : 단위당 구매비용(원/개)
- $O_c$  : 1회 주문비용(원/회)
- R : 기회비용 비율(capital opportunity cost rate)
- $\beta$  : 덩의 증가 비율 모수
- K : 덩의 누적량
- U : 번들 사이즈(bundle size)

3.2 재고부족 허용하의 덩이 주어지는 가격할인

다음 [그림 1]은 덩이 주어지는 가격할인에 대한 주문량과 구매비용과의 관계도 이다.

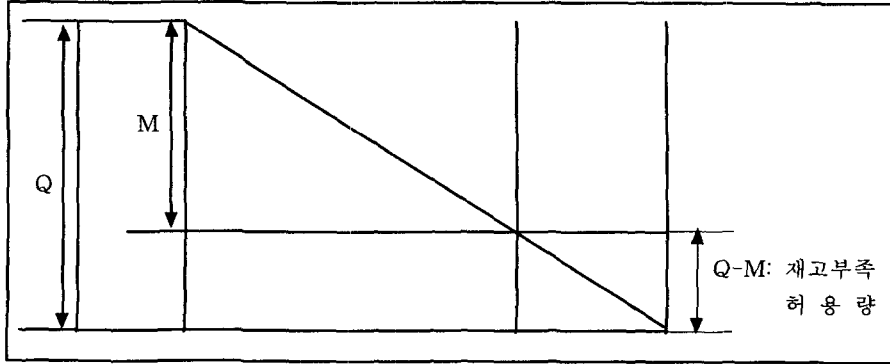


[그림1] 주문량과 구매비용과의 관계

덩이 주어지는 가격할인이 이루어지는 분기점은 P 점이며 일정주문량 P 만큼 주문이 발생하면 공급자는 순 구매량 외에 덩의 양 즉,  $(1-e^{-\beta})U$  만큼의 양을 제공받는다. 순구매량(n)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

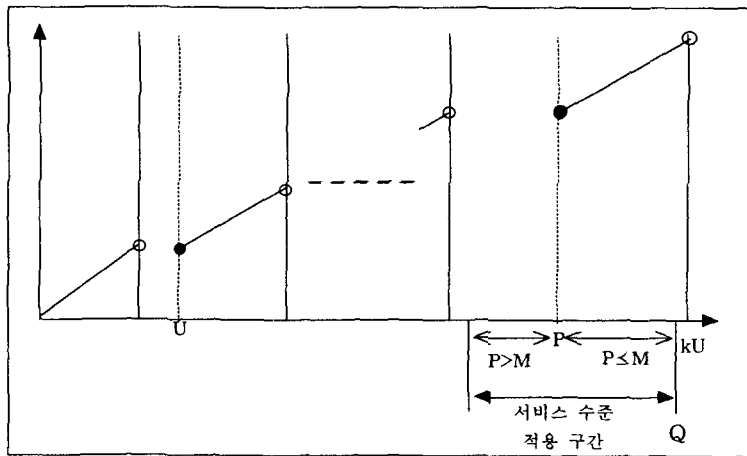
$$\begin{aligned}
 n &= U - \text{덩의양} \\
 &= U - (1-e^{-\beta})U \\
 &= Ue^{-\beta}
 \end{aligned}$$

따라서 덩의 형태로 가격할인이 이루어지는 주문에서 P 분기점에 도달하는 양의 주문이 이루어지면 제공받는 공급량은 U점이 되며, 구매가격은 덩의 양  $(1-e^{-\beta})U$  을 제외한 가격인  $CUe^{-\beta}$ 가 된다



[그림 2] 서비스 수준 및 재고부족 허용 개요도

[그림 2]와 같이 자재조달과 관련하여 소요되는 필요량이  $Q$ 라 할 때 특정 서비스 수준에서의 실제 주문이 발생하는 최대재고 수준  $M$ 은 총 소요량( $Q$ )에서 재고부족 허용량( $Q-M$ )을 뺀  $M$ 량이다. 따라서 재고부족허용으로 인한 품질양은  $Q-M$ 이 된다.



[그림 3] 재고부족 허용 및 할인모형 개요도

재고부족 허용하의 할인모형은 [그림 3]과 같이 표현할 수 있다. 본연구에서는 적정 주문량  $Q$ 를 기준으로 덤의 누적 점은  $kU$ 이며,  $Q$ 점 이하에서 재고 부족율이 10%가 되는 점부터 재고부족이 발생하지 않는  $Q$ 점 까지를 대상 재고부족 수준에 따르는 총운용비용을 산출한다.

### 3.3 수식모형

이 모델의 목적은 연간 총비용  $TC(Q)$ 를 최소화하는 것이다. 연간 총비용은 기본적인 다음의 5가지로 구성된다.

- (1) 연간 주문비용 =  $\frac{D}{Q} \cdot O_c$ .
- (2) 연간 재고유지비용 =  $\frac{1}{2} M \cdot H_c$ .

$$(3) \text{ 연간 재고부족비용} = \frac{1}{2}(Q-M) \cdot S$$

$$(4) \text{ 연간 구매비용}(T_p) = C(M-K) \cdot \frac{D}{M}$$

$$(5) \text{ 연간 기회비용}(T_o) = \frac{1}{2} \cdot RC(M-K)$$

연간 기회비용이란 연간 구매에 사용되는 자금을 다른 용도로 투자할 수 있는 비용이다. 즉, 제품을 구매할 때 포기해야 하는 차선 행위의 금액가치를 기회비용이라고 한다.

연간 주문 회수는 주문량에 따라 변한다. 만약 번들 사이즈 만큼 주문시에 덤으로 물건을 더 받게 되어도 이는 구입가격에서의 할인을 받는 것이므로 총 구매량은 여전히  $U$ 이다. 연간 재고유지비용의 경우는 적정 주문량  $Q$ 에서 재고부족수( $Q-M$ )를 제외한 최대 재고 보유량  $M$ 에 대한 유지비용으로 구분하며, 재고부족비용은 재고부족수로 인한 재고부족비를 적용한다.

총 구매비용의 경우에는 제품을  $U$ 만큼 받기 위해 구매 발주를 한다면, 실제 구매가격은  $U$ 의 양에서 덤으로 얻는 양을 제외한 양만을 고려한다. 즉, 순 구매량에 대한 비용이다.

한 개의 번들 사이즈 만큼 구매하기 위해 주문하면 덤으로 얻게되는 양은  $(1 - e^{-\beta})U$ 이다. 두 개의 번들 사이즈 만큼 구입시에는 첫 번째 번들 사이즈 보다 많은 양을 받게된다. 두 번째 번들 사이즈만큼 주문시의 덤의 양은  $(1 - e^{-2\beta})U$  이므로, 총 덤의 양은 첫 번째 번들에서의 덤의 양  $(1 - e^{-\beta})U$ 와 두 번째 번들에서의 덤의 양  $(1 - e^{-2\beta})U$ 을 합한  $\sum_{j=1}^k (1 - e^{-j\beta})$ 이 된다.

덤의 누적량은 할인 적용 분기점  $P$ 를 기준으로  $P$ 점에 도달한 경우 와  $P$ 점 이상( $P \leq M$ )의 경우에는 식(1) 과 같이 나타낼수 있으며,

$$\text{덤의 누적량}(K^+) = U \sum_{j=1}^k (1 - e^{-j\beta}), \quad j = 1, 2, 3, \dots, n. \text{-----} (1)$$

할인 적용분기점  $P$ 에 도달하지 못한 구간 ( $P > M$ )의 경우에는  $k$  개의 번들 사이즈 만큼 구입하지 않고,  $k-1$  번들사이즈 보다는 많고  $k$ 번째 번들 사이즈보다 적게 구입할 경우,  $k-1$ 에 해당하는 덤만을 받게되므로 덤의 누적량은 식(2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{덤의 누적량}(K^-) = U \sum_{j=1}^{k-1} (1 - e^{-(k-1)\beta}), \quad j = 1, 2, 3, \dots, n. \text{-----} (2)$$

따라서 할인 적용분기점  $P$  이상을 구매할 경우의 구매비용은 식(3)과 같이 일반화되어 연간 구매비용은 식 (4), 연간 기회비용은 식(5)와 같다. .

$$\text{구매비용} = C(M - U \sum_{j=1}^k (1 - e^{-k\beta})) \text{-----} (3)$$

$$T_{p+} = C(M - U \sum_{j=1}^k (1 - e^{-k\beta})) \frac{D}{M} \text{-----} (4)$$

$$T_{o+} = \frac{1}{2}RC(M - U \sum_{j=1}^k (1 - e^{-k\beta})) \text{-----} (5)$$

그러므로 할인 적용분기점  $P$  이상을 구매할 경우의 연간 총 비용  $TC(Q)$ 는 다음 식 (6)와 같이 나타낼 수 있다..

$$TC_{j+}(Q) = \frac{D}{Q} \cdot O_c + \frac{1}{2}M \cdot H_c + \frac{1}{2}(Q-M) \cdot S + C(M - U \sum_{j=1}^k (1 - e^{-k\beta})) \frac{D}{M} + (M - U \sum_{j=1}^k (1 - e^{-k\beta})) \text{-----} (6)$$

할인 적용분기점  $P$  미만( $P > M$ ) 구간에 해당하는 양을 구매할 경우의 구매비용은 식(7)과 같이 일반화되어 연간 구매비용은 식 (8), 연간 기회비용은 식(9)와 같다. .

$$\text{구매비용} = C(M - U \sum_{j=1}^{k-1} (1 - e^{-(k-1)\beta})) \text{-----} (7)$$

$$T_{p-} = C(M - U \sum_{j=1}^{k-1} (1 - e^{-(k-1)\beta})) \frac{D}{M} \text{-----} (8)$$

$$T_o = \frac{1}{2}RC(M - U \sum_{k=1}^i (1 - e^{-(k-1)\beta})) \text{ ----- (9)}$$

그러므로 할인 적용분기점 P 이상을 구매할 경우의 연간 총 비용  $TC(Q)$ 는 다음 식 (10)와 같이 나타낼 수 있다.

$$TC_j(Q) = \frac{D}{Q} \cdot O_c + \frac{1}{2}M \cdot H_c + \frac{1}{2}(Q-M) \cdot S + C(M - U \sum_{k=1}^i (1 - e^{-(k-1)\beta})) \frac{D}{M} + (M - U \sum_{k=1}^i (1 - e^{-(k-1)\beta})) \text{ ----- (10)}$$

재고부족을 허용하는 경우의 주문량은 식(11)과 같다.

$$Q = \sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot O_c}{H_c}} \times \sqrt{\frac{S + H_c}{S}} \text{ ----- (11)}$$

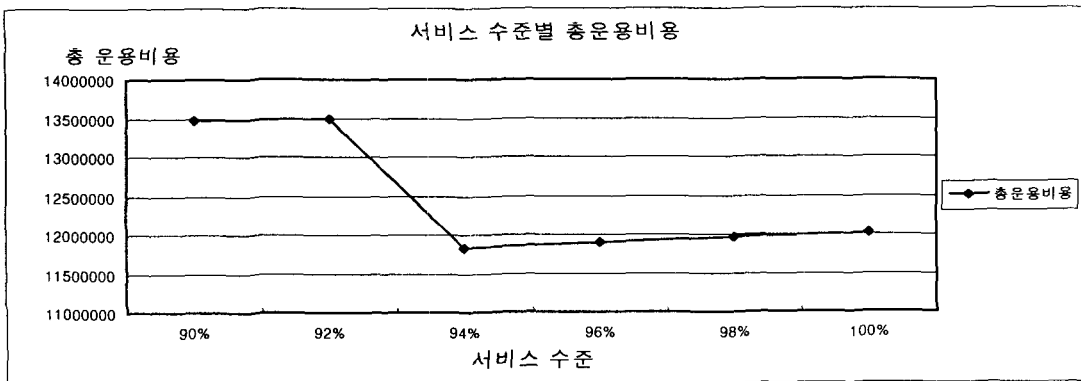
#### 4. 수치예

본 연구에서 제시하고 있는 덤 형태의 가격할인이 이루어지는 상황에서 재고부족 허용과 관련된 운용비용 평가를 위하여 다음과 같은 문제를 고려하기로 한다. 연간수요량(D)은 150,000개, 1회 주문비용(A)은 10,000원, 단위당 재고유지비용(H)은 10원, 가격할인을 위한 덤( $\beta$ )은 1%, 기회비용 비율(R)은 5%, 번들 사이즈(U)는 65,000개, 제품의 가격(C)은 100원, 단위당 재고부족비용(S)는 50원이며, 1회 평균주문량(Q)는 식(11)에 의하여 계산된 18,128개를 사용하였다. 또한 평가를 위한 서비스 수준 비율 즉, 재고부족 허용은 1회평균 주문량(Q)에 대하여 0%, 2%, 4%, 6%, 8%, 10%를 가정하였다.

다음의 표1은 식(6) 과 식 (10) 에 의하여 계산된 결과이고 [그림4]는 [표 1]을 그림으로 나타낸 식이다.

[표 1] 비정규 보충비율에 따른 공급자 정책 운용비용 변화 (단위 : 원)

서비스 수준 비용	90%	92%	94%	96%	98%	100%
주문비용	82,743.8	82,743.8	82,743.8	82,743.8	82,743.8	82,743.8
구매비용	13,222,068.8	13,260,719.5	11,606,723.9	11,677,417	11,745,225.1	11,810,320.6
재고유지비용	81577.1	83,389.9	85,202.8	87,015.6	88,828.5	90,641.3
재고부족비용	45,320.6	36,256.5	27,192.4	18,128.2	9,064.1	0
기회비용	35,953.9	36,860.4	32,964.2	33,870.6	34,776.9	35,683.4
총 운용비용	13,467,664.3	13,499,970	11,83,4827.1	11,899,175.5	11,960,638.4	12,019,389



[그림4] 서비스 수준별 총 운용비용 그래프

표 1의 결과를 고찰해보면 다음과 같다.

- ① 재고 부족허용 구간 즉, 두 번째 덩 적용 구간과 세 번째 덩 적용구간의 분기점인 서비스 수준 93.4%에서 비용곡선 변경이 시작된다..
- ② 서비스 수준별 운용비용은 90%에서 13,467,664.3원, 92%에서 13,499,970원, 94%에서 1,183,4827.1원, 96%에서 11,899,175.5원, 98%에서 11,960,638.4원, 100%에서 12,019,389원이 다. 따라서 비용 변경점 근처인 서비스 수준 94%에서 최적점이 발견됨을 알 수가 있다.

## 5. 결 론

본 연구에서 제시한 재고부족하의 할인 정책은 일률적으로 적용되어 오던 할인을 정책보다 구매 번들 사이즈에 따라 덩 형태의 가격할인을 적용함으로써 보다 현실성이 있다. 일정량의 번들 사이즈 내에 위치하는 자재주문에 대하여는 일정한 덩 형태의 가격 할인된 가격으로 주문이 발생한다. 전체 판매량에 대한 일정한 가격할인의 경우 가격할인이 선형으로 증가되는 모순을 안고 있지만, 덩 형태의 가격할인의 경우 덩의 배율을 지수분포형태로 가정하여 선형으로 증가되어 덩의 포인트가 증가함에 따라 구매량 보다 많은 양의 덩을 받게 되는 비현실적인 상황을 제어했다. 또한 할인 분기점(P)를 고려하여 적정 주문량 Q량 주문이 아닌 재고부족 허용을 고려하여 재고부족 허용량을 제외한 주문량 즉, Q-M 만큼의 양을 주문함으로써 재고 기업의 총운영비를 줄이는 결과를 살펴보았다. 본연구 결과를 바탕으로 구매정책 수행시 재고 관련 운용비용을 감소시킴 으로서 자재조달관련 운용비용을 최소화 시켜 대외 경쟁력 제고의 효과가 기대된다.

## 참 고 문 헌

- [1] 박광현, 현대 재고모형분석, 명경사, 1998.
- [2] 최진영, 제품손실을 고려한 연속조사의 재고정책, 한양대학교 박사학위 논문, 1987.
- [3] Abad, P. L., "Determining optimal selling price and lot size when the supplier offers all-unit quantity discounts", *Decision Sciences*, 19, pp. 622-634, 1988a.
- [4] Abad, P. L., "Joint price and lot-size determination when supplier offers incremental quantity discounts" , *Journal of Operational Research Society*, 39(6), pp. 603-607, 1988b.
- [5] Bernhard Fleischmann, "Designing distribution systems with transport economies of scale", *European Journal of Operational Research*, 70, pp.31-42, 1993.
- [6] Buffa, E. S. and J. G. Miller, *Production-Inventory Systems:Planning and Control*, 3rd Ed., Richard D. Irwin, Inc., Homewood Ill. 1979.
- [7] Chung, K. J., "A theorem on the determination of economic order quantity under conditions of permissible delay in payments", *Computers and Operations Research*, 25(1), pp. 49-52, 1998.
- [8] Ghare, P. M., "A model for an exponential decaying inventory", *Journal of Industrial Engineering*, 14, pp. 238-243, 1963.
- [9] Hwang H. and Shinn S. W., "Retailer's pricing and lot sizing policy for exponentially deteriorating products under the condition of permissible delay in payments", *Computers and Operations Research*, 24(6), pp.539-574, 1997.

- [10] Johnson, L. A., and D. C. Montgomery, *Operations Research in Production Planning, Scheduling, and Inventory Control*, John Wiley & Sons, New York, 1974.
- [11] Shinn, S. W and Song, C. Y., "An optimal ordering policy under the condition of a free addition", *Journal of Korean Institute of Industrial Engineers*, 26(1), pp. 48-53, 2000.
- [12] Kim, K. H. and Hwang, H., "Simultaneous improvement of supplier's profit and buyer's cost by utilizing quantity", *Journal of Operational Research Society*, 40(3), 1989. 255-265.