

외부 가진력을 고려한 사판식 압축기 회전축-베어링계의 동적 거동 해석

김 태 종[†]

부산대학교 기계공학부 및 기계기술연구소

Dynamic Behavior Analysis of Rotor-Bearing System Under External Forces in Swash Plate Compressor

Tae-Jong Kim[†]

School of Mechanical Engineering, Pusan National University

Abstract – The dynamic behavior of rotor-bearing system used in swash plate compressor has been investigated using the combined methodologies of finite elements and transfer matrices. The finite element is formulated including the field element for a shaft section and the point element for swash plate, disk pulley and bearings. The Houbolt method is used to consider the time march for the integration of the system equations. The transient whirl response of rotating shaft supported on roller bearings is obtained, considering compression forces and unbalance forces at swash plate and driving pulley. And, the steady state displacements of the rotor are compared with a variation in unbalance mass. Results show that the loci of rotating shaft considering unbalance forces and external compression forces are more severe in flutter motion than with only unbalance forces.

Key words – swash plate compressor, rotor-bearing system, unbalance force, external compression force, finite element-transfer matrix method, transient dynamic analysis, whirl response.

1. 서 론

자동차 에어컨용 압축기는 소형 경량화, 고속화 및 전 운전영역에 걸쳐 작동이 원활함과 동시에 저소음, 저진동의 특성을 필요로 한다. 이 용도의 압축기에는 베인형, 왕복동형, 액셀 피스톤 펌프형, 롤링 피스톤의 회전형 및 스크롤 압축기 등이 사용되어 왔다. 액셀 피스톤 펌프 압축기의 일종인 사판식 압축기는 고정 행정형과 가변 행정형으로 구분되고, 고정형은 2 실린더 형에서 시작하여 4, 5, 7형을 거쳐 10 실린더형 압축기가 주종을 이루고 있다[1].

해석 대상의 10 실린더 고정 행정형 사판식 압축기의 구조는 Fig. 1과 같다. 압축기구부는 마그네트 클러치의 풀리에 의해 구동되는 회전축, 이 축에 압입된 고

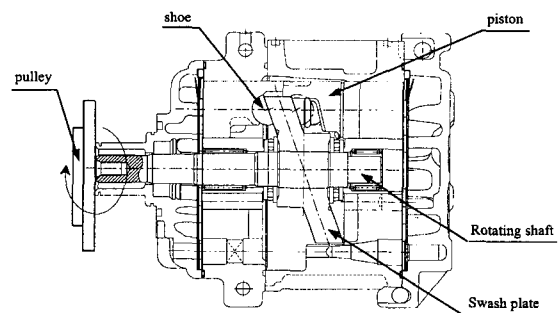


Fig. 1. Schematic view of a non-variable displacement swash plate compressor.

정 경사판, 이 경사판이 원활하게 회전 경사운동을 할 수 있도록 슬리퍼(slipper)의 역할을 하는 슈(shoe), 냉매기체의 압축실을 형성하는 실린더, 피스톤 등으로 구성된다. 구동축의 회전운동은 경사판의 회전 경사운동으로 변환되어, 지지 볼(pivot ball)의 역할을 하는 슈의

[†] 주저자 · 책임저자 : 김태종
E-mail : tjong@hyowon.cc.pusan.ac.kr

회전 경사운동에 의해 피스톤의 직선 왕복운동이 이루어진다. 압축기구부는 경사판을 기준으로 서로 대칭적인 구조이므로 사판의 양쪽에 있는 피스톤 및 슈 마찰부를 통해 하중이 순차적으로 작용한다. 또, 회전축-경사판에 작용하는 힘과 모멘트를 지지하기 위해 2개의 니들 롤러 베어링(needle roller bearing)과 2개의 스러스트 니들 롤러 베어링(thrust needle roller bearing)으로 구성되는 구름 베어링계가 있다.

이와 같은 회전축-베어링시스템의 동적 응답은 각 운전 회전수에서의 정상상태 변위 진폭의 값으로 주파수 영역에서 해석된다. 이 방법은 정상상태에서 불평형 질량에 의한 축의 불평형 응답 해석에는 적합하지만 임계속도 및 불안정 한계 속도 부근에서 축의 순간적인 거동을 해석할 수 없다. 또 본 논문의 해석 대상인 압축기와 같이 외부에서 작용하는 압축과정의 힘과 모멘트가 작용하는 경우에도 그 적용이 어렵다. 과도적인 조건에서 축계의 시간 변화 휘돌림(whirl) 궤적 해석은 시간 경과의 접근을 필요로 하며, 시간영역에서의 유연한(flexible) 회전축 시스템의 동적 해석은 유한요소법[2,3]이 유일하게 검증된 방법으로 알려져 있다. 하지만, 이 방법은 회전축의 동적 자유도가 증가하면 과도한 계산시간 및 비용으로 인해 적용에 어려움이 많다.

다자유도계 회전축 시스템의 동적 거동은 유한요소 이산화를 통해 얻어진 행렬 미분방정식을 적분하여 구한다. 이 운동방정식의 자유도를 저감시켜 효율적으로 적분하는 방법으로 부분구조 합성법(component mode synthesis method)[4,5] 및 Guyan 소거법[6]이 사용된다. 또, 직접 수치적분의 방법으로 Runge-Kutta, Houbolt, Wilson θ 방법이 사용되며, Runge-Kutta 알고리즘은 시간경과의 방법으로는 효과적이지만 시간간격당 수 차례 함수값을 계산하여야 되므로 계산상의 비용이 증가한다. 축계의 자유도가 큰 경우, 유한요소법의 적용은 과도한 계산시간과 비용이 요구되므로 이를 최소화하기 위해 Dokainish는 유한요소 및 전달행렬이 결합된 방법을 개발하였다[7]. 이 방법은 Guyan 소거법에서 발생하는 동적 정확도를 손상시키지 않고 행렬의 크기를 저감시키므로 중요시 된다. 하지만, 여러 응용 연구에 의해 결합 방법이 일반화가 되었음에도 불구하고, 공식화 과정에 사용된 전달행렬 관계식의 성질에 의해 여전히 주파수 영역의 동적 해석에만 그 적용이 제한되었다.

이에 따라, Kumar와 Sankar는[8] 일반적인 구조의

동적 문제의 응답 계산을 위해 이산 시간 전달행렬법(Discrete Time Transfer Matrix Method)이라는 새로운 방법을 개발하였다. 이 방법은 일정한 크기의 전달행렬을 사용하지만 다양한 시간 경과 방법이 모델링에 적용되도록 수식화 된다. 또, Subbiah는[9] 이 방법을 집중질량 모델링으로 비선형 축-베어링계의 동적 거동 해석에 적용하였다. 결과로서, 이 모델링을 이용하면 집중인자의 특성 및 질량이 없는 외팔보 이론에 의해 응답 오차가 발생한다고 하였다. 이 오차를 줄이기 위해 계의 성질과 일치하는 유한요소 모델링을 이용하고 시간 경과의 Houbolt 수치 적분 알고리즘[10]을 사용하여, 전달행렬 방법을 시간영역 및 동적 계의 비선형 해석까지 전개가 가능한 유한요소-전달행렬(FE-TM)방법이 개발되었다[11].

기존의 해석 모델은 축의 성질을 관성을 나타내는 절점 요소 및 강성을 표시하는 영역 요소로 이산화하여 절점 행렬 및 영역 행렬을 각각 구하고, 이들의 곱으로서 요소의 전달 행렬을 계산하였다. 본 논문에서는 유한 요소의 성질에 맞게 절점 요소 및 영역 요소를 한 개의 요소로 일체화하여 하나의 전달행렬로서 유한 요소의 전달 특성을 구하였다.

사판식 압축기 회전축의 동적 거동은 운전조건에 따라 변화하는 압축하중, 불평형 하중 및 축-베어링계의 설계변수에 의해 영향을 받고, 축의 동적 특성은 압축기의 압축 성능에 영향을 미친다. 압축기의 안정적인 동적 설계 및 성능 향상을 위해서는 회전축의 동적 거동 특성을 이해하여야 한다. 이를 위해, 피스톤의 압축과정에서 사판에 작용하는 압축 힘과 모멘트[12], 구동 클러치 원판 및 사판의 불평형 하중을 고려하여 구름 베어링으로 지지된 회전축의 동적 거동을 해석하였다. 클러치 및 사판에 존재하는 불평형 질량이 회전축의 동적 거동에 미치는 영향을 조사하기 위해, 그 크기를 변화시켜 휘돌림 궤적의 크기를 비교하였다.

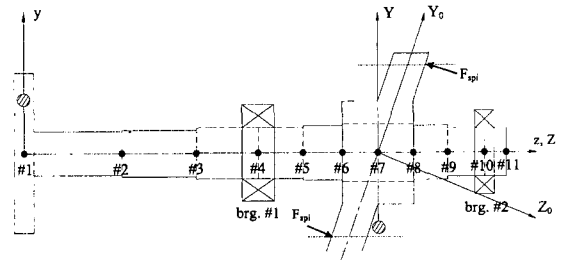


Fig. 2. Analytical model for rotor-bearing system.

2. 본 론

2-1. 동역학적 해석[12]

Fig. 2의 구동축에 열박음으로 압입 고정되어 함께 회전하는 경사판의 기하학적 중심에 좌표계의 원점을 설정하고 축의 회전방향을 Z축으로 하는 XYZ 관성좌표계를 설정한다. 또, 경사판의 기하학적 중심에 좌표계의 원점을 설정하고 경사판에 평행하게 X_oY_o 평면을, 이 평면에 수직방향으로 Z_o 축을 설정한다. XYZ 고정좌표계에서 두께 t 인 강체 경사판의 Z 방향에 위치하는 경사평면 A의 경사각도가 α 일 때, 사판과 슈 사이에서 형성되는 접촉점 $i(i=1,2,3,4,5)$ 의 초기각도는 $\theta_i = \left(\frac{4i-3}{10}\right) \cdot \pi$ 이고 -Z 방향에 위치하는 경사평면 B에 있는 접촉점 $i(i=6, 7, 8, 9, 10)$ 의 초기각도는 $\theta_i = \left[\frac{4(i-5)-3}{10}\right] \cdot \pi$ 이다. 이 좌표계에서 각변위 θ 일 때 i 번째 피스톤 중심의 축방향의 변위 $Z_{pi}(\theta)$ 는 다음과 같다.

$$Z_{pi}(\theta) = R \tan \alpha \cdot \sin(\theta_i - \theta), \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5) \quad (1)$$

여기서, R 은 회전축의 중심에서 실린더 중심까지의 반경거리이다.

$X_oY_oZ_o$ 좌표계에서 경사면 A에서의 접촉점 i 의 위치 벡터 $(\vec{r}_i)_A$, 경사면 B에서의 접촉점 i 의 위치 벡터 $(\vec{r}_i)_B$ 는 각각 다음과 같다.

$$(\vec{r}_i)_A = A_1 \cdot \vec{i}_o + (B_1 + C_1) \cdot \vec{j}_o \quad (2)$$

$$(\vec{r}_i)_B = A_1 \cdot \vec{i}_o + (B_1 + C_1) \cdot \vec{j}_o \quad (3)$$

여기서, $A_1 = R \cos(\theta_i - \theta)$, $B_1 = \frac{R \sin(\theta_i - \theta)}{\cos \alpha}$, $C_1 = \frac{t}{2} \tan \alpha \cdot |\sin(\theta_i - \theta)|$ 이다.

실린더 내에서 냉매기체의 흡입, 압축, 토출 과정이 이상적으로 행하여지는 경우, 흡입실의 압력 및 토출실의 압력은 각각 압축기의 흡입압력 p_s 및 토출압력 p_c 와 같다고 가정한다. i 번째 실린더의 체적 $V_i(\theta)$ 일 때, 단열압축과정으로 가정하여 압축지수를 k 로 표시하면 압축실의 압력 $p_i(\theta)$ 는 $p_s \cdot (V_i/V_i(\theta))^k$ 이다. 실린더와 피스톤 사이의 유체유회의 마찰력 F_{fi} , 피스톤 및 슈의 관성력 $(m_p + 2m_s) \cdot a_{pi}(\theta)$ 을 고려한 피스톤의 운동방정식에서 접촉점 i 에 작용하는 힘은 다음과 같다.

$$\vec{F}_{spi} = \frac{(p_{i+s} - p_i)A_p - (m_p + 2m_s) \cdot a_{pi}(\theta) - F_{fi}}{\cos \alpha} \cdot \vec{k}_o, \quad (4)$$

$$(i = 1, \dots, 5)$$

여기서, A_p 는 피스톤의 단면적을 나타내고 $a_{pi}(\theta)$ 는 i 번째 피스톤 중심의 축방향 가속도이다.

한 개의 피스톤은 한 접촉점과 접촉하여 경사평면에 힘을 작용시킨다고 가정하면, $F_{spi} > 0$ 일 때 B 경사평면에서 힘이 작용하므로 $\vec{F}_{spi} = 0$, $\vec{F}_{sp(i+5)} = F_{spi} \cdot \vec{k}_o$ 이다. 또, $F_{spi} < 0$ 이면 A 경사평면에서 힘이 작용하므로 $\vec{F}_{sp(i+5)} = 0$, $\vec{F}_{spi} = F_{spi} \cdot \vec{k}_o$ 이다. $X_oY_oZ_o$ 좌표계에서 경사면 A, B의 접촉점에 각각 작용하는 토크 벡터는 접촉점의 반경 벡터 $(\vec{r}_i)_A$, $(\vec{r}_i)_B$ 와 경사판에 수직으로 작용하는 힘 벡터 \vec{F}_{spi} 의 벡터 곱으로 계산된다. 경사면에 설정된 $X_oY_oZ_o$ 좌표계에서 작용하는 힘과 토크를 경사판 회전축계의 기하학적 중심의 단면상에 직각으로 설정된 XYZ 좌표계로 변환한다. $X_oY_oZ_o$ 좌표계의 단위벡터를 $\vec{i}_o, \vec{j}_o, \vec{k}_o$, XYZ 좌표계의 단위벡터를 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ 라 하면, XYZ 좌표계에서 i 번째의 각 접촉점에 작용하는 외부 힘과 모멘트는 다음과 같다.

$$(\vec{F}_{spi}) = F_{spi}(-\sin \alpha \cdot \vec{j} - \cos \alpha \cdot \vec{k}) \quad (i = 1, \dots, 10) \quad (5)$$

$$(\vec{M}_i)_A = F_{spi} \left\{ \frac{R \sin(\theta_i - \theta)}{\cos \alpha} + \frac{t}{2} \tan \alpha \cdot |\sin(\theta_i - \theta)| \right\} \vec{i} - R \cos(\theta_i - \theta)(\cos \alpha \cdot \vec{j} + \sin \alpha \cdot \vec{k}), \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5) \quad (6)$$

$$(\vec{M}_i)_B = F_{spi} \left\{ \frac{R \sin(\theta_i - \theta)}{\cos \alpha} - \frac{t}{2} \tan \alpha \cdot |\sin(\theta_i - \theta)| \right\} \vec{i} - R \cos(\theta_i - \theta)(\cos \alpha \cdot \vec{j} + \sin \alpha \cdot \vec{k}), \quad (i = 6, 7, 8, 9, 10) \quad (7)$$

2-2. 축-베어링계의 유한요소 모델링

Fig. 3에 표시된 유한 축 요소의 모델링에서, 양단에서 절점 i 및 $i+1$ 을 갖는 요소 j 의 운동방정식 행렬은 다음과 같이 표시된다[3].

$$[M^e]\{\ddot{q}^e(t)\} + [C^e]\{\dot{q}^e(t)\} + [K^e]\{q^e(t)\} = \{F^e(t)\} \quad (8)$$

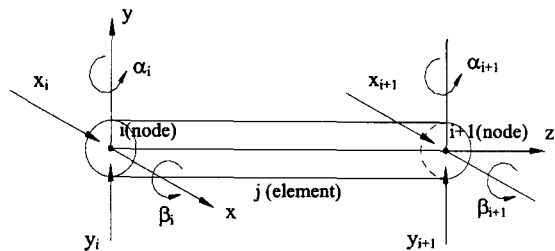


Fig. 3. Typical finite rotor element and coordinates.

여기서, $[M]$ 는 유한 축 요소의 질량 행렬, $[C]$ 는 자이로 영향을 나타내는 행렬, $[K]$ 는 강성 행렬을 표시한다.

원판의 질량중심이 탄성축의 중심과 일치하고 축방향 가속도가 일정하다고 가정하면, 강제 원판의 라그랑지안 운동방정식은 다음과 같다.

$$[M^d]\{\ddot{q}^d(t)\} + [C^d]\{\dot{q}^d(t)\} = \{F^d(t)\} \quad (9)$$

여기서, $\{F^d(t)\}$ 는 강제 원판 요소의 질량 불평형 힘, 인접하는 절점과 상호 작용하는 내부 힘 및 원판에 작용하는 압축하중 혹은 모멘트에 의한 외부 가진력을 나타낸다. 또, $[M^d]$ 는 원판 요소의 질량 행렬, $[C^d]$ 는 자이로 영향을 나타내는 행렬이다. 회전축을 지지하는 이산화된 베어링 요소는 다음과 같이 모델링 된다.

$$[C^b]\{\dot{q}^b(t)\} + [K^b]\{q^b(t)\} = \{F^b(t)\} \quad (10)$$

여기서, $\{F^b(t)\}$ 는 베어링의 외부에서 작용하는 힘 벡터이고, $[C^b]$, $[K^b]$ 는 베어링의 선형 감쇠 및 강성 행렬을 각각 표시한다.

축-베어링계의 모든 요소에 대한 운동방정식의 행렬은 유한 축의 영역 요소 및 강제 원판의 불평형 하중과 지지 베어링 위치에서의 점 요소를 포함하여 유도된다. 축-베어링계의 일반화된 요소는 유한 축, 강제 원판, 베어링이 조합되므로, 식 (8), (9), (10)을 결합하여 절점 i 및 $i+1$ 을 갖는 요소 j 의 일반화된 운동방정식을 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$[M_j]\{\ddot{q}(t)\} + [C_j]\{\dot{q}(t)\} + [K_j]\{q(t)\} = \{F(t)\} \quad (11)$$

여기서, $\{F(t)\} = \{^R f_i \mid ^L f_{i+1}\}^T$, $\{q(t)\} = \{x_i, y_i, \beta_i, \alpha_i \mid x_{i+1}, y_{i+1}, b_{i+1}, a_{i+1}\}^T$ 는 절점 i 및 $i+1$ 에서 각각 일반화된, 시간에 따라 변동하는 힘(또는 모멘트) 및 변위(또는 각변위)를 표시한다. 절점 i 는 요소 $j-1$ 과 요소 j 의 공유점으로 $j-1$ 요소의 오른쪽에 위치할 때 L 로 표시하고, j 요소의 왼쪽에 위치할 때 R 로 한다. 그러므로, $^R f_i(t)$ 는 요소 j 의 왼쪽 절점에 작용하는 힘을, $^L f_{i+1}(t)$ 는 같은 요소의 오른쪽 절점에서의 힘을 나타낸다. 또, $[M_j]$ 는 유한 축 및 강제 원판이 결합된 질량 행렬, $[C_j]$ 는 유한 축 요소 및 강제 원판의 자이로 영향과 베어링의 감쇠 특성이 결합된 감쇠 행렬, $[K_j]$ 는 축 및 지지 베어링의 강성이 결합된 행렬을 나타내고

다음과 같이 표시할 수 있다.

$$[M_j] = \begin{bmatrix} (m_{11})_j & (m_{12})_j \\ (m_{21})_j & (m_{22})_j \end{bmatrix} \quad [C_j] = \begin{bmatrix} (c_{11})_j & (c_{12})_j \\ (c_{21})_j & (c_{22})_j \end{bmatrix}$$

$$[K_j] = \begin{bmatrix} (k_{11})_j & (k_{12})_j \\ (k_{21})_j & (k_{22})_j \end{bmatrix} \quad (12)$$

2.3. 유한요소-전달행렬(FE-TM)법의 공식화

FE-TM방법에서, 임의의 시간 t 의 요소 절점 i 에서의 자유도의 가속도 및 속도는 적절한 정도를 가지면서 변위 $\{q_i(t)\}$ 의 선형적 함수로서 다음과 같이 표시된다.

$$\{\ddot{q}_i(t)\} = A(t) \cdot \{q_i(t)\} + \{B_i(t)\}$$

$$\{\dot{q}_i(t)\} = D(t) \cdot \{q_i(t)\} + \{E_i(t)\}$$

여기서, $A(t)$, $D(t)$, $\{B_i(t)\}$, $\{E_i(t)\}$ 의 값은 적분방법에 따라 다양하게 정의되며, 요소 운동방정식의 시간 미분량을 대신하기 위해 Kumar 등이 개발하였다[8]. 식 (13), (14)을 (11)에 대입하면 다음과 같이 표시된다.

$$(A(t) \cdot [M_j] + D(t) \cdot [C_j] + [K_j]) \{q(t) \mid q_{i+1}(t)\}^T + [M_j] \{B_i(t) \mid B_{i+1}(t)\}^T + [C_j] \{E_i(t) \mid E_{i+1}(t)\}^T = \{F(t)\} \quad (15)$$

이 방정식을 유한 요소 j 의 행렬의 항으로 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} (K_{11})_j & (K_{12})_j & (v_1)_j \\ (K_{21})_j & (K_{22})_j & (v_2)_j \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_i(t) \\ q_{i+1}(t) \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ^R f_i(t) \\ ^L f_{i+1}(t) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$(K_{11})_j = A(t) \cdot (m_{11})_j + D(t) \cdot (c_{11})_j + (k_{11})_j$$

$$(K_{12})_j = A(t) \cdot (m_{12})_j + D(t) \cdot (c_{12})_j + (k_{12})_j$$

$$(K_{21})_j = A(t) \cdot (m_{21})_j + D(t) \cdot (c_{21})_j + (k_{21})_j$$

$$(K_{22})_j = A(t) \cdot (m_{22})_j + D(t) \cdot (c_{22})_j + (k_{22})_j$$

$$(v_1)_j = (m_{11})_j \cdot \{B_i(t)\} + m_{12}_j \cdot \{B_{i+1}(t)\} + (c_{11})_j \cdot \{E_i(t)\} + (c_{12})_j \cdot \{E_{i+1}(t)\}$$

$$(v_2)_j = (m_{21})_j \cdot \{B_i(t)\} + m_{22}_j \cdot \{B_{i+1}(t)\} + (c_{21})_j \cdot \{E_i(t)\} + (c_{22})_j \cdot \{E_{i+1}(t)\}$$

절점 i 에서 다음의 평형 방정식이 성립한다.

$$^R f_i(t) + ^L f_i(t) = f_i^{ext}(t) \quad (17)$$

여기서, $f_i^{ext}(t)$ 는 절점 i 에 작용하는 일반화된 힘을

나타낸다. 식 (16), (17)에서 요소 j 의 오른쪽 절점 $i+1$ 에서의 변위 및 힘을 왼쪽 절점 i 의 전달행렬 관계식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} q_{i+1}(t) \\ {}^L f_{i+1}(t) \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -(K_{12})_j^{-1}(K_{11})_j & -(K_{12})_j^{-1} & (s_1)_j \\ (K_{21})_j - (K_{22})_j(K_{12})_j^{-1}(K_{11})_j & -(K_{22})_j(K_{12})_j^{-1} & (s_2)_j \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} q_i(t) \\ {}^L f_i(t) \\ 1 \end{pmatrix} \quad (18)$$

여기서, $(s_1)_j = (K_{12})_j^{-1} \cdot [f_i^{ext} - (v_1)_j]$
 $(s_2)_j = (K_{22})_j (K_{12})_j^{-1} \cdot [f_i^{ext} - (v_1)_j] + (v_2)_j$ 이다.

일반적인 축-베어링계의 유한요소 모델링의 경우, 절점 $i+1$ 의 상태벡터는 유한 요소 j 의 전달행렬 $[T(t)]_j$ 및 절점 i 의 상태벡터의 곱으로 나타낼 수 있으므로 식 (18)은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\{u(T+\Delta t)\}_{i+1}^L = [T(t)]_j \cdot \{u(T+\Delta t)\}_i^L \quad (19)$$

전달행렬 관계식 (19)의 반복적인 적용으로 전체 축-베어링계에 관한 다음의 전달 관계식을 구할 수 있다.

$$\{u\}_n^L = [T]_n \cdot [T]_{n-1} \dots [T]_2 \cdot [T]_1 \cdot \{u\}_1^L \quad (20)$$

회전축의 양쪽 끝은 자유단이므로 경계조건은 다음과 같이 가정하였다.

$${}^L f_1(T+\Delta t) = 0, \quad {}^L f_n(T+\Delta t) = f_n^{ext}(T+\Delta t) \quad (21)$$

3. 해석 및 결과

해석 대상의 사판식 압축기는 3500 rpm의 정속도 회전으로 가정되며, 내부체적비 V_i/V_d 는 6.04, 내부압력비 p_d/p_s 는 7.5이고 기하학적 사양의 설계변수들은 Table 1과 같다. 운전조건은 압축기 생산업체에서 시험을 행하는 조건과 같게 하여, 프레온-22의 냉매기체가 흡입압력 p_s 0.196 MPa, 흡입온도 T_s 288.15 K, 토출압력 p_d 1.47 MPa에서 작동된다. 이 조건에서 실린더내의 압축과정을 단열압축과정으로 가정하여 사판에 작용하는 힘과 모멘트를 계산하였다. X, Y, Z_0 좌표계에

Table 1. Design parameters of swash plate compressor

| | |
|---|--------------------------------|
| Swash plate angle | $\alpha = 19^\circ$ |
| Thickness of swash plate | $t = 12$ mm |
| Radius of cylinder bore | $r_{cy} = 30$ mm |
| Axial length of cylinder | $R_p = 14.75$ mm |
| Clearance volume of cylinder | $V_c = 151.87$ mm ³ |
| Radius of piston | $R_p = 14.75$ mm |
| Clearance between piston and cylinder | $C_p = 16$ m |
| Mass of piston | $m_p = 95.8$ g |
| Mass of shoe | $m_s = 33$ g |
| Radial distance between crankshaft center and cylinder center | $R = 33$ mm |

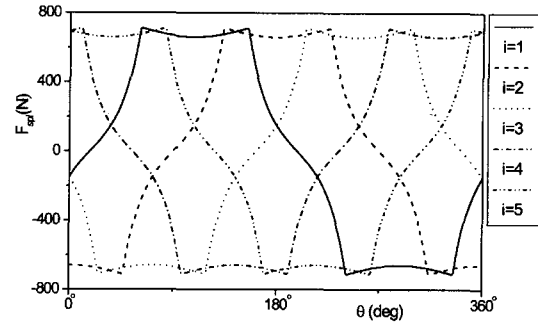


Fig. 4. Forces F_{spi} ($i=1, 2, 3, 4, 5$) perpendicular to the sliding surfaces of swash plate.

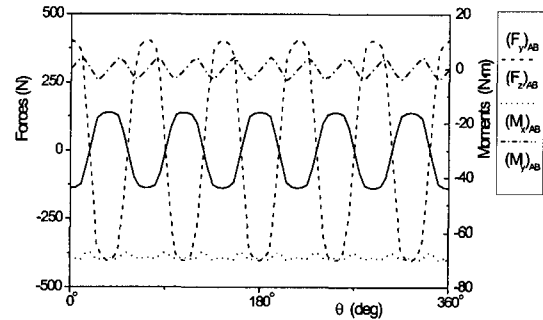


Fig. 5. Forces $(F_y)_{AB}$, $(F_z)_{AB}$ and moments $(M_x)_{AB}$, $(M_y)_{AB}$ acting on the rotor-bearing system at XYZ-coordinates.

서 Z_0 좌표방향의 경사평면에 설정된 5개 접촉점의 수직방향 작용 힘 F_{spi} 을 축의 한 회전 동안 표시하면 Fig. 4와 같다. 한 접촉점에서 + 및 -의 크기로서 하중이 순차적으로 변하므로 Z_0 , $-Z_0$ 방향의 사면에 하중이 작용된다. XYZ 좌표계에서 경사판-회전축계에 작용하는 힘 $(F_y)_{AB}$, $(F_z)_{AB}$ 와 모멘트 $(M_x)_{AB}$, $(M_y)_{AB}$ 는 Fig. 5

Table 2. Rotor configuration data

| Element number | Mass (kg) | Length (mm) | Radius (mm) |
|----------------|-----------|-------------|-------------|
| 1 | 0.031 | 30.0 | 6.75 |
| 2 | 0.032 | 23.0 | 7.25 |
| 3 | 0.032 | 19.1 | 8.0 |
| 4 | 0.024 | 14.0 | 8.0 |
| 5 | 0.024 | 12.2 | 8.5 |
| 6 | 0.023 | 11.0 | 9.0 |
| 7 | 0.023 | 11.0 | 9.0 |
| 8 | 0.021 | 10.6 | 8.5 |
| 9 | 0.017 | 11.3 | 7.5 |
| 10 | 0.010 | 6.7 | 7.5 |

와 같다.

일반적으로 유연한 축-베어링 시스템은 분포질량 및 탄성을 갖는 유한 축의 영역 요소, 강체 원판 및 이산화 된 베어링으로 구성되는 점 요소가 상호 결합된 요소의 조합으로 가정된다. 사판식 압축기의 회전축은 축 방향으로 단면의 직경이 변화하고, 마그네트의 클러치 원판이 끝단에서 볼트로 체결되므로 10개의 유한 축 요소, 2개의 불평형 질량을 갖는 원판 및 2개의 구름 베어링 요소로서 Fig. 2와 같이 모델링 하였으며 그 제원은 Table 2와 같다. 구름 베어링의 강성계수는 K_{xx} , K_{yy} 의 값이 지배적이고, 2개의 니들 롤러 베어링은 서로 다른 크기이므로 베어링 # 1은 $K_{xz1} = K_{yy1} = 5 \times 10^9 \text{ N/m}$, 베어링 # 2는 $K_{xz2} = K_{yy2} = 4 \times 10^9 \text{ N/m}$, 축의 탄성계수는 $E_s = 1.6 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ 으로 하였다. 클러치 원판의 특성값은 $m_D = 0.45 \text{ kg}$, $I_D = 3.1 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $I_p = 6.2 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 이고, 사판의 특성값은 $m_D = 0.098 \text{ kg}$, $I_D = 3.45 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $I_p = 6.89 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 이다.

해석 모델에서 축의 끝단 위치에 있는 클러치 원판 및 사판의 불평형 질량이 존재한다. 클러치 원판의 절점 # 1에서 불평형 질량 40 g, 편심위치 (13, 0)mm

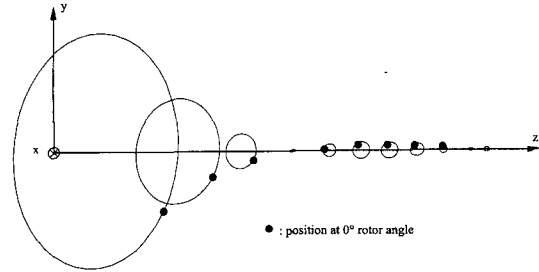


Fig. 6. Steady state orbits along the rotor axis with only the same magnitude of unbalance masses.

이고, 사판의 절점 # 7에서는 불평형 질량 40 g, 편심 위치 (-13, 0)mm이다. 원판 요소의 불평형 하중만 고려한 경우, 구름 베어링으로 지지된 회전축계의 동적 거동은 Fig. 6과 같다. 결과에서 보듯이, 2개 원판의 양쪽 편심질량의 크기가 같을 때 궤적의 크기는 클러치 원판이 있는 # 1의 절점에서 가장 크게 나타난다. 이것은 # 1의 요소가 2개의 지지 베어링의 바깥에 존재하는 외팔보 형태이기 때문이다. 궤적의 중심과 가만점으로 표시된 크랭크 각도 0°의 시작점 사이의 위상각은 각 절점에 따라 변화되고, 지지 베어링을 경계로 하여 위상각이 180° 만큼 증가되는 것을 볼 수 있다. 즉, 절점 # 1, 2, 3의 위상각도는 356.1°이고, 절점 # 4, 5, 6, 7, 8의 각도는 176.1°이고, 다시 절점 # 9, 10의 각도는 356.1°이다. 그러므로, 축-베어링계의 동적 거동은 원추형상의 휘돌림(conical whirl) 형상으로 나타난다. 회전축-베어링계의 과도 동적 해석에서, 계산 과정의 수렴은 시간 간격 $\Delta T = 0.0004 \text{ s}$ 에서 얻어지고 수렴되는 궤적의 형태는 절점 # 1, # 7, # 10에서 Fig. 7과 같다. 원점 부근의 초기값에서 시작하여 안정적 궤적으로 수렴될 때까지 궤적의 변동 양상은 ΔT 에 따라 차이가 있지만, 수렴이 되는 ΔT 의 영역 내에서

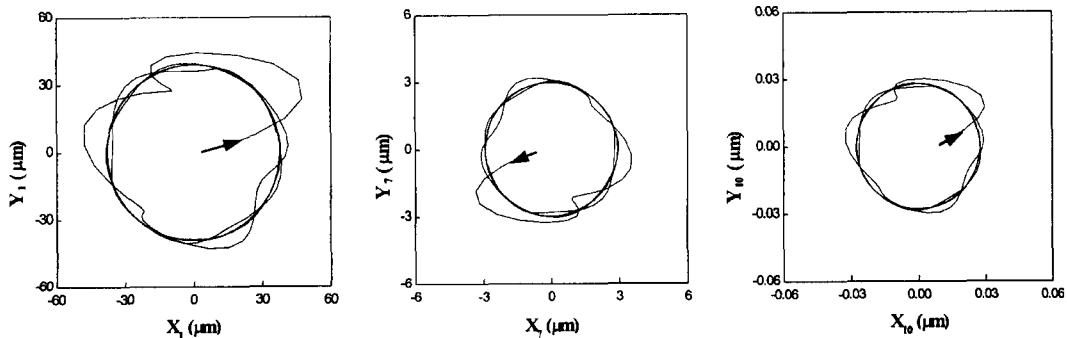


Fig. 7. Comparison of transient orbits at station # 1, # 7, and # 10 with only unbalance forces.

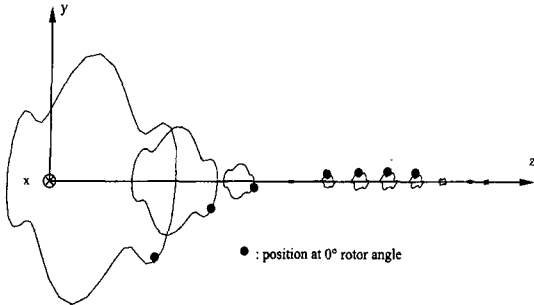


Fig. 8. Steady state orbits along the rotor axis with external forces and the same magnitude of unbalance masses.

각 절점의 수렴된 궤적의 형상 및 크기는 동일하였다. 2개의 원판 요소에 존재하는 불평형 질량과 함께 사판에 작용하는 압축과정의 힘과 모멘트를 고려하여 회전축계의 동적 거동을 Fig. 8에 나타내었다. 축방향으로의 궤적의 크기는 불평형 하중만 고려한 경우와 같이 # 1의 절점에서 가장 크게 나타나고, 외부 힘 및 모멘트의 작용으로 한 회전동안 원형에서 4차례 함몰되는 다엽 형상의 휘돌림 형태이다. 이 다엽 형상의 궤적과 Fig. 6의 원형 궤적을 비교하면, 사판에 작용하는 압축과정의 외부 힘을 고려하는 경우 동적 거동의 흔들림이 보다 크게 나타난다. 즉, 회전축에 작용하는 압축 힘을 고려하면 불평형 하중만 고려하는 경우보다 흔들림 궤적의 떨림이 발생하는 것을 볼 수 있다. 수렴되는 궤적의 형태는 절점 # 1, # 7, # 10에서 Fig. 9와 같다. 원판 요소의 불평형 하중 및 압축과정의 외부 힘을 고려하면 사판에 작용하는 힘과 모멘트는 Fig. 10과 같다.

사판에 압축과정의 외부 힘이 작용하는 조건에서 클러치 원판 및 사판의 불평형 하중에 의한 축 중심의

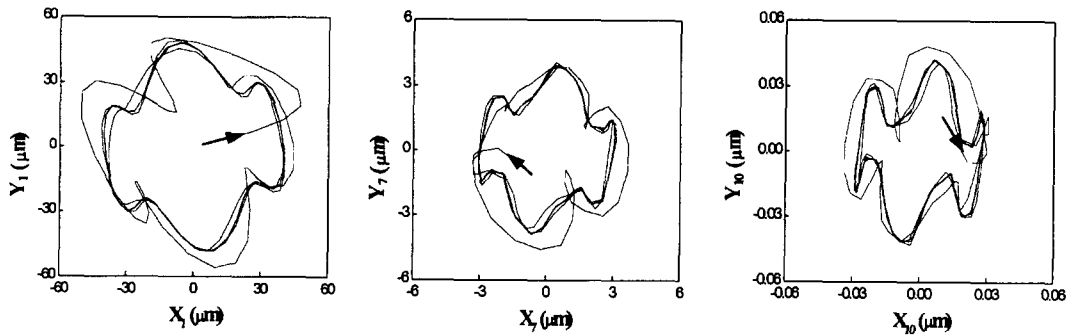


Fig. 9. Comparison of transient orbits at station # 1, # 7, and # 10 with external compression forces and unbalance forces.

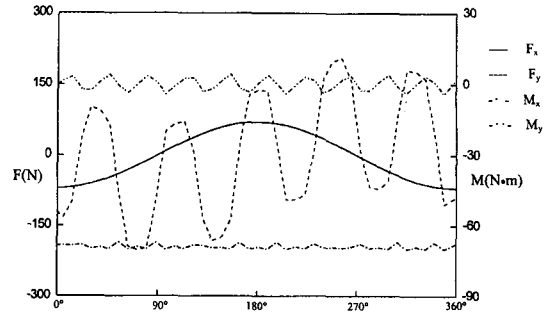


Fig. 10. Forces F_x , F_y and moments M_x , M_y acting on the rotor-bearing system at the station # 7.

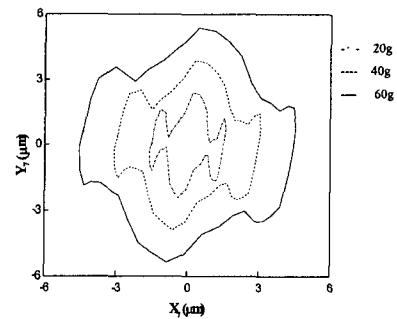


Fig. 11. Comparison of rotor orbits at the station # 7 with respect to the magnitude of unbalance mass.

휘돌림 변화를 조사하기 위해, 절점 # 1 및 # 7에서의 불평형 질량을 동일한 편심위치에서 그 크기만 20 g, 60 g으로 변화시켰다. 원판의 불평형질량이 감소하면, 휘돌림 형상의 크기도 감소하고 불평형이 증가하면 휘돌림의 크기도 증가함을 볼 수 있다. 원판에서의 불평형 질량이 20 g, 40 g, 60 g으로 증가함에 따라, 절점 # 7에서의 궤적 크기의 최대값은 Fig. 11에서 2.45 μm , 3.94 μm , 5.43 μm 으로 각각 커진다.

4. 결 론

유한요소-전달행렬법 및 Houbolt 적분방법을 이용하여 사판식 압축기 회전축-베어링계의 과도 동적 거동을 해석하였다. 유한 요소 모델링에 있어서, 기존의 절점 요소 및 영역 요소를 한 개의 요소로 일체화하여 하나의 전달행렬로써 유한 요소의 전달 특성을 구하였다. 압축기구부 및 구동축-베어링계에 대한 동역학적 해석 모델을 수립하고 사판에 작용하는 힘과 모멘트를 수치적으로 계산하였다. 클러치 및 사판의 불평형 하중, 사판에 작용하는 힘과 모멘트에 의한 탄성 회전축의 과도 동적 거동을 해석하여 다음의 결론을 얻었다.

(1) 사판에 작용하는 압축과정의 외부 힘을 고려하는 경우, 불평형 하중만 고려할 때의 축의 원형 궤적에 비해 다엽 형상의 흔들림 궤적을 나타낸다. 이는 축에 작용하는 압축과정의 외부 작용 힘에 의해 동적 거동의 떨림이 발생되는 것으로 해석된다.

(2) 이 압축기의 실제 운전조건과 유사한, 회전축-베어링시스템의 원판요소에서의 불평형 하중과 사판에 힘과 모멘트가 작용하는 조건에서 클러치 원판이 있는 왼쪽 끝단부의 위치에서 휘돌림 궤적이 가장 크게 나타난다.

(3) 절점 # 1의 불평형 질량 (40 g, (13, 0)mm) 및 # 7의 불평형 질량(40 g, (-13, 0)mm)이 존재하고 사판 요소에 힘과 모멘트가 작용할 때, 절점 # 1에서 궤적 크기의 최대값은 48.9 μm 이고 # 7의 값은 3.94 μm 이므로 12.4배의 크기를 갖는다. 또, 같은 조건에서 불평형 질량의 크기만 20 g, 40 g, 60 g으로 변화시키면, # 7에서의 궤적 크기의 최대값도 각각 2.45 μm , 3.94 μm , 5.43 μm 으로 증가한다.

참고문헌

1. Reichelt, J. and Fachhochschule, "Refrigerating Compressors for Air Conditioning of Passenger Cars," Proc. of International Compressor Engineering Conference, Vol. 2, pp. 537-549, 1986.
2. Ruhl, R. L. and Booker, J. F., "A Finite Element Model for Distributed Parameter Turborotor Systems," Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME, Feb., pp. 126-132, 1972.
3. Nelson, H. D. and McVaugh, J. M., "The Dynamics of Rotor-Bearing Systems Using Finite Elements," Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME, May, pp. 593-600, 1976.
4. Nelson, H. D. and Meacham, W. L., "Nonlinear Analysis of Rotor-Bearing Systems Using Component Mode Synthesis," Journal of Engineering for Power, Trans. ASME, Vol. 105, pp. 606-614, 1983.
5. Yee, Eric K. L. and Tsuei, Y. G., "Transient Response by Component Modal Synthesis Method," Journal of Vibration and Acoustics, Trans. ASME, Vol. 112, pp. 21-25, 1990.
6. Guyan, R. J., "Reduction of Stiffness and Mass Matrices," American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal, Vol. 3, No. 2, pp. 380, 1965.
7. Dokainish, M. A., "A New Approach for Plate Vibrations : Combination of Transfer Matrix and Finite-Element Technique," Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME, May, pp. 526-530, 1972.
8. Kumar, A. S. and Sankar, T. S., "A New Transfer Matrix Method for Response Analysis of Large Dynamic Systems," Computers and Structures, Vol. 23, No. 4, pp. 545-552, 1986.
9. Subbiah, R. and Rieger, N. F., "On the Transient Analysis of Rotor-Bearing Systems," Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, Trans. ASME, Vol. 110, pp. 515-520, 1988.
10. Houbolt, J. C., "A Recurrence Matrix Solution for the Dynamic Response of Elastic Aircraft," Journal of the Aeronautical Sciences, Vol. 17, pp. 540-550, 1950.
11. Subbiah, R. and Kumar, A. S., "Transient Dynamic Analysis of Rotors Using the Combined Methodologies of Finite Elements and Transfer Matrix," Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME, Vol. 55, pp. 448-452, 1988.
12. 김태중, "사판식 압축기의 동적 해석 및 마찰손실에 관한 연구," 한국운활학회지, 제14권 제3호, pp. 65-73, 1998.