

## 온도 변화의 영향을 고려한 커넥팅 로드 베어링의 EHL 해석

김병직<sup>†</sup> · 김경웅\*

LG전자 디지털 어플라이언스 연구소

\*한국과학기술원 기계공학과

### EHL Analysis of Connecting Rod Bearings Considering Effects of Temperature Variation

Byung-Jik Kim<sup>†</sup> and Kyung-Woong Kim\*

Digital Appliance Research Laboratory, LG Electronics Inc.

\*Department of Mechanical Engineering, KAIST)

**Abstract** – EHL analysis of connecting rod bearing is proposed which includes effects of temperature variation in lubrication film. Lubrication film temperature is treated as a time-dependent, two-dimensional variable which is averaged over the film thickness, while connecting rod big end temperature is assumed to be time-independent and three-dimensional. It is assumed that a portion of the heat generated by viscous dissipation in the lubrication film is absorbed by the film itself, and the remainder flows into the bearing surface. Mass-conserving cavitation algorithm is applied and the effect of variable viscosity is included to solve the Reynolds equation. Simulation results of the connecting rod bearing in internal combustion engine are presented. It is shown that the temperature variation has remarkable effects on the bearing performance. It is concluded that the EHL analysis considering effects of the temperature variation is strongly recommended to predict the connecting rod bearing performance in internal combustion engine.

**Keywords** – connecting rod bearing, EHL, temperature variation, cavitation algorithm

#### 1. 서 론

커넥팅 로드 베어링의 운전 조건은 매우 가혹하기 때문에 유막에서 발생하는 점성 마찰열에 의한 유막 온도의 변화가 클 것으로 예상된다. 이러한 변화는 시간에 따라 주기적으로 계속되고 위치에 따라서도 다르기 때문에 온도에 대해 지속적으로 변화하는 윤활유의 점도가 베어링의 윤활 성능에 미치는 영향을 쉽게 예측할 수 없다. 따라서 커넥팅 로드 베어링의 정확한 성능 해석을 위해서는 유막 온도의 변화를 적절히 다룰 수 있는 열 유체 윤활 해석 방법이 요구된다.

그러나 커넥팅 로드 베어링에 대한 열 유체 윤활 해

석 연구 결과는 아직 많지 않고, 그나마 많은 가정을 사용하여 지나치게 단순화된 방법으로 유막 온도 분포를 구하거나[1,2], 유막 내의 3차원 온도 변화를 고려한 매우 복잡한 방법을 사용하고 있어서 베어링 면의 탄성 변형까지 동시에 고려하기에는 계산 시간이 너무 오래 걸리는 것들이다[3].

따라서 본 연구는 유막 온도의 변화를 적절히 다루면서도 오랜 계산 시간을 필요로 하지 않는 열 유체 윤활 해석 방법을 제시하고 이를 커넥팅 로드 베어링의 EHL 해석에 적용하는 것을 그 목적으로 한다.

#### 2. 지배 방정식

Fig. 1은 커넥팅 로드 베어링의 개략도이다. 여기서

<sup>†</sup>주저자 · 책임저자 : bjikkim@lge.com

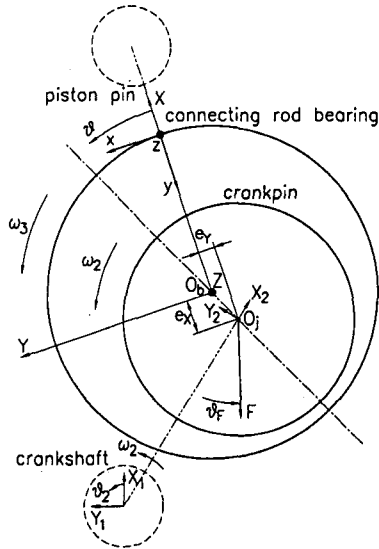


Fig. 1. Schematic diagram.

X-Y-Z는 변형되지 않은 커넥팅 로드 베어링의 중심에 고정되어 그와 함께 회전하는, 본 연구의 해석에서 기준이 되는 좌표계이다. 이 좌표계를 기준으로 생각하면 커넥팅 로드 베어링의 회전 속도는  $\omega_b = \omega - \omega = 0$ , 크랭크 핀의 회전 속도는  $\omega_j = \omega_2 - \omega$ 가 된다. 엔진이 정상 상태에 도달하면  $\omega_2$ 는 일정한 값이 되며, 이 때  $\omega$ 의 값은 피스톤-커넥팅 로드-크랭크 시스템의 기구학적 관계로부터 구할 수 있다[4].

커넥팅 로드 베어링에 가해지는 하중의 크기  $F$  및 방향  $\theta_F$ 의 주기적 변화에 따라 축 중심이 그리는 궤적을 구하기 위해 필요한 지배 방정식은 다음과 같다.

2-1. Reynolds 방정식

베어링 내의 유막 압력을 지배하는 Reynolds 방정식은 다음과 같다.

$$\nabla \cdot \left( \frac{\rho h^3}{12\mu} \nabla p \right) - \nabla \cdot (\rho h U) - \frac{\partial}{\partial t}(\rho h) = 0 \tag{1}$$

여기서  $\nabla = \partial/\partial x i + \partial/\partial z k$ ,  $U = U i = R(\omega_j + \omega_b)/2i$ 이고, 임의의원주 방향 위치  $x$ 에서의 유막 두께와 그 시간 변화율은

$$h = C - e_x \cos \frac{x}{R} - e_y \sin \frac{x}{R} + h_p \tag{2}$$

$$\dot{h} \equiv -\frac{e_x'' - e_x'^{-1}}{\Delta t} \cos \frac{x}{R} - \frac{e_y'' - e_y'^{-1}}{\Delta t} \sin \frac{x}{R} + \dot{h}_p \tag{3}$$

베어링 면의 탄성 변형량  $h_p$ 는 커넥팅 로드의 크기와 비교하면 충분히 작은 값이므로 다음과 같이 선형 연산자  $L$ 을 이용하여 쓸 수 있다[5].

$$h_p = Lp \tag{4}$$

$$\dot{h}_p \equiv L \frac{p^n - p^{n-1}}{\Delta t} \tag{5}$$

윤활유의 점도는 온도 상승에 따라 지수적으로 감소한다고 보고 다음과 같은 온도-점도 관계식을 이용하였다[6].

$$\mu = \mu_0 \exp[-\beta(T - T_0)] \tag{6}$$

2-2. 캐비테이션 알고리즘

Reynolds 방정식으로부터 유막 압력을 구하기 위해서는 유막 내에서 캐비테이션 경계의 위치를 결정하여야 하는데, 본 연구에서는 이를 위해 Kumar와 Booker [7]가 제안한 유량 보존 캐비테이션 알고리즘을 사용하였다. 이 방법은 윤활유가 액체와 기체 또는 증기의 2상 혼합물이라는 가정을 기초로 하고 있다. 윤활유의 밀도와 점도는 두 상 사이의 값을 갖고 있으며

$$0 \leq \rho \leq \rho_{liq} \tag{7}$$

$$0 \leq \mu \leq \mu_{liq} \tag{8}$$

두 물성 사이에는 다음과 같은 관계가 있다고 가정한다.

$$\frac{\mu}{\mu_{liq}} = \frac{\rho}{\rho_{liq}} \tag{9}$$

이 때 점도는 온도의 함수이지만 밀도는 그렇지 않다고 가정하면 2상 혼합 윤활유에 대한 온도-점도 관계식을 다음과 같이 쓸 수 있으며, 이 알고리즘을 열유체 윤활 해석에 이용할 수 있게 된다.

$$\mu = \frac{\rho}{\rho_{liq}} \mu_{liq,0} \exp[-\beta(T - T_0)] \tag{10}$$

2상 혼합 윤활유 모델을 사용하면 윤활유가 순수 액체 상태인 영역이 압력 발생 가능 영역(영역 1)이 되고 윤활유에 기체 또는 증기가 혼합되어 있는 영역이 캐비테이션 영역(영역 2)이 된다. 영역 1 중에서도 밀도의 시간 변화율이 0보다 작은 영역(영역 1B)은 캐비

테이션 영역으로 바뀌려는 순간에 있는 곳으로 대기압보다 큰 압력이 발생하지 않는다고 본다. 따라서 대기압보다 큰 압력은 영역 1 중에서도 밀도의 시간 변화율이 0이 되는 영역(영역 1A)에서만 발생하게 된다.

Reynolds 방정식 (1)로부터 영역 1A에서는 유막 압력을, 영역 1B와 2에서는 밀도의 시간 변화율을 얻을 수 있으며 이 때 영역 1A와 1B의 경계가 어디인지를 미리 알 수 없으므로 반복 계산 방법을 이용한다[7]. 밀도와 그 시간 변화율로부터 다음 순간의 밀도를 예측할 수 있으므로 이 방법을 이용하여 캐비테이션 경계의 이동 현상을 적절히 표현할 수 있다.

### 2-3. 축 중심의 운동 방정식

축 중심의 궤적을 구하기 위해서는 매 순간 축 중심의 위치를 알아야 하며 이는 축 중심의 운동 방정식으로부터 구할 수 있다. 축의 관성을 무시하면

$$\int_A p \cos \frac{x}{R} dx dz - F_x = 0 \quad (11)$$

$$\int_A p \sin \frac{x}{R} dx dz - F_y = 0 \quad (12)$$

### 2-4. 에너지 방정식

Reynolds 방정식의 해석에 필요한 윤활유 점도는 일반적으로 다음과 같이 결정되는 유효 온도에서의 값을 사용한다.

급유흡을 통해 커넥팅 로드 베어링으로 유입되는 윤활유의 온도가  $T_r$ 로 일정하다고 가정하고, 한 하중 주기 동안의 평균 유입 유량  $q_{in,avg}$ 와 평균 마찰열 발생률  $\bar{h}_{f,avg}$ 를 계산하면 다음 식으로부터 유효 온도를 결정할 수 있다.

$$T_{eff} = T_r + \frac{\bar{h}_{f,avg}}{\rho c q_{in,avg}} \quad (13)$$

이 온도에서의 점도를 유효 점도라고 하며 식 (6)의 온도-점도 관계식으로부터 구할 수 있다.

$$\mu_{liq,eff} = \mu_{liq,0} \exp[-\beta(T_{eff} - T_0)] \quad (14)$$

매 하중 주기가 끝날 때마다 식 (13)과 (14)를 이용하여 유효 점도를 계산할 수 있으며 그 값이 오차 범위 이내로 수렴할 때까지 이 과정을 반복하면 된다.

이 방법은 간단하기는 하지만, 위치마다 시간에 따라 주기적으로 변화하는 커넥팅 로드 베어링의 유막

온도를 제대로 다루기 위해서는 에너지 방정식으로부터 유막 내의 온도 분포를 직접 구해야만 한다.

커넥팅 로드 베어링의 유막 온도는 원주 방향이나 축 방향 뿐만 아니라 유막 두께 방향으로도 변화하는데, 이를 고려하면 에너지 방정식은 물론이고 Reynolds 방정식도 매우 복잡해져 계산 시간이 크게 증가하므로 본 연구에서는 다음과 같은 방법을 고안하였다.

우선 유막 두께 방향으로의 온도 변화를 무시하고 유막 두께 방향으로 적분한 2차원 에너지 방정식을 사용한다[8].

$$\rho c h \dot{T} = \rho c h \mathbf{u} \cdot \nabla T + \nabla \cdot (k h \nabla T) + \Phi h \quad (15)$$

여기서  $\nabla = \partial/\partial x \mathbf{i} + \partial/\partial z \mathbf{k}$ 이고,  $c$ 와  $k$ 는 모두 상수라고 가정하였다. 이 때

$$\mathbf{u} = \left( U - \frac{h^2}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \mathbf{i} + \left( -\frac{h^2}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) \mathbf{k} \quad (16)$$

$$\Phi h = \frac{h^3}{12\mu} \nabla p \cdot \nabla p + \frac{\mu}{h} \Delta U \cdot \Delta U = h_f \quad (17)$$

이와 같이 유막 내에서의 2차원 온도 분포를 가정하면 유막 두께 방향으로의 온도 구배가 없으므로 축 또는 베어링 표면을 통한 열 전달 현상을 설명할 수 없다. 따라서 이를 해결하기 위해 유막 내에서 발생하는 전체 마찰열 중에서 일부는 유막에 흡수되고 나머지는 베어링 면을 통해 커넥팅 로드 대단부로 전달된다는 가정을 사용하였다. 전체 마찰열 중에서 유막에 흡수되는 부분의 비율을  $\gamma$ 라고 하고 이를 이용하여 식 (13)을 수정하면

$$\rho c h \dot{T} = -\rho c h \mathbf{u} \cdot \nabla T + \nabla \cdot (k h \nabla T) + \gamma h_f \quad (18)$$

여기서  $0 < \gamma < 1$ 이다.

### 2-5. 커넥팅 로드 대단부의 응력 해석

유막 압력과 베어링 면의 탄성 변형 사이의 관계를 나타내는 연산자  $L$ 을 구하기 위해서는 커넥팅 로드 대단부의 응력 해석이 필요하다. 이를 위한 응력-변형률 관계식은 다음과 같다.

$$\{\sigma\} = [D]\{\epsilon\} \quad (19)$$

여기서  $[D]$ 는 등방성 재료에 대한 응력-변형률 행렬

이며, 재료의 탄성 계수  $E$ 와 프와송 비  $\nu$ 로부터 계산할 수 있다.

### 2-6. 커넥팅 로드 대단부에서의 열 전도 방정식

커넥팅 로드 대단부의 온도는 유막에서 발생하는 마찰열에 영향을 받는다. 이 열은 위치 및 시간에 대한 함수이고 베어링 면을 통해 커넥팅 로드 대단부로 전달된다. 커넥팅 로드 대단부의 온도도 위치의 함수이기는 하지만, 커넥팅 로드 베어링의 한 하중 주기 동안 시간에 따라서는 거의 변화하지 않는다[3]. 따라서 한 하중 주기 동안 커넥팅 로드 대단부의 온도는 위치만의 함수로 가정할 수 있고 다음과 같은 정상 상태 열 전도 방정식을 이용하여 매 하중 주기가 끝날 때마다 계산할 수 있다.

$$\nabla \cdot (k_c \nabla T_c) = 0 \quad (20)$$

여기서  $\nabla = \partial/\partial x_i + \partial/\partial y_i + \partial/\partial z_k$  이다.

유막 내에서 발생하는 전체 마찰열 중에서 유막에 흡수되는 부분을 제외한 나머지가 베어링 면을 통해 커넥팅 로드 대단부로 전달된다는 가정은 다음과 같은 경계 조건을 베어링 면에 적용하여 구현하였다.

$$k_c \nabla T_c \cdot \mathbf{n} = (1-\gamma)h_f h_{f,avg} \quad (21)$$

여기서  $h_{f,avg}$ 는  $h_f$ 를 한 하중 주기 동안 평균한 값으로 위치만의 함수가 된다.

### 2-7. $\gamma$ 의 결정

식 (18)과 (21)에서의  $\gamma$ 는 다음과 같이 유막 온도와 커넥팅 로드 대단부의 베어링 면 온도가 같을 것이라는 가정으로부터 구할 수 있다. 유막 온도는 위치 및 시간에 대한 함수이므로 한 하중 주기에 대한 평균값은 다음과 같다.

$$\bar{T}_{avg} = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \left( \frac{1}{A_A} \int dx dz \right) dt \quad (22)$$

커넥팅 로드 대단부의 베어링 면 온도는 한 하중 주기 동안 변하지 않는 위치만의 함수이므로 다음과 같이 평균값을 계산할 수 있다.

$$\bar{T}_c = \frac{1}{A_A} \int T_c dx dz \quad (23)$$

하중 주기가 끝날 때마다 이 두 값을 비교하여  $\gamma$ 를 새로 정해 주는데,  $\bar{T}_{avg}$ 가 더 크면  $\gamma$  값을 작게 해 주고  $\bar{T}_c$ 가 더 크면  $\gamma$  값을 크게 해 준다. 이런 방법으로 두 온도의 평균값이 오차 범위 이내로 수렴할 때까지 계산을 반복하면 된다.

## 3. 수치 해석

유한 요소법을 이용하여 이산화한 Reynolds 방정식과 축 중심의 운동 방정식 (12) 및 (13)은 Newton-Raphson법을 이용하여 동시에 계산하였다. 계산 시간 단축을 위해 반복 계산 도중 영역 1A와 영역 1B의 경계가 바뀔 때에만 계수 행렬을 갱신하는 수정된 Newton-Raphson법[9]을 사용하였으며, 해의 발산을 막기 위해 다음과 같은 완화법을 사용하였다[5].

$$h^{(k+1)} = (1-\beta)h^{(k)} + \beta \left[ C - e^{\frac{x}{R}} \cos \frac{x}{R} - e^{\frac{y}{R}} \sin \frac{x}{R} + Lp^{(k+1)} \right]$$

(24)

또 Newton-Raphson 과정의 수렴성 향상을 위해 길이를 베어링의 반경  $R$ 로, 압력을 커넥팅 로드 재료의 탄성 계수  $E$ 로, 그리고 시간을  $\mu_{iq}/E$ 로 각각 무차원화하였다[10].

커넥팅 로드 대단부의 응력 해석과 열 전도 방정식 계산에는 3차원 유한 요소법을 이용하였으며, 에너지 방정식 (18)은 대류가 지배적인 열 전달 방정식이므로 상류 차분법을 이용하여 해석하였다[11].

커넥팅 로드 베어링의 형상, 윤활유의 물성, 운전 조건, 그리고 커넥팅 로드 대단부의 형상 및 물성이 주어질 경우, 다음과 같은 절차를 거쳐 성능 해석을 할 수 있다.

(1) 커넥팅 로드 대단부의 응력 해석으로부터 컴플라이언스 행렬(이산화된 선형 연산자  $L$ )을 계산한다.

(2) 베어링 면의 열 변형량과  $\gamma$  값을 가정한다.

(3) 축 중심의 위치, 유막 압력, 온도 및 밀도 분포를 가정한다.

(4) Newton-Raphson법을 이용하여 Reynolds 방정식과 축 중심의 운동 방정식을 동시에 풀어 유막 압력과 축 중심의 위치를 계산한다.

(5) 에너지 방정식을 풀어 유막 온도 분포를 계산한다.

(6) (3)에서 구한 밀도의 시간 변화율을 이용하여 밀도를 갱신한다.

(7) 한 하중 주기가 끝날 때까지 시간을 증가시켜가면서 (4)에서 (6)의 과정을 반복한다.

(8) 한 하중 주기가 끝나면 열 전도 방정식을 풀어 커넥팅 로드 대단부의 온도를 새로 계산하고 이를 이용하여 베어링 면의 열 변형량도 새로 계산한다.

(9)  $\gamma$  값을 수정하고 이 값이 오차 범위 이내로 수렴할 때까지 (4)에서 (8)의 과정을 반복한다.

#### 4. 해석 결과

본 연구에서 제시한 커넥팅 로드 베어링의 성능 해석 도구를 이용하여 Ruston and Hornsby 6VEB-X Mk III 4행정 디젤 엔진의 커넥팅 로드 베어링을 해석하였다. 이 엔진의 커넥팅 로드는 그 모양이 Fig. 4와 같고[12], 커넥팅 로드 베어링은 원주 방향으로 360° 급유홈을 갖고 있다. 이 엔진이 600 rpm으로 운전될 때의 하중은 Fig. 2와 같다[13].

이 커넥팅 로드 베어링에 대한 베어링의 형상, 각 재료의 물성 및 운전 조건이 Table 1에 수록되어 있고 각 지배 방정식을 풀기 위해 필요한 경계 조건들은 Fig. 3과 4에 나타나 있다. 이 베어링에는 원주 방향으로 360° 급유홈이 있으므로 Fig. 3에서와 같이 베어링의 한 면만을 해석하였다. 이 때 Fig. 2의 하중이 각

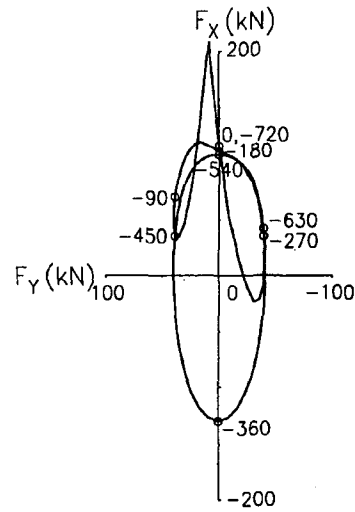


Fig. 2. Load diagram.

면당 절반씩 가해진다고 가정하였다.

Reynolds 방정식을 유한 요소 해석하기 위하여 Fig. 3에서와 같이 유막을 원주 방향으로 120개, 길이 방향으로 11개 등 모두 1320개의 노드로 분할하였으며 1200개의 4 노드 사각형 요소를 사용하였다. 에너지 방정식을 상류 차분법으로 풀 때에도 같은 위치 같은 개수의 노드를 사용하였다. 커넥팅 로드 대단부에서의

Table 1. Bearing dimensions, material properties and operating conditions

bearing	width of a single land	$L$	0.05715 m
	radius	$R$	0.1015 m
	clearance	$C$	82.55 $\mu\text{m}$
lubricant	density	$\rho_{liq}$	850 kg/m <sup>3</sup>
	reference viscosity	$\mu_{liq,0}$	0.095 Pa·s
	reference temperature	$T_0$	313 K
	viscosity-temperature constant	$b$	0.038029 K <sup>-1</sup>
	specific heat	$c$	2000 J/kg·K
	heat conductivity	$k$	0.14 W/m·K
connecting rod	elastic modulus	$E$	214 GPa
	Poissons ratio	$n$	0.25
	heat conductivity	$k_c$	50 W/m·K
operating conditions	rotational speed	$\omega_2$	600 rpm (cw)
	supply pressure	$p_s$	0.2758 MPa
	supply temperature	$T_s$	333 K
	ambient temperature	$T_\infty$	333 K
	heat transfer coefficient	$h_\infty$	100 W/m <sup>2</sup> ·K
	boundary temperature	$T_1$	333 K
	clearance	$C$	82.55 $\mu$

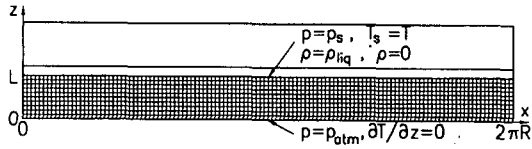


Fig. 3. Film model and boundary conditions.

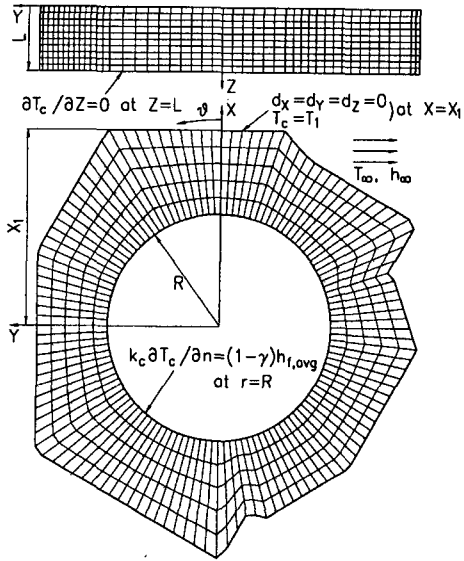


Fig. 4. Connecting rod big end model and boundary conditions.

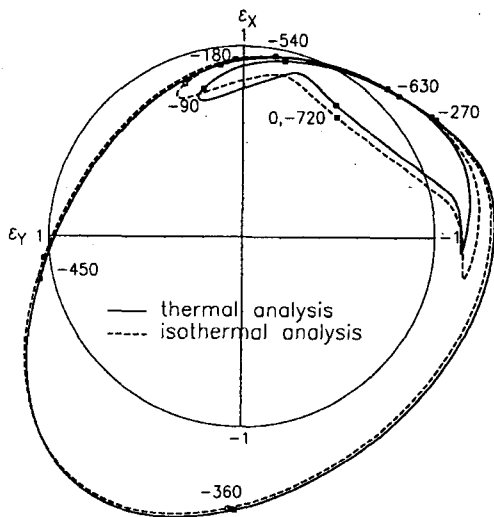


Fig. 5. Journal center locus.

3차원 유한 요소 응력 해석 및 열 전도 방정식 해석을 위해서는 6000개의 8 노드 육면체 요소와 7920개의

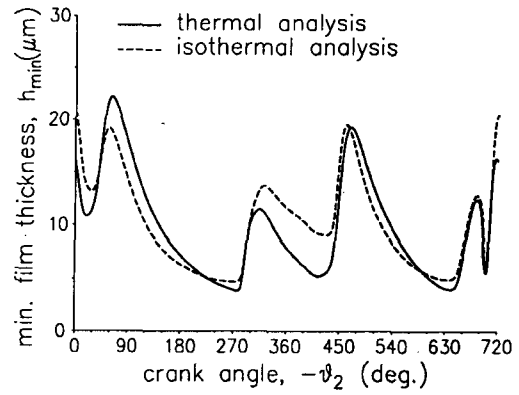


Fig. 6. Minimum film thickness.

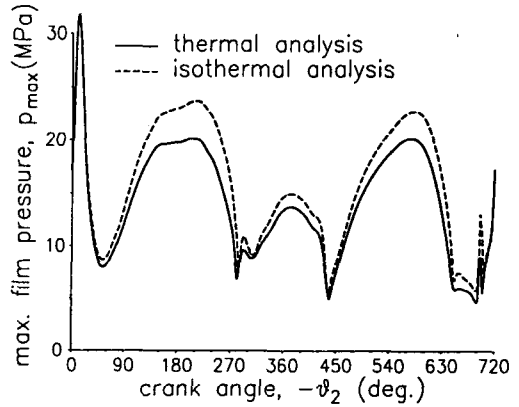


Fig. 7. Maximum film pressure.

노드를 사용하였다. 이를 Fig. 4에 나타냈으며, 이 때 베어링 면에는 유막과 같은 위치에 같은 개수, 즉 1320개의 노드를 주었다.

Fig. 5는 축 중심의 궤적을 그린 그림이다. 온도 변화의 영향을 고려한 해석 결과를 유효 점도를 이용한 등온 해석 결과와 비교하였으며, 베어링 면의 탄성 변형을 고려한 EHL 해석 결과이므로 축 중심의 편심율이 1 이상으로 운전되는 영역이 존재하는 것을 볼 수 있다. 이 때의 최소 유막 두께 변화를 그린 그림이 Fig. 6이다. 온도 변화를 고려한 경우 유효 점도를 이용한 경우보다 최소 유막 두께의 변동 폭이 크고 따라서 최소 유막 두께의 최소값도 더 작아지는 것을 볼 수 있다. 온도 변화의 영향을 고려하면 Fig. 7에서와 같이 최대 유막 압력이 유효 점도를 이용한 경우보다 전체적으로 더 작게 예측된다.

Fig. 8에서 10은 각각 마찰열 발생률과 유입 및 방출 유량의 변화를 그린 것으로, 온도 변화의 영향을

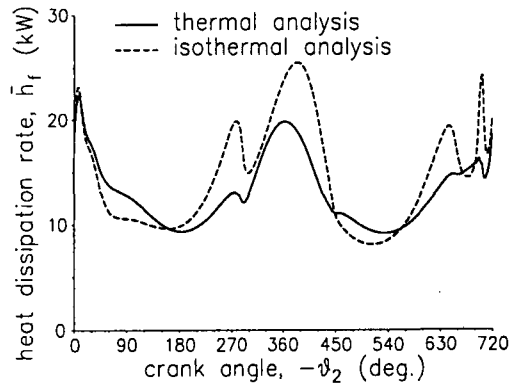


Fig. 8. Heat dissipation rate.

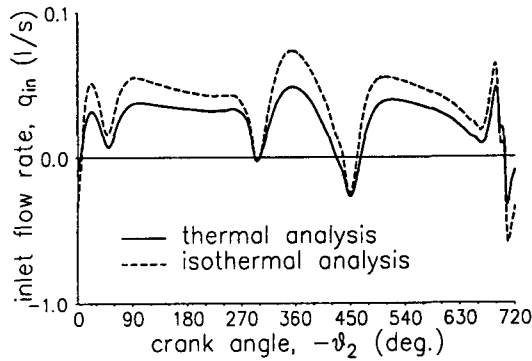


Fig. 9. Inlet flow rate.

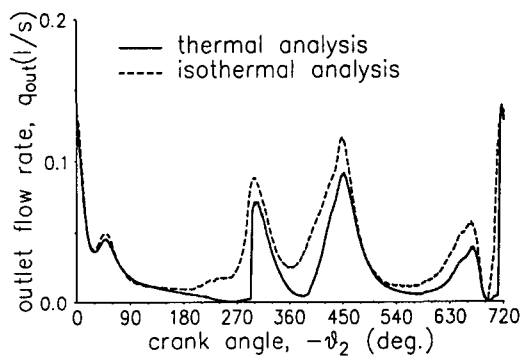


Fig. 10. Outlet flow rate.

고려하면 마찰열 발생률이나 유량 모두 유효 점도를 사용하는 경우에 비해 작아지는 것을 볼 수 있다.

Table 2에서와 같이 등은 해석에서의 유효 온도와 열 유체 윤활 해석에서의 평균 온도는 비슷한 값이지만 열 유체 윤활 해석에서 예측되는 최대 온도는 그에 비해 상당히 큰 값이다. 이것은 열 유체 윤활 해석 결

Table 2. Simulation results

	isothermal analysis	thermal analysis
min. $h_{\min}$ ( $\mu\text{m}$ )	4.7	3.8
max. $p_{\max}$ (MPa)	31.8	31.8
$\bar{h}_f$ , avg (kW)	1.45	1.32
$q_{\text{in, avg}}$ (l/s)	0.038	0.025
$q_{\text{out, avg}}$ (l/s)	0.037	0.024
$T_{\text{eff}}$ or $T_{\text{avg}}$ (K)	355.7	358.9
max. $T_{\max}$ (K)	-	408.3
$\gamma$	-	0.42

과 유막 내의 위치에 따른 온도 차이가 크다는 것을 보여 주는 것으로, 이로부터 커넥팅 로드 베어링의 성능 해석에서 유막 온도의 변화를 무시할 수 없다는 것을 확인할 수 있다.

## 5. 결 론

커넥팅 로드 베어링의 EHL 해석에 쉽게 적용 가능한 열 유체 윤활 해석 방법을 제시하고, 이를 이용하여 온도 변화의 영향을 고려한 수치 해석을 수행하였다. 그 결과 유막 온도의 변화를 고려하면 유효 점도를 사용한 등은 해석과 비교하여 큰 차이를 보이는 것을 확인하였으며, 따라서 커넥팅 로드 베어링의 EHL 해석에 있어 유막 온도 변화의 영향을 고려하는 것이 필수적임을 보였다.

## 기 호

$C$	clearance, m
$c$	specific heat, J/kg · K
$E$	elastic modulus, Pa
$e$	journal center position, m
$F$	load, N
$h$	film thickness, m
$h_f$	heat dissipation rate, W
$h_p$	elastic deformation of bearing surface, m
$h_{\infty}$	convection heat transfer coefficient, W/m <sup>2</sup> · K
$k$	thermal conductivity, W/m · K
$L$	bearing length, m
$p$	pressure, Pa

$q$	flow rate, m <sup>3</sup> /s
$R$	bearing radius, m
$T$	temperature, K
$t$	time, s
$u$	velocity, m/s
$U$	surface velocity average, m/s
$\Delta U$	surface velocity difference, m/s
$X, Y, Z$	rectangular coordinate system, m
$x$	circumferential coordinate, m
$z$	axial coordinate, m
$\beta$	viscosity-temperature constant, K <sup>-1</sup>
$\epsilon$	eccentricity ratio
$\epsilon$	strain
$\mu$	mixture viscosity, Pa · s
$\mu_{liq}$	liquid viscosity, Pa · s
$\nu$	Poisson's ratio
$\theta$	circumferential coordinate, rad
$\theta^2$	crank angle, deg.
$\rho$	mixture density, kg/m <sup>3</sup>
$\rho_{liq}$	liquid density, kg/m <sup>3</sup>
$\sigma$	stress, Pa
$\tau$	period of one load cycle, s
$\omega$	rotational speed, rad/s

## Subscript

$atm$	atmosphere
$avg$	average over one load cycle
$c$	connecting rod big end
$s$	supply lubricant
$\bar{\alpha}$	average over lubrication film or bearing surface

## 참고문헌

1. Smith, E. H., "Temperature Variations in Crankshaft Bearings," Proceedings of the 9th Leeds-Lyon Symposium on Tribology, pp. 49-54, 1983.
2. Moes, H., Ten Hoeve, P. B. Y. and Van der Helm, J., "Thermal Effects in Dynamically Loaded Flexible Journal Bearing," ASME Journal of Tribology, Vol. 111, No. 1, pp. 49-55, 1989.
3. Paranjpe, R. S., "A Study of Dynamically Loaded Engine Bearings Using a Transient Thermo-hydrodynamic Analysis," Tribology Transactions, Vol. 39, No. 3, pp. 636-644, 1996.
4. Booker, J. F., "Dynamically-Loaded Journal Bearings: Numerical Application of the Mobility Method," ASME Journal of Lubrication Technology, Vol. 93, No. 1, pp. 168-176, 1971.
5. Rohde, S. M., "Thick Film and Transient Elastohydrodynamic Lubrication Problems," Fundamentals of Tribology, MIT Press, pp. 1075-1101, 1978.
6. Khonsari, M. M., Jang, J. Y. and Fillon, M., "On the Generalization of Thermohydrodynamic Analysis for Journal Bearings," ASME Journal of Tribology, Vol. 118, No. 3, pp. 571-579, 1996.
7. Kumar, A. and Booker, J. F., "A Finite Element Cavitation Algorithm," ASME Journal of Tribology, Vol. 113, No. 2, pp. 276-286, 1991.
8. Pinkus, O. and Sternlicht, B., Theory of Hydrodynamic Lubrication, McGraw-Hill, 1961.
9. McIvor, J. D. C. and Fenner, D. N., "Finite Element Analysis of Dynamically Loaded Flexible Journal Bearings: A Fast Newton-Raphson Method," ASME Journal of Tribology, Vol. 111, No. 4, pp. 597-604, 1989.
10. Oh, K. P. and Goenka, P. K., "The Elasto-hydrodynamic Solution of Journal Bearings Under Dynamic Loading," ASME Journal of Tribology, Vol. 107, No. 3, pp. 389-395, 1985.
11. Pozrikidis, C., Introduction to Theoretical and Computational Fluid Dynamics, Oxford University Press, 1997.
12. Martin, F. A., "Developments in Engine Bearing Design," Tribology International, Vol. 16, No. 3, pp. 147-164, 1983.
13. Campbell, J., Love, P.P., Martin, F.A. and Rafique, S. O., "Bearings for Reciprocating Machinery: A Review of the Present State of Theoretical, Experimental and Service Knowledge," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Vol. 182, Part 3A, pp. 51-74, 1967-68.