

## Average Flow Model을 이용한 Kurtosis에 따른 Flow Factors에 관한 연구

강민호 · 김태완 · 구영필\* · 조용주\*\*†

부산대학교 대학원 정밀기계공학과

\*부경대학교 기계공학부

\*\*부산대학교 기계공학부

### Effects of Kurtosis on the Flow Factors Using Average Flow Model

Min-Ho Kang, Tae-Wan Kim, Young-Pil Koo\* and Yong-Joo Cho\*\*†

Graduate School, Pusan National University

\*School of Mechanical Engineering, Pukyong National University

\*\*School of Mechanical Engineering, Pusan National University

**Abstract** - In this study, flow factors are evaluated in terms of kurtosis using random rough surface generated numerically. As  $h/\sigma$  become large  $\phi_x, \phi_y, \phi_{fp}$  approach to 1 and  $\phi_s, \phi_{fs}$  to 0 asymptotically regardless of kurtosis.  $\phi_x, \phi_y, \phi_{fp}$  increase with increasing kurtosis in the mixed lubrication regime.  $\phi_s, \phi_{fs}$  is associated with an additional flow transport due to the combined effect of sliding and roughness. As  $h/\sigma$  decreases  $\phi_x, \phi_{fs}$  increase up to a certain point, and then decrease toward zero. This behavior can be attributed to the increasing number of contacts in the mixed lubrication regime.  $\phi_x$  in the presence of elastic deformation on the surface is larger than  $\phi_x$  in the absence of it because local film thickness( $h_r$ ) increases by elastic deformation.

**Keyword** - pressure flow factor, shear flow factor, shear stress factor, kurtosis, elastic deformation, non-Gaussian distribution.

### 1. 서 론

상대 운동하는 두 물체 사이에 마찰을 저감시키기 위해 윤활제가 계재된다. 이때, 유막이 얇아져 부분적으로 돌기 접촉이 발생하는 혼합 윤활 상태가 되면 돌기들의 상호 작용이 발생하므로 윤활 해석시 거칠기 효과가 고려되어야 한다.

표면 거칠기를 고려한 윤활 해석은 1960년대부터 꾸준히 연구되어져 왔다[1]. Patir와 Cheng은 average Reynolds equation을 유도하여 표면 거칠기 영향을 고려한 베어링 윤활 문제를 해석하였다[2,3]. Teale 와 Lebeck은 average flow model을 이용하여 기존의 논문과 달리 corner point method를 이용하여 flow fac-

tor를 계산하였다[4]. Lunde 와 Tonder는 average flow model을 이용한 해석에서 경계조건의 영향에 대한 연구를 수행하였다[5]. 접촉 해석으로 Lee와 Ren은 3차원 접촉 거동을 수치적으로 수행하였다[6,7].

Patir와 Cheng에 의해서 구해진 flow factors는 두 표면의 접촉에 의한 탄성 변형을 충분히 고려하지 않았다. 하지만, 실제의 접촉 상태에서는 탄성 변형에 의하여 유막 형상이 변하므로 이에 대한 연구가 필요하다. 그리고, Patir와 Cheng 이후에도 많은 기존의 연구에서는 정규분포 특성을 나타내는 거친 표면 구조에 대한 윤활 해석이 수행되어왔지만 실제로 많은 표면은 비 정규분포 특성을 가지고 있다. 따라서, 비 정규분포 특성을 나타내는 표면에 대한 해석 수행이 필요하다.

본 연구에서는 그 일환으로 비 정규분포 특성을 나타내는 파라미터중 하나인 kurtosis가 flow factors에

†주저자 · 책임저자 : yjucho@pusan.ac.kr

미치는 영향을 알아보고 탄성 변형을 고려한 pressure flow factor를 구하고자 한다.

## 2. 이론 해석

### 2-1. Kurtosis와 표면 거칠기

기존의 표면 거칠기를 고려한 연구에서는 표면 거칠기 파라미터로 중심선 평균 거칠기(Ra)나 지승 평방근 거칠기(Rq)값을 많이 사용해왔다. 그러나, 비 정규분포 표면에 대한 좀 더 정확한 형상을 알기 위해서는 돌기의 분포상태를 나타내는 kurtosis를 사용해야만 한다.

kurtosis는 돌기들의 분포가 어떤 높이에서 집중이 되는지를 나타내는 것이다. 돌기들의 분포가 어떤 높이에서 집중적으로 분포되어있다면, 분포곡선은 뾰족한 모양을 나타내고 kurtosis값은 커지게 되며, 돌기들의 분포가 넓게 분산된다면, 분포곡선모양은 평평하게 변하며 이 값은 낮아지게 된다. kurtosis의 계산에는 식(1)이 이용된다[9].

$$K_u = \frac{1}{Rq^4} \int_{-\infty}^{\infty} z^4 \bar{\varphi} dz \quad (1)$$

Rq : 표면형상의 r.m.s 값  
z : 표면 거칠기 높이  
 $\bar{\varphi}$  : 확률밀도함수

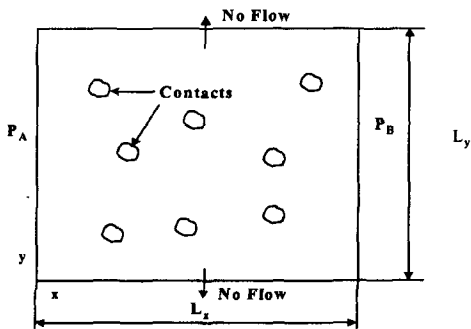
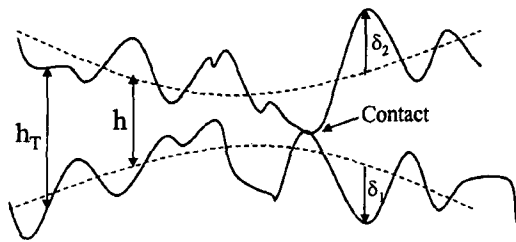


Fig. 1. The model problem for simulation.

### 2-2. Flow factors의 유도

#### 2-2-1. Pressure flow factor 유도

Fig. 1에 표시된 국부 유막 두께는 식(2)와 같이 공칭유막두께 h와 표면 거칠기 및의 합으로 정의된다.

$$h_T = h + \delta_1 + \delta_2 \quad (h = \text{constant}) \quad (2)$$

순수 구름인 경우 이므로 거칠기를 고려한 Reynolds Eq.은 식(3)이 된다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \bar{U} \frac{\partial h_T}{\partial x} + \frac{\partial h_T}{\partial t} \quad (3)$$

식(3)의 우변의 마지막 항은 시간에 대한 유막 두께의 함수이지만 이를 공간에 대한 함수로 바꿔서 정리하면 식(3)의 우변은 영(0)이 되어 식(4)가 된다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 0 \quad (4)$$

시뮬레이션을 위한 모델 문제는 Fig. 1에 나타나있고 이것을 풀기 위한 경계조건은 다음과 같다[8].

- 1)  $p = p_A$  at  $x = 0$
- 2)  $p = p_B$  at  $x = L_x$
- 3)  $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$  at  $y = 0, y = L_y$
- 4) No flow at contact points

주어진 경계조건을 적용하고, 유한 차분법을 이용하여 식(4)를 수치적으로 풀면 국부 압력을 구할 수 있다[8].

방향의 평균 단위 유량 와 구해진 압력을 이용하면, pressure flow factor는 식(5)로 표현된다.

$$\phi_x = \frac{1}{L_y} \int_0^{L_y} \left( \frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) dy = \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \quad (5)$$

$$\text{where, } \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = \frac{p_B - p_A}{L_x}$$

$\phi_x$ 도  $\phi_x$ 를 구하는 과정과 동일한 방법에 의해서 구할 수 있다.

#### 2-2-2. Shear flow factor $\phi_x$ 유도

Shear flow factor  $\phi_x$ 는 미끄럼 운동하는 표면의 거칠기로 인한 추가적 유동(the additional flow)을 고려

한 factor이다[3]. Shear flow factor  $\phi_s$ 를 구하기 위해서 pressure flow factor에서 사용된 베어링 모델을 이용한다.

구름 속도는 영(0)이고 순수 미끄럼 속도만이 고려되어지면 표면 거칠기를 고려한 Reynolds 방정식은 식(6)이 된다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{\partial h_T}{\partial t} \quad (6)$$

where,  $h_T = h + \delta_1 + \delta_2$  ( $h = \text{constant}$ )

$U_1 = -U_2 = 1/2 U_s$  ( $U_s = U_1 - U_2$ : 미끄럼속도)

위 식(6)을 풀기 위해서는 다음과 같은 경계조건을 가진다.

- 1)  $p = p_a$  at  $x = 0, x = L_x$
- 2)  $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$  at  $y = 0, y = L_y$
- 3) No flow at contact points

미소 시간  $\Delta t$  동안 각 표면이  $U_s/2$  속도로  $\Delta x$ 만큼 이동하였다면  $\Delta t$ 와  $\Delta x$ 의 관계식은 다음과 같다.

$$\frac{1}{2} U_s \Delta t = \Delta x \quad (7)$$

식(7)과 같이 시간의 함수를 공간의 함수로 바꾸어서 식(6)을 정리하여 차분화하고 무차원화하여 수치적으로 풀면 모델 베어링의 국부 압력을 구할 수 있다. 평균 유량은 국부 유량을 평균함으로써 구해진다.

$$\begin{aligned} \bar{q}_x &= E \left( -\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \\ &= \frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \left( -\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) dx dy \end{aligned} \quad (8)$$

where,  $E$  : Expectation operator

Patir & Cheng에 의해서 유도된 flow factors를 이용한 평균 유량식에서 평균 압력 구배와 구름 속도가 영(0)이므로 미끄럼으로 인한 추가적인 유량은 식(9)과 같다[3].

$$\bar{q}_x = \frac{U_s}{2} \sigma \phi_s \quad (9)$$

따라서, 식(8)과 (9)에서 shear flow factor  $\phi_s$ 는 식(10)과 같이 된다.

$$\phi_s = \frac{2}{u_s \sigma} E \left( -\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \quad (10)$$

### 2-2-3. Average shear stress factors 유도

혼합 윤활 영역에서 총 마찰력은 윤활과 들기 마찰력의 합이다.  $z=0$  혹은  $z=h_T$ 에서의 국부 전단력은 식(11)과 같다.

$$\tau = \mu \frac{U_2 - U_1}{h_T} \pm \frac{h_T}{2} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (11)$$

where, (+)는 표면 2 ( $z = h_T$ )

(-)는 표면 1 ( $z = 0$ )

평균 전단력은 식(12)와 같이 표현된다.

$$\bar{\tau} = \mu (U_2 - U_1) E \left( \frac{1}{h_T} \right) \pm E \left( \frac{h_T}{2} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \quad (12)$$

평균단위유량에 대한 것과 유사하게 shear stress factors  $\phi_p, \phi_s$ 를 이용하여 평균 전단력은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \bar{\tau} &= \frac{\mu (U_2 - U_1)}{h} \left[ h E \left( \frac{1}{h_T} \right) \pm \phi_p \right] \\ &\quad \pm \phi_s \frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial x} \end{aligned} \quad (13)$$

$\phi_p$ 는 전단력의 평균 압력 유량에 대한 보정 계수이다. 이 인자는  $\phi_s$ 에 대한 모델 베어링을 이용한 시물레이션을 통해 구해진다. 미끄럼 속도가 영(0)이므로 식(12)과 (13)에서  $\phi_p$ 는 식(14)가 된다.

$$\begin{aligned} \phi_p &= \frac{E \left[ \frac{h_T}{2} \frac{\partial p}{\partial x} \right]}{h \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}} \\ &= \frac{\frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \frac{h_T}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx dy}{h \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}} \end{aligned} \quad (14)$$

$\phi_s$ 는 미끄럼과 거칠기 효과에 대한 보정 계수이다. 이 보정 계수는 평균 유량에서의  $\phi_s$ 와 유사하다.  $\phi_s$ 는  $\phi_p$ 에 대한 모델 베어링을 이용한 시물레이션을 통해 구해진다. 경계 영역에서 압력 구배가 없으므로  $\partial \bar{p} / \partial x = 0$ 가 되고 식(12)와 (13)에서는 식(15)가 된다.

$$\phi_s = \frac{h}{\mu (U_2 - U_1)} E \left[ \frac{h_T}{2} \frac{\partial p}{\partial x} \right]$$

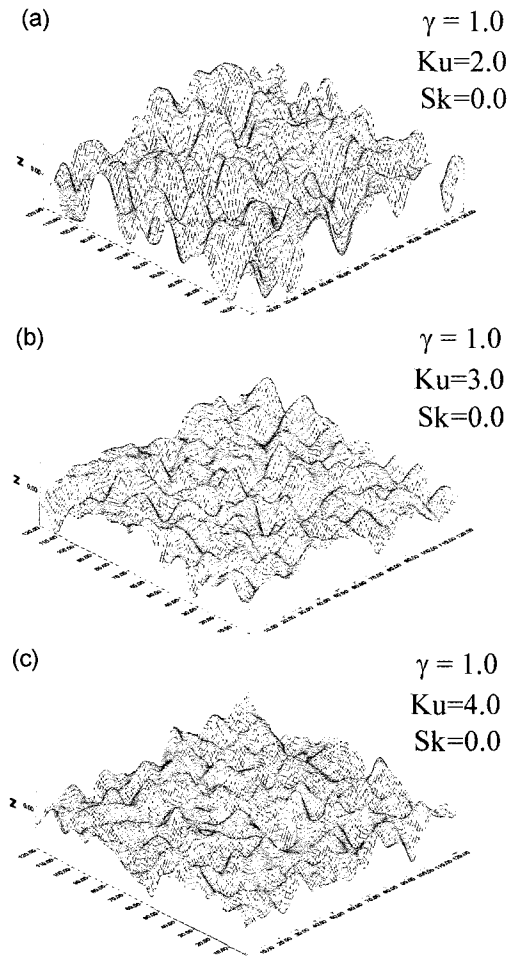


Fig. 2. 3-Dimensional rough surface generated numerically [ $Ku=2,3,4$ ].

$$= -\frac{h}{\mu U_s} \frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \left[ \frac{h_r \partial p}{2 \partial x} \right] dx dy \quad (15)$$

### 3. 접촉 해석

접촉 해석을 수행하기 위해서  $Ku=2,3,4$ 인 3차원 거친 표면을 수치적으로 생성하였다[10,11,12]. Fig. 2(a)는  $Ku=2$ 인 경우로서 돌기들의 높이가 정규분포보다 낮고, 곡률 반경이 큰 비 정규분포의 거친 표면이다. Fig. 2(b)는  $Ku=3$ 으로서 정규분포의 경향을 가지는 표면이다. Fig. 2(c)는  $Ku=4$ 인 경우로서 정규분포에 비하여 상대적으로 돌기들의 높이는 높고, 뾰족한 경향을 가지는 비 정규분포의 거친 표면이다. Fig. 2의 3차원 거친 표면들은  $Ku$  이외의 다른 파라미터  $Ra$ ,

$Rq$  및  $Sk$ 등에 대해서는 동일한 값을 가진다.

본 연구에서는 수치적으로 생성된 3차원 거친 표면에 대하여 유효강체변위(Rigid body displacement)를 주어 Influence Matrix를 이용하여 접촉 해석을 수행하였다.

수치 해석 절차는 다음과 같다. 우선, 두 거친 표면의 접촉을 하나의 상당 표면(Equivalent surface)과 가압하는 강체면으로 모델링하여 이를 적용하였다. 두 표면 사이의 접근 거리 즉, 유효강체변위를 주어서 먼저 거친 표면에 대한 접촉 압력을 구하고 Influence Matrix를 이용하여 구하고자 하는

탄성 변형량을 계산한다.  $Ku$  값에 따라서 접촉 해석을 수행하였으며 Fig. 3에 3차원 거친 표면에 대하여 수치적으로 구해진 접촉 압력과 탄성 변형을 도시하였다. 접촉해석에서 구해진 탄성 변형량을 국부 유막 두께( $h_r$ )에 적용시키면 국부 유막 두께는 다음과 같이 달리 표현된다.

$$h_r = h + \delta_1 + \delta_2 + u_1 + u_2 \quad (16)$$

where,  $u_1, u_2$ 는 탄성 변형량

유효강체변위에 대한  $Ku$ 값에 따른 탄성 변형량을 수치적으로 구하였고, 이를 Fig. 4에 도시하였다.

### 4. 해석결과 및 고찰

Fig. 2의 각각의 표면에 대하여  $h/\sigma$ 와  $Ku$ 의 변화에 따른 flow factors를 수치해석으로 구한 결과를 Fig. 5~8에 도시하였다. Fig. 5의 pressure flow factor 는가 증가함에 따라  $Ku$ 값에 관계없이 점근적으로 1에 가까워짐을 알 수 있다. 이것은 유막 두께가 증가하면 거칠기의 영향은 감소하며 매끈한 표면의 윤활 특성과 유사해지는 것을 의미한다.  $h/\sigma < 3$ 인 경우에 돌기들이 접촉을 하는 혼합 윤활 영역이 되고,  $\phi_s$ 는 아주 민감하게 변화하는 것을 볼 수 있다.  $Ku=2$ 는 돌기들의 곡률 반경이 크기 때문에 접촉면적이 상대적으로 크다. 따라서, 접촉점에서 no flow 경계조건에 의해  $\phi_s$ 가 혼합 윤활 영역에서 정규분포인  $Ku=3$ 보다 작게 나타나고,  $Ku=4$ 인 경우는 돌기들이 뾰족하기 때문에 접촉면적이 상대적으로 작다. 따라서, 접촉점 경계조건에 의해서  $\phi_s$ 가  $Ku=3$ 인 경우보다 크게 나타남을 알 수 있다.

Fig. 6에 shear flow factor  $\phi_s$ 에 대한 결과를 도시

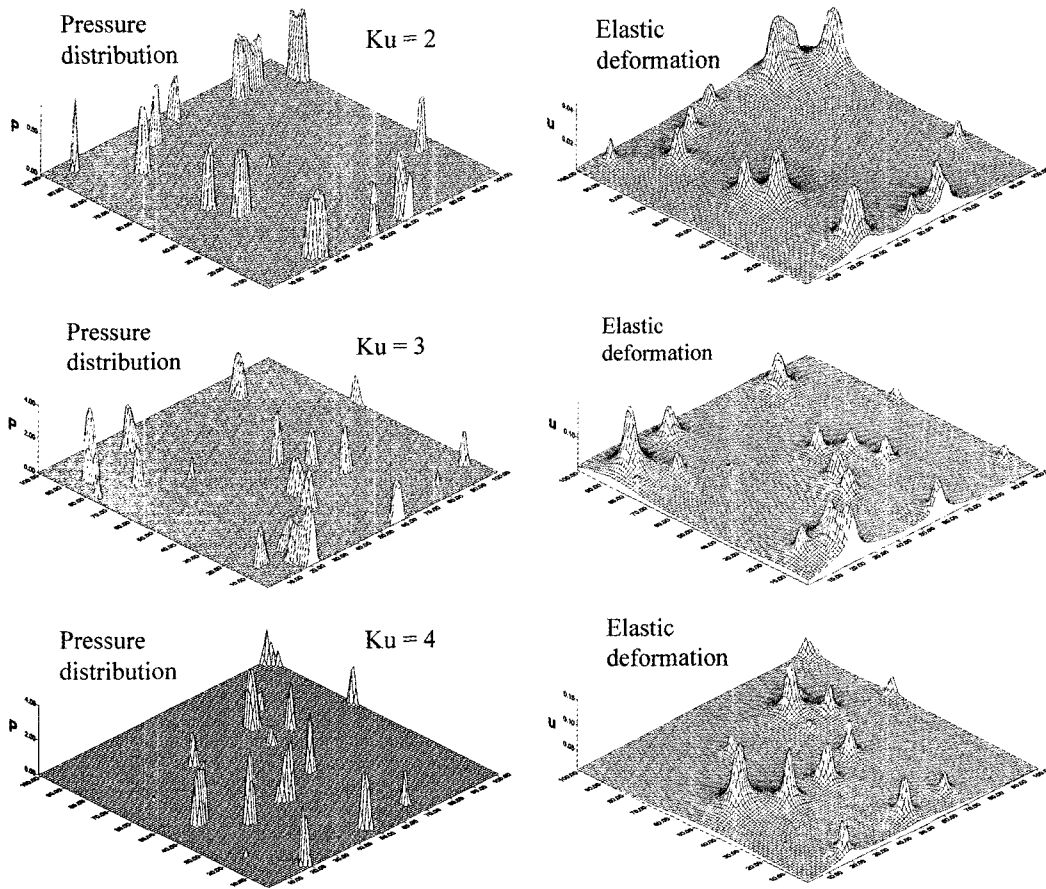


Fig. 3. Pressure distribution and elastic deformation for different kurtosis values [Ku=2,3,4].

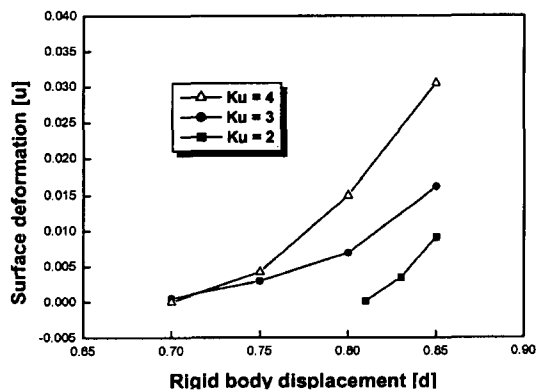


Fig. 4. Elastic deformation against rigid body displacement for different kurtosis.

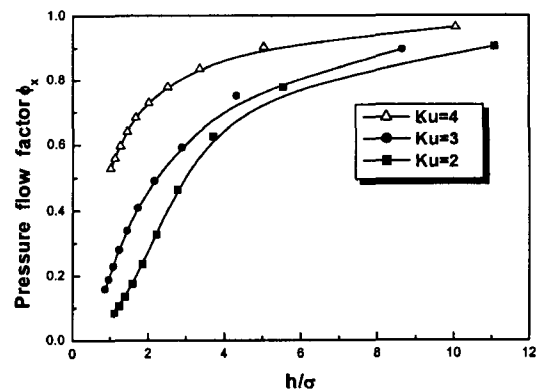


Fig. 5. Pressure flow factors for different kurtosis values.

하였다.  $\phi_x$ 는 슬라이딩하는 표면의 거칠기로 인한 추가적 유동을 고려한 factor임으로  $h/\sigma$ 가 증가함에 따라  $Ku$  값에 관계없이  $\phi_x$ 는 점근적으로 영(0)에 가까워짐

을 알 수 있다. 이것은 유막 두께가 증가하면 거칠기의 영향은 감소하며 매끈한 표면의 윤활 특성과 유사해지는 것을 의미한다.  $h/\sigma$ 가 감소함에 따라 돌기들에

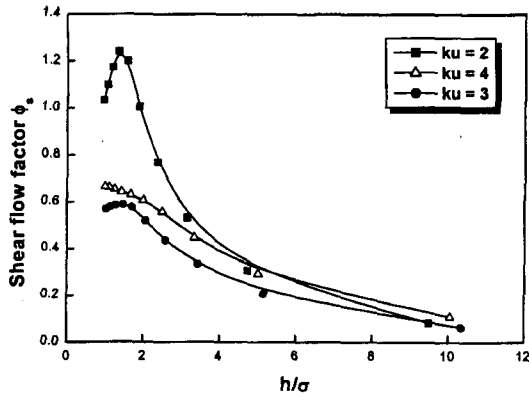


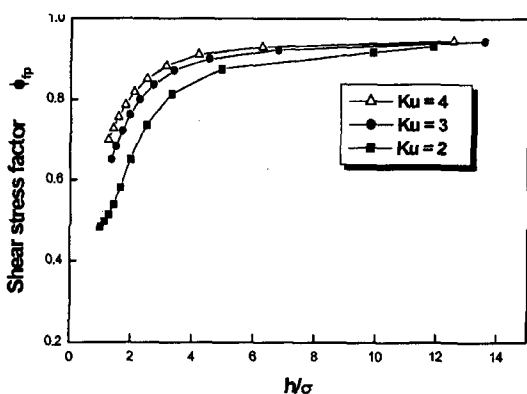
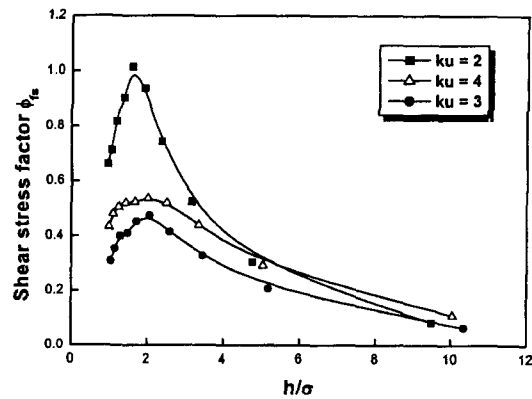
Fig. 6. Shear flow factors for different kurtosis values.

의해  $\phi_s$ 가 어느 지점까지 증가하다가 급격히 감소하는 경향을 보이는데 이것은 혼합 유향 영역에서 접촉 경계조건에 의해 접촉점에서는 유동이 없기 때문에  $\phi_s$ 가 감소하는 경향을 보인다.  $Ku=2$ 가 가장 큰  $\phi_s$ 값을 가지는데 이는  $K=2$ 인 경우가 돌기 반경이 가장 크므로 돌기들에 의해 이송되는 유량이 많기 때문이다.

Shear stress factors  $\phi_{ps}$ ,  $\phi_s$ 는  $\phi_s$ ,  $\phi_s$ 에 사용된 모델 베어링을 이용하여 수치적으로 구해진다.  $\phi_{ps}$ 는  $\phi_s$ 와 유사한 경향을 보이고,  $\phi_s$ 는  $\phi_s$ 와 유사한 경향을 보인다.

Fig. 7의  $\phi_{ps}$ 는  $\phi_s$ 와 유사하게  $Ku$ 값에 상관없이  $h/\sigma$ 가 증가함에 따라서 거칠기 효과가 줄어들고, 1에 접근적으로 가까워진다. 이때, 식(5)와 식(14)를 비교해 보면  $\phi_{ps}$ 는  $h/\sigma$ 와  $\partial p/\partial x$ 의 상관 관계를 가지지만  $\phi_{ps}$ 는  $h/\sigma$ 와  $\partial p/\partial x$ 의 상관 관계를 가지므로  $\phi_{ps}$ 는  $\phi_s$ 보다  $Ku$ 값에 따른 변화가 작음을 보여준다.

Fig. 8의  $\phi_{ps}$ 는  $\phi_s$ 와 유사하게  $h/\sigma$ 가 증가함에 따라

Fig. 7. Shear stress factors  $\phi_{ps}$  for different kurtosis values.Fig. 8. Shear stress factors  $\phi_s$  for different kurtosis values.

서 영(0)에 가까워지고,  $h/\sigma$ 가 감소함에 따라 어느 지점까지  $\phi_s$ 가 증가하다가 급격히 감소하는 것은 접촉 돌기 수가 증가함에 따라 접촉점에서 유동이 발생하지 않기 때문이다.  $\phi_s$ 도 거칠기에 대한 함수이므로 돌기 반경이 가장 큰  $Ku=2$ 인 경우에 가장 큰 값을 가진다.

Fig. 9(a)-(c)는 기존의 Patir & Cheng이 제시한 강체(Rigid body)에 대한  $\phi_s$ 와 탄성 변형을 고려한  $\phi_s$ 를 비교한 결과이다. 탄성 변형을 고려한 경우 전체 유막 두께( $h_r$ )에 탄성 변형량( $u$ )이 고려되어짐으로 유량이 증가하고 따라서 접촉후에  $\phi_s$ 의 값은 증가하는 경향을 보인다. Fig. 9(a)의  $Ku=2$ 인 경우는  $Ku=3.4$ 인 경우보다 상대적으로 돌기들이 중심선을 기준으로 아래에 분포하고 있음으로 돌기 접촉이 늦게 발생하고 돌기의 접촉에 의한 탄성 변형량이 상대적으로 작기 때문에 값의 변화도 가장 작다. Fig. 9(c)의  $Ku=4$ 인 경우는 돌기의 반경이 가장 작고 뾰족함으로 탄성 변형량도 가장 많아서 탄성 변형량에 의한  $\phi_s$ 의 변화도 가장 크게 나타남을 알 수 있다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 average flow model을 이용하여 kurtosis에 따른 flow factors의 변화를 살펴보고, 탄성 변형을 고려한 pressure flow factor를 기존의 강체에 대한 결과와 비교해 보았다. 본 연구의 결론은 다음과 같다.

1. 돌기 접촉이 발생하는 혼합 유향 영역에서는 kurtosis( $Ku$ )가 커짐에 따라서 pressure flow factor( $\phi_s$ )가 커지는 경향을 보이며,  $h/\sigma$ 가 커짐에 따라  $Ku$ 값에 관

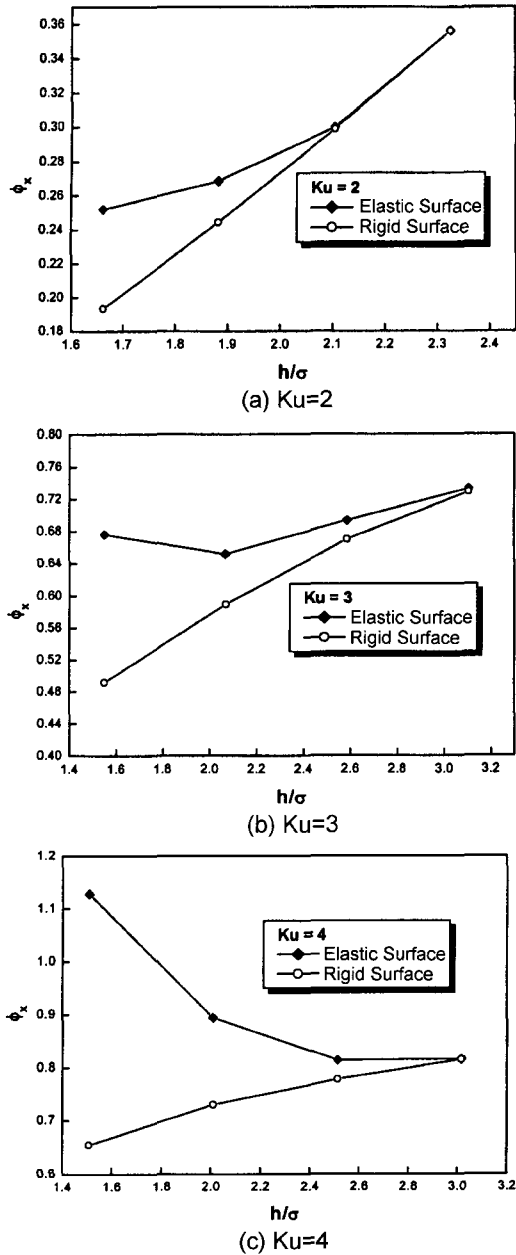


Fig. 9. Pressure Flow Factors for Rigid & Elastic surfaces [Ku=2,3,4].

계없이 들기의 영향은 줄어들고 1에 점근적으로 가까워진다.

2. 혼합 윤활 영역에서 shear flow factors( $\phi_s$ )는  $Ku = 2$ 인 경우에 가장 큰 값을 가지고,  $h/\sigma$ 가 작아짐에 따라서  $Ku$  값에 관계없이 증가하다가 돌기 접촉수의 증

가에 따라 감소하는 경향을 보인다.

3. shear stress factor( $\phi_p$ )는 pressure flow factor( $\phi_x$ )와 유사한 경향을 보이고, shear stress factor( $\phi_s$ )는 shear flow factor( $\phi_s$ )와 유사한 경향을 보인다.

4. 탄성 변형을 고려해서 구해진 pressure flow factor( $\phi_x$ )는 돌기 접촉 압력에 의한 탄성 변형에 의해서 유량이 증가하고 강체에서 구해진  $\phi_x$ 보다 혼합 윤활 영역에서 큰 값을 가진다.

### 기호 설명

- $d$  : Rigid body displacement
- $E$  : Expectancy operator
- $h$  : Nominal film thickness (compliance)
- $h_r$  : Local film thickness
- $\bar{h}_r$  : Average gap
- $Ku$  : Kurtosis
- $\bar{p}$  : Hydrodynamic pressure
- $\bar{p}$  : Mean hydrodynamic pressure
- $\bar{q}_x, \bar{q}_y$  : Mean unit flows
- $u_1, u_2$  : Elastic deformation on surfaces
- $U_1, U_2$  : Velocity (x direction) of surfaces
- $\delta_1, \delta_2$  : Roughness amplitudes of surfaces measured from their mean levels
- $\gamma$  :  $\frac{\lambda_x}{\lambda_y}$  surface pattern parameter
- $\lambda$  : Delay length
- $\sigma$  : Standard deviations of combined roughness
- $\bar{\tau}$  : average hydrodynamic shear stress
- $\phi_x, \phi_y$  : Pressure flow factors
- $\phi_s$  : Shear flow factor
- $\phi_p, \phi_s$  : Shear stress factors

### 참고문헌

1. Tzeng, S.T., and Saibel "Surface Roughness Effect on Slider Bearing Lubrication," ASLE, Trans, Vol 10, pp. 334, 1967.
2. Patir, N. and Cheng, H. S. "An average Flow Model for Determining Effects of Three-Dimensional Roughness on Partial hydrodynamic Lubrication," ASME, J. Lubri. Tech. Vol 100, pp. 12-17, 1978.
3. Patir, N. and Cheng, H. S. "Application of Average Flow Model to Lubrication Between Rough Sliding Surfaces," ASME, J. Lubri. Tech. Vol 101, pp. 220-

- 230, 1979.
4. J. L. Teal and A.O. Lebeck "An Evaluation of the Average Flow Model[1] for Surface Roughness Effects in Lubrication," ASME, Journal of Tribology, Vol 102, pp. 360-367, 1980.
  5. L. Lunde and K. Tonder "Pressure and Shear Flow in a Rough Hydrodynamic Bearing, Flow Factor Calculation," ASME, Journal of Tribology, Vol 119, pp. 549-555, 1997.
  6. Ren, N., and Lee, S. C., "Contact Simulation of 3-Dimensional Rough Surfaces Using Moving Grid Method." ASME, Journal of Tribology, Vol. 115, Oct., pp. 597-60, 1993.
  7. Ren, N., and Lee, S. C., "The Effects of Surface Roughness and Topography on the Contact Behavior of Elastic Bodies." ASME, Journal of Tribology, Vol. 116, pp.804-811, 1994.
  8. Patir, N., "Effects of Surface Roughness on Partial Film Lubrication Using an Average Flow Model Based on Numerical Simulation," PhD thesis, Northwestern University, Evanston, Ill., 1978.
  9. Hamrock, B. J. "Fundamentals of Fluid Film Lubrication," McGRAW-HILL, 1994.
  10. Nayak, P. R., 1971, "Random Pressure Model of Rough Surfaces," ASME Journal of Lubrication Technology, Vol. 93, pp.398-407.
  11. Patir, N., 1978, "A Numerical Procedure for Random Generation of Rough Surfaces," Wear, Vol. 47, pp.263-277.
  12. 강민호, 김태완, 구영필, 조용주, 2000, "Kurtosis 변화에 따른 Pressure Flow factor에 관한 연구," 윤활학회, 제31회 춘계학술대회 논문집, pp. 243-250.