

고정된 공간 축 샘플링 간격을 적용한 뜯는 현악기의 현에 관한 물리적 모델링

Physical Modeling of Plucked String Based on Fixed Spatial Sampling Interval

강명수*, 김규년*
(Myung-Soo Kang*, Kyoo-Nyun Kim*)

*울산대학교 컴퓨터 정보통신공학부

(접수일자: 2000년 4월 17일; 수정일자: 2000년 11월 7일; 채택일자: 2000년 12월 13일)

뜯는 현악기의 물리적 모델에서는 선형 시스템에 의해 현을 따라 이동하는 파동이 모델링 된다. 현재 양질의 악기 음 합성을 위해 사용되는 물리적 모델링 방법은 J. O. Smith가 제안한 디지털 도파관[1] 이론을 기초로 한다. J. O. Smith는 디지털 도파관 모델을 유도하기 위해 파동 방정식의 해를 이용했으며, 시간 변수를 기준으로 한 모델을 유도했다. 본 논문에서는 기존의 이론에 파동 방정식의 공간 변수도 고려해 악기를 모델링 함으로써 기존의 디지털 도파관 모델을 변형한 새로운 모델을 제시하였다. 새로운 악기 모델에서는 파동의 속도에 관계없이 공간 변수의 샘플링 간격을 일정하게 유지한 상태에서 시간 변수의 변화에 따른 파동의 이동을 묘사할 수 있도록 하였다. 이렇게 함으로써 새로운 악기 모델은 악기의 물리적인 움직임을 더 정확히 묘사할 수 있으며, 결과적으로 더 좋은 음질의 뜯는 현악기 음을 합성할 수 있다.

핵심용어: 컴퓨터음악, 현악기모델링, 음 합성, 디지털 도파관, 물리적 모델링, 공간 축 샘플링간격

투고분야: 음악음향 및 음향심리 분야 (8.1)

In physical modeling of plucked string instruments, the vibration of a string is typically simulated by the linear system. Currently the Digital Waveguides of J.O.Smith[1] are widely used to get a high quality sound of the plucked string instrument. He used the wave equation to derive the Digital Waveguides and emphasized the time variable. In this thesis, new model of plucked string is proposed to improve the sound quality emphasizing the spatial variable of the wave equation. In our model, we used the fixed sampling interval which is not dependent on the speed of the wave. So we could get more detailed description of wave movement by the time variable. As a result, the new model could produce a higher quality sound of plucked string instrument.

Key words: Computer music, Plucked string, Sound synthesis, Digital waveguides, Physical modeling, Spatial sampling interval

Subject classification: Musical acoustics and psychoacoustics (8.1)

I. 서 론

현재 사용되고 있는 신시사이저에는 주파수 변조기법(FM)과 Wavetable 합성 기법을 중심으로 여러 가지 음 합성 기술이 이용되고 있다. 또 Wavetable 합성과 FM 방식의 단점을 보완하는 여러 가지 연구가 이루어지고 있다. 그 중에서 물리적 모델링은 현재의 음 합성 기술의 단점을 보완하는 좋은 기술로 인식되고 있다.

물리적 모델링은 1992년 J. O. Smith에 의해 뜯는 현에 대한 디지털 도파관[1] 이론이 만들어진 후 현악기, 관악기, 타악기 등 다양한 악기에 대해 적용되고 있다. 물리적 모델링에서는 악기의 물리적 현상을 관찰한 후, 이를 묘사하는 디지털 시스템을 구현해 악기음을 합성한다. 이때 합성음의 음질은 시스템이 악기의 물리적인 현상을 얼마나 정확히 묘사했는가에 의해 결정된다.

본 논문에서는 기존의 디지털 도파관 이론을 보완함으로써 합성음의 음질을 높이는 방법을 제안하고자 한다. J. O. Smith의 디지털 도파관 이론은 양끝이 고정된 현에 대한 파동 방정식의 해를 이용해 유도되었다[1]. 그러나 이 모델은 디지털화 과정에서 두 개의 파동 방정식 변수(시간, 공간) 중에서 시간 변수를 중심으로 모델을 구성

책임저자: 강명수 (akvo@cic.ulsan.ac.kr)
680-749 울산광역시 남구 부곡 2동 산 29 울산대학교
컴퓨터 정보통신공학부
(전화: 052-259-2217; 팩스: 052-259-1687)

함으로서 공간 변수에 대해서는 충분히 고려되지 않은 모델이라고 할 수 있다. 따라서 기존의 디지털 도파관 모델에서 공간 변수가 합성음의 음질에 미치는 영향을 연구하고 이를 보완해야 할 필요가 있다.

2장에서는 J. O. Smith의 디지털 도파관 이론의 개괄을, 3장에서는 이 디지털 도파관 이론의 문제점을 알아보고 이를 해결하기 위해 공간 변수를 모델에 적용하는 모티브를 제시한다. 4장에서 공간 변수를 적용한 새로운 모델을 제안, 실제 음합성을 위한 구현 방법을 보이고, 5장에서는 기존의 모델과 새로운 모델을 적용한 음 합성 결과를 비교한다.

II. 디지털 도파관을 적용한 음 합성 모델

2.1. 디지털 도파관

디지털 도파관 모델은 파동 방정식으로부터 유도된다. 정확한 현의 모델을 얻기 위해서 현의 특성을 묘사하는 물리적 파라미터들을 식 (1)로 정의한다.

K = 장력 (*string tension*)

ϵ = 단위질량 (*linear mass density*)

$c = \sqrt{K/\epsilon}$ = 파동의속도 (*wave speed*)

$y = y(t, x)$ 상하위치 (*string displacement*)

단, x 공간변수, t 시간변수

$y' = \frac{d}{dx} y(t, x)$ = 기울기 (*string slope*)

$y'' = \frac{d^2}{dx^2} y(t, x)$ = 곡률 (*string curvature*)

$\dot{y} = \frac{d}{dt} y(t, x)$ = 상하속도 (*string velocity*)

$\ddot{y} = \frac{d^2}{dt^2} y(t, x)$ = 상하가속도 (*string acceleration*) (1)

파동 방정식은 식 (1)을 이용하면 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\epsilon \ddot{y} = Ky'' \quad (2)$$

식 (2)의 우변은 “장력×곡률”을, 좌변은 현의 복원력을 의미한다. 그리고 이 식을 “힘 = 질량×가속도”라고 해석하면, 뉴턴의 법칙과 같은 의미를 지닌다. 양끝이 고정된 현이 가지는 물리적인 가설들을 적용 시켜 식 (2)의 해를 구하면 식 (3)이 구해진다[1][2].

$$y(x, t) = y_r(x - ct) + y_l(x + ct) \quad (3)$$

식 (3)은 양끝이 고정된 현에 대한 파동 방정식의 해이며 y_r 은 오른쪽으로 이동하는 파동을 y_l 은 왼쪽으로 이동하는 파동을 나타낸다. 식 (3)은 공간 변수를 중심으로

유도된 식이며 시간 변수를 중심으로 한 식으로 바꿔 표현하면 식 (4)를 얻는다.

$$y(t, x) = y_r(t - x/c) + y_l(t + x/c) \quad (4)$$

식 (4)의 주파수가 샘플링 속도의 반으로 대역 제한되었다는 가정을 한다면, 식 (4)로부터 파동의 손실없이 신호를 샘플링 할 수 있다. 즉, t 의 인덱스를 n 으로 하고, x 의 인덱스를 m 으로 하면, $X = cT$ 인 경우 (4)는 다음과 같이 고쳐 쓸 수 있다[1][7].

$$y(t_n, x_m) = y_r[(n-m)T] + y_l[(n+m)T] \quad (5)$$

이 때 T 는 샘플링 시간 간격이고, X 는 샘플링시의 공간 간격이다. n 은 시간과, m 은 위치와 관련된 변수이다. y_r 과 y_l 은 시간의 함수로 표현되므로 샘플링은 T 를 시간 간격으로 한 이산 시간에 이루어진다. 식 (5)에서 T 가 n, m 모두에 곱해진다는 사실을 이용하여 식을 좀더 간단히 할 수 있다.

$$y^+(n) = y_r(nT)$$

$$y^-(n) = y_l(nT) \quad (6)$$

으로 정의한다. 식 (6)에서 보는 것처럼 y^+ 는 오른쪽으로 움직이는 신호이고, y^- 는 왼쪽으로 움직이는 신호이다. 식 (6)을 이용해 식 (5)를 다시 쓰면 식 (7)이 유도된다.

$$y(t_n, x_m) = y^+(n-m) + y^-(n+m) \quad (7)$$

식 (7)에서 $y_r[(n-m)T] = y^+(n-m)$ 은 입력 $y^+(n)$ 에 대해 m 만큼 지연된 신호라고 생각할 수 있다. $y^+(n)$ 이 오른쪽으로 이동하는 신호이므로 $y^+(n-m)$ 은 $y^+(n)$ 이 오른쪽으로 m 만큼 지연된 신호로 인식하면 되는 것이다. 마찬가지로 $y^-(n+m)$ 은 $y^-(n)$ 이 왼쪽으로 움직이는 파동이므로 입력 $y^-(n)$ 에 대해 왼쪽으로 m 만큼 지연된 신호라고 생각할 수 있다[1].

식 (7)에서 m 이 k 만큼 증가한다면 kT 의 시간 지연을 의미한다. 이 때 X 의 위치는 kcT 만큼 변한다. 따라서 식 (7)은 그림 1과 같이 상, 하 두개의 지연 라인(delay line)을 이용해 나타내어진다. 초기 입력이 주어진다면, 임의의 위치에서 신호를 샘플링 하기 위해서는 단순히 위쪽 지연 라인과 아래쪽 지연 라인의 신호를 더하면 된다[1].

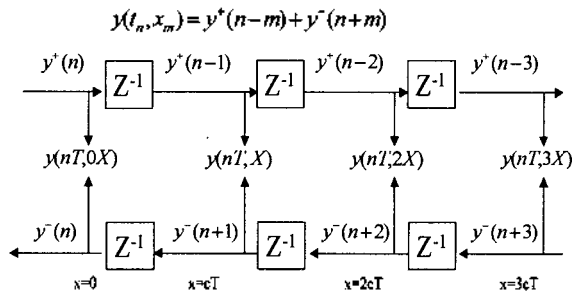


그림 1. 현의 무 손실 디지털 도파관
Fig. 1. Lossless digital waveguide of string.

그림 2는 시간에 따른 파동의 움직임 $[y^+(n-m), y^-(n+m)$ -점선]과 현의 모양 $[y(x,t)$ -실선]이다. 그림 2에서 두개의 점선은 그림 1의 상하 지연 라인의 값을 의미하고, 출력을 얻기 위해 임의의 점에서 두 파동의 합을 구하면 된다.

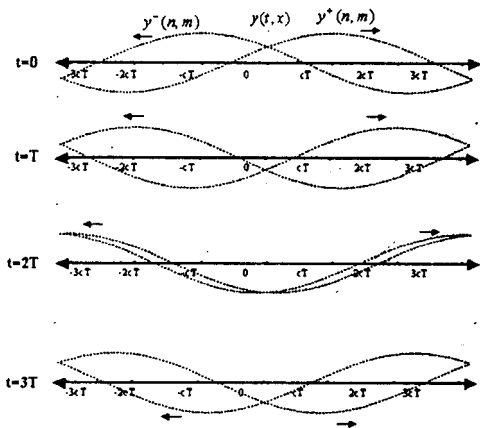


그림 2. 파동의 움직임과 현의 모양
Fig. 2. Wave propagation and string shape.

2.2. 손실이 고려된 1차 파동 방정식

실제 현에서의 파동은 공기 저항이나 마찰 등 여러 가지 물리적 요인에 의해 신호가 감쇄한다. 그림 1의 현 모델은 이러한 신호 감쇄 현상을 고려하지 않은 이상적인 모델이었다. 그러나 보다 정확히 현의 움직임을 모델링 하기 위해서는 감쇄 현상을 악기 모델에 포함시켜야 한다.

실제 악기에서는 주파수에 따라 감쇄율이 다르다[5]. 여기서는 우선 주파수 성분에 관계없이 감쇄율이 동일한 모델을 고려해 본다. 예를 들어 식 (2)에서 현의 복원력은 상하속도에 직접적인 영향을 받으므로 식 (2)를 다음과 같이 쓸 수 있다[1].

$$K y'' = \epsilon \ddot{y} + \mu \dot{y} \tag{8}$$

위의 식 (8)은 신호의 감쇄가 고려된 파동 방정식이다. 식 (8)에서 \dot{y} 은 상하 속도이고 μ 는 상하속도가 복원력에 미치는 영향의 정도를 나타내는 임의의 상수이다. 식 (8)의 해를 구하면 식 (9)를 유도할 수 있다[1].

$$y(t, x) = e^{-(\mu/2\epsilon)x/c} y_1(t - x/c) + e^{(\mu/2\epsilon)x/c} y_2(t + x/c) \tag{9}$$

식 (9)는 좌우로 움직이는 파동이 일정 비율로 감쇄하고 있음을 보여준다.

식 (10)은 식 (9)를 이산시간으로 표현한 것이다.

$$y(t_n, x_m) = g^m y^+(n-m) + g^{-m} y^-(n+m) \quad (g = e^{-\mu T/2\epsilon c}) \tag{10}$$

식 (10)에서 각 지연마다 g 가 곱해지고 있다. 이는 각 지연마다의 신호 손실을 의미하며 보다 자연스러운 음을 합성할 수 있도록 해 준다. 그런데 각 지연마다 곱셈연산이 수행되므로 비효율적인 면을 가지고 있다. 이러한 비효율성은 손실을 통합계산 함으로써 해결할 수 있다. 식 (10)을 모델화 해 샘플링 할 경우 모델 전체의 지연 라인에서 정확한 파동의 값을 가지고 있을 필요는 없다. 그림 3의 모델에서처럼 단지 샘플링 시점에서 정확한 샘플 값을 계산할 수 있다면 연산 횟수를 줄이면서 샘플링 시점에서 정확한 파동의 형태를 알 수 있을 것이다[1].

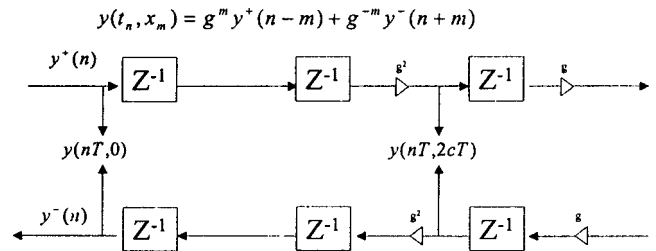


그림 3. 손실을 통합한 현 모델
Fig. 3. Digital waveguide with consolidating losses.

2.3. 주파수에 따른 신호 감쇄

그림 3의 손실 모델과는 달리 실제 악기에서의 실제 파동의 손실은 주파수 특성에 의존적이다[5]. 그리고 현악기의 줄바침 (bridge)과 조리개 (nut)에서 가장 큰 손실이 일어나며, 줄바침과 조리개에서는 악기 몸체의 공명 특성이 파동의 손실에 영향을 미친다. 따라서 그림 3에서처럼 단순히 일정 값을 곱하는 것으로는 주파수에 의존적인 감쇄율을 표현하지 못한다. g 를 곱하는 대신 감쇄 특성을 고려한 디지털 필터를 사용하면 음질을 개선할 수 있다. 여기에는 필터는 주로 저역통과 필터가 이용되고, 예를 들어 1차 저역 통과 필터인

$$G(z) = b_0 + b_1 z^{-1} \tag{11}$$

을 사용하면, 세부적인 주파수 반응 특성을 묘사하지는 못하지만, 어느 정도의 주파수 의존적인 감쇄 특성을 묘사할 수 있다[1].

2.4. 원전 고정된 현의 양 끝

그림 4는 악기 몸체에 고정된 현의 양끝에서의 신호 반사를 표현한 것이다. 파동 방정식의 해를 구할 때 현의 양끝이 완전히 고정되었다는 가정에 따라 두 가지 경계 조건[2]을 적용시켰으며 식 (12)와 같다.

$$y(t,0) = 0 \quad y(t,L) = 0 \tag{12}$$

식 (12)을 식 (4)~식 (7)에 대입하면,

$$y(t,0) = y_r(t) + y_l(t) = 0,$$

$$y(t,L) = y_r(t-L/c) + y_l(t+L/c) = 0 \text{ 이고}$$

앞에서 $t_n = nT, x_m = mX, X = cT$ 였던 사실을 고려해 다음의 식을 얻는다.

$$y^+(n) = -y^-(n) \\ y^-(n+N/2) = -y^+(n-N/2) \text{ 단, } N = 2L/X \tag{13}$$

이 식을 적용시켜 그림 4를 얻을 수 있다.

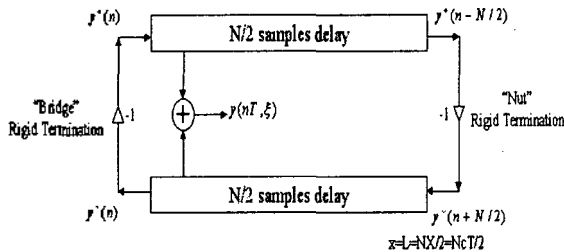


그림 4. 양끝이 고정된 현 모델
Fig. 4. The rigidly terminated ideal string.

그림 4의 경우는 가장 단순한 모델이고, 실제 악기에서는 줄바침과 조리개에서도 현이 조금씩 움직일 수 있으며, 현의 양끝에서도 신호의 변형 및 감쇄 현상이 발생한다. 따라서 정확한 악기 음을 합성하기 위해, 줄바침과 조리개를 묘사하는 이산 시간 필터가 필요하다.

지금까지 살펴본 악기 모델에서 음의 감쇄를 표현하기 위해 식 (11), 식 (13) 두 개의 필터를 사용했다. 지금처럼 식 (11), 식 (13)의 필터를 사용하더라도, 원하는 피치의 음을 얻을 수 있다. 하지만 여기에 사용된 이산 시간 필터는 악기의 음질을 결정하는 중요한 요소이므로 고음질의 합성음을 만들기 위해서는 각각의 악기 특성을 고려하여 디자인 해야한다.

III. 디지털 도파관의 문제점 및 해결 방법

3.1. 뜯는 현악기의 연주 방법과 음색

그림 5는 기타의 현을 나타낸 것이며 평균율로 조율된 상태이다. 기타와 같은 악기에서 음을 연주할 때 같은 피치의 음을 연주할 수 있는 여러 가지 방법이 존재한다. 예를 들어 B4음을 연주하기 위해서는 개방현 상태의 2번 현을 튕기거나 3번 현에서 코드를 잡아 (현을 짧게 해서) B4음을 연주할 수 있다. 이런 경우 같은 피치의 B4음이지만 서로 다른 음색을 낸다.

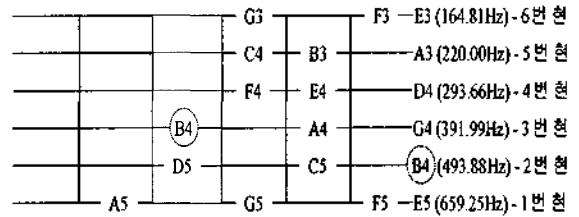


그림 5. 기타의 조율 상태 (평균율)
Fig. 5. Tune of guitar instrument (equal tempering).

따라서 음 합성 모델은 서로 다른 현의 길이 및 음색을 표현할 수 있는 방법을 제공해야 한다. 하지만 지연의 수가 샘플링 비율과 합성음의 주파수에 의해 결정되는 디지털 도파관을 적용한 모델에서는 이러한 차이를 모델링 하지 못한다.

$$\text{지연의 수} = \frac{\text{SamplingRate}}{\text{Frequency}} \tag{14}$$

디지털 도파관을 적용해 음을 합성할 때 사용되는 지연의 수는 식 (14)에 의해 구해지며, 표 1과 같다. 표 1의 지연 값은 샘플링 비율을 44100으로 계산한 결과이다.

표 1. 음 합성에 사용되는 지연의 수
Table 1. Number of delays on sound synthesis.

	3 octave	4 octave	5 octave
C	-	168.56	84.28
C#	-	159.10	81.01
D	-	150.17	75.09
D#	-	141.74	70.87
E	267.58	133.79	66.89
F	252.56	126.28	63.14
F#	238.38	119.19	59.60
G	225.00	112.50	56.25
G#	212.38	106.19	53.09
A	200.45	100.23	50.11
A#	189.21	94.60	47.30
B	178.59	89.29	44.65

표에서 보는 것처럼 디지털 도파관을 적용해 B4음을 합성하기 위해서는 89.29개의 지연을 사용하며 이 지연 수는 2번 현에서든 3번 현에서든 마찬가지이다.

3.2. 디지털 도파관에서 현 모델링 방법 ,

$$y(t, x) = y_r(t - x/c) + y_l(t + x/c) \tag{4}$$

$$y(t_n, x_m) = y^+(n - m) + y^-(n + m) \tag{7}$$

식 (4)에 $X=cT$ 를 대입시켜 디지털 영역으로 바꾼 것이 식 (7)이다. 식 (7)에서 시간 영역에서의 샘플링은 T 시간마다 이루어진다. 그리고 공간 영역에서의 샘플링은 $X(=cT)$ 간격으로 이루어진다. 이때 샘플링 비율 $(1/T)$ 이 상수 값이므로 X 는 각 현의 파동의 속도에 의해 결정된다. 파동의 속도가 빠르면 공간 축 샘플링 간격 X 도 커지고, 파동의 속도가 느려지면 X 는 작아진다.

그림 6은 파동의 속도와 공간 축 샘플링 간격과의 관계를 나타낸다. 그림 6에서 a), b)는 모두 길이가 L 인 현을 나타내며 a)현에서의 파동의 속도는 C 이고 b)현에서의 파동의 속도는 $2C$ 이다. 이때 a)현에서의 공간 축 샘플링 간격은 X , b)현에서의 공간 축 샘플링 간격은 $2X$ 이며 이것은 파동 속도의 차에 의해 결정된다. c)현은 파동의 속도가 C 이고, 현의 중간을 손으로 눌러 현의 길이가 $L/2$ 로 짧아진 경우를 나타낸다. c)현의 경우 디지털영역에서의 표현은 b)현과 동일하며 합성음의 주파수도 둘 다 $2F$ 이다. 이처럼 디지털 도파관에서는 길이 및 파동의 속도 등 서로 다른 현의 상태를 그대로 디지털 영역에 반영하지 못한다. 또 그림 6의 b)를 a), c)와 비교해 보면 현에서의 파동의 속도가 빠르기 때문에 공간 축 샘플링 간격도 넓어졌다. 시간 축에서 샘플링 주기를 짧게 하면 더 정확한 신호를 얻을 수 있는 것처럼 공간 축에서도 샘플링 간격을 짧게 해야 더 정확한 신호를 얻을 수 있다. 더욱이 음 합성 시 서로 다른 공간 축 샘플링 간격을 적용한다면 합성음의 음질에 대한 어떠한 보장도 하지 못하게 된다. 따라서 일정수준의 음질을 보장하는 공간 축 샘플링 간격을 결정하고 모든 음에 대해 동일하게 적용시켜야 한다.

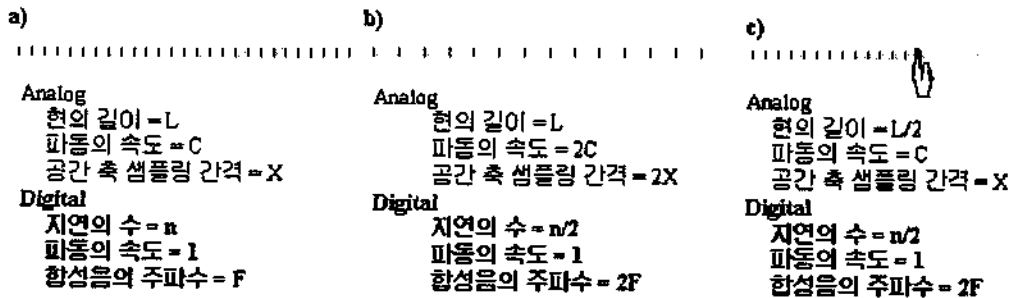


그림 6. 파동의 속도 'C'와 공간 축 샘플링 간격 'X'
Fig .6. Wave speed 'C' and spatial sampling interval 'X'.

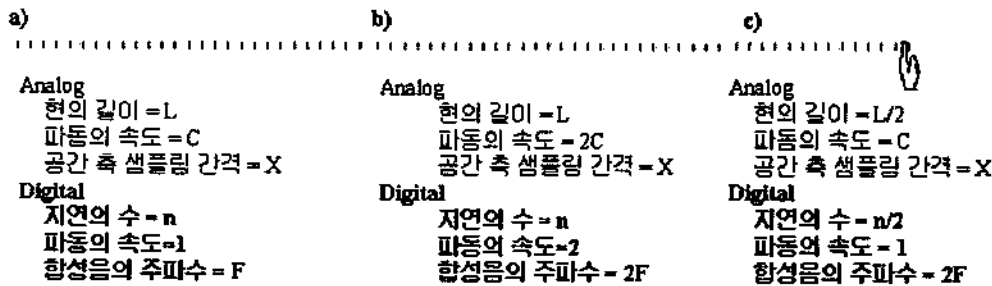


그림 7. 고정된 공간 축 샘플링 간격
Fig. 7. Fixed spatial sampling interval.

3.3. 해결 방법

그림 6은 아날로그 영역에서 그림 7과 동일하다. 하지만 그림 7의 a), b), c)에서 공간 축 샘플링 간격을 파동의 속도와 상관없이 X로 고정 시켰다.

그림 7에서는 아날로그 영역의 현의 특징들이 그대로 디지털 영역에 반영된다. b)에서 아날로그 영역에서 파동의 속도가 2C이므로 디지털 영역에서 파동의 속도는 2이고, c)에서 현의 길이가 L/2이므로 디지털 영역에서 지연의 수가 n/2이다. 따라서 그림 7처럼 현을 모델링 하던 디지털 도파관을 이용해 표현하지 못하는 현의 상태 (즉 그림 6의 b와 c를 구분할 수 없었던 점)를 묘사 할 수 있다.

IV. 공간 변수를 기준으로 한 디지털 도파관 (Digital Waveguide)

4.1. 고정된 샘플링 공간 간격

공간 변수의 샘플링 간격 X가 상수일 경우를 생각해 보자. T는 샘플링 주기를 나타내는 상수이고 식 (15)와 같은 관계를 가질 때 k값 역시 속도를 나타내는 상수이다.

$$X = kT \tag{15}$$

식 (3)에 식 (15)를 적용해 하면 식 (16)을 얻는다.

$$\begin{aligned} y(x, t) &= y_r(x - ct) + y_l(x + ct) \\ y(x_m, t_n) &= y_r(mX - cnT) + y_l(mX + cnT) \\ y(x_m, t_n) &= y_r(mX - cnX/k) + y_l(mX + cnX/k) \\ y(x_m, t_n) &= y_r[(m - cn/k)X] + y_l[(m + cn/k)X] \\ y(x_m, t_{nk/c}) &= y_r[(m - n)X] + y_l[(m + n)X] \end{aligned} \tag{16}$$

식 (16)을 좀더 간단히 표현하기 위해 (17)을 정의하면 식 (18)이 성립한다.

$$\begin{aligned} y^+(m) &= y_r(mX) \\ y^-(m) &= y_l(mX) \end{aligned} \tag{17}$$

$$y(x_m, t_{nk/c}) = y^+(m - n) + y^-(m + n) \tag{18}$$

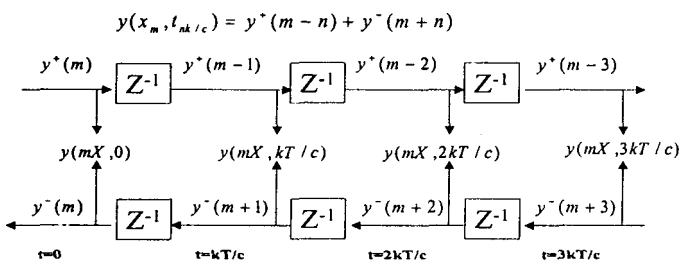


그림 8. 공간 변수를 기준으로 하는 현의 디지털 도파관
Fig. 8. Digital waveguide of string from spatial variable.

식 (18)은 그림 8처럼 나타낼 수 있다. 그림 8에서 y^+ 와 y^- 는 공간변수 x 에 대한 함수이다. 함수에서 한번의 신호 지연은 공간 축에서 X만큼의 신호가 이동함을 의미하고, 이때 kT/c 의 시간이 소요된다.

4.2. 손실이 고려된 모델

2장에서 파동 방정식으로부터 손실이 고려된 모델이 제시되었다. 손실이 고려된 악기 모델을 사용하면 실제 악기에서의 파동의 감쇄 효과를 반영시킴으로써 보다 자연스런 음을 합성 할 수 있다.

2장의 파동 모델은 4.1절에서 유도된 모델에도 적용 가능하다. 식 (8)은 파동방정식에 신호의 감쇄를 고려한 식이고 2장에서 이마 식 (8)로부터 식 (19)를 유도했다.

$$y(x, t) = e^{-(\mu/2c)x} y_r(x - ct) + e^{(\mu/2c)x} y_l(x + ct) \tag{19}$$

식 (19)를 디지털 영역으로 바꾸면 식 (20)이 유도된다.

$$\begin{aligned} y(x_m, t_{nk/c}) &= g^n y^+(m - n) + g^{-n} y^-(m + n) \\ \text{단, } (g &= e^{-\mu T/2c}) \end{aligned} \tag{20}$$

식 (20)은 그림 9와 같은 모델로 나타낼 수 있다. 그림 9는 각 지연마다 발생하는 음 손실을 통합한 모델이다. 이 모델 역시 주파수에 의존적인 감쇄 특성을 나타내는 식 (11)을 적용할 수 있고 줄바침과 조리게에서의 신호 움직임을 고려한 그림 4의 모델에도 그대로 적용 가능하다.

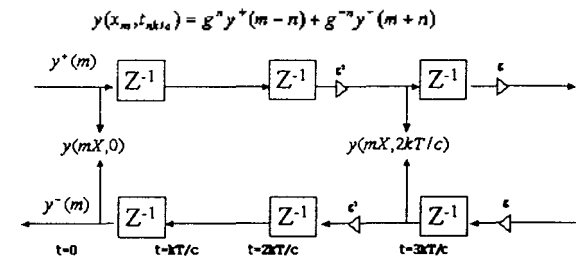


그림 9. 손실을 고려한 현의 디지털 도파관
Fig. 9. Digital waveguide of string with loss.

4.3. 듣는 현악기에 적용

식 (18)을 보면 시간 변수에 대한 샘플링 간격은 kT/c 이다. k 와 T 는 상수이므로 c 에 의해 샘플링 시간 간격이 결정된다. $k=c$ 일 때 샘플링 간격은 $T(=1/\text{SamplingRate})$ 이고 식 (14)에 의해 지연의 수가 결정된다. 이때 디지털 영역에서 파동의 속도는 1이다. 따라서 특징 현을 기준으로 하는 파동의 상대적인 속도를 안다면 음 합성시의 샘플링 시간 간격을 계산 할 수 있다. 그림 1 또는 그림 8 모델에서 정확한 피치의 음을 합성하기 위해서 지연의 수는 정수여야 한다. 따라서 정수의 지연 수를 가지는 음

으로 기준현을 조율하는 것이 편리하다. 표 1에서 보는 것처럼 일반적인 음악의 음역 내에서 G3 (196.00Hz)음이 유일하게 정수 개의 지연을 가지므로 이 논문에서는 225 개의 지연을 사용하였다. 표 2는 지연이 225개 일 때를 기준으로 한 각 현에서의 파동의 상대속도이다. 파동의 상대 속도는 현의 길이가 같으므로 주파수의 비율 또는 지연 수의 비율을 이용해 구할 수 있으며 식 (21)로 표현된다. 식 (21)의 “합성음의 지연 수”는 식 (14)에 의해 계산된다.

$$\text{파동의상대속도}(k/c) = \frac{\text{기준지연수}(225)}{\text{합성음의지연수}} = \frac{\text{합성음의주파수}}{\text{기준주파수}(196\text{Hz})} \quad (21)$$

표 2는 식 (21)에 의해 구해지며 평균음에 의해 조율된 기타에서 파동의 상대 속도 (k/c)이다.

표 2. 기타현에서 파동의 속도와 지연 수
Table 2. Wave speed and number of delays on guitar string.

현	현의 주파수(Hz)	디지털 도파관에서의 지연 수 (그림2:1)	새로운 모델에서의 지연 수(그림8)	상대 속도(k/c)
E3	164.81	267.58	225	0.8409
A3	220.00	200.45	225	1.1224
D4	293.66	150.17	225	1.4983
G4	391.99	112.50	225	1.9999
B4	493.88	89.29	225	2.5198
E5	659.25	66.89	225	3.3635

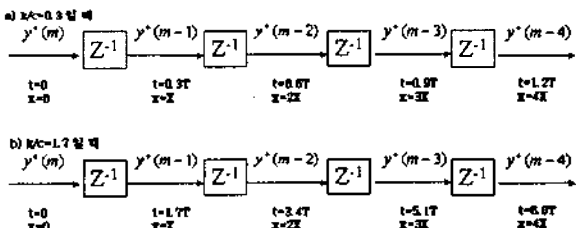


그림 10. 음 합성에서의 내삽
Fig. 10. Interpolation in instrument sound synthesis.

표 2에서 보는 것처럼 파동의 상대 속도가 정수 값이 아니다. 따라서 정확한 샘플링 시간 간격을 지정하기 위해 내삽(interpolation)을 사용해야 한다. 이 논문에서는 기타 현의 특정 부분을 위로 당겼을 때 삼각형을 이룬다는 가정하에 선형 내삽을 사용했다. 예를 들어 그림 10의 지연 라인 상에서 지연을 한번 거치면 신호는 X만큼의 거리를 이동한다. 이때 kT/c의 시간이 필요하며, a)는 k/c가 0.3인 경우이고 b)는 k/c가 1.7인 경우이다. 그런데 시간 축에서 0.3T나 1.7T의 순간의 샘플 값을 얻어와선 안 된다. 음 합성시에는 1T, 2T, 3T,... 순간들, 즉 T의 정수배 시간이 경과한 순간들의 샘플 값들이 필요하기 때문

이다. 그림 10의 a)에서 1T 순간의 샘플을 얻기 위해서는 0.9T 순간의 신호와 1.2T 순간의 신호를 내삽 하면 구할 수 있다. 마찬가지로 b)에서 1T순간의 신호를 얻기 위해서는 0T의 신호와 1.7T의 신호를 내삽하면 된다.

표 2의 상대속도는 개방 현에서의 파동의 상대 속도를 의미한다. 하나의 현에서 여러 가지 음을 합성할 때에는 그 현에서 파동의 속도는 고정시키고 지연 라인의 길이를 변경시켜야 한다. 지연 라인의 길이를 변경시키는 것은 기타를 연주할 때 왼손을 이용해 기타 코드를 잡는 행동을 나타낸다. 이 때 지연 라인의 길이는 주파수의 비율을 이용해 쉽게 구할 수 있다.

$$\text{하나의현에서퍼치변경시지연수} = \frac{\text{현의주파수}}{\text{합성음의주파수}} \times \text{현의지연수} \quad (22)$$

식 (22)는 특정 현에서 음을 합성하기 위해 사용하는 지연수를 계산하는 식이고, 지연의 수를 변경한 후 파동의 속도 c는 표 2의 값을 사용해 음을 합성하면 된다. 표 2를 보면 새로운 모델에서 모든 현의 지연 수는 225이므로 식 (22)에서 “현의 지연 수”는 225이다. 만약 식 (22)에 의해 구해진 값이 정수가 아닐 경우 가장 가까운 정수 값을 선택하고 파동의 속도를 조정함으로써 정확한 피치의 음을 합성할 수 있다. 이때 식 (22)에 의해 구해진 값을 기준 지연 수로 두고 식 (21)에 적용하면 정확한 파동의 속도를 얻을 수 있다. 또 다른 방법으로는 파동의 속도를 변화시키는 대신에 Fractional Delay Filter[4]를 이용해 정수 값이 아닌 지연 수를 처리할 수 있다.

V. 음 합성 결과

여기서는 2장에서 본 디지털 도파관에 의해 합성된 음과 4장에서 유도된 모델간의 음 합성 결과를 비교하였다. 이 장의 음 합성 결과는 두 가지 모델에 대하여 지연 라인의 길이와 디지털 영역에서의 파동 속도만 다르게 하고, 그 이외의 모델에 사용된 필터 및 필터 계수의 값은 동일하다. 그림 11은 두 가지 음 합성 방법에 공통적으로 사용된 기본 악기 모델이다. 음의 감쇄율을 비교하기 위해 출바침과 조리개에 0.999의 저항 값을 주었다. 샘플링 속도를 44100으로 하고 1초와 10초 길이의 음을 합성했으며 이들을 서로 비교하였다.

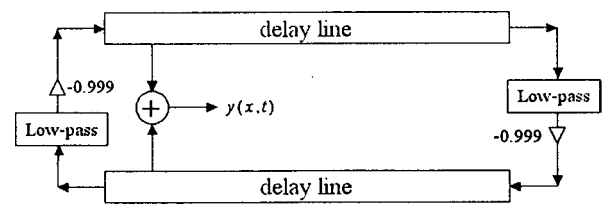


그림 11. 음 합성 모델
Fig. 11. Sound synthesis model.

실험결과 공간 측 샘플링간격이 고려된 그림 8 모델이 몇 가지 면에서 좋은 음질을 만들어 낸다는 것을 확인할 수 있다. 시간 영역에서 봤을 때 합성음의 파형은 시간이 지날수록 특정 주기의 사인파 형태로 변형되는데 새로운 모델에서는 그림 1의 모델에 비해 듣는 현악기 음의 파형을 오랫동안 유지한다. 그리고 그림 8 모델을 이용할 경우 고음 영역에서 시간에 따라 음량 (magnitude)이 급격히 감쇄하는 성질이 보완되어 기존 모델의 단점을 극복하고 있는 것을 보여주었다.

주파수 영역에서 비교해 봤을 때 그림 8의 모델은 그림 1의 모델에 비해 더 풍부한 주파수 성분을 가지고 있다. 이러한 특성들은 저음 영역에서는 차이가 뚜렷하지 않지만 피치가 높아질수록 확연한 차이를 보인다.

5.1. 합성음 평가

물리적 모델링을 통한 악기 음 합성은 결국 음악적인 용도로 사용하기 위한 것이다. 따라서 음악적인 청각능력을 지닌 음악가 집단에 의해서 음질을 평가해야한다. 하지만 본 논문에서 제시한 모델에 의한 합성음은 악기의 현에 국한된 것이므로 음악가들에 의해 평가받기 위해서는 악기 몸체에 관한 모델을 결정한 후 가능하다.

합성음 평가에 대한 또 다른 방법으로 현 모델과 같은 조건을 가지는 실제 현의 음을 녹음하고 비교하는 것을 생각 할 수 있다. 현 모델에서 신호의 감쇄 특성을 적용하기 위해 사용하는 두 개의 디지털 필터는 현의 물리적 특성을 결정하는 중요한 요소이다. 본 논문에서는 기본적인 감쇄특성을 묘사하는 저역 통과 필터를 사용했지만 그것이 현의 특성들은 제대로 묘사하지 못한다. 그렇기 때문에 합성음과 실제 현에서 발생하는 음을 직접 비교하는 방법은 현재의 모델에서는 타당하지 않다고 할 수 있다.

현재 J. O. Smith의 도파관 모델은 여러 가지 음악 음 합성 도구 (Csound, Synthesis Tool Kit 등)에 사용되고 있으며 음악가들이 이를 이용하고 있으므로 본 논문에서는 J. O. Smith의 모델을 이용한 합성음과 우리의 결과를 비교하였다.

비교 방법에 있어서는 시간 영역, 주파수 영역, 사람에 의한 청각적 비교의 세 가지 방법을 사용하였다. 시간 및 주파수 영역에 의한 비교는 본 논문의 5.2와 5.3에 기술 되었다. 청각적인 비교에서는 필터계수를 동일하게 주고 피치가 다른 음들을 합성하고 그러한 음들간에 음색 변화가 발생하는지 살펴보았다. 여기서 필터계수를 동일하게 준다는 것은 같은 성질을 가지는 현을 의미한다. 이때 기존 모델에서는 합성음들간의 음색 변화가 심한 반면 본 논문에서 제시한 모델에서는 음색의 변화가 상대적으로 아주 작았다. 이러한 음색의 변화는 합성음을 들었을 때 누구나 인식할 수 있을 정도로 명확하였다.

5.2. 시간 영역에서의 비교

그림 12와 그림 13은 두 가지 모델에 대한 E3 합성음의 시간영역 그림이다. 그림 12는 그림 1의 모델을 이용

한 것이므로 지연 라인의 길이는 267, 파동의 속도 c 는 1이다. 그림 13은 지연 라인의 길이를 225, 파동의 상대 속도는 0.8409의 경우이다. 저음에서는 두 모델의 지연의 수가 비슷하기 때문에 두 합성음간의 음질 차가 아주 작다.

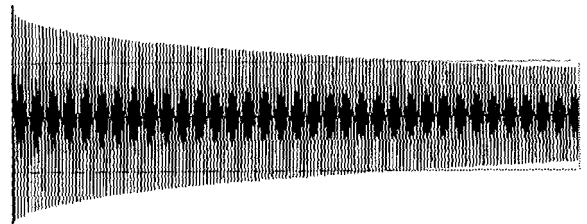


그림 12. E3 시간영역 (그림 1모델)
Fig. 12. E3 time domain (Using Fig. 1).

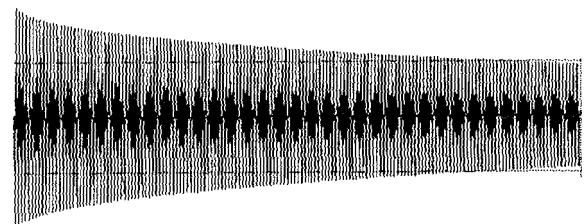


그림 13. E3 시간 영역 (그림 8모델)
Fig. 13. E3 time domain (Using Fig. 8).

그림 14와 그림 15는 E5음에 대한 두 모델간의 비교이다. 그림 14에서 음량 (magnitude)이 더 빨리 감쇄하는 것을 확인할 수 있다.

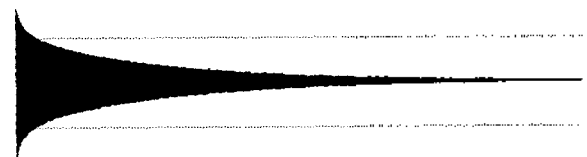


그림 14. E5 시간영역 (그림 1모델)
Fig. 14. E5 time domain (Using Fig. 1).

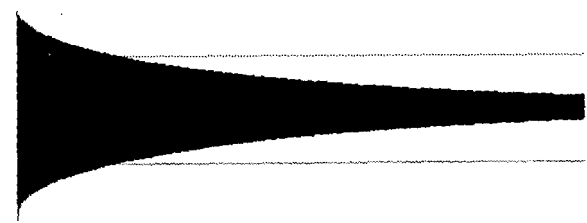


그림 15. E5 시간영역 (그림 8모델)
Fig. 15. E5 time domain (Using Fig. 8).

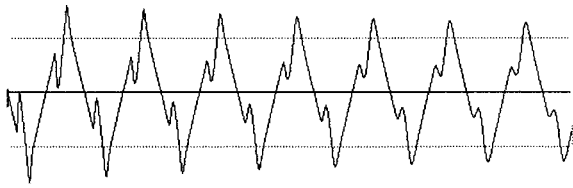


그림 16. E5 시간영역 (그림 1모델)
Fig. 16. E5 time domain (Using Fig. 1).

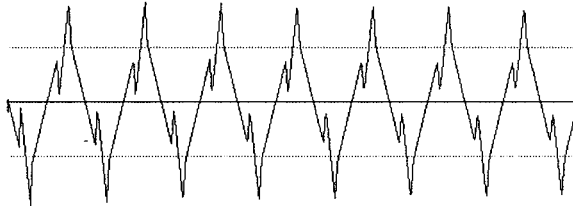


그림 17. E7 시간영역 (그림 8모델)
Fig. 17. E7 time domain (Using Fig. 8).

그림 16과 그림 17은 그림 14와 그림 15를 확대한 그림이다. 두 개 모두 음의 시작 부분이고 파형의 변화 정도를 구별할 수 있다. 그림에서 보는 것과 같은 파형의 변화는 모델에 사용된 저역 통과 필터와 조리개와 줄바침에서 0.999를 곱하기 때문에 발생한다. 그림 8모델을 이용한 경우 뜯는 현악기의 파형을 더 오랫동안 유지하는데 이것은 지연 라인의 길이 차에 의한 것이다. 따라서 그림 12와 그림 13은 지연 라인의 길이가 비슷하기 때문에 파형의 변화 정도도 비슷하다.

5.3. 주파수 영역에서의 비교

그림 18~21은 E3와 E5음에 대한 주파수 영역의 그림이다. 주파수 영역의 그림에서 음의 기본 (fundamental) 주파수에 가까운 저주파 부분에서는 두 가지 모델이 비슷한 스펙트럼을 만들어 낸다. 하지만 고주파 부분에서는 그림 8의 모델의 합성음이 더 풍부한 주파수 성분을 포함하고 있다. 주파수 스펙트럼 상에서 볼 때 합성음의 피치의 고저에 무관하게 위와 같은 성격이 나타났다.

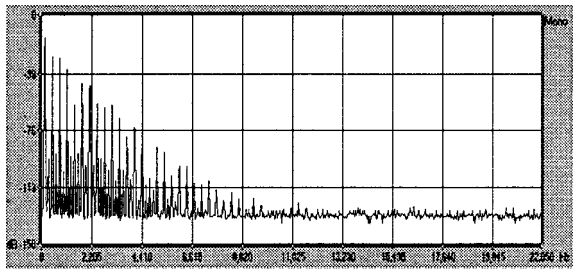


그림 18. E3 주파수 영역 (그림 1모델)
Fig. 18. E3 frequency domain (Using Fig. 1).

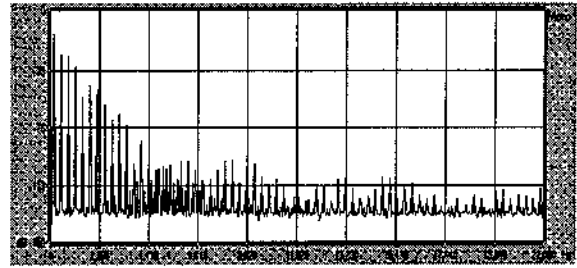


그림 19. E3 주파수 영역 (그림 8모델)
Fig. 19. E3 frequency domain (Using Fig. 8).

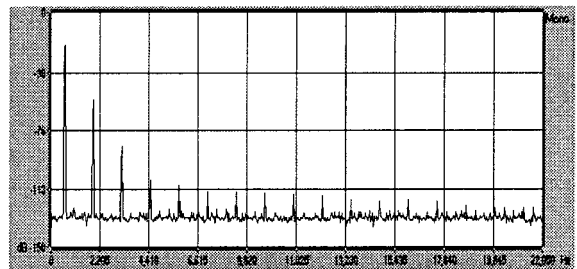


그림 20. E5 주파수 영역 (그림 1모델)
Fig. 20. E5 frequency domain (Using Fig. 1).

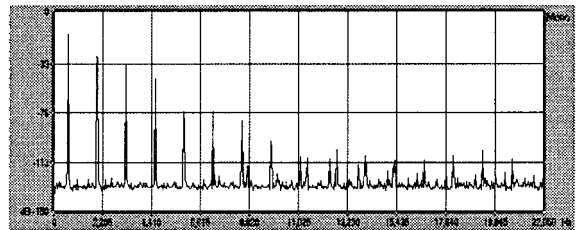


그림 21. E5 주파수 영역 (그림 8모델)
Fig. 21. E5 frequency domain (Using Fig. 8).

VI. 결론

실제 악기 음과 유사한 고음질의 음을 합성하는 것이 물리적 모델링의 목적이고 물리적 모델링에서 악기 모델은 파동 방정식으로부터 유도한다. 파동 방정식은 시간과 공간 변수를 가진다. Julius O. Smith가 만든 디지털 도파관 모델에서는 시간 축을 중심으로 음 합성 모델을 유도했다. 이 모델은 현재 뜯는 현악기 음 합성 모델의 기초가 되고 있지만 공간 축에서의 샘플링 간격에 대해 충분히 고려하지 않은 모델이다. 그렇기 때문에 기존의 디지털 도파관을 적용한 악기 모델에서는 현의 서로 다른 상태를 모델에 적용시키기 어렵다는 문제점이 있다.

본 논문에서는 공간 축 샘플링 간격을 일정하게 유지하는 모델을 제안하여 파동의 움직임에 대한 좀더 정확한 묘사가 가능하도록 했다. 공간 축 샘플링 간격이 고려된 모델에서는 두 가지 방법으로 합성음의 피치를 변경할 수 있다. 우선 파동의 속도를 변경하는 것이다. 지연 라인의 길이를 고정하고 파동의 속도를 변경하는 것은 실제 악기에서 서로 다른 성질을 가진 현을 튕기는 것을

의미한다. 파동의 속도는 현의 장력과 단위 질량에 의해 결정되기 때문이다. 두 번째 방법으로 파동의 속도를 고정하고 지연 라인의 길이를 변경하는 것이다. 지연 라인의 길이를 변경하는 것은 현의 길이를 변경하는 것이고 악기 연주 시 현의 중간을 손으로 누름으로써 음을 조절함을 의미한다.

공간 축 샘플링 간격을 고정했을 때 실수 값을 가지는 파동의 상대 속도 때문에 정확한 샘플링 위치의 값을 얻기 위해 선형 내삽을 사용하였다. 그 결과 합성음의 음질은 기존 모델에 비해 우수하다는 것이 확인되었다.

현재 디지털 도파관 모델을 기초로 많은 연구들이 이루어져 있다. 따라서 기존의 연구 결과들을 본 논문의 모델에 적용 가능하도록 추가적인 연구가 향후 이루어져야 한다. 또 합성음을 음악적인 용도로 사용 가능하도록 하기 위해 현의 특성을 묘사하는 필터 설계 및 악기 몸체에 관한 모델링이 연구 되어야 한다. 그리고 악기별 연주 기법을 악기 모델에 적용하는 방법에 대한 연구가 필요하다.

감사의 글

본 연구는 정보통신부에서 지원하는 대학기초연구사업과 한국과학재단 목적기초연구 (2000-2-30300-006-3) 지원으로 수행되었음

참고 문헌

1. Julius O. Smith III., "Physical Modeling using Digital Waveguides," *Computer Music Journal*, vol. 16, no. 4, pp. 74-91, 1992.
2. Erwin Kreyszig, *Advanced Engineering Mathematics*, Seventh edition, pp. 629-637, JOHN WILEY & SONS, New York, 1993.
3. K. Karplus and A. Strong, "Digital Synthesis of Plucked String and Drum Timbres," *Computer Music J.*, vol. 7, no. 2, pp. 43-55, 1983.
4. Vesa Välimäki, Tero Tolonen and Matti Karjalainen., "Plucked-String Models: From the Karplus-Strong Algorithm to Digital Waveguides and Beyond," *Computer Music Journal*, pp. 17-23, Fall 1998.
5. Donald E. Hall, *Musical Acoustics*, Second edition, B/C Publishing Company, A Division of Wadsworth, pp. 170-172, 1991.
6. Tero Tolonen, *Model-Based Analysis and Resynthesis of Acoustic Guitar Tones.*, Helsinki University of Technology, 1998.
7. Julius O. Smith, *Discrete-Time Modeling of Acoustic Systems with Application to Musical Instruments*, http://www-ccrma.stanford.edu/~jos/book2000/Traveling_Wave_Solution.html.

▲ 김 규 년 (Kyo-Nyun Kim)



1983년 : 서울대학교 계산통계학과 졸업(학사)

1985년 : 서울대학교 대학원 계산통계학과 졸업(석사)

1992년 : 서울대학교 대학원 계산통계학과 졸업(박사)

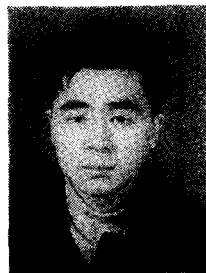
1986년 ~ 현재 : 울산대학교 전임강사 교수

1995년 : 톨스크 공과대학(러시아) 교환 연구원

1996년 ~ 1997년 : 노보시바르스크 공과대학(러시아) 방문 연구원

※주관심분야 : 소프트웨어공학, 컴퓨터 음악

▲ 강 명 수 (Myung-Soo Kang)



1997년 : 울산대학교 전자계산학과 졸업(학사)

2000년 : 울산대학교 전자계산학과 대학원 졸업(석사)

2000년 ~ 현재 : 울산대학교 컴퓨터정보통신공학부 박사과정

※주관심분야 : 컴퓨터 음악, 음성처리