

# 상호상관 행렬을 이용한 선배열 빔형성 기법 연구

## A Study on the Linear Array Beamforming by Cross Correlation Matrix

황 수 복\*, 이 성 은\*  
(Hwang, Soo-Bok\*, Lee, Sung-Eun\*)

\*국방과학연구소 제2체계개발본부 수탐1팀  
(접수일자: 2001년 5월 10일; 채택일자: 2001년 8월 27일)

수동 소나 시스템에서는 신호대 잡음비의 향상, 표적의 방위 탐지 및 위치 데이터 산출, 간섭신호 제거 등을 위하여 지향성 빔을 만들어 사용한다. 주변환경이 복잡한 해양에서 저소음의 표적을 원거리에서 탐지하기 위해서는 지향성 빔의 특성을 향상시킬 필요가 있다. 본 논문에서는 선형으로 배열된 센서에서 각 센서 쌍들의 상호상관 행렬을 이용한 SCCBF (Spatial Cross Correlation Beamforming) 알고리즘을 제안하였다. 이상적인 조건하에서 제안된 SCCBF는 기존의 CBF (Conventional Beamforming)에 비해 배열 이득이 3 dB 이상 향상되고 표적의 탐지 방위 정확도를 나타내는 빔 폭이 CBF보다 0.5배 정도가 됨을 이론적으로 검증하고, 시뮬레이션을 통하여 이를 입증하였다. 또한 제안된 알고리즘을 적용한 선배열 수동 소나 시스템의 해상 시험 결과를 제시하였다.

**핵심용어:** 상호상관 행렬, 빔형성, 빔 폭, 배열 이득, 선배열 수동 소나

**부고분야:** 음향 신호처리 분야 (1,3)

Passive sonar system forms the various beams in any desired directions to obtain the improvement in Signal-to-Noise (S/N) ratio, bearing detection and localization of targets, and the attenuation of interferences from other directions. The improvement of beamforming is very important to detect modern underwater targets as noise reduction technology leads to considerably low-level acoustic emissions in the long range in complex environmental sea. In this paper, we proposed the spatial cross correlation beamforming (SCCBF) algorithm using cross correlation matrix of individual hydrophone pairs of linear array sensors. By the theoretical analysis and simulation, the proposed SCCBF is demonstrated that its performances compared to conventional beamforming (CBF) output can be obtain above 3dB of array gain and about half of beam width represented the bearing accuracy in target detection. Also, this paper presents sea test result of linear passive sonar system that the proposed algorithm implemented.

**Keywords:** Cross correlation matrix, Beamforming, Beam width, Array gain, Passive sonar system

**ASK subject classification:** Acoustic signal processing (1,3)

## I. 서론

수동 소나 시스템에서는 신호대 잡음비의 향상, 표적의 방위 탐지 및 위치 데이터 산출, 간섭신호 제거 등을 위하여 지향성 빔을 만들어 사용한다. 지향빔 형성은 주변소음이나 방향성 간섭신호에 대해 상대적으로 동질성

책임저자: 황수복 (sbhwang@sunam.kreonet.re.kr)  
645-140 경남 진해시 진해우체국 사서함 18호  
국방과학연구소 수탐1팀  
(전화: 055-540-6215; 팩스: 055-542-3737)

특성을 지닌 신호음이 매질을 통해 전달되는 과정에서 발생한 시간지연을 보정한 후 동질성 신호에 대한 합을 취함으로써 빔을 형성하는 공간상의 필터이다. 즉 센서 입력신호에 가중효과를 준 다음 각 센서 신호들을 선형으로 조합함으로써 신호대 잡음비를 향상시켜 표적에 대한 방위 탐지, 추적 및 식별능력을 증대시키는 역할을 한다[1-2]. 특히 선배열 수동 소나 시스템에서는 선형으로 배열된 센서 (이하, 선배열 센서라 한다.)를 이용하여 주로 원거리에서 표적을 탐지하기 위하여 배열 이득 및

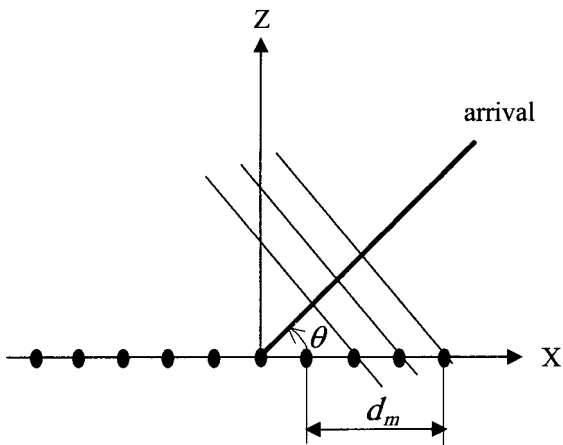


그림 1. 수평 선배열 센서 구성도  
Fig. 1. Schematic diagram of horizontal linear array sensor.

방위 분해능에 대한 빔 지향특성을 향상시키기 위하여 많은 노력을 기울인다. 이상적인 선배열 센서에 원거리에서 신호가 입사되는 경우 그림 1과 같이 모델링이 가능하다.

그림 1과 같이  $M$ 개의 센서가  $\theta=0$ 인  $X$ 축에 수평으로 등간격으로 배열되어 있고 평면파가 임의의  $\theta$ 방향에서 입사된다고 가정하면 기준센서에 대한  $m$ 번째 센서에 도달하는 음파의 지연시간은 식 (1)과 같이 표현된다.

$$\tau_m(\theta) = \frac{d_m \cos \theta}{c} \quad (1)$$

여기서  $d_m$ 은 기준센서와  $m$ 번째 센서와의 거리이며,  $c$ 는 음속을 나타낸다. 고전적으로 빔을 형성하는 방법은 식 (1)로 표현되는 각 센서간의 시간지연을 보상하여 선형적으로 조합을 하는 것이다.

$m$ 번째 센서에 입력되는 샘플 신호가  $x_m = [x_{m,1}, x_{m,2}, \dots, x_{m,N}]$ 일 때 주파수 영역에서의 표현은 식 (2)와 같이 나타낼 수 있으며, 이때  $k$  주파수에서의  $\theta$ 방향에 대한 CBF (Conventional Beamforming)는 식 (3)과 같다[2].

$$X(m, k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X_m[n] e^{-j2\pi nk/N} \quad (2)$$

$$B_{cbf}(k, \theta) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} w_m X(m, k) e^{-j\Delta_{mk}} \quad (3)$$

여기서  $M$ 은 배열센서 갯수,  $w_m$ 은  $m$ 번째 센서의 가중치,  $\Delta_{mk}$ 는 주파수  $k$ 에서의  $m$ 번째 센서의 위상 지연값으로 식 (4)와 같으며,  $F_s$ 는 샘플링 주파수이다.

$$\Delta_{mk} = \frac{2\pi mk F_s}{N} \cdot \frac{\cos \theta}{c} \quad (4)$$

식 (3)은 센서의 갯수  $M$ 이 증가할수록 배열이득이 증가함을 나타내며 또한  $X(m, k)$ 의 신호대 잡음비가 증가할수록 빔 출력 신호의 신호대 잡음비가 증가함을 의미한다. 따라서 만약에  $X(m, k)$ 을 대신하여 위상지연에 대한 보상이 가능하고  $m$ 의 값이  $M$ 보다 큰 임의의 함수  $C(m, k)$ 를 이용할 수 있거나 신호대 잡음비가  $X(m, k)$ 보다 높은  $C(m, k)$ 을 이용할 수 있다면 CBF 방식보다 우수한 빔 출력 신호를 얻을 수 있을 것이다.

본 논문에서는 CBF에 비해 배열 이득이 3 dB 이상, 빔 폭이 0.5배 정도가 향상되는 선배열 센서의 각 센서 쌍들에 대한 상호상관 행렬을 이용한 빔형성 알고리즘을 제안하며, 이론적인 검증 및 시뮬레이션을 통하여 이를 입증하고, 또한 제안된 알고리즘을 적용한 실제 시스템의 해상시험 결과를 제시한다. 서론에 이어 II 장에서는 선배열 센서에서의 상호상관 행렬의 특성을 고찰하고, SCCBF (Spatial Cross Correlation Beamforming) 빔형성 알고리즘을 제안하여 CBF와 성능을 비교분석한다. 그리고 III 장에서는 SCCBF 알고리즘에 대한 모의 시뮬레이션 및 해상시험 결과를 기술하고, 끝으로 결론을 맺는다.

## II. 상호상관 행렬을 이용한 선배열 빔형성 기법

이산신호  $y[n]$ 이 이산신호  $x[n]$ 보다  $\Delta$ 만큼의 시간 지연이 있다면 두 이산신호간에는  $y[n] = x[n - \Delta]$ 의 관계가 성립되며 이들 두 신호간의 상관 함수들의 관계는 식 (5)~(8)로 표현이 된다[3].

$$R_{yy}(n) = R_{xx}(n - \Delta) \quad (5)$$

$$S_{yy}(k) = S_{xx}(k) e^{-j2\pi k \Delta / N} \quad (6)$$

$$S_{xy}(k) = Y^*(k) X(k) \quad (7)$$

$$S_{xy}(k) = S_{xx}(k)^* \quad (8)$$

식 (5)와 (6)에서  $R_{yy}[n]$ ,  $S_{yy}[k]$ 는 각각 두 신호  $x[n]$ 과  $y[n]$ 에 대한 시간영역 및 주파수영역에서의 상호상관함수이며,  $R_{xx}[n]$ ,  $S_{xx}[k]$ 는 신호  $x[n]$ 에 대한 시간영역 및 주파수영역에서의 자기상관함수를 나타낸다. 식 (7)과 (8)에서  $X(k)$ ,  $Y(k)$ 는 각각 시간신호  $x[n]$  및  $y[n]$ 에 대한 주파수영역으로 표현한 것이며, \*는 공액 복소수를 나타낸다. 또한, 두 랜덤 신호에 대한 상호공분산과 자기 공분산의 관계는 식 (9)와 같다[3].

$$\sigma_{xy} \leq \sigma_{xx}, \quad \sigma_{xy} \leq \sigma_{yy} \quad (9)$$

그림 1과 같이  $M$ 개의 센서가  $\theta=0$ 인 축에 수평으로 거리  $d$ 의 간격으로 배열되어 있고 평면파가 임의의  $\theta$ 방위에서 입사된다고 가정하면, 기준 센서에 대한 각 센서의 시간지연은  $\Delta_m = \frac{dm \cos \theta}{c}$  이고, 각 센서에 수신된 신호의 관계는 식 (10)과 같으며, 각 센서에 도달되는 신호들의 위상지연은 식 (11)과 같이 표현된다[4].

$$x_m[n] = x_0[n - \Delta_m] \quad m=1, 2, 3, \dots, M-1 \quad (10)$$

$$e(\Delta_m) = [e^{-jw\Delta_0}, e^{-jw\Delta_1}, \dots, e^{-jw\Delta_{M-1}}] \quad (11)$$

여기서  $x_0[n]$ 는 기준센서에 수신된 시간신호,  $x_m[n]$ 는  $m$ 번째 센서에 수신된 시간신호를 나타낸다.

등간격으로 배열된 센서에 수신된 신호에 대한 각 센서 쌍들 간의 상관 관계는 식 (6)과 (11)의 특성에 따라 각 센서 쌍들에 대한 위상지연 특성은 변화시키지 않으므로 위상지연에 대한 보상이 가능할 뿐 아니라 식 (7)~(8)에 따라 위상지연을 보상할 수 있는 상호상관 행렬의 요소는 배열센서 갯수  $M$ 보다 큰  $m$ 의 값을 얻을 수 있다. 또한 센서에 수신된 신호는 평면파 신호에 배경잡음 신호가 복합되어 있으므로 식 (9)의 특성에 따라 신호대 잡음비가 향상된 상호상관 행렬을 이용하여 지향 빔을 형성할 수 있다.

$m$  번째 센서의 주파수  $k$  빈에 대한 값을  $x(m, k)$ 라 하면 각 센서 쌍  $(m, n)$ 에 대한 평균된 상호상관 행렬은 식 (12)와 같이 구해진다.

$$C(m, k) = \begin{cases} \frac{1}{M-|m|} \sum_{n=0}^{M-1-m} X(n, k) X(n+m, k), \\ \frac{1}{M-|m|} \sum_{n=0}^{M-1-m} X(n, k) X(n+m, k)^*, \\ m=0, \dots, M-1 \\ m=-1, \dots, -(M-1) \end{cases} \quad (12)$$

SCCBF는 식 (12)의 상호상관 행렬을 이용하여 주파수  $k$ 에서의 방위  $\theta$ 에 대한 위상지연을 보정한 빔형성 기법으로 식 (13)과 같다.

$$B_{sccbf}(k, \theta) = \frac{1}{2M-1} \sum_{m=-M}^{M-1} w_m C(m, k) e^{-j\Delta_m} \quad (13)$$

여기서  $M$ 은 배열 센서 갯수,  $w_m$ 은  $m$ 번째 상호상관 행렬 요소의 가중치,  $\Delta_m$ 는 주파수  $k$ 에서의  $m$ 번째 센서의 위상 지연값으로 식 (4)와 같다.

$M$ 개의 센서가 등간격으로 배열된 선배열 센서에서 식 (3)으로 주어지는 CBF에 의한 배열 이득은 이상적인 경우 식 (14)와 같이 주어진다[5].

$$AG_{cbf} = 10 \log M \quad (14)$$

SCCBF에 의한 배열 이득은

$$AG_{sccbf} = 10 \log(2M-1) \quad (15)$$

로 주어지므로 식 (16)에 따라 SCCBF의 배열 이득은 CBF에 비해 대략 3 dB 성능이 향상됨을 알 수 있다.

$$\frac{AG_{sccbf}}{AG_{cbf}} = 10 \log\left(\frac{2M-1}{M}\right) \approx 3dB \quad (16)$$

그림 2는 배열센서 갯수가 32개인 선배열 센서에서 CBF 및 SCCBF 방법으로 정규화 신호 주파수 0.25에 대한 90° 빔패턴을 나타낸 것으로 SCCBF 방법에 의한 빔 출력이 CBF 방법에 의한 빔 출력 보다 3 dB 정도 큰 것을 알 수 있다.

$M$ 개의 센서가 등간격  $d$ 로 배열된 선배열 센서에서 CBF에 의한 3 dB 빔 폭은 식 (17)과 같이 주어진다[2].

$$\Delta \Psi_{3db} = \frac{0.88c}{Mfd} \quad (17)$$

SCCBF에 의한 빔 폭은 식 (13)에 의해 센서 갯수가  $M$ 개에서  $(2M-1)$ 개로 증가된 것과 같은 효과를 가져오므로 식 (18)에 따라 SCCBF의 빔 폭은 CBF의 빔 폭에 비해 0.5배 정도가 됨을 알 수 있다.

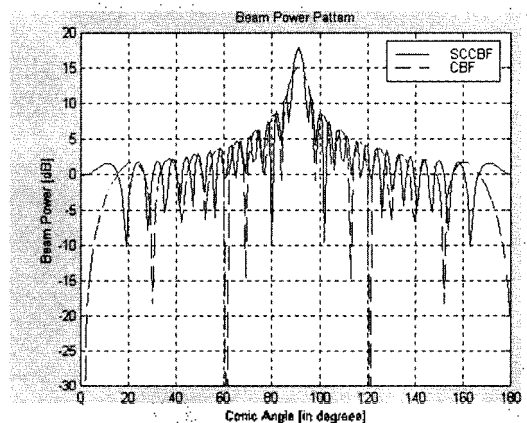


그림 2. 빔 출력 패턴  
Fig. 2. Pattern of beam output.

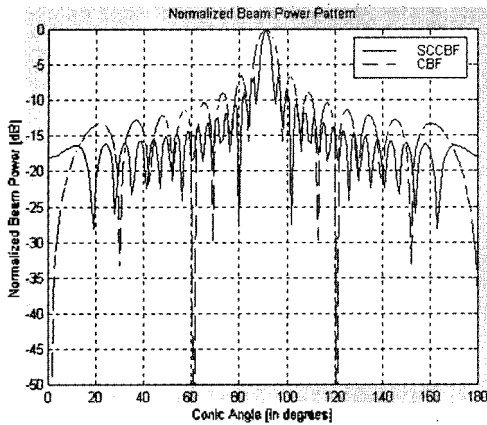


그림 3. 정규화된 빔출력 패턴  
Fig. 3. Pattern of normalized beam output.

$$\frac{BW_{cbf}}{BW_{sccbf}} = \frac{M}{2M-1} \approx 0.5 \quad (18)$$

그림 3은 배열센서 갯수가 32개인 선배열 센서에서 CBF 및 SCCBF 방법으로 정규화 신호 주파수 0.25에 대한 정규화된 90° 빔패턴을 나타낸 것으로 SCCBF 방법에 의

한 빔 폭이 CBF 방법에 의한 빔 폭에 대해 약 0.5배 정도가 되어 정확한 방위 분해능을 가짐을 보여 주고 있다.

### III. 실험 및 고찰

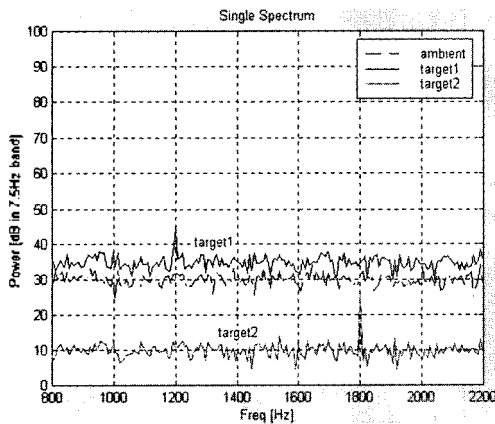
#### 3.1. 시뮬레이션 및 고찰

제안된 SCCBF의 성능을 분석하고 기존의 CBF와 성능 비교를 위하여 선배열 센서 구성은 배열 중심 주파수를 2400 Hz로 하고, 센서 갯수는 32개, 센서간 간격은 λ/2 기준으로 31.25 cm로 설정하였다. 빔형성을 위한 가중상수는 주엽과 부엽 준위차가 SCCBF의 경우 -70 dB, CBF는 -35 dB인 Dolph Chebyshev weighting을 사용하였다. 시뮬레이션을 위한 모의 센서신호는 표 1과 같이 배경잡음에 모의표적 1, 2 신호를 합성하여 적용하였고, 모의신호에 대한 개별적인 스펙트럼과 합성된 스펙트럼 특성은 그림 4와 같다.

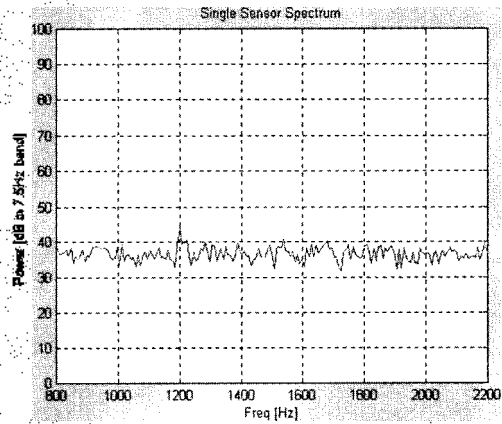
그림 5는 모의센서신호에 대해 CBF 및 SCCBF의 빔출력에 대한 방위별 광대역 에너지 크기를 나타낸 것으로 배경

표 1. 모의신호 특성  
Table 1. Characteristics of simulation signals.

구분	광대역 신호	협대역 신호	입사방위
배경잡음	○ 주파수 대역 : 800 ~ 2400Hz ○ 레벨 : 30dB/7.5Hz 대역 기준	-	-
모의 표적 1	○ 주파수 대역 : 800 ~ 2400Hz ○ 레벨 : 35dB/7.5Hz 대역 기준	○ 협대역 신호 주파수 : 1200Hz ○ 레벨 : 45dB/7.5Hz 대역 기준	90°
모의 표적 2	○ 주파수 대역 : 800 ~ 2400Hz ○ 레벨 : 10dB/7.5Hz 대역 기준	○ 협대역 신호 주파수 : 1800Hz ○ 레벨 : 25dB/7.5Hz 대역 기준	60°



(a) 개별 신호 스펙트럼  
(a) Individual signal spectrum



(b) 합성된 센서신호 스펙트럼  
(b) Synthesized spectrum of sensor signals

그림 4. 모의 신호 특성  
Fig. 4. Characteristics of simulation signals.

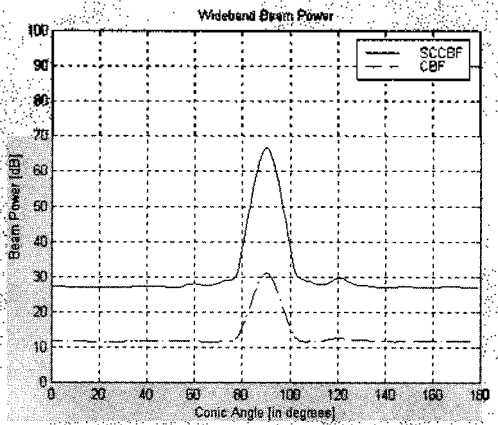


그림 5. 모의신호에 대한 방위별 광대역 에너지 크기  
Fig. 5. Beam broadband energy magnitude of simulation signals.

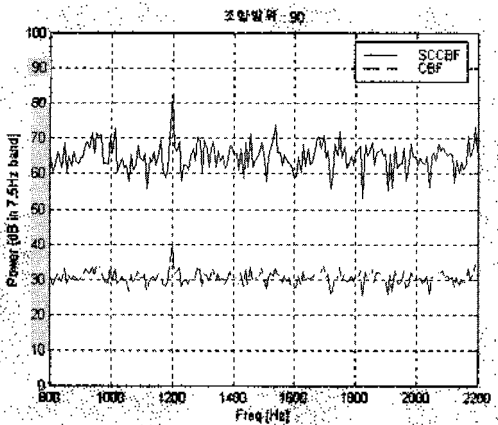


그림 6. 방위 90도에 대한 빔출력 스펙트럼  
Fig. 6. Beam output spectrum of bearing 90°.

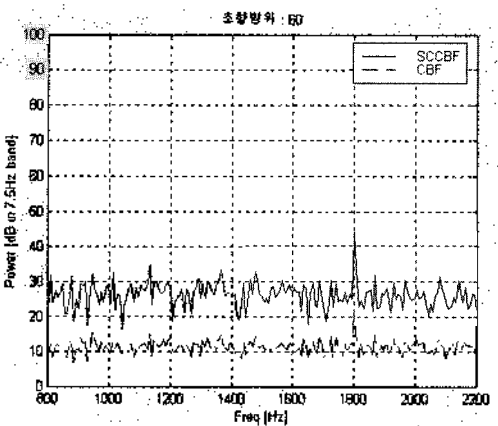


그림 7. 방위 60도에 대한 빔출력 스펙트럼  
Fig. 7. Beam output spectrum of bearing 60°.

잡음보다 높은 모의 표적 1의 방위 90°에서 광대역 에너지의 신호 대 잡음비가 SCCBF 방식이 CBF보다 훨씬 향상되어 탐지됨을 보여 주고 있다. 그림 6~7은 모의 표적 1, 2의 방위 90°, 60°에 대한 빔출력 스펙트럼으로 SCCBF 방

식에 의한 협대역 신호 탐지 성능이 CBF 보다 훨씬 우수함을 확인할 수 있다.

### 3.2. 해상시험 및 고찰

제안된 SCCBF 빔형성 알고리즘을 예인형 선배열 수동 소나 시스템에 적용하여 성능을 확인하였다. 선배열 센서는 중심 주파수를 4800 Hz로 하고, 각 센서는 중심 주파수에 대한  $\lambda/2$ 의 간격으로 48개의 센서가 배열되었다. 선배열 빔형성은 좌/우 방위 분리를 위한 카디오이드 빔을 형성한 후 제안된 SCCBF 기법을 적용하였으며, 기중상수는 Dolph Chebyshev weighting을 사용하였다. 해상 시험을 위한 시험 표적으로 정량적인 표적 방사소음 준위를 발생시키는 예인 신호발생장치를 사용하여 표 2와 같은 표적 신호를 발생시켰다. 이때 시험함은 17노트 속력으로 일직선 기동하면서 선배열 센서를 시험함으로부터 약 500 m 후미에서 수심 40 m 깊이로 예인하였다.

그림 8은 해상시험 결과로서 탐지/추적되고 있는 표적의 광대역 에너지와 협대역 에너지, 그리고 1 Hz 주파수 분해능을 가지는 협대역 신호 스펙트로그램을 보여 주고 있다.  $0^\circ \pm 30^\circ$  부근은 선배열 센서가 함미에서 예인됨으로 자함의 방위를 나타내고,  $60^\circ$ 방위의 표적은 시험 해역에 있는 어선으로서 협대역 에너지 성분은 없고 전부 광대역 에너지 성분만으로 표적이 탐지/추적되고 있음을 보여 준다. 방위  $250^\circ$  표적이 예인 신호발생장치를 나타내는 시험 표적이며, 광대역 에너지 성분은 광대역 신호 크기를 아주 미약하게 인가했기 때문에 탐지되지 않고, 단지 협대역 에너지 성분에 의하여 표적이 탐지/추적되고 있다. 협대역 에너지 성분에 의한 초기 표적 탐지 거리는 약 3500 m이고, 3200 m 거리에서부터 강하게 지속적으로 탐지/추적되고 있다. 또한 협대역 신호 주파수

표 2. 표적신호 발생  
Table 2. Generation of target signals.

구분	표적신호주파수 특성	
	신호주파수	크기
광대역 신호	1000Hz ~ 이하	120dB
	1000 ~ 2000Hz	117dB
	2000 ~ 4000Hz	115dB
	4000 ~ 6000Hz	113dB
협대역 신호	1117Hz	121dB
	1134Hz	122dB
	1151Hz	123dB
	1300Hz	125dB
	1317Hz	126dB
	1334Hz	127dB

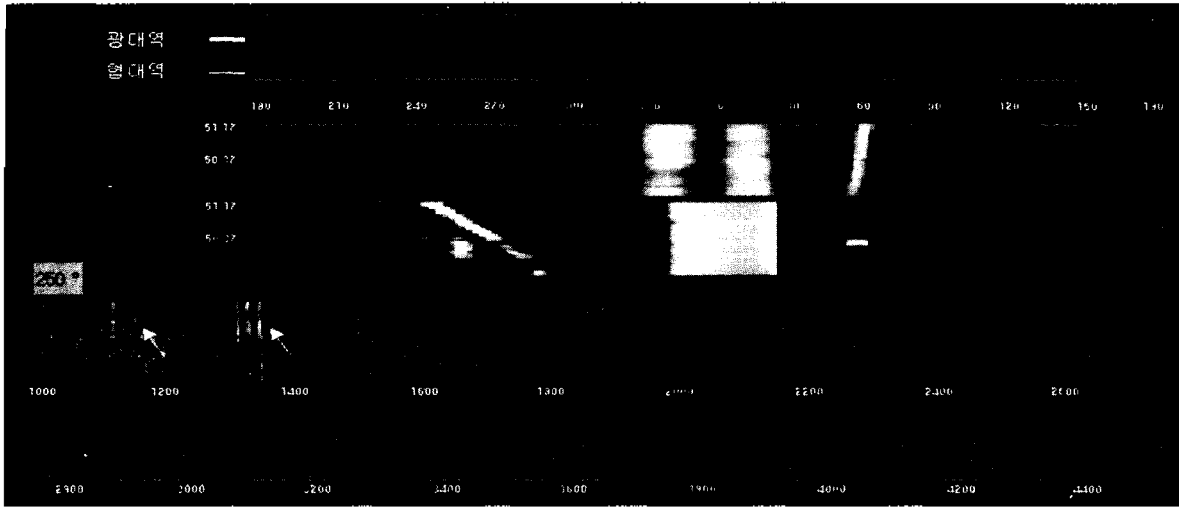


그림 8. 예인신호발생장치를 이용한 해상시험 결과  
 Fig. 8. Sea test result of towing signal generator.

분석 결과로서 스펙트로그램상에서 보면 인가된 신호 주파수 성분들인 1117 Hz, 1134 Hz, 1151 Hz 개별 신호 주파수가 미약하게 분리되어 탐지되고 있고, 1300 Hz, 1317 Hz, 1334 Hz 성분이 협대역 에너지 성분에 의하여 탐지/추적되기에 충분한 신호 세기로 분석되어 나타나고 있음을 볼 수 있다.

이와 같이 제안한 SCCBF 빔형성 알고리즘을 적용하여 표 2에서와 같이 아주 미약한 신호 크기를 가지는 표적의 경우에도 원거리에서 탐지/추적이 효율적으로 이루어짐을 볼 수 있다.

#### IV. 결론

수동 소나 시스템에서 주변환경이 복잡한 해양에서 저소음의 표적을 원거리에서 탐지하기 위해서는 지향성 빔의 특성을 향상시킬 필요가 있다. 따라서 본 논문에서는 선배열로 구성된 센서에 입력되는 신호에 대한 각 센서 쌍들의 상호상관 행렬을 이용한 SCCBF 빔형성 기법을 제안하였다. 이상적인 조건하에서 제안된 SCCBF는 기존의 CBF에 비해 배열 이득이 3 dB 이상 향상되고, 표적의 탐지 방위 정확도를 나타내는 빔 폭도 CBF에 비해 0.5배 정도로 정확한 방위 분해능을 가짐을 이론적으로 입증하였다. 또한, 선배열 센서 구성에 의한 모의 표적신호 1, 2에 대한 시뮬레이션을 수행한 결과, SCCBF 방식에 의한 방위별 광대역 에너지 특성과 협대역 신호 탐지 성능이 CBF보다

훨씬 높게 탐지되어 표적에 대한 광대역 방위탐지 성능 및 협대역 신호 탐지 성능이 우수함을 확인하였다.

제안된 SCCBF 빔형성 알고리즘을 실제 수동 소나 시스템에 적용하여 시험한 결과, 협대역 신호 주파수 크기가 적은 저소음의 표적에 대해서도 원거리에서 탐지/추적이 잘 이루어짐을 확인함으로써 본 논문에서 제안한 SCCBF 빔형성 알고리즘이 매우 유용함을 보였다.

#### 참고 문헌

1. W. S. Burdic, *Underwater Acoustic System Analysis*, Prentice Hall, New Jersey, pp. 303-338, 1991.
2. R. O. Nielsen, *Sonar Signal Processing*, Artech House, pp. 51-140, 1991.
3. R. Shiavi, *Introduction to Applied Statistical Signal Analysis*, Irwin, Boston, pp. 399-449, 1991.
4. D. H. Johnson, *Array Signal Processing: Concepts and Techniques*, Prentice Hall, New Jersey, pp. 40-55, 1993.
5. J. H. Wilson, "Applications of inverse beamforming theory," *J. Acoust. Soc. Am.*, **98**(6), pp. 3250-3261, December 1995.

#### 저자 약력

- 황 수 복 (Hwang, Soo-Bok)  
한국음향학회지 제19권 제8호 참조
- 이 성 은 (Lee, Sung-Eun)  
한국음향학회지 제19권 제8호 참조