

## 다단계 유한요소 역해석을 이용한 세장비가 큰 직사각컵 성형 공정의 해석

김승호\* · 김세호\* · 허 훈\*

(2001년 5월 15일 접수)

### Analysis of Rectangular Cup Drawing Processes with Large Aspect Ratio Using Multi-Stage Finite Element Inverse Analysis

S. H. Kim, S. H. Kim and H. Huh

#### Abstract

An inverse finite element approach is employed for more capability to design the optimum blank shape from the desired final shape with small amount of computation time and effort. For multi-stage deep-drawing processes with large aspect ratio, numerical analysis is extremely difficult to carry out due to its complexities and convergence problem, as well as tremendous computation time. In this paper, multi-stage finite element inverse analysis is applied to multi-stage rectangular cup drawing processes to calculate intermediate blank shapes and strain distributions in each stages. Deformation history of the previous stage is considered in the computation. Finite element patches are used to describe arbitrary intermediate sliding constraint surfaces.

**Key Words** : Rectangular Cup Drawing, Multi-Stage Finite Element Inverse Method,  
Deformation History

#### 1. 서론

박판금속 성형기구는 다양한 공정변수들에 의하여 매우 복잡한 영향을 받기 때문에 공정변수에 대한 최적조건은 경험과 시행착오 등에 의하여 결정되고 있는 실정이다. 최근에 이와 같은 시행착오를 줄이고 짧은 시간

안에 공정변수들을 예측하기 위하여 일단계 유한요소 역해석이 이용되고 있으며, Guo와 Batoz<sup>(1)</sup>, Chung과 Richmond<sup>(2)</sup>, Liu와 Karima<sup>(3)</sup>, Lee와 Huh<sup>(4)</sup> 등에 의해 연구가 이루어지고 있다. 변형 이론을 기본으로 한 일단계 유한요소 역해석은 블랭크 형상과 두께변형률 분포 등을 매우 짧은 계산시간에 예측이 가능하고 일반적인

\* 한국과학기술원 기계공학과

형상에 적용이 가능하다. 그렇지만, 변형경로를 고려하지 못하기 때문에 변형 경로가 복잡해질 수록 오차가 커지는 단점을 가지고 있다. Lee와 Huh<sup>(5)</sup>는 일단계 역해석을 일반적인 3차원의 다단계 역해석으로 확장하여 일단계 역해석의 단점을 해결하면서 빠르게 계산할 수 있는 방법을 제시하였다.

세장비가 큰 직사각 컵은 산업현장에서 건전지 케이스와 반도체, 수정 진동자 등의 초정밀 부품으로 널리 사용되고 있다<sup>(6)</sup>. 세장비가 큰 컵은 정밀한 부품사용의 요구에 따라 계속적으로 수요가 증가하고 있는데, 설계기술 및 생산기술은 수요를 충족시키지 못하고 있다. 이러한 직사각컵은 제품의 강도와 형상 등에 관한 수요자의 복잡한 요구에 따라서 다단계 디프 드로잉 공정에 의하여 생산되고 있다. 기존의 국내 설계기술로는 최종단계에서의 형상 및 기계적 특성을 쉽게 예측하기가 어려워 대부분 수입하여 사용하고 있다. 이러한 다단계 성형공정을 설계하는데 유한요소 해석을 이용한다면 매우 유용할 것으로 전망되어 진다. 그러나, 기존의 방법으로는 성형공정이 복잡하고 해의 수렴성이 좋지 않으며, 해석시간이 매우 오래 걸리므로 현실적으로 적용하기가 어려운 분야이다. 현재까지 대부분의 연구는 세장비가 작고 단면의 형상이 원형 등으로 단순하며 길이가 길지 않은 제한된 다단계 공정해석이 대부분이었다. 근간에, Kim등은 외연적 유한요소법을 이용하여 타원형 컵 및 직사각 컵의 성형공정을 해석하였고<sup>(7-8)</sup>, Kim과 Huh등은 세장비가 큰 타원형 컵의 다단계 성형공정을 다단계 유한요소 역해석을 이용하여 해석하였다.<sup>(9-10)</sup>

본 논문에서는 유한요소 역해석을 다단계 직사각 컵 성형공정 설계에 적용하여 각 단계의 변형 형상 및 변형률 분포를 구하는데 적용하였다. 신속한 거동을 살펴보기 위해 변형이력을 고려하지 않은 해석을 일단계 역해석을 사용하여 수행하였고, 1단계 변형이력 및 이전 단계의 모든 변형이력을 고려한 해석을 다단계 유한요소 역해석을 사용하여 수행하였다. 임의의 곡면형상을 가지는 중간단계의 미끄럼 구속면의 표현은 유한요소 격자 방법을 사용하였다.

## 2. 다단계 유한요소 역해석

다단계 역해석은 각 단계마다 변형이론을 기본으로 일단계 역해석을 수행하며, 각 단계의 초기상태와 최종상태만을 고려한다. 이때, 각 단계의 최종상태의 변형률 분포와 초기상태의 좌표는 포텐셜에너지 최소화 과정으로

얻어진다. 본 논문에서는 소성변형 에너지와 등가 외부일의 차를 이용하여 다음과 같이 근사적인 포텐셜 에너지를 정의하여 수식화하였다.

$$\begin{aligned} \min. \mathcal{W}(\mathbf{X}) &= W_p(\overline{\mathbf{X}}) - W_f(\overline{\mathbf{X}}) - W_b(\overline{\mathbf{X}}) \\ &= \sum_{e=1}^E \int_{\Omega_e} (\boldsymbol{\sigma} : d\boldsymbol{\epsilon}) d\Omega - \sum_{e=1}^E \int_{\Gamma_e} \left( \int_0^{u'} \mathbf{t}_f \cdot d\mathbf{u} \right) d\Gamma \\ &\quad - \sum_{e=1}^E \int_{\Gamma_e} \left( \int_0^{u_b} \mathbf{t}_b \cdot d\mathbf{u} \right) d\Gamma \end{aligned} \quad (1)$$

다단계 역해석은 곡면상의 초기상태를 해석하기 때문에 식 (1)과 같이 국부좌표 ( $\overline{\mathbf{X}}$ )에서 정의된다. 이때,  $W_p(\mathbf{X})$ 는 내부의 소성변형 에너지이고, 마찰에 의한 일  $W_f(\mathbf{X})$ , 블랭크 홀딩력에 의한 일  $W_b(\mathbf{X})$  등이 등가 외부 일이다.  $\mathbf{t}_f$ ,  $\mathbf{t}_b$ 는 각각 마찰력, 블랭크 홀딩력이다. 식 (1)을 최소화하기 위하여 식 (2)와 같은 뉴턴-랩슨법을 사용하였다.

$$\begin{aligned} [\mathbf{K}(\overline{\mathbf{X}})]_{(n)} \{d\overline{\mathbf{X}}\} &= -\{\mathbf{R}(\overline{\mathbf{X}})\}_{(n)} \\ \mathbf{K}(\overline{\mathbf{X}}) &= \frac{\partial \mathbf{R}(\overline{\mathbf{X}})}{\partial \overline{\mathbf{X}}} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}(\mathbf{X}) &= \sum_{e=1}^E \int_{\Omega_e} \boldsymbol{\sigma} : \frac{\partial \boldsymbol{\epsilon}}{\partial \mathbf{X}} d\Omega - \sum_{e=1}^E \int_{\Gamma_e} \mathbf{t}_f \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} d\Gamma \\ &\quad - \sum_{e=1}^E \int_{\Gamma_e} \mathbf{t}_b \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} d\Gamma \end{aligned} \quad (3)$$

식 (2)의 계산은 국부좌표에서 이루어지며, 국부좌표계는 모든 절점들에 대하여 정의되고 절점들이 위치한 미끄럼 구속면과 주 변위 방향을 이용하여 설정한다. 그렇지만, 변형에너지항은 각 요소마다 요소의 평면상에 정의되는 물질좌표계 ( $\mathbf{s}$ ,  $\mathbf{t}$ )에서 계산되기 때문에, 변형에너지 항을 물질좌표계에서 계산한 후 국부좌표로 변환을 수행하여야 한다. 식 (5)의 변환행렬  $\mathbf{T}$ 를 이용하여 물질좌표계에서 계산한 요소의 강성행렬  $\widetilde{\mathbf{K}}^e$ 와 요소의 외력벡터  $\widetilde{\mathbf{F}}^e$ 를 국부좌표계에 대한 요소의 강성행렬  $\overline{\mathbf{K}}^e$ 과 요소의 외력벡터  $\overline{\mathbf{F}}^e$ 으로 변환한다.

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{K}}^e \Delta \overline{\mathbf{U}} &= -\overline{\mathbf{F}}^e \\ \text{where } \overline{\mathbf{K}}^e &= \mathbf{T}^T \widetilde{\mathbf{K}}^e \mathbf{T}, \quad \overline{\mathbf{F}}^e = \mathbf{T}^T \widetilde{\mathbf{F}}^e \end{aligned} \quad (4)$$

$$T = \begin{bmatrix} T_1 & 0 & 0 \\ 0 & T_2 & 0 \\ 0 & 0 & T_3 \end{bmatrix}_{(6 \times 6)}$$

$$T_i = \begin{bmatrix} \cos(\bar{X}_i, s) & \cos(\bar{Y}_i, s) \\ \cos(\bar{X}_i, t) & \cos(\bar{Y}_i, t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서  $\Delta \bar{U} = [\Delta \bar{U}_1 \ \Delta \bar{U}_2 \ \Delta \bar{U}_3]^T$ 이고, 첨자  $i$ 는 하나의 요소에 대한 절점 번호이다. 외부 일에 관한 항은 주변위 방향으로 작용하기 때문에 국부좌표계에서 직접 나타낸다.

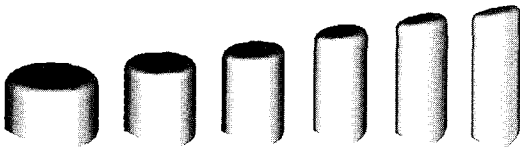


Fig. 1 Intermediate cup shapes for the original design

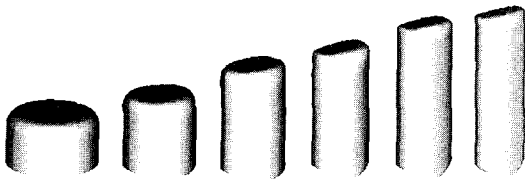


Fig. 2 Intermediate cup shapes for the modified design

### 3. 다단계 직사각 컵 성형공정의 설계

다단계 직사각컵 성형 공정의 단계별 초기 형상 설계는 전문기술자의 경험과 드로잉 비를 고려하여 수행하였다. 최종형상인 직사각컵의 성형을 위해서, 제 1, 2단계는 원통형 컵으로 설계하였고, 제 3-6단계에서는 2~3개의 원호를 합쳐 놓은 타원형과 유사한 형상의 단면을 가지는 컵으로 설계하였다. 마지막 6단계의 형상은 거의 직사각 단면을 가지게 된다<sup>(8)</sup>. Fig. 1은 초기설계된 각 단계의 컵 형상을 나타낸 것이다. 초기 설계는 각 성형 단계의 단면에서의 드로잉 비의 불균일성과 블랭크와 금형의 초기 접촉에 문제점이 있었으며, 중간형상의 단면이 최종형상의 직사각 단면을 제대로 확보하지 않은 문제점을 가지고 있다. 결과적으로 단축 부분에서 살이 몰

리는 현상이 발생하였고, 장축 부분에서 과도한 인장력으로 파단이 발생하였다. 수정된 설계는 외연적 방법을 사용한 직접해석과 유한요소 역해석의 결과를 이용하여, 금형과 블랭크가 공정 초기에 장축과 단축에서 동시에 접하도록 펀치의 어깨부를 수정하였다. 초기설계에서 장축 방향으로 접촉이 제대로 일어나지 않았는데 이를 보완하기 위하여 단변부 및 주변부에서 펀치의 곡률을 수정하였다<sup>(8)</sup>. 수정안에서는 단면내에서의 불균일한 드로잉 비를 균일화하기 위하여 인접한 성형단계간의 드로잉 비를 줄였다. 또한, 초기 설계안의 중간형상에서 펀치 윗면에 최종형상의 직사각 단면이 제대로 확보되지 않았었는데, 수정안에서는 펀치 윗면의 단면을 최종 직사각 형상을 확보하도록 수정하였다. 펀치의 윗면과 외곽부의 형상은 3개의 원호로 구성되는 단면을 적용하였다. Fig. 2는 수정 설계된 각 단계의 컵 형상을 나타낸다.

### 4. 해석 조건

해석에 사용된 재료는 SPCE-SB계의 압연강판으로 단 순인장 실험을 통한 물성치는 다음과 같다.

응력-변형률 관계식 :

$$521.86 (0.014834 + \bar{\epsilon})^{0.23373} \text{ (MPa)}$$

이방성계수 :  $R_{avg} = 1.617$

초기 판재 두께 : 0.5 mm

마찰 계수 : 0.15

블랭크 홀딩력 : 1000 kgf

수직이방성을 가정하고, 기하학적인 대칭성을 고려하여 1/4모델만 해석을 수행하였다. 각 단계의 해석에 있어서 임의의 금형 형상을 모델링하기 위해, 유한요소 격자법을 사용하여 미끄럼 구속면을 묘사하였다. 모델링된 미끄럼 구속면에 오프셋을 주게되면 금형 형상도 추출할 수 있을 것이다. 6단계 이상의 공정을 가지는 건전지 케이스 성형공정을 해석하기 위해서는 각 성형단계 별 변형이력의 고려가 필요하다. 본 논문에서는 초기 형상으로부터 성형단계 별로 역해석을 수행하여 각 성형단계의 변형 이력을 다음 성형단계에서 사용하는 형식으로 두께 변형률을 포함한 변형이력을 고려하였다. 먼저, 전체적인 성형단계 별 변형 양상을 살펴보기 위해 각 성형단계 별로 변형 이력을 고려하지 않은 해석을 1단계부터 6단계 까지 수행하였고, 이전 성형단계의 변형 이력만을 고려한 해석을 1단계부터 6단계까지 수행하였으며, 1단계부터 4단계까지 이전 성형단계의 변형이력을 모두 고려한 해석을 수행하였다.

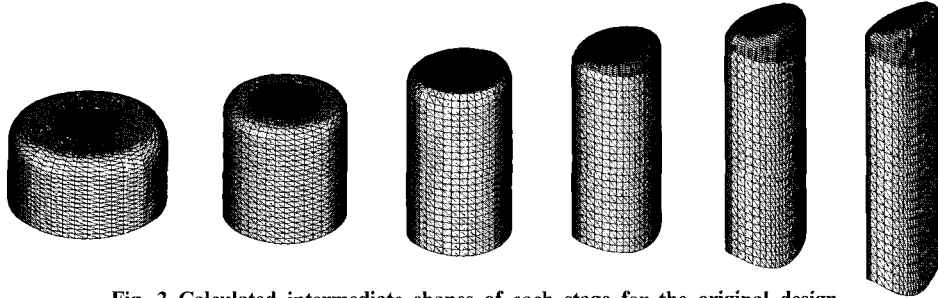


Fig. 3 Calculated intermediate shapes of each stage for the original design

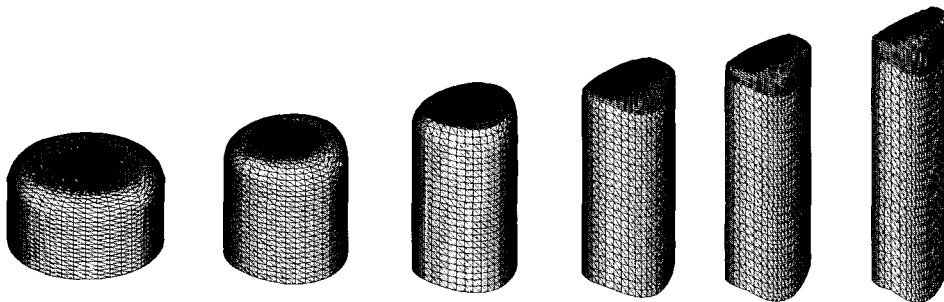


Fig. 4 Calculated intermediate shapes of each stage for the modified design

### 5. 수치해석 결과

#### 5.1. 변형이력을 고려하지 않은 1단계 역해석

본 절에서는 전체적인 변형 양상을 신속히 살펴보기 위해서 성형단계 별로 변형이력을 고려하지 않고 해석을 수행하였다. 즉 이전단계의 두께나 변형률은 초기상태와 마찬가지로 일정하다고 가정하고 다음 성형단계로 넘어갈 때의 변형 형상과 두께 변형률 분포를 1단계(one step) 유한요소 역해석을 사용하여 해석하였다. 성형단계 별 양상을 파악하게 되면 성형시의 발생할 수 있는 취약점을 정성적으로 파악할 수 있을 것이다. Fig. 3에 초기 설계안에 대한 각 단계의 계산된 컵 형상을 도시하였고, Fig. 4에 수정 설계안에 대한 결과를 도시하였다. Fig. 5

는 각 성형단계의 두께변형률 분포를 장축 및 단축방향에 대해서 정량적으로 나타낸 것이다. 3단계에서 수정된 설계안의 경우 단축 방향의 곡률을 크게 부가하였으므로 재료의 유동이 보다 원활하게 되어 펀치 반경 부분에서 초기 설계안보다 두께 변형률이 작아짐을 알 수 있고 이러한 양상은 이후의 성형단계에서도 나타나고 있다. 4단계의 경우, 수정된 설계안이 초기 설계안보다 형상 변화가 펀치 반경 부분에서 더 심하게 일어나 장축 부분에서 더 얇아지는 경향을 나타내고 있다. 전체적으로 펀치 반경 이외의 부분에서 수정된 설계안의 두께가 덜 두꺼워지는 양상을 확인할 수 있고, 5단계와 6단계에서 펀치 반경 부분의 국부적인 변형 양상이 수정된 설계안의 경우 많이 완화되어 있음을 알 수 있다. 성형단계 별로 변

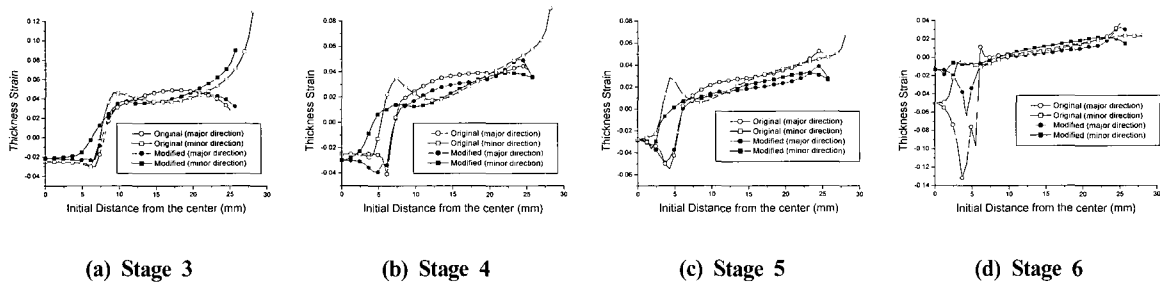


Fig. 5 Computed thickness strain distributions of each stage for the one step analysis

다단계 유한요소 역해석을 이용한 세장비가 큰 직사각컵 성형 공정의 해석

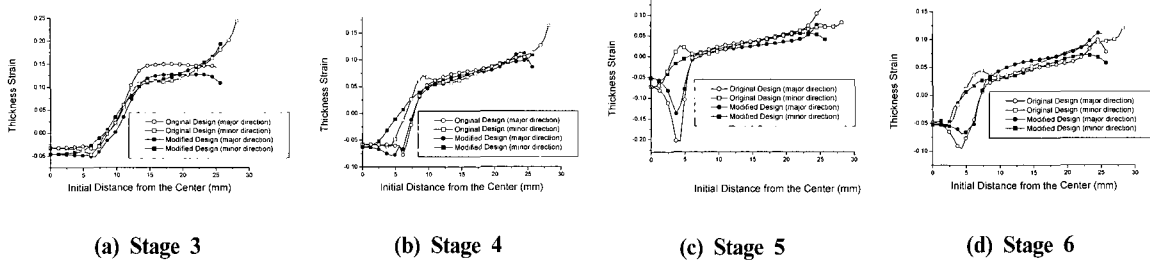


Fig. 6 Computed thickness strain distributions of each stage considering deformation history of the previous stage

형 이력을 고려하지 않았으므로, 실제적으로는 성형단계가 높아질수록 변형률의 크기가 계속해서 누적되어 증가하는데 비해 본 결과는 성형 단계별 컵 형상에 따라 변형률의 크기가 달라짐을 알 수 있다. 대략 두께 변형률 분포는 단계에 따라 4%~12% 사이의 변화를 보이고 있는데, 이와 같은 결과로부터 성형단계 별 변형 양상을

파악할 수 있을 것이다.

### 5.2 이전 단계의 변형이력을 고려한 2단계 역해석

본 절에서는 해석하고자 하는 성형단계의 바로 전 성형단계의 변형이력을 고려하여 해석을 수행하였다. 즉, 3

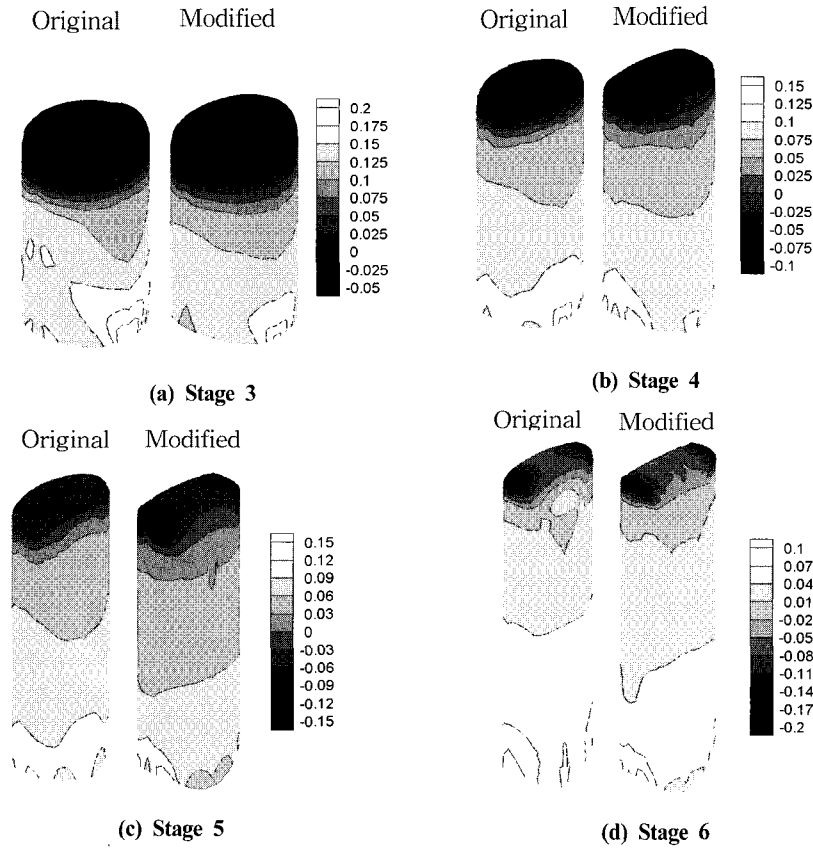


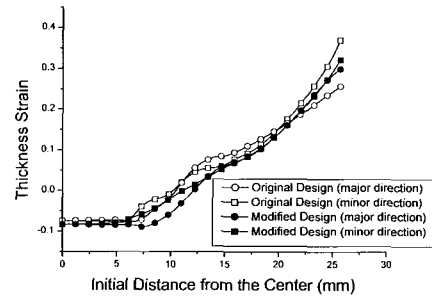
Fig. 7 Computed thickness contours considering deformation history of the previous stage

단계의 해석을 위해 1단계를 초기 조건으로 놓고 1단계와 2단계 사이의 1단계(one step) 역해석을 수행한 후 2단계의 성형 이력을 포함한 결과를 초기조건으로 놓고 3단계의 2단계(two step) 역해석을 수행하는 방법이다. 이렇게 함으로써 변형이력을 전혀 고려하지 않은 4.1 절의 결과보다는 보다 신뢰성 있는 결과를 얻을 수 있을 것이다. Fig. 6에 각 단계의 두께변형률 분포를 장축 및 단축방향에 대해서 정량적으로 나타내었고, Fig. 7에 각 성형단계의 변형형상 및 두께 변형률 분포를 도시하였다. 3단계와 4단계까지는 변형률 분포 양상이 비슷한 형태를 보이고 있는데, 수정된 설계안의 경우가 최종형상의 직사각 단면을 확보한 설계이므로, 형상의 변화가 보다 심하므로 변형률 분포가 장축방향에서는 약간 더 얇아지는 양상을 보이고 있다. 5단계와 6단계의 변형률 분포에서 수정된 설계안의 경우가 초기 설계안의 경우보다 국부적인 변형 양상이 훨씬 좋아 졌음을 알 수 있다. 변형이력을 고려하지 않은 1단계 역해석의 결과와 비교하여, 이전 성형 단계의 변형 이력을 고려했으므로, 누적된 변형 이력의 결과로 변형률의 크기는 증가했음을 알 수 있다.

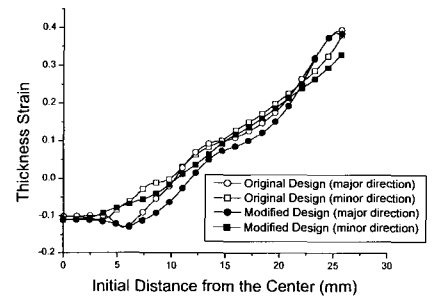
### 5.3 변형이력을 모두 고려한 다단계 유한요소 역해석

본 절에서는 이전 성형단계의 변형이력을 모두 고려한 다단계(multi step) 역해석을 수행하였다. 건전지 케이스의 경우 국부적인 변형도 심하게 일어나고 형상의 변화도 심하므로 이전 성형단계의 이력을 모두 고려한 해석이 역해석이 가지는 오차를 줄일 수 있고 신뢰성이 있는 해석이라 할 수 있을 것이다. 4단계 이후로는 축적된 변형이력이 커서 수렴성이 현저히 떨어져 본 연구에서는 4단계를 최후 형상으로 설정하고 다단계 역해석을 수행하였다. Fig. 8에 각 성형단계의 두께변형률 분포를 장축 및 단축방향에 대해서 정량적으로 나타내었다. 전체적인 두께의 분포 정도는 비슷한 양상을 보이고 있지만, 수정된 설계안의 경우가 벽면에서 두꺼워 지는 양상이 많이 완화되어 있음을 알 수 있다. 변형률의 크기는 누적된 변형이력의 결과로 1단계 역해석이나 2단계 역해석에 비해 증가했고, 아이어닝 효과를 고려하지 않았으므로 벽면 부분에서의 두께가 상당히 많이 두꺼워 졌음을 알 수 있다. 변형이력을 고려하지 않은 결과나, 이전 성형단계의 변형이력을 고려한 해석의 결과에서도 5단계 이후에 더 좋은 결과를 보이고 있는데, 변형이력을 모두 고려했을 경우에도 이와 같은 유형의 결과를 예측할 수 있을 것이다. 실제 공정에서는 단축 부분에서 살이 물리는

현상이 발생하고 장축 부분에서 과도한 스트레칭이 일어나는데 수정된 설계안을 사용하면 이런 현상을 현저히 줄일 수 있을 것으로 예측되어 진다.



(a) Stage 3



(b) Stage 4

Fig. 8 Computed thickness strain distributions of each stage considering full deformation history

## 6. 결론 및 토론

본 논문에서는 유한요소 역해석을 이용하여 초기 설계안 및 수정 설계안에 대해 정성적인 해석을 수행하였다. 변형이력을 모두 고려한 해석과 부분적인 이력만을 고려한 해석을 모두 수행하였다. 부분적인 변형이력을 고려한 해석의 경우 4단계 이후에서 수정된 설계안의 경우가 더 좋은 결과를 보이고 있음을 알 수 있다. 전체의 변형이력을 고려한 해석의 경우, 수정된 설계안은, 초기 설계안에 비해 상부에 직사각 단면을 확보하였고, 장축과 단축에서 급형과 컵 사이에 균일한 접촉이 일어나도록 하였으므로 보다 좋은 설계안이라고 할 수 있을 것이고, 부분적인 이력을 고려한 경우의 결과에서 5단계 이후에서도 보다 좋은 결과를 얻을 수 있음을 예측할 수 있었다. 유한요소 역해석은 해의 정확도가 직접해석에 비해

떨어지지만 빠른 계산시간으로 중간형상과 변형률 등을 쉽게 구할 수 있으므로 초기 설계 시에 매우 유용한 도구가 될 수 있을 것이다.

### 참 고 문 헌

- (1) Batoz, J.L., Guo, Y.Q., Duroux, P. and Detraux, J.M, 1989, "On the Estimation of Thickness Strain in Thin Car Panels by the Inverse Approach", NUMIFORM89, pp. 383~388.
- (2) Chung, K. and Richmond, O., 1994, "The Mechanics of Ideal Forming", ASME trans: J. of Applied Mechanics, Vol.61, pp. 176~181.
- (3) Liu, S.D. and Karima, M., 1992, "A One Step Finite Element Approach for Production Design of Sheet Metal Stampings", NUMIFORM92, pp. 497~502.
- (4) Lee, C.H. and Huh, H., 1997, "Blank Design and Strain Prediction of Automobile Stamping Parts by an Inverse Finite Element Approach", J. Mater. Process. Technol., Vol.63, pp. 645~650.
- (5) Lee, C.H. and Huh, H., 1998, "Three Dimensional Multi-step Inverse Analysis for the Optimum Blank Design in Sheet Metal Forming Processes", J. of Mater. Process. Technol., Vol. 80, pp. 76~82.
- (6) 허 훈, 2000, "디프 드로잉 - 소형 2차전지 사각케이스의 성형", 월간 LG 생산기술, Vol. 3, No. 2, pp. 16~18.
- (7) 김세호, 김승호, 허 훈, 2000, "외연적 유한요소법을 이용한 세장비가 큰 타원형 컵 성형공정의 다단계 해석", 한국소성가공학회지, 제9권, 제3호, pp. 313~319.
- (8) 김세호, 김승호, 허 훈, 2000, "유한요소해석을 이용한 세장비가 큰 직사각컵 다단계 성형공정의 금형 설계", 한국소성가공학회지, 제10권, 제2호, pp. 147~150.
- (9) 김승호, 김세호, 허 훈, 2000, "세장비가 큰 타원형 컵 성형 공정의 다단계 유한요소 역해석", 한국소성가공학회지, 제 9권, 제 3호, pp. 304~312.
- (10) Huh, H., Kim, S.H. and Kim, S.H., 2000, "Multi-stage inverse analysis of elliptic cup drawing with the large aspect ratio", Proc. Metal Forming 2000, pp. 107~116.