

Rural Postman Problem 해법을 위한 향상된 Simulated Annealing 알고리즘

강 명 주*

An Enhanced Simulated Annealing Algorithm for Rural Postman Problems

Myung-Ju Kang*

요 약

본 논문에서는 Rural Postman Problem(RPP) 해법을 위한 향상된 Simulated Annealing(SA) 알고리즘을 제안한다. SA 알고리즘에서는 냉각 스케줄을 어떻게 설정하느냐에 따라 알고리즘의 성능에 영향을 준다. 따라서, 본 논문에서는 RPP를 위한 냉각 스케줄을 제안하고, 기존에 많이 적용되는 냉각 스케줄을 적용한 결과와 비교하여 SA 알고리즘의 성능을 분석한다. 실험 결과에서는 본 논문에서 제안한 알고리즘이 기존의 SA 알고리즘에 비해 문제의 크기가 클수록 좋은 결과를 얻는다는 것을 알 수 있었다.

Abstract

This paper proposes an enhanced Simulated Annealing(SA) algorithm for Rural Postman Problems(RPPs). In SA, the cooling schedule is an important factor for SA algorithms. Hence, in this paper, a cooling schedule is proposed for SA for RPPs. In the simulation, the results of the SA using the proposed cooling schedule and the results of the SA using the existing cooling schedules are compared and analyzed. In the simulation results, the proposed method obtained the better results than the existing methods.

* 청강문화산업대학 컴퓨터소프트웨어과 교수
논문 접수 : 2000년 10월 20일 심사 완료 : 2001년 1월 15일

I. 서론

그래프 및 네트워크 문제는 실생활의 다양한 문제에 적용되는 가장 기본적인 문제이다. 일반적으로 네트워크 문제에 적용되는 문제들로는 Traveling Salesman Problem (TSP), Chinese Postman Problem (CPP), Vehicle Routing Problem (RPP), 그리고 Rural Postman Problem (RPP) 등이 있다.

특히, RPP 문제는 우편배달 경로 설정 문제, 쓰레기 수거 경로 문제, 버스노선 설정 및 라우팅 설정 문제, 통신의 라우팅 문제, 지리정보시스템(GIS)에서의 최적 경로 문제 등에서 많이 적용되는 것으로 NP-Complete 문제로 알려져 있다.

RPP 해법에 관한 기존의 방법으로는 1994년 Coberan에 의해 제안된 Polyhedral 접근 방법[2]과 1997년 Wainwright에 의해 제안된 유전자 알고리즘을 이용한 해법[3]이 있다. Polyhedral 접근 방법은 E' 내의 에지들의 수 뿐만 아니라 E' 내의 구성 요소들이 얼마나 서로 연결되어 있는지에 따라 효율이 크게 좌우되는 단점이 있다. Wainwright에 의해 제안된 유전자 알고리즘 해법은 오일러 그래프 변환 방법을 이용한 것으로, $E-E'$ 의 에지들에 대한 중간 경유 에지들의 포함 여부를 판단하기 위해 이진 코드로 염색체를 구성하였다. 그러나, 이 방법은 에지의 연결도가 커짐에 따라 염색체의 크기가 커지고, 또한, RPP의 가능해(Feasible Solution)를 위한 보장 연산이 필요하다는 단점이 있다. 따라서, 본 논문에서는 RPP의 해법으로 전역 최적화(Global Optimization) 문제에 많이 적용되는 Simulated Annealing (SA) 알고리즘을 사용한다.

SA 알고리즘은 금속의 담금질 특성을 컴퓨터 시뮬레이션 프로그램에 적용한 것으로, 다양한 최적화 문제에 이용되어 왔다. 즉, SA 알고리즘은 초기 온도를 높은 온도로 설정하여 불안정한 상태에서 해 공간 탐색이 이루어지고, 온도와 에너지 변화량의 지수 함수에 따른 활률적 방법으로 지역 최소해(Local Optima)를 탈피하는 방법이다. 따라서, SA 알고리즘에서는 냉각 스케줄에 사용되

는 온도 변화를 어떻게 시키느냐에 따라 해의 결과와 수렴 속도에 영향을 미친다[1, 4, 5, 7, 8, 11, 12]. 본 논문에서는 RPP를 위한 새로운 냉각 스케줄을 제안한다. 실험에서는 기존에 많이 사용되는 냉각스케줄과 본 논문에서 제안한 냉각 스케줄을 18개의 RPP 문제에 대해 각각 적용하고 알고리즘의 성능을 분석한다.

II. Rural Postman Problem

2.1 문제정의

Rural Postman Problem (RPP)은 주어진 특정 에지의 집합을 반드시 한번 이상 경유하는 최소 비용 경로 문제이다. 즉, 노드의 집합 V 와 에지의 집합 E , 그리고 반드시 한번 이상 경유해야 하는 에지의 집합 $E'(\subseteq E)$ 으로 구성된 무방향 그래프 $G = (V, E, E')$ 에서 에지의 집합 E' 을 반드시 한번 이상 모두 거치는 최소 비용의 경로를 구하는 문제로 NP-Complete 문제로 알려져 있다[6, 9].

2.2 Rural Postman Problem을 위한 수식 표현

노드 V 와 에지 E , 그리고 반드시 한 번 이상 경유해야 하는 에지 $E'(\subseteq E)$ 으로 구성된 무방향 그래프 $G=(V, E, E')$ 가 주어질 때, RPP는 E' 을 한번 이상 경유하면서 전체 라우팅 비용을 최소화하는 문제이다. 따라서, 전체 라우팅 비용은 E' 에 속하는 에지들의 비용과 E' 내의 에지들 간의 중간 경로들의 경유 비용을 모두 합한 것이 전체 라우팅 비용이 된다.

다음은 RPP를 위한 수식 파라미터(Parameter) 및 수식을 정의한 것이다.

파라미터 :

$e_i = (e_i^1, e_i^2) (\in E')$: E' 의 i 번째 에지.

$e_i^1 (\in V)$: i 번째 에지($\in E'$)의 시작노드.

$e_i^2 (\in V)$: i 번째 에지($\in E'$)의 끝노드.

$d_{e_i^2, e_{i+1}^1}$: e_i^2 에서 e_{i+1}^1 까지의 최소 비용. 즉, 디코딩에서 생성된 라우팅에서 i 번째 에지의 끝 노드

와 $(i+1)$ 번째 에지의 시작노드 사이에 경유되는 중간 경로의 최소 비용.

c_{e_i} ($e_i \in E'$) : i 번째 에지의 비용. 즉, 디코딩에서 생성된 라우팅에서 E' 에 속하는 i 번째 에지의 시작노드와 끝노드 사이의 비용.

C : 라우팅 비용 목적함수.

RRP의 정의에 의해, 방문하는 각 에지에서의 비용과 다음에 방문하는 에지까지의 최소 비용을 모두 구함으로써 RPP의 최소 비용을 구할 수 있다. (식 1)은 RPP의 최소 라우팅 비용을 구하기 위한 목적함수 있다.

목적함수 :

$$\text{Minimize } C = \sum_{i=1}^n (c_{e_i} + d_{e_i, e'_{i+1}}) \quad (\text{식 1})$$

여기서, i 는 방문하는 에지의 순서를 나타내며, $n=|E'|$ 이다. 그리고 만일 $i=n$ 이면 $i+1 = 1$ 로 한다. 즉, 시작 지점에서 출발하여 시작 지점에서 종료한다.

2.3 적용되는 Rural Postman Problem 문제

[표 1]은 18개의 문제들에 대해 노드의 집합 V 와 에지의 집합 E 그리고 반드시 경유해야 하는 에지의 집합 E' ($E' \subseteq E$)로 구성된 무방향 그래프 $G=(V, E, E')$ 에서 노드의 크기($|V|$), 에지의 크기($|E|$) 그리고 반드시 경유해야 하는 에지의 크기($|E'|$)를 나타내고 있다. 적용된 18개의 문제는 [3]에서 적용된 문제들이다.

표 1. Rural Postman Problem 문제
Table 1. Rural Postman Problems

문제	$ V $	$ E $	$ E' $
1	50	63	12
2	50	63	12
3	50	63	12
4	50	100	20
5	50	100	20
6	50	100	20
7	75	94	18
8	75	94	18
9	75	94	18
10	75	150	30
11	75	150	30
12	75	150	30
13	100	125	25
14	100	125	25
15	100	125	25
16	100	200	40
17	100	200	40
18	100	200	40

III. Rural Postman Problem을 위한 Simulated Annealing 알고리즘

3.1 Simulated Annealing 알고리즘

SA 알고리즘은 금속의 담금질 특성을 이용하여 조합 최적화 문제를 해결하는 방법이다. 즉, 높은 온도에서 시작하여 온도를 서서히 낮추며 안정된 상태로 이동하면서 최적해를 구하는 방법이다.

SA 알고리즘은 현재 상태의 해와 이웃하는 해를 이용한다는 면에서 국부탐색 알고리즘과 비슷하다. 그러나, 국부탐색 알고리즘은 이웃하는 해가 현재 상태의 해보다 좋을 경우에만 해 공간의 탐색이 계속 이루어지는 반면, SA 알고리즘에서는 비록 현재 상태의 해가 이웃하는 해보다 좋지 않더라도 Metropolis 알고리즘에 의한 확률적인 방법에 의해 이웃 해를 현재 상태의 해로 설정함으로써 국부탐색 알고리즘에서는 배제될 수 있는 해 공간을 탐색할 수 있도록 한 것이다. 따라서, SA 알고리즘은 모든 해 공간의 탐색이 가능하며, 이로 인하여 전역 최소해를 구할 수 있다. 그러나, NP-Complete 문제에서는 문제 크기가 커짐에 따라 해 공간의 크기가 폭발적으로 커지기 때문에 전체 해 공간을 탐색하기 위해서는 SA 알고리즘을 무한회 수행해야 하는 단점이 있다.

[그림 1]은 SA 알고리즘을 나타내고 있다. SA 알고리즘에서 단계 (11)과 단계 (12)는 새로운 상태의 해가 현재 상태의 해보다 나쁠 경우에 Metropolis 조건에 의해 새로운 상태를 결정하는 단계이다. 이는 최종적인 전역 최소해로 수렴해 가는 과정에서 현재 상태의 해가 지역 최소해(Local Minima)에 빠질 수 있는 경우를 탈피하기 위한 것이다. 단계 (15)는 온도를 서서히 낮추는 단계로서, 냉각 스케줄에 의해 온도 변화가 이루어진다.

SA 알고리즘에서는 냉각 스케줄을 어떻게 설정하느냐에 따라 SA 알고리즘의 성능에 큰 영향을 준다. 따라서, 본 논문에서는 RPP를 위한 새로운 냉각 스케줄을 제안한다.

```

(1) begin
(2)  select an initial solution  $i \in S$ ;
(3)  select an initial temperature  $T$ ;
(4)  while stopping criterion not true
(5)    count = 0;
(6)    equilibrate( );
(7)    choose a neighbor  $j \in N(i)$ ;
(8)     $\delta = f(j) - f(i)$ ;
(9)    if  $\delta < 0$  then
(10)      $i = j$ ;
(11)   else if  $\text{random}[0, 1) < \exp(-\delta/T)$  then
(12)      $i = j$ ;
(13)   end if
(14)   count = count + 1;
(15)   reduce temperature  $T$ ;
(16) end while
(17) end
    
```

그림 1. Simulated Annealing 알고리즘
Fig 1. Simulated Annealing Algorithm

3.2 냉각 스케줄

냉각 스케줄은 SA 알고리즘에서의 해 공간 탐색에 있어서 유한회의 탐색을 가능하게 하기 위한 것이다. 일반적으로 초기 온도를 높게 설정하여 서서히 냉각 스케줄에 따라 감소시킴으로써, SA의 초기 상태에서는 이웃해로의 전이가 가능한 많이 이루어지도록 하여 지역 최소해를 탈피하도록 하며, 상태가 진행됨에 따라 낮은 온도를 유지함으로써 안정된 상태로 진행된다. 그러나 적용되는 문제에 따라 어떤 냉각 스케줄을 사용하느냐가 SA 알고리즘의 성능을 결정하게 되며, 적합한 냉각 스케줄의 선택은 실험적으로 얻을 수 있다[10].

본 논문에서는 기존에 많이 사용되는 2개의 냉각스케줄과 본 논문에서 제안한 냉각스케줄을 이용하여 18개의 RPP 문제에 적용하였다. 그리고, 각 냉각 스케줄에 대해 상태 변화에 따른 이웃해로의 전이 상태 및 해의 수렴을 살펴본다. (식 2) ~ (식 4)는 본 논문에서 적용된 냉각 스케줄의 함수들을 나타내고 있다. 여기서 T_0 는 초기 온도를 그리고 $T(k)$ 는 k번째 상태의 온도를 나타낸다.

$$T(k) = 0.9 \times T(k-1) \quad (\text{식 } 2)$$

$$T(k) = \frac{T_0}{\log(1+k)} \quad (\text{식 } 3)$$

$$T(k) = \frac{T_0}{1 + \sqrt{0.1 \times k}} \quad (\text{식 } 4)$$

일반적으로 기존의 SA 알고리즘에서는 냉각 스케줄을 위한 함수로 (식 2)와 (식 3)을 많이 사용하며[10, 12], 본 논문에서는 RPP를 위한 냉각 스케줄의 온도 변화식으로 (식 4)를 제안한다. 그리고, 실험 결과에서는 위의 3가지 냉각 스케줄의 온도 변화식을 이용한 해의 수렴 및 이웃해로의 전이 상태를 비교함으로써, 제안한 온도 변화식 (식 4)가 RPP 문제를 위한 SA에 적합하다는 것을 실험을 통해 보였다.

(식 2)는 (식 4)에 비해 낮은 온도 상태로 너무 일찍 내려가서 안정된 상태를 유지함으로써 조기 수렴(Premature Convergence)이 될 가능성이 높고, (식 3)은 (식 4)에 비해 높은 온도에서 시작되고 또한 보다 일찍 안정된 상태를 유지하지만 일정한 상태 이후에는 (식 4)가 더 낮은 온도에서 안정된 상태를 유지하게 된다.

3.3 벡터 구성

(그림 2)는 SA에서 사용되는 벡터의 구성 방법을 설명한 것이다. 해를 구성하는 벡터는 에지의 집합 E와 노드의 집합 V, 그리고 반드시 경유해야 하는 에지의 집합 $E' (\subseteq E)$ 으로 구성된 무방향 그래프 $G = (V, E, E')$ 에서 E' 의 모든 원소들로 이루어진다. 이 때, 해를 구성하는 벡터에는 서로 중복이 없고, 또한, 한 번씩만 나타나도록 하여 모든 E' 의 에지들을 최소로 경유할 수 있도록 한다. 구성된 벡터의 특징은 벡터를 구성하는 원소들의 순서가 라우팅의 순서가 되고, 벡터의 각 원소(에지 정보)들 사이의 중간 라우팅 경로 및 비용은 각 원소를 구성하는 노드들 간의 최단 경로와 최소 비용을 할당하게 된다. 예를 들어, [그림 2]에서 노드 a와 b로 구성된 원소 $e_1(a, b)$ 와 노드 e와 f로 구성된 원소 $e_3(e, f)$ 사이의 최단 경로는 a와 e, a와 f, b와 e, 그리고 b와 f 사이의 경로들 중 최단 경로를 선택하게 된다.

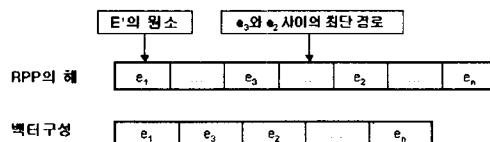


그림 2. 벡터 구성 방법
Fig 2. Vector construction method

3.4 이웃해 생성 방법

본 논문에서는 이웃해 생성 방법으로서 삽입(Insertion) 방법을 사용한다.

[그림 3]은 삽입 방법을 이용한 이웃해 생성 방법을 나타내고 있다. 즉, 현재 상태의 벡터의 요소 중 여섯번째 요소인 θ_6 를 선택하여 벡터의 세번째 위치로 삽입함으로써 새로운 상태의 벡터를 생성하는 방법을 나타내고 있다. 이 방법을 사용함으로써, 현재 상태의 해로부터 최소한의 변화를 주어 이웃해를 구하게 되며, 또한, 해의 구조가 깨지는 것을 막을 수 있다.

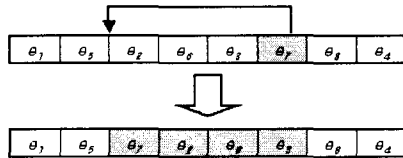


그림 3. 삽입(Insertion) 방법을 이용한 새로운 상태의 벡터 생성 방법
Fig 3. Insertion method

IV. 실험 결과

4.1 실험 환경

본 논문에서는 2절에서 설명한 18개의 RPP 문제에 대해 다음과 같은 실험 환경 하에서 기존의 냉각스케줄에 의한 SA 알고리즘과 본 논문에서 제안한 냉각스케줄에 의한 SA 알고리즘의 근사 최적해를 구하였다.

- 시스템 : IBM PC Pentium III.
- 운영체제 : Windows 2000.
- 적용된 총 문제 수 : 18개.
- 이웃해 생성 방법 : 삽입(Insertion) 방법.
- 총 비용 계산 횟수 (알고리즘 종료 조건) : 100,000 회
- Equilibrate (10) × Metropolis 알고리즘 (10,000).
- 비용 계산식 : (식 1)

$$C = \sum_{i=1}^n (c_{e_i} + d_{e_i, e'_{i-1}})$$

4.2 실험 결과 분석

[표 2]는 2절에서 설명한 18개의 RPP 문제에 대해 일반적으로 냉각 스케줄에 많이 사용되는 온도 계산 방법 (식 2)와 (식 3)에 의한 SA 알고리즘과 본 연구에서 제안한 온도 계산 방법(식 4)에 의한 SA 알고리즘의 근사 최적해 및 CPU 시간을 비교한 것이다. 여기서, CPU 시간은 처음 근사 최적해를 찾을 때까지의 목적함수 계산 횟수를 나타낸다.

[표 2]에서도 알 수 있듯이 (식 2)를 적용한 냉각 스케줄을 사용한 경우에는 비교적 크기가 작은 문제들에 대해서는 좋은 해를 찾고 있지만 문제 크기가 큰 문제들에 대해서는 지역 최소해를 탈피할 수 없음을 알 수 있다. 이는 (식 2)를 적용한 냉각 스케줄이 너무 일찍 그리고 너무 낮은 온도에서 안정된 상태를 유지하기 때문에 Metropolis 알고리즘을 적용할 기회가 적어짐으로 인해 이웃해로의 전이가 거의 이루어지지 않기 때문이다. 반면, (식 3)을 적용한 냉각 스케줄을 사용한 경우에는 (식 4)를 이용한 냉각 스케줄과 비교해 볼 때, 초기 상태에서는 (식 4)보다 낮은 온도를 유지하지만 상태가 진행됨에 따라 오히려 높은 온도를 유지한다. 따라서, (식 3)을 적용할 경우에는 (식 4)를 적용한 경우보다 불안정한 상태가 되어 최소해로 탐색이 이루어지기 보다는 이웃해로의 전이가 많이 이루어지기 때문에 (식 4)를 적용한 냉각 스케줄이 대체로 좋은 결과를 보이고 있다.

표 2. 기존 방법과 제안한 방법의 근사 최적해 비교
Table 2. Comparison of near-optimal solution between the proposed method and the existing methods

문제	냉각 스케줄 유형					
	식 2		식 3		식 4	
	근사최적해	CPU	근사최적해	CPU	근사최적해	CPU
1	188	375	188	326	188	986
2	196	1,639	192	15,433	192	1,633
3	130	404	130	8,471	130	2,596
4	149	3,196	147	45,280	147	34,850
5	161	58,502	167	28,862	161	74,812
6	181	59,990	161	39,724	164	65,994
7	271	1,424	250	26,370	250	21,147
8	223	1,100	209	4,140	209	5,115
9	295	499	290	11,030	290	34,300
10	295	8,201	318	93,800	292	58,913
11	264	64,680	291	72,969	257	99,911
12	277	16,205	286	54,733	262	76,606
13	307	14,890	305	24,695	301	63,795
14	329	1,751	337	35,541	325	86,980
15	284	1,893	291	97,240	284	43,465
16	405	81,671	501	56,979	421	93,921
17	358	6,119	424	88,859	341	96,279
18	385	47,169	438	55,835	401	40,753

V. 결론

본 논문에서는 RPP 문제 해법을 위한 향상된 SA 알고리즘을 제안하였다. 특히, SA 알고리즘에서는 냉각 스케줄을 어떻게 설정하느냐에 따라 알고리즘의 성능이 좌우된다. 따라서, 본 논문에서는 RPP를 위한 새로운 냉각 스케줄을 제안하고, 이를 SA 알고리즘에 적용하였다. 실험 결과로부터 기존에 많이 사용되는 냉각 스케줄을 사용하였을 때보다, 본 논문에서 제안한 냉각 스케줄을 적용하였을 때가 대체로 좋은 결과를 얻을 수 있었다.

향후 연구 과제로는 RPP 문제를 GIS의 최적경로 탐색 문제와 네트워크에서의 라우팅 문제에 적용하고, 또한, 시간 제약이 있는 RPP 문제에서도 본 논문에서 제안한 알고리즘을 적용하는 것이다.

참고문헌

[1] Battiti, R., Tecchiolli, G., Simulated Annealing and Tabu Search in the Long Run : a Comparison on QAP Tasks, Computer and Mathematics with Applications, Vol. 28, No. 6, pp. 1-8, 1994

[2] Corberàn, A. and Sanchis, J. M., "A Polyhedral Approach to the Rural Postman Problem", European Journal of Operational Research 79, pp.95-114, 1994.

[3] Cook, C., Schoenefeld, D. A. and Wainwright, R. L., Finding Rural Postman Tours, Proceedings of the 1998 ACM Symposium on Applied Computing, pp. 318-326, 1998.

[4] Fausett, L., Fundamentals of Neural Networks Architectures, Algorithms, and

Applications, Prentice Hall, 1994.

[5] Freeman, J. A. and Skapura, D. M., Neural Networks Algorithms, Applications, and Programming Techniques, Addison-Wesley, 1991.

[6] Garey, M. R. and Johnson, D. S., Computers and Intractability - A Guide to the Theory of NP-Completeness, pp.213, FREEMAN, 1979.

[7] Greening, D. R., 1995, Simulated Annealing with Errors, PhD. paper, University of California.

[8] Haykin, S., Neural Networks - A Comprehensive Foundation, Macmillan Publishing Company, 1994.

[9] Lenstra, J. K. and Rinnooy Kan, A. H. G., On General Routing Problems., Networks, Vol. 6, pp. 273-280, 1976.

[10] Lin, Chin-Teng and Lee, C. S. George, Neural Fuzzy Systems, Prentice Hall, 1996.

[11] 김대수, 신경망 이론과 응용 (I), 하이테크정보, 1992.

[12] 최형진, 정영준, 양해술, 뉴로컴퓨팅, 홍릉과학출판사, 1994.

저자소개



강명주

1993. 2 경희대학교 전자계산
공학과 졸업(공학사)

1995. 2 경희대학교 전자계산
공학과 (공학석사)

1998. 8 경희대학교 전자계산
공학과 (공학박사)

현재 청강문화산업대학 컴퓨터
소프트웨어과 교수

관심분야 : 운영체제, 네트워크
디자인, 메타휴리스
틱 알고리즘, 유전
자 알고리즘 등