

변수에 의한 함수 지도가 함수개념의 형성에 미치는 효과

이 덕 호¹⁾ · 길 영 순²⁾

I. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

인류의 문명과 함께 발전해온 수학은 인간의 정신적인 창조물로 가장 유용하고 매력적인 지식의 하나로서 산업, 금융, 정보통신, 국방 등 그 영향력이 미치지 않는 곳이 없다.

이는 수학이라는 학문이 자연과학뿐만 아니라 인문과학이나 사회과학의 문제해결을 위한 도구로써 크게 기여하기 때문이다.

특히, 이중 함수의 개념은 산술·대수에서 기하·확률에 이르기까지 수학 전 분야에 있어서 가장 기초적인 개념인 동시에 실생활에서 찾아볼 수 있는 많은 투입과 산출과정, 또는 자연현상이나 사회현상을 고찰하거나 이해하기 위한 수학적 사고의 모든 부분에 관련되어 있어서 사용되지 않는 분야가 거의 없을 정도로 널리 활용되는 개념이다.

이러한 함수의 개념을 현행 교과서에는 집합사이의 임의적인 대응으로 함수개념을 도입하여 피상적으로 전달한 후 정비례·반비례와 그 그래프, 일차함수와 이차함수의 그래프 등을 설명하도록 되어 있다.

다양한 실제적인 변화 현상 가운데에서 활동경험을 통하여 이를 내면화하고 대상화하여 규칙성을 발견하고 이를 관계식, 그래프 등으로 정리하고 표현하여 수학적 해내는 과정은 생략된 채로 말이다.

그렇게 함으로써 박경미(1998)는 학생들에게 대응으로 설명되어진 함수의 개념과 이후로 배우는 함수들과의 연계성 등을 찾지 못해 일반적인 함수개념을 이해하는 데 더 어렵고, 함수적 사고를 필요로 하는 많은 현실적인 변화 상황에서도 문제해결을 하는데 오히려 장애요인이 되고 있다고 하였다.

이러한 문제점을 보완하기 위해서 앞으로 시행되는 7차 교육과정에서는 대응이 아닌 비례를 이용하여 함수의 개념을 도입하도록 하였다.

이러한 입장에서 본 연구는 함수개념의 도입에서 다양하고 실제적인 변화 상황 속에서 종속관계를 인식하고 또한 그러한 동적 종속관계를 구성해보는 활동을 통해 점진적인 수학적 과정을 경험하도록 함으로써 함수개념의 본질이 형성될 수 있고 진정한 함수적 사고의 발달을 가져올 수 있도록, 변수에 의하여 함수개념을 도입한 학습자료를 개발하여 지도해 보고 또 그렇게 했을 때 학생들이 함수개념을 형성하는 데 얼마만큼의 효과가 있는지를 확인하는 것에 목적이 있다.

2. 연구의 내용

본 연구의 목적을 달성하기 위하여 다음과

1) 공주대학교 수학교육과
dhlee2@knu.kongju.ac.kr
2) 충남 공주 사곡중학교
kilys0912@hanmail.net

같이 연구의 내용을 설정하였다.

가. 변수에 의하여 함수개념을 도입한 학습자료를 어떻게 개발·적용할 것인가?

나. 변수에 의하여 함수개념을 도입한 학습자료로 수업을 실시한 실험반과 대응에 의하여 수업을 실시한 비교반 간에 ‘함수개념’이 형성되는데 있어서 어떤 차이가 있을 것인가?

3. 연구의 제한점

본 연구는 다음과 같은 제한된 조건하에서 시행하였다.

가. 본 연구는 현행 중학교 1학년 수학 교육과정의 함수 단원에서 함수개념을 학생들에게 지도하는 데 적용하였다.

나. 본 연구의 대상은 충청남도 C군의 면 지역에 소재하는 J 중학교에서 1학년 2개반을 선정하여 실시하였다.

다. 본 연구의 사전, 사후 검사 도구는 연구자가 평가 항목을 선정하여 개발한 지필 검사지를 사용하였다. 따라서 객관적이고 완전한 평가를 하는 데에 있어서 편협화할 가능성이 있다.

따라서 본 연구 결과를 해석하고 일반화하는 데에 있어서는 이러한 연구상의 제한점을 고려해야 할 것이다.

4. 용어의 정의

가. 함수개념

두 양 x, y 가 있을 때 x 의 값에 따라 y 의 값이 하나씩 정해지는 관계가 있을 때 y 는 x 의 함수라고 한다.

이렇게 함수를 정의한 것을 바탕으로 여러

가지 물리적, 사회적, 정신적 세계 특히 수학적 세계에서 일어나는 다양한 실제적인 변화 상황 가운데에서 종속관계를 인식하고 또한 그러한 동적인 종속관계를 구성해보는 활동을 통해 점진적인 수학적 과정을 경험하도록 함으로써 진정한 함수적 사고의 발달을 가져올 수 있도록 하는 것을 함수개념이라 한다.

나. 변수

일반적으로 수를 나타내기 위하여 사용되는 문자이거나 문자열이다. 임의의 특수한 경우에는 항상 변할 수 있는 변수의 값이 어떤 특정한 수를 나타내기도 한다.

함수에서는 관계를 설명하고 분석하는 수단으로서 서로 다른 두 개의 변수를 포함하는 수식 내의 한 변수에 수를 대체함으로써 인하여 다른 변수의 값이 결정된다면, 전자의 변수를 독립 변수라 부르며, 후자의 변수는 종속변수라 부른다.

II. 이론적 배경

함수개념의 역사적 발생과 이후 함수개념이 어떻게 변화되었는지를 알아보고 학교 수학에 함수가 도입된 배경을 고찰해 본다. 그리고 우리 나라교육과정에서 함수개념이 어떻게 도입되어 설명되었는지의 그 변천을 알아본다.

1. 함수개념의 역사적 발생과 변천

가. 함수개념의 역사적 발생

함수개념의 근원은 고대 바빌로니아 시대까지 거슬러 올라간다. 기원전 5세기경의 바빌로니아 사람들은 천체의 주기성을 발견하고 경험적 자료를 바탕으로 천체의 운동을 나타내는 경로를 연구하면서 만든 수표는 함수를 나타낸다. 그리스 천문학자 프톨레마이오스의 천문학 책에는 현의 표가 나오는데

이는 천체 운동을 삼각함수로 기술한 것이다. 일차함수, 이차함수, 삼차함수와 같은 함수의 기원 역시 의식적으로 다루어지지 않았지만 바빌로니아에서 찾아 볼 수 있다(박경미, 1998).

개념화된 함수는 17세기에 이르러 역학에서 물체의 운동을 곡선으로 나타내어 연구하는 가운데 시간과 거리와 같은 변량사이의 관계로서 수학에 도입되었다.

함수란 용어는 라이프니츠(Leibniz, G. W. 1646~1716)가 처음 사용하였다. 함수의 영어단어 Function은 기능이나 작용을 뜻하는 단어로서 수학에서 함수가 중요한 기능을 하고 있는 것으로 믿었기 때문에 라이프니츠는 이와 같이 불렀다. 함수의 한자 函數는 중국 사람들이 '기능을 나타내는 상자'를 뜻하는, 『fun』과 발음이 비슷한 『函』자를 써서 나타내었고 이것을 우리말로 함수라 읽게 된 것이다.

라이프니츠는 '변수 x 의 값의 변화에 따라서 다른 변수 y 가 정해지면, 이때 y 를 x 의 함수'라고 정의하였다. 또 함수와 곡선을 같은 것으로 보아 '곡선의 함수를 규정하는 것'이라고 생각하였다.

그 후 1694년에 함수라는 것은 방정식에 의하여 표시되는 사실이라 주장하였고, 함수관계를 그림이나 식의 어느 쪽으로 나타내어도 무방한 것이라는 태도를 취하게 되었다. 그러나 그의 연구방법은 주로 기하학적인 것이어서 그림을 통한 직관적 판단이 선행되는 것이기에 논리적으로 엄밀성을 잃고 있었다(김명렬 등, 1990).

베르누이(Bernoulli, J. 1667~1748)는 1718년에 $\emptyset x$ 라는 기호를 사용했고, 기호 f 를 처음 사용한 수학자는 18세기의 오일러(Euler, L. 1707~1783)였다. 오일러는 그의 저서 「무한소 해석 입문 Introduction analysis infinitorum, 1748」에서 '한 개의 변수를 가진 함수란 그 변수와 몇 개의 상수로 만들어진 해석적인 식'이라고 하여 곡

선과 함수의 개념을 분리시키려고 하였다. 해석기하학의 발달과 함께 여러 가지 곡선이 방정식으로 표현되면서 변량사이의 함수관계가 하나의 방정식으로 나타나게 되었다. 오일러는 그러한 상황을 일반적인 것으로 인식하고 변량사이의 관계를 나타내는 해석적인 표현, 곧 식을 함수라고 정의하였다. 오일러는 x 의 임의의 함수는 직선 또는 곡선으로 나타내어지며, 역으로 임의의 곡선은 함수로 나타내어진다고 보고, 라이프니츠가 함수를 기하학적 대상으로 보던 것을 수식화하여 해석적으로 다룰 수 있게 하였다.

나. 함수개념의 역사적 변천

18세기 후반에 진동하는 끈에 대한 편미분 방정식의 해에 대한 논의에서 하나의 해석적인 식으로 나타내어지지 않는 함수가 등장하였고, 푸리에(Fourier, J. B. J. 1768~1830)가 임의의 함수는 삼각함수로 전개 가능하다는 주장을 제기하면서 함수는 하나의 해석적인 표현이 가능한 것이라는 전통적인 관념에 혁명적인 변화가 일어났다.

이로부터 코오시(Cauchy, A. L. 1789~1857)는 여러 변수들 중의 하나에 어떤 값들을 주면 그것에 대해서 다른 변수들의 값이 모두 정해지는 관계에 있을 때 처음 변수를 '독립변수'라 하였다. 이 때, 다른 변수를 '종속변수'라 하고, 그것을 그 독립변수의 '함수'라고 정의하였다. 함수에 대한 코오시의 정의는 오일러의 그것과는 달리 「해석적인 식으로 나타내어진다」는 조건이 없고 변수 사이의 관계로 단순하게 규정짓고 있다. 이러한 정의로 말미암아 함수를 개개의 x 의 값에 대해서 y 의 값이 정해지는 일종의 규칙으로 파악하게 되는 계기가 되었다. 따라서 그 당시까지 암암리에 생각하고 있던 기하학적인 면이나 구체적인 식으로 나타내는 해석적인 개념으로부터 함수의 개념이 일단 분리되기 시작하였던 것이다.

디리클레(Dirichlet, P. G. L. 1805~1859)는 함수를 '어느 구간 내의 어떤 변량 x 의 각각의 값에 y 의 값이 각각 정해질 때 y 를 x 의 함수라고 한다'고 정의하였으며 이때 y 가 전구간에서 x 의 하나의 법칙에 따를 필요도 없고 또 종속변수가 수학적 연산에 의하여 나타내어질 필요가 없다고 하였다. 이것은 이전의 함수를 해석적인 식에서 출발시키려는 태도를 완전히 바꾸었다.

그 후, 함수의 연구는 19세기말 칸토르(Cantor, G. 1845~1918)가 집합론을 정립하자 데데킨트(Dedekind, J. W. R. 1831~1916)가 '두 집합 A, B 가 주어졌을 때 A 의 각 원소에 대응하여 B 의 원소가 오직 하나씩 대응되는 규칙이 있으면 이 대응규칙을 A 에서 B 로의 사상(mapping)'이라 하였고, 특히 A 와 B 가 수로 이루어진 집합이면 이 사상을 함수라고 정의하였다. 데데킨트가 확립한 사상(mapping)의 개념이 뒷받침되어, 바이에르스트라스(Weierstrass, K. 1815 ~ 1916)가 연속이지만 모든 점에서 미분 불가능한 함수를 발견하게 되자 급진전을 이룩하여, 오늘날에는 르베그(Lebesgue, H. 1875~194)의 측도론을 거쳐서 실변수 함수론, 함수해석학으로 발전하기에 이르렀다.

이상으로 함수개념의 역사적 변천을 고찰해 보았다. 그 결과 함수개념은 크게 고전적 개념과 현대적 개념의 두 가지 방향으로 해석할 수 있다. 즉 고전적 개념은 역사적으로 근세에 형성된 것으로서 변수의 개념에 의존하고 있다. 현대적 개념은 20세기 전후에 형성된 것으로서 집합과 대응의 개념으로 함수를 정의하고 있다는 것을 알 수 있었다.

현재 우리 나라 교육과정에서는 현대적 개념인 집합과 대응으로 함수를 지도하고 있다. 그런데 요즘 세계적인 추세가 다시 고전적인 개념으로 돌아가서 변수사이의 관계로 함수를 정의하고 있는 실정이다. 미국이나 일본의 경우, 중학교 과정에서 집합을 배우지 않으므로 함수개념을 대응으로 하지 않

고 변수에 의해 함수개념을 도입하여 지도하고 있다는 것이다.

그리고 우리 나라에서도 변수로 함수개념을 도입하자는 의견이 나오고있고 또 실제로 7차 교육과정에서는 변수에 의해 함수개념을 도입하도록 되어 있는바 이러한 것들이 폭넓게 적용될 수 있도록 많은 연구와 노력이 뒤따라야겠다.

2. 학교수학에 함수가 도입된 배경

근대에 이르기까지 전통적으로 학교수학은 대수와 기하라는 커다란 줄기로 구성되어 왔다.

함수개념이 학교수학에 도입된 것은 20세기초에 독일에서 클라인(Klein, F. 1849~1925)이 수학 교육 개혁을 주장한 이후이다.

함수적 사고 교육의 중요성을 강조한 클라인의 주도로 독일에서 수학 교육 개혁 운동이 일어나면서 함수개념이 학교수학에 도입된 것이다.

그는 개념적 사고 방법을 중요하게 보면서 함수적 사고 습관의 도야를 강조하였으며, 함수개념이 수학 수업에 스며들어 학생들에게 살아있는 자산이 되도록 지도되어야 한다고 주장하였다.

이는 함수적 사고는 대수와 기하를 관련지어 주고 응용수학을 포함하여 수학적 사고 전체의 바탕에 놓여 있는 기본적인 핵심적 관점이라는 판단에서 비롯된 것이었다.

박경미(1998)는 함수개념은 여러 가지 물리적, 사회적, 정신적 세계 특히 수학적 세계에서 일어나는 변화 현상 가운데 그 '종속관계'를 설명하고 기술하고 조직하기 위한 도구로서 도입되었다고 하였다.

이상으로 살펴본 바에 의하면 함수는 학교수학에 도입된 배경부터가 고전적인 개념인 두 변수 사이의 종속관계로 함수개념이 설명되어졌음을 알 수 있다.

3. 우리 나라의 함수개념 지도 변천 지도하도록 되어 있는 것을 알 수 있다.

해방전 군정하에서는 교수요목을 제정하여 발표하였는데, 그 당시 초급중학교 제 1학년 수학과 교수요목을 살펴보면 비례, 평방의 비례, 복비례, 좌표의 내용이 나와 있기는 하나 구체적으로 언급하지 않았다.

6.25가 끝난 후 1954년 4월 20일 문교부령 제 35호로 교육과정 시간배당 기준령이 발표되고 1955년 8월 1일 문교부령 제 45호로 각급 학교 교육과정이 제정 공포되었는데, 이때부터 지금까지의 중학교 1학년 수학과 교육과정에서 함수단원에 해당되는 지도내용을 살펴보면 다음과 같다.

제 1차 교육과정에서는 비와 비례관계를 배운 후 비와 함수관계의 이해를 확실히 하는 것으로 되어 있다.

제 2차 교육과정에서도 비례관계를 배우고 비례상수는 가급적 양수를 취급하고 그래프도 제 1사분면에서만 지도하도록 되어 있다. 변하는 양의 대상의 수도 두 가지로 한정시켜 함수의 개념을 설명하였다. 제 3차 교육과정에서는 특이할만한 사실이 수학교육 현대화 운동의 영향을 받아 집합의 지도를 매우 강조하여 집합 개념을 모든 영역에 충분히 활용하도록 하였다. 그리하여 함수개념도 비와 비례관계는 초등학교로 내려갔고 그 대신 두 집합의 원소사이의 대응을 통하여 함수의 개념을 이해하도록 하였다. 이 후 함수개념은 제 6차 교육과정까지 두 집합의 원소사이의 대응을 통하여 지도하게 되었다.

그런데, 앞으로 실시될 제 7차 교육과정에서는 제 1, 2차 교육과정에서처럼 비례관계를 이용하여 변화하는 두 양의 관계로서 함수의 개념을 지도하도록 되어 있다.

이상으로 살펴본 것처럼 함수개념 지도에 있어서 1, 2차에서는 비례관계를 이용해서 지도했고 3, 4, 5, 6차 교육과정에서는 두 집합의 원소사이의 대응을 통하여 지도했고 다시 7차 교육과정에서는 비례관계를 이용하여

Ⅲ. 연구의 과제

연구의 필요성 및 목적과 이론적 배경을 바탕으로 다음과 같은 내용을 본 연구의 과제로 선정하여 분석하였다.

1. 연구과제 1

변수에 의하여 함수개념을 도입한 학습자료를 개발한다.

2. 연구과제 2

개발된 학습자료를 본시교수-학습 활동에 투입하여 적용한다

Ⅳ. 연구의 설계

1. 연구의 대상 및 기간

가. 연구의 대상

본 연구의 대상은 연구자가 근무하는 충청남도 C군의 면 지역에 소재하는 J 중학교 1학년 2개 학급을 각각 실험반과 비교반으로 선정하여 적용하였다.

나. 연구 기간

1999. 8. 1 ~ 2000. 10. 31

2. 연구의 방법 및 절차

가. 연구의 방법

(1) 변수에 의하여 함수개념을 도입한 학

습자료를 개발한다.

(2) 실험반은 변수에 의하여 함수개념을 도입한 학습자료로 수업 처치하고, 비교반은 대응에 의한 함수개념 도입으로 수업을 처치한다.

(3) 사전 검사는 연구 대상자 학교의 5월 중간고사 수학교과의 지필 평가로 한다.

(4) 사후 검사는 자체 제작한 검사지로 수업 처치 후 실시한다.

나. 연구의 절차

변수에 의하여 함수개념을 도입한 학습자료로 수업 처치 후 학생들의 함수개념 형성에 어떠한 효과가 있는가를 알아보기 위한 연구의 절차는 다음의 <표-1>과 같다.

<표-1> 연구의 절차

단계	추진 내용	기간
연구 계획 수립	·연구주제 선정 및 연구설계	1999. 8.1~1999.11.31
	·기초 자료수집 및 선행연구 분석	1999.12.1~2000. 1.31
연구의 실행	·학습자료 개발	2000. 3. 1~2000. 5.31
	·검사도구의 선정 및 개발	2000. 4. 1~2000. 8.31
	·사전 검사 실시	2000. 5.10
	·수업처치	2000. 6.20~2000. 7.15
결과 분석	·사후 검사 실시	2000. 7.14
	·검사 결과의 통계 처리 및 분석	2000.8.15~2000. 9. 4
	·논문 작성	2000.3. 1~2000.10.31

3. 검사 도구의 선정

본 연구에서는 다음과 같이 사전 검사지, 사후 검사지가 사용되었다

가. 사전 검사지

수업 처치 전에 두 연구 집단간의 수학과 학력수준에 대한 동질성을 확인하기 위하여 연구 대상자 학교의 5월 중간고사 수학교과의 자체 제작한 지필평가지를 이용하여 사전 검사를 실시하였다.

나. 사후 검사지

수업 처치 후에 두 연구 집단간에 함수개념이 어느 정도 형성되었는지를 알아보기 위하여 사후 검사를 실시하였다.

사후 검사지는 자체 개발한 것으로 총 40 문항으로 구성되어 있으며 각 문항당 1점씩 40점 만점으로 하였고, <표-2>에 사후 검사지의 분석을 나타냈다.

<표-2> 사후 검사지의 구성

주요 개념	각 단계별 내용	문항번호	비고
함수 개념	함수기	1-(3)	
	함수의 식	2-(3)	
	그래프	3-(4), 5 4-(3), 6	긍정질문 부정질문
	수학관련 문제	7-(3), 13, 8-(3)	정비례 반비례
	실생활 문제	9-(3),10-(3),11-(3), 12-(3), 14	정비례 반비례
	종합	15	
기타 개념	표 완성하기	3-(3), 4-(2), 7-(2), 8-(1), 9-(1),10-(1), 11-(1)	
	관계식 구하기	1-(2), 7-(1) ,8-(2), 9-(2),10-(2),11-(2), 12-(1)	
	함수값 구하기	1-(1), 2-(1), 3-(1), 4-(1), 12-(2)	
	치역 구하기	1-(4), 2-(2), 3-(2), 7-(4)	

4. 실태분석

선정된 두 집단간, 그룹별의 사전 학력수준에 대한 동질성을 확인하기 위하여 연구 대상자 학교의 5월 중간고사 수학 교과와의 자체 제작한 지필평가지로 사전 검사를 실시하여 통계적 검정을 하였다. 통계적 검정은 spss 7.5 for windows를 이용하였다.

가. 두 연구 집단간의 학력수준에 대한 동질성 검정

실험반과 비교반의 학력수준에 대한 동질성 검정 결과는 다음의 <표-3>과 같다.

<표-3> 두 연구 집단간 사전 검사 결과 및 검정

집단\구분	N	M	SD	t	df	p
실험반	25	58.88	26.55	-0.094	48	0.926
비교반	25	59.52	21.43			

앞의 <표-3>에서 알 수 있는 바와 같이 유의수준 $\alpha=0.05$ 하에서 $P>0.05$ 이므로 두 집단간의 학력수준에 유의미한 차이가 없다고 할 수 있으며 따라서 본 연구에 선정된 두 집단은 동질적으로 구성되었다고 볼 수 있다.

나. 그룹별 집단간의 학력수준에 대한 동질성 검정

사전 검사로부터 학급내의 석차를 1~12등, 13~25등으로 나누고 상위권, 하위권의 두 그룹으로 구분하였다. 각 그룹별로 학력수준에 대한 검정 결과는 <표-4>와 같다.

<표-4> 그룹별 집단간 사전 검사 결과 및 검정

집단\구분	N	M	SD	t	df	p	
상위 그룹	실험반	12	82.67	12.69	0.860	22	0.399
	비교반	12	78.33	11.99			
하위 그룹	실험반	13	36.92	13.18	-1.128	24	0.270
	비교반	13	42.15	10.28			

위의 <표-4>에서 나타난 바와 같이 유의수준 $\alpha=0.05$ 하에서 $P>0.05$ 이므로 그룹별 집단간의 학력수준에 유의미한 차이가 없다고 볼 수 있으며 따라서 본 연구에 선정된 그룹별 집단도 동질적으로 구성되었다고 볼 수 있다.

V. 연구의 실행

1. 연구과제 1의 실천

가. 중학교 1학년 함수단원의 중요 학습개념

변수에 의하여 함수개념을 도입한 학습자료를 개발하기 위하여 교육부 제1997-15호에 고시된 제 7차 교육과정을 중심으로 중학교 1학년 함수단원에서 학생들에게 가르치도록 제시된 중요 개념에 대한 학습 내용의 배열순서를 알아보면 <표-5>와 같다.

<표-5> 중학교 1학년 함수단원의 중요 학습개념

학습 순서	중요 학습개념	학습하는 내용
1	정비례와 반비례	<ul style="list-style-type: none"> · 정비례 관계 · 반비례 관계 · 비례상수 · 관계식
2	함수의 뜻	<ul style="list-style-type: none"> · 함수의 뜻 · 함수의 식 · 함수값의 변화 · 함수값의 변화표 작성
3	순서쌍과 좌표	<ul style="list-style-type: none"> · 평면 위의 점의 위치 · 좌표평면 · 좌표평면 위의 점의 좌표
4	함수의 그래프	<ul style="list-style-type: none"> · 그래프의 뜻 · 함수의 그래프
5	함수의 활용	<ul style="list-style-type: none"> · 실생활 문제에서의 활용

나. 함수개념 형성을 위한 각 단계별 내용의 선정 및 학습 위계

본 연구의 주제에 비추어 중학교 1학년 함수단원에서 함수개념 형성을 위한 중요내용을 <표-6>과 같이 재선정하고 위계적으로 조직하여 설계하였다.

<표-6> 함수개념 형성을 위한 각 단계별 내용의 선정 및 학습 위계

학습 순서	각 단계별 내용	중요 학습개념
1	함수기	· 함수개념 · 함수값의 변화 · 관계식
2	함수의 식	· 함수개념 · 함수의 식 · 함수값의 변화 · 함수값의 변화표 작성
3	함수의 그래프	· 함수개념 · 함수값의 변화 · 함수값의 변화표 작성 · 정의역, 치역
4	수학과 관련된 문제	· 함수개념 · 함수의 식 · 정의역, 치역
5	실생활 문제	· 함수개념 · 함수의 식 · 정의역, 치역 · 실생활 문제해결

다. 학습자료 개발

본 연구의 주제를 실험하기 위해서 연구자가 제 7차 교육과정에 제시된 앞의 <표-5>와 <표-6>의 내용을 기초로 하였고 일본의 藤田의 33명이 지은 新編 新しい數學1 과 미국의 McDougal Littell이 지은 *Integrated Mathematics 1*, 그리고 우리나라 현 6차 교육과정으로 지학사가 출판한 교과서를 주로 참고하여 변수에 의하여 함수개념을 지도할 학습자료를 교과서 정도의 수준으로 작성하였다.

이때, <표-5>에서의 학습순서 5에 해당되는 함수의 활용 단원은 따로 내용을 구성하지 않았다. 왜냐하면 현행 교과서 내용에서는 함수의 활용 단원이 없기 때문에 실험반만 함수의 활용 단원을 수업 처치하면 사후 검사시 비교반과의 균형이 맞지 않기 때문이다.

또, <표-6>의 학습순서 1에 해당되는 함수기는 초등학교에서 이미 배웠기 때문에 실험반과 비교반 모두 함수단원 들어가기 전에

출발점 행동진단에서 구두로 복습·설명하는 것으로 하고 학습자료에는 넣지 않았다. 그렇게 해서 최종 정리된 학습자료의 내용 구성은 다음의 <표-7>과 같다.

<표-7> 학습자료의 내용 구성

단 원	내용 구성
1. 함수 § 1. 정비례와 반비례	정비례, 반비례, 비례상수
§ 2. 함수의 뜻	독립변수, 종속변수, 함수, 함수값, 정의역, 치역, $y = f(x)$, 수직선테스트
2. 좌표와 그래프 § 1. 좌표	좌표평면, 좌표축, x 좌표, y 좌표, 점의 위치
§ 2. 함수의 그래프	$y = ax$, $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프

2. 연구과제 2의 실천

가. 교수-학습활동 지도 계획

실험반과 비교반의 학습자료 적용기간은 6월 20일부터 7월 15일까지 이며 수업처치한 시간은 총 10시간으로 학습 순서와 주요 내용은 <표-8>과 같다.

<표-8> 실험반과 비교반의 교수-학습활동 지도 계획

학습 순서	주요 학습내용	
	실험반(개발한 학습자료)	비교반(현행 교과서)
1	정비례, 비례상수, 관계식	대용, 함수, 함수값, 정의역, 공역, 치역, $y = f(x)$
2	반비례, 비례상수, 관계식	정비례, 비례상수, 관계식
3	독립변수, 종속변수, 함수, 함수값, 정의역, 치역, $y = f(x)$, 수직선테스트	반비례, 비례상수, 관계식
4	좌표평면, 좌표축, x 좌표, y 좌표, 점의 위치	좌표, 순서쌍, 좌표평면, 점의 위치
5	$y = ax$ 의 그래프(정비례)	$y = ax$ 의 그래프(정비례)
6	$y = \frac{a}{x}$ 의 그래프(반비례)	$y = \frac{a}{x}$ 의 그래프(반비례)

나. 교수-학습활동 지도 방법

실험반과 비교반 모두 함수개념을 도입하는 데 따른 학습내용이 다를 뿐, 교수-학습활동 방법은 이론적 배경에서 제시된 개념 수업모형과 글레이저(Glaser, 1962)의 수업모형을 병합하여 같은 방법으로 실행하였다.

VI. 연구의 결과 및 분석

두 연구 집단간 또는 그룹별 집단간에 함수개념이 형성되는 데 어느 정도의 차이가 있는지, 그 효과를 검증하기 위하여 실시한 검사 자료를 통계적 방법에 의해 처리하고 분석한 결과는 다음과 같다.

1. 두 연구 집단간 사후 검사의 결과 분석

가. 두 연구 집단간 사후 검사의 종합 결과 분석

두 연구 집단간 사후 검사의 종합적인 결과 분석은 <표-9>에서 보는 것처럼 평균점수는 실험반이 40점 만점에 5.00 이 높지만 유의확률은 0.102로 $\alpha=0.05$ 에서 $P>0.05$ 이므로 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다.

<표-9> 두 연구 집단간 사후 검사의 결과 및 검정

집단 \ 구분	N	M	SD	t	df	p
실험반	25	22.28	11.37	1.666	48	0.102
비교반	25	17.28	9.80			

나. 두 연구 집단간 사후 검사에서 함수개념의 결과 분석

종합적으로 분석한 결과 유의미한 차이가 없는 것으로 나타나 각 단계별 내용별로 함수개념이 형성되어 있는 정도를 분석하여 보

았다. 유의확률이 $P<0.05$ 로 실험반과 비교반에서 유의미한 차이가 있는 문항들을 각 단계별 내용별로 보면 다음과 같다.

- (1) 함수의 식을 구하는 문항에서 유의미한 차이가 있었다.
- (2) 수학 교과와 관련된 것 중에 정비례에 해당되는 문항 중, 하나는 유의미한 차이가 없고 하나는 유의미한 차이가 있었다.
- (3) 실생활 문제와 관련된 문항은 총 5문항으로 그 중 3문항이 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났다.
- (4) 종합적으로 함수개념을 물어보는 문항에서 유의확률이 0.022로 실험반이 비교반보다 효과가 있는 것으로 나타났다.

다. 두 연구 집단간 사후 검사에서 기타개념의 결과 분석

각 단계별로 기타 여러 가지의 개념이 형성되어 있는 정도를 분석하여 보았다. 유의확률이 $P<0.05$ 로 실험반과 비교반에서 유의미한 차이가 있는 문항들을 각 단계별 내용별로 보면 다음과 같다.

- (1) x 의 값에 따라 y 의 값을 구하여 표를 완성하는 문항에서는 총 7문항 중 1문항만이 유의미한 차이를 보였다.
- (2) 관계식을 구하는 문항에서는 총 7문항 중 4문항이 유의미한 차이를 보여 효과가 있었다.
- (3) 함수값을 물어보는 문항에서는 총 5문항 중 3문항이 유의미한 차이를 보였다.
- (4) 치역을 구하는 문항에서는 총 4문항 중 3문항이 유의미한 차이를 보여 효과가 있었다.

2. 그룹별 집단간 사후 검사 결과 분석

그룹별 집단간 사후 검사의 결과 분석은 <표-10>에서 보는 것처럼 상위그룹에서 유의수준 $\alpha=0.05$ 하에 유의확률이 $P<0.05$ 로

유의미한 차이가 있는 것으로 나타났다. 그러나 하위그룹에서는 유의확률이 $P>0.05$ 로 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다.

<표-10> 그룹별 집단간 사후 검사 결과 및 검정

집단 \ 구분	N	M	SD	t	df	p	
상위 그룹	실험반	12	31.00	7.90	2.244	22	0.035
	비교반	12	23.50	8.47			
하위 그룹	실험반	13	14.23	7.42	0.939	24	0.357
	비교반	13	11.53	7.21			

VII. 결론 및 제언

1. 결론

본 연구는 다양한 실제적인 문제상황에서 종속관계를 인식하고 또한 그러한 종속관계를 구성해보는 활동을 통해 학생들이 문제해결을 할 수 있도록 하고, 그러한 과정에서 진정한 함수적 사고의 발달을 가져올 뿐만 아니라 함수개념의 본질이 형성될 수 있도록, 변수에 의한 함수개념을 도입한 학습자료를 개발하여 지도해 보고 그렇게 했을 때 학생들에게 함수개념이 형성되는 데 얼마만큼의 효과가 있는지를 확인하는 것이었다.

연구자가 개발한 학습자료로 수업 처치 후에 나타난 연구의 결과에 의거하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

가. 두 연구집단간에는 함수개념이 형성되는 데 변수에 의한 함수개념 지도가 크게 효과가 나타나지 않았으나, 그룹별 집단간에서 상위그룹은 변수에 의한 함수개념 지도가 함수개념이 형성되는 데 효과가 있었다.

나. 내용별로 보면 함수기나 그래프, 수학 관련 문제에서 함수개념 파악하기와 표 완성하기는 변수에 의한 함수지도가 크게 효과가

나타나지 않았으나 실생활 관련 또는 종합적인 문제에서 함수개념 파악하기와 관계식 구하기 그리고 함수값 구하기, 치역 구하기는 변수에 의한 함수지도가 대응에 의한 함수지도보다 효과가 있었다.

2. 제언

본 연구의 시행 과정에서 나타난 문제점과 결론을 바탕으로 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

가. 앞으로의 제7차 교육과정에서 변수(비례)에 의하여 함수개념을 지도하도록 되어 있는 바, 하위그룹 학생들에게도 함수개념이 형성될 수 있도록 하는 그들 수준에 맞는 학습자료 개발과 지도가 있어야 할 것이다.

나. 다양하고 실제적인 문제장면에서 문제를 해결할 수 있도록 하는 함수개념을 지도하는 과정에서 혹시라도 소홀히 하기 쉬운 관계식 구하기, 함수값 구하기, 표 완성하기, 치역 구하기, 그래프에서 함수개념 파악하기 등 함수개념의 기본적인 것은 학생들이 확실하게 알 수 있을 때까지 꾸준한 지도가 있어야 할 것이다.

다. 함수개념의 도입을 정비례, 반비례의 예로 제한시키다 보니까 실생활 관련 문제에서 함수개념이 형성되도록 지도하는 데 적지 않은 장애요인이 되고 있다. 따라서 함수단원의 목표가 다양한 실생활 관련 문제에서 함수적 사고를 통해 문제를 해결하는 데 둔다면 중학교 함수단원의 단계별 내용 구성 시 변화를 가져와야 할 것이다.

참 고 문 헌

교육부(1994), 중학교 수학과 교육과정 해설. 대한교과서주식회사

- _____ (1997), 수학과 7차 교육과정 해설[별책8]. 대한교과서주식회사
- _____ (1999), 중학교 교육과정 해설(III). 대한교과서주식회사
- 구광조, 황선옥(1996), 중학교 수학 1 교사용 지도서. 지학사
- 김남우(1990), 함수개념의 발달에 관한 연구, 강원대학교 교육대학원 석사학위논문
- 김명렬, 김창동, 박수천(1990), 고등학교 일반수학 교사용지도서 동아출판사
- 김병성(1996), 교육연구방법, 학지사
- 박경미(1998), 제 7차 교육과정에서 수학과수준별 교육과정 운영방안 및 교수-학습자료, 한국교육과정평가원 세미나 자료집 연구자료 ORM 98-4-3
- 박교식(1999), 우리나라 제7차 수학과 교육과정의 7-가 단계 내용중 함수부분에 관한 비판적 고찰. 대한수학교육학회지<학교수학> 제1권 제2호
- 박성익(1987), 개념수업모형, 한국교육개발원
- 박한식(1991), 한국수학교육사, 대한교과서주식회사
- 박혜라(1996), 중학교에서 함수개념의 지도법에 관한 연구, 성신여자대학교 교육대학원 석사학위논문
- 배일섭·정영섭(1995), SPSS 한글프로그램과 통계분석기법. 대구대학교 출판부
- 오혜정(1997), 수학적 변수개념 형성에 있어서 로고 프로그래밍의 효과, 한국교원대학교 대학원 석사학위논문
- 오정현(1995), 중학교 함수영역에서 발생하는 수학적 오류에 대한 연구, 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문
- 이명숙(1988), 함수개념의 이해과정을 통해본 연계성 연구, 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문
- 이봉규(1996), 함수개념 도입의 효과적인 지도에 관하여. 충북대학교 교육대학원 석사학위논문
- 藤田 외 33명(平成 11년), 新編 新しい數學, 동경서적
- Freudenthal H(1983), Didactical Phenomenology of Mathematical Structures, D. Reidel Publishing Co. pp. 476-477
- Kuchemann D. E(1981), Algebra, Children's Understanding of Mathematics, Athenaeum
- McDougal Littell(1997), Integrated Mathematics 1
- Richard R. Skemp(1971), The Psychology of Learning Mathematics, Pengian Books Ltd.

The Effect on Forming Functional Concept by Teaching Function Based on Variable

Lee, Deok-Ho¹⁾ · Gil, Young-Soon²⁾

ABSTRACT

The purpose of this study is to develop learning materials for functional concept on variable and to verify the effect of how well students could learn functional concept after they studied with those materials.

To accomplish the purpose of this study, I developed learning materials and after teaching students with them.

I have concluded the followings :

First, there was little effect in teaching functional concept on variable between two experimental groups, whereas teaching functional concept had greater effect on forming functional concept in high level groups in those two experimental groups.

Second, teaching functional concept on variable had little effect on students' understanding of functional concept and perfecting tables in Black box, graph, and mathematical problems, whereas there was much effect in students' understanding functional concept and solving relation formula, image, and range problems related to everyday life or general things.

On the basis of the problems which appeared in the process of this study, the following can be suggested :

First, we should develop learning materials fit for low level students so that they could understand functional concept.

Second, we should continue to teach the basic problems like solving relation formula, image, and range, and understanding functional concept in graph until students are able to understand them exactly.

Third, since the goals of Unit Function in a middle school textbook is to solve problems related to everyday life through functional thinking, there should be change in constructing systematic contents of Unit Function in a middle school textbook.

1) Department of Mathematics Education, Kongju National University,
Kongju, 314-701, Korea

2) Sagok Middle School, Kongju, Chungnam, 314-870, Korea