

## AutoDyn7 프로그램의 접촉모듈 개발 Development of Contact Module in AutoDyn7 Program

임 성 현\*, 손 정 현\*, 김 광 석\*\*, 유 완 석\*\*\*  
Sunghyun Lim, Jeonghyun Sohn, Kwangsuk Kim, Wansuk Yoo

### ABSTRACT

In multibody dynamic analysis including contact and impact, there are two major analysis methods, i.e., piecewise analysis and continuous analysis. Modeling of contact phenomena is mainly classified with a Kelvin-Voigt model or a model of Hertz contact model. In this paper, a contact module for AutoDyn7 program was developed and implemented. Both the Kelvin-Voigt model and a model of Hertz contact law were developed. The process of this module is composed of contact distinction and the contact force calculation. Two examples were verified and compared to the commercial program DADS.

주요기술용어 : Impact(충돌), Contact element(접촉 요소), Contact force(접촉 힘), Multibody dynamic analysis(다물체 동역학 해석)

### 1. 서 론

기계 시스템에서 접촉은 필연적으로 발생하는 요인이다. 접촉 요인은 크게 두가지 요인으로 나눌 수 있는데, 기구를 구성하는 조인트들의 가공 오차로 인한 내적인 요인과 두 물체가 충돌함으로써 발생하는 외적인 요인을 들 수 있다. 이러한 요인에 의한 접촉 힘(contact force)은 시스템의 운동에 중요한 역할을 한다.

접촉을 해석하는 방법은 불연속 해석법(piecewise analysis)과 연속 해석법(continuous analysis)으로 나눌 수 있다. 불연속 해석법은 시스템에서 접촉이 순간적으로 일어난다고 가정하여 접촉

전과 접촉 후로 나누어 계산한다. 에너지의 전달은 반발계수와 선운동량 보존 법칙을 이용하여 해석한다. 이 해석법은 효율적이지만 접촉 기간이 짧은 시스템인 경우에만 사용 가능하며 접촉 기간이 시스템에 중요한 인자이거나 저속 접촉에의 응용에는 한계가 있다. 연속 해석법은 접촉이 연속적으로 발생한다고 가정하여 접촉이 발생하는 동안 연속적으로 접촉 힘이 시스템에 작용하므로 접촉 기간에 제한을 받지 않는 반면 불연속 해석법에 비하여 효율적이지 못하다.

Hunt<sup>1)</sup>는 Kelvin-Voigt 모델에서 선형 스프링과 댐퍼에 의한 접촉 힘 해석이 적합하지 않음을 지적하고, 접촉 힘을 Hertz의 탄성이론<sup>2)</sup>에 의한 거리의 함수로 나타내었다. Lankarani<sup>3)</sup>는 반발계수와 운동에너지 및 선운동량 보존 법칙을 이용하여 다물체 시스템에서의 접촉힘을 연속 해석

\* 회원, 부산대학교 대학원

\*\* 회원, 인하공전 자동차과

\*\*\* 회원, 부산대학교 기계공학부

법으로 해석하고 불연속 해석법과 비교하였다. 또한 Nikravesh<sup>4)</sup>는 2차원 볼록 곡선(convex curve)끼리의 접촉을 해석하였고, 박<sup>5)</sup>은 2차원 접촉 요소를 이용하여 조인트 반력을 계산하였다.

본 논문에서는 G7과제의 일환으로 개발된 차량 동역학 해석 프로그램인 AutoDyn7(Automobile Dynamics in G7)<sup>6,7)</sup>에 3차원 접촉 요소를 개발하여 접촉 모듈로 불연속 해석법과 연속 해석법을 추가하였고, 신뢰성 검증을 위해 상용 다물체 해석 프로그램인 DADS<sup>8)</sup>와 비교하였으며, 불연속 해석법과 연속 해석법에 의한 결과를 비교, 검토함으로써 효율적인 접촉 모델링에 대한 방향을 제시하고자 한다.

## 2. 접촉 모델링

시스템의 접촉을 해석하기 위한 단계는 크게 접촉을 판단하는 단계와 접촉힘을 구하는 단계로 나뉜다. 불연속 접촉 모델인 경우는 접촉을 판단하는 단계와 접촉 후의 속도를 계산하는 단계로 나누고, 연속 접촉 모델인 경우는 접촉을 판단하는 단계와 접촉 기간 중 접촉 힘을 계산하는 단계로 나뉜다.

본 연구에서는 3차원에서의 구-구 접촉 요소, 구-면 접촉 요소, 구-곡면 접촉 요소를 모델링하고 예제를 통하여 이를 검증하였다.

### 2.1 접촉 요소

#### 2.1.1 구-구 접촉 요소

다물체 동역학 시스템에서 두 개의 구 사이에 접촉이 일어나는 경우를 Fig. 1에 도시하였다.

Fig. 1에서 접촉하는 두 개의 구의 중심사이의 거리벡터와 침투량(penetration) 및 접촉 판별식은 다음과 같다.

$$\vec{c}_{ij} = \vec{r}_j^c - \vec{r}_i^c \quad (1)$$

$$\delta = (R_i + R_j) - |\vec{c}_{ij}| \quad (2)$$

$$0 < \delta < \delta_{\max} \quad (3)$$

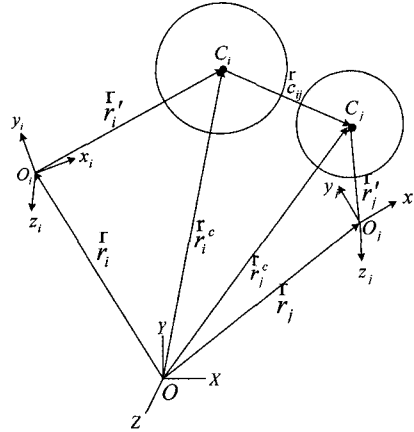


Fig. 1 Contact between two spheres

여기서  $\vec{c}_{ij}$ 는 구 중심 사이의 거리벡터,  $\delta$ 는 침투량,  $R_i$ 와  $R_j$ 는 두 구의 반경을 나타내고  $\delta_{\max}$ 는 최대 침투량을 나타낸다.

#### 2.1.2 구-면 접촉 요소

Fig. 2는 구와 면이 접촉하는 경우의 측면에서 바라본 모습을 나타낸 것이다.

접촉 면의 기울어진 방향을 정의하기 위하여 변환행렬  $A_i$ 와  $B_i$ 를 사용하였다. 따라서 접촉 면의 전체 변환행렬은 다음과 같다.

$$A_{ii} = A_i B_i \quad (4)$$

여기서  $A_i$ 는 국부 좌표계에서 전체 좌표계로

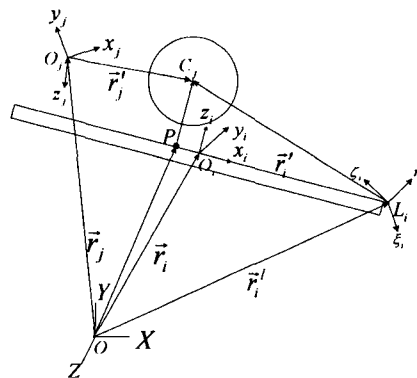


Fig. 2 Contact between sphere and plane

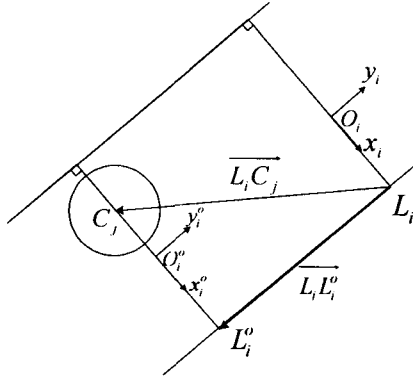


Fig. 3 Configuration of projection on  $z_i$  axis

의 변환행렬이고,  $B_i$ 는 면의 회전을 국부 좌표계로 변환하는 행렬을 나타낸다.

본 논문에서는 접촉 면의 기울어진 방향, 즉 접촉점에서의 접선방향을 국부 좌표계에서의  $x_i$ 축과  $y_i$ 축으로 정의하였다. 따라서 접촉점에서의 접선방향 단위 벡터 및 접촉 힘이 작용하는 법선 방향 단위 벡터는 각각 다음과 같다.

$$[u_{tx} \ u_{ty} \ u_n]_i = A_i [b_1 \ b_2 \ b_3]_i \quad (5)$$

여기서  $u_{tx}^i$ 와  $u_{ty}^i$ 은 각각  $x_i$ 축 방향의 접선벡터와  $y_i$ 축 방향의 접선벡터를 나타내고,  $u_n^i$ 은 접촉 힘이 작용하는 법선벡터를 나타낸다. 그리고  $b_k^i, k=1,2,3$ 는 각각 행렬  $B_i$ 의 중벡터(column vector)를 나타낸다.

구와 면의 접촉에서 구는 일정 반경 떨어진 무수히 많은 점들의 집합으로 볼 수 있고, 면은 무수히 많은 선들의 집합으로 볼 수 있으므로, 본 논문에서는 구와 면의 접촉을 많은 점과 선의 접촉의 집합으로 가정하였다.

구와 선의 접촉을 판별하기 위하여 구가 있는 위치까지 선을 평행 이동시켜야 한다.

Fig. 3은 평면 물체의  $z_i$ 축에서 본 구와 면의 접촉을 나타낸 것이다. Fig. 3에서 선의 시작점  $L_i$ 에서 이동된 후의 선의 시작점  $L_i^o$ 까지의 거리는 식(5)에서 구한 접선 단위 벡터  $\vec{u}_{ty}^i$ 와  $L_i$ 에

서 구의 중심까지의 거리벡터  $\vec{L_i C_j}$ 와의 내적으로 구할 수 있으며 다음과 같다.

$$\vec{L_i C_j} = \vec{r}_j + A_j \vec{r}_j' - \vec{r}_i - A_{ii} \vec{r}_i' \quad (6)$$

$$\vec{L_i L_i^o} = (\vec{L_i C_j} \cdot \vec{u}_{ty}^i) \vec{u}_{ty}^i \quad (7)$$

여기서  $\vec{L_i L_i^o}$ 는 초기상태( $t=0$ )에서는 평면의 중점에서 구의 중점위치까지의 거리벡터, 그 후에는 전 단계의 선의 중점에서 현 단계의 구의 중점위치까지의 거리벡터이다. 위의 식들로부터 평면 물체 중심  $O_i$ 와 선이 시작하는 점  $L_i$ 의 위치는 다음과 같이 구해진다.

$$\vec{r}_i^o = \vec{r}_i + \vec{L_i L_i^o} \quad (8)$$

$$\vec{r}_i^o = \vec{r}_i + \vec{L_i L_i^o} \quad (9)$$

여기서  $\vec{r}_i^o$ 는 절대 좌표계 원점에서 평면 물체 중심이 평행이동한 후의 위치까지의 거리벡터를 나타내고,  $\vec{r}_i^o$ 는 절대 좌표계 원점에서 평행이동한 후의 선의 시작점까지의 거리벡터를 나타낸다.

Fig. 4는 구-면 접촉을  $y_i$ 축에서 바라본 그림이다. 평행이동한 후의 선의 시작점  $L_i^o$ 에서 접촉점 P까지의 거리와 구-면의 접촉 요소의 접촉 판별식은 다음과 같다.

$$0 < \vec{L_i^o P} < l \quad (10)$$

$$0 < \delta < \delta_{max}$$

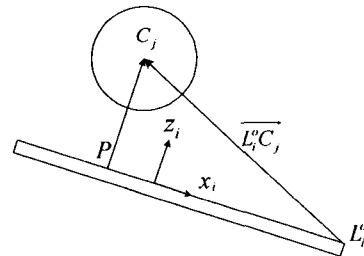


Fig. 4 Configuration of projection on  $y_i$  axis

여기서  $l$ 은 평면의 폭을 나타내고,  $\overline{L_i^o P}$ 와  $\delta$ 는 각각 다음과 같다.

$$\overline{L_i^o P} = \overline{L_i^o C_j} \cdot \overline{u_{lx}^i} \quad (11)$$

$$\delta = R_j - \overline{PC_j} \quad (12)$$

여기서  $\delta$ 는 선과 구 사이의 침투량을 나타내고,  $R_j$ 는 구의 반경을 나타낸다.

### 2.1.3 구-곡면 접촉 요소

Fig. 5는 구-곡면 접촉 요소를 나타낸 것이고, Fig. 6은 Fig. 5를  $y_i$ 축에서 바라본 그림이다. Fig. 6과 같이 구와 곡면의 접촉을 무수히 많은 구와 호의 접촉의 집합이라 가정하고 식(4)~식(10)을 이용하여 호 중심 평행이동을 수행한 후, 식(12)를 이용하여 다음과 같은 접촉판별식을 사용한다.

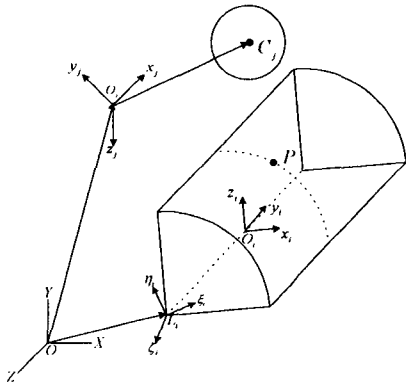


Fig. 5 Contact between sphere and surface

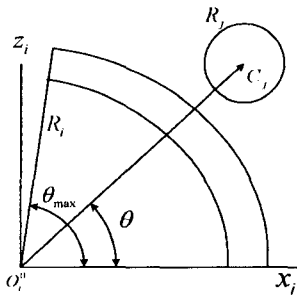


Fig. 6 Configuration of projection on  $y_i$  axis

$$0 < \theta < \theta_{\max} \quad (13)$$

$$0 < \delta < \delta_{\max}$$

## 2.2 접촉 힘 계산

### 2.2.1 불연속 접촉 모델

두 물체가 충돌하는 시스템에서 선형 운동량이 보존되는 경우에는 다음과 같이 충돌 직후의 속도를 구할 수 있다.

$$\overrightarrow{v_i^{(+)}} = \frac{[(m_i - em_j) \overrightarrow{v_i^{(-)}} + (1+e)m_j \overrightarrow{v_j^{(-)}}]}{m_i + m_j} \quad (14)$$

$$\overrightarrow{v_j^{(+)}} = \frac{[(m_j - em_i) \overrightarrow{v_j^{(-)}} + (1+e)m_i \overrightarrow{v_i^{(-)}}]}{m_i + m_j} \quad (15)$$

시스템에서 충돌하는 두 물체 중 하나가 고정되어 있으면 선운동량은 보존되지 않는다. 이 경우 반발 계수만을 사용하여 충돌 직후의 속도를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\overrightarrow{v^{(+)}} = -e \overrightarrow{v^{(-)}} \quad (16)$$

구속이 있는 다물체 시스템의 경우에는 다음과 같이 효과 질량(effective mass)  $m^{(eff)}$ 을 사용하여 접촉 직후의 속도를 구한다.

$$m^{(eff)} = \frac{\sum_k \overrightarrow{c}^T m_k \overrightarrow{r}_k}{\overrightarrow{c}^T \overrightarrow{r}} \quad (17)$$

여기서  $m_k$ 와  $\overrightarrow{r}_k$ 는 물체 k의 질량과 병진 방향 가속도를,  $\overrightarrow{c}$ 는 병진 방향 단위 벡터를 나타낸다.

뉴턴의 제 2 운동법칙에 의하면 효과 질량은 물체의 운동 속도가 변하는 것을 막는 힘으로 작용한다. 또한 효과 질량은 충돌하는 두 물체의 접촉 힘의 작용선상에 작용하며 충돌하는 물체의 하부 물체를 모두 포함한다.

효과 질량을 사용하면 식(14)와 (15)는 각각 다음과 같이 된다.

$$\overrightarrow{v_i^{(+)}} = \frac{[(m_i^{(eff)} - em_j^{(eff)}) \overrightarrow{v_i^{(-)}} + (1+e)m_j^{(eff)} \overrightarrow{v_j^{(-)}}]}{m_i^{(eff)} + m_j^{(eff)}} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \vec{v}_j^{(+)} \\ = \frac{[(m_j^{(eff)} - em_i^{(eff)}) \vec{v}_j^{(-)} + (1+e)m_i^{(eff)} \vec{v}_i^{(-)}]}{m_i^{(eff)} + m_j^{(eff)}} \end{aligned} \quad (19)$$

### 2.2.2 연속 접촉 모델

연속 접촉 모델은 침투량과 침투 속도에 따른 선형적인 접촉 힘을 구하는 Kelvin-Voigt 모델과 Hertz의 탄성이론에 의한 모델로 나눌 수 있다.

Kelvin-Voigt 모델의 접촉 힘은 다음과 같다.

$$F = K\delta + c\dot{\delta} \quad (20)$$

여기서 K와 c는 각각 스프링 강성과 댐핑 계수를 나타내고,  $\delta$ 와  $\dot{\delta}$ 는 각각 침투량과 침투 속도를 나타낸다

Hertz의 탄성이론에 의한 모델에서 접촉힘은 다음과 같다.

$$F = K\delta^n + D\dot{\delta} \quad (21)$$

여기서  $n = 3/2$ 이고, K는 물성치와 구의 반지름에 관련된 변수이며 다음과 같다.

$$K = \frac{4}{3\pi(h_i + h_j)} \left[ \frac{R_i R_j}{R_i + R_j} \right]^2 \quad (22)$$

$$h_l = \frac{1 - \nu_l^2}{\pi E_l}; \quad l = i, j \quad (23)$$

여기서  $R_i$ 와  $R_j$ 는 구의 반지름이고,  $h_l$ 은 재료의 물성치에 관한 항이며 프와송 비  $\nu_l$ 과 영계수  $E_l$ 로부터 구한다.

D는 댐핑 계수를 의미하며 다음과 같다.

$$D = \mu\delta^n \quad (24)$$

$$\mu = \frac{3K(1-e^2)}{4\dot{\delta}^{(-)}} \quad (25)$$

여기서  $\mu$ 는 이력 댐핑계수(hysteresis damping factor),  $\dot{\delta}^{(-)}$ 는 초기 침투 속도를 의미한다.

이상과 같은 식을 조합하면 Hertz의 탄성이론을 기반으로 하는 모델의 접촉 힘은 다음과 같이 계산된다.

$$F = K\delta^n \left[ 1 + \frac{3(1-e^2)}{4} \frac{\dot{\delta}}{\dot{\delta}^{(-)}} \right] \quad (26)$$

### 3. AutoDyn7용 접촉 모듈

본 연구에 사용한 AutoDyn7 프로그램은 절대 좌표계의 일반성과 상대좌표계의 효율성을 접목하기 위하여 속도변환 기법을 사용하여 운동방정식을 구성한다. 운동방정식은 먼저 직교좌표계에서 질량행렬과 일반력을 구한 뒤, 속도변환행렬을 사용하여 조인트 좌표계에서의 운동방정식으로 변환한다. 시스템의 구성형태(topology)에 따라 경로행렬(path matrix)이 만들어지면, 경로행렬의 각 요소에 조인트형태에 따른 속도변환행렬의 요소를 조립하여 전체 시스템의 속도변환행렬을 얻는다.

여러 물체 사이에 구속이 있는 경우 구속 관계식과 이를 미분함으로써 얻을 수 있는 속도, 가속도의 관계식은 다음과 같다.

$$\Phi(q, t) = 0 \quad (27)$$

$$\Phi_q \dot{q} + \Phi_t = 0 \quad (28)$$

$$\Phi_q \ddot{q} = \gamma \quad (29)$$

여기서  $\Phi_q$ 는 구속조건식  $\Phi$ 를 일반좌표  $q$ 로 편미분한 자코비안행렬(Jacobian matrix)을 의미하며,  $\gamma$ 는 구속조건의 가속도 관계식에 대한 우변항으로써 다음과 같이 계산된다.

$$\gamma = -[(\Phi_q \dot{q})_q \dot{q} + 2\Phi_{qt} \dot{q} + \Phi_{tt}] \quad (30)$$

속도변환행렬과 라그랑지 방정식을 사용하면 구속이 있는 다물체 시스템에서의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\bar{M} \ddot{q} + \Phi_q^T \lambda = \bar{g} \quad (31)$$

여기서  $\bar{M}$ 는 일반질량행렬,  $\bar{g}$ 는 수정된 일반력,  $\lambda$ 는 라그랑지 곱수(Lagrange multiplier)이며, 속도변환행렬 B와 이것을 시간에 대해 미분한 B행렬로부터 다음과 같이 구해진다.

$$\bar{M} = B^T M B \quad (32)$$

$$\bar{g} = B^T [f - M \dot{B} \dot{q} - \dot{M} B \dot{q}] \quad (33)$$

여기서  $M$ 은 계의 일반행렬,  $f$ 는 일반력을 나타낸다.

식(29)와 (31)을 이용하여 시스템의 운동방정식을 행렬 형태로 구성하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \bar{M} & \Phi_q^T \\ \Phi_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{g} \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (34)$$

불연속 접촉 해석법에서 구해진 충돌 직후의 속도를 수정(updating)하기 위해서는 직교 좌표계에서 구해진 충돌 직후의 속도를 상대 좌표로 변환을 해야 한다. 이 경우 다음과 같이 속도변환 행렬을 이용하여 직교 좌표계에서의 속도를 상대 좌표계에서의 속도로 변환할 수 있다.

$$B \dot{q} = \dot{y} \quad (35)$$

$$B^T B \dot{q} = B^T \dot{y} \quad (36)$$

$$\dot{q} = (B^T B)^{-1} B^T \dot{y} \quad (37)$$

여기서  $B$ 는 속도변환행렬을 나타내며,  $\dot{q}$ 와  $\dot{y}$ 는 각각 상대좌표와 절대좌표에서의 속도를 나타낸다.

식(37)로부터 구해진 상대좌표계에서의 속도는 식(28)을 이용하여 단계의 속도로 대치된다.

또한 접촉 힘을 계산한 후 식(33)을 이용하여 수정된 일반력을 계산하고 식(34)에 대입하여 전체 운동방정식을 푼다.

본 논문에서 구현한 AutoDyn7용 접촉모델에는 연속 접촉모델로써 Kelvin-Vogt모델, Hertz의 탄성이론 모델을 포함시켰고, 불연속 접촉 모델로써 선운동량이 보존되는 경우와 그렇지 않은 경우 모두를 포함하도록 구성하였으며, 사용자가 선택하여 사용할 수 있도록 구현하였다.

#### 4. 수치 예제

##### 4.1 철도 차량 예제

Fig. 7은 철도 차량 모델을 나타낸 것이다.

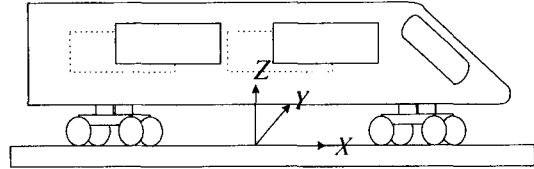


Fig. 7 Contact model of train

Table 1 Properties of wheel of train and rail

Young's modulus	Poisson's ratio	Radius
210 GPa	0.33	0.46 m

차량은 몸체와 4개의 대차, 그리고 8개의 바퀴로 구성하였다. 대차는 철도 차량과 병진 조인트로 연결하였고, 바퀴와 회전 조인트로 연결하였다. 바퀴와 레일은 구-면 접촉 요소로 모델링하였다. 접촉 요소의 물성치는 Table 1에 나타내었다. 차량은 X축 방향으로 80km/h의 초기속도를 주어 시뮬레이션을 수행하였다. 접촉 모델은 Hertz의 탄성이론에 기반을 둔 모델로써 연속 접촉 해석법을 사용하여 해석하였다.

Fig. 8과 9는 차량 중심의 Z방향 변위와 속도를 각각 나타낸 것이다. 두 그래프에서 차량이 2.5초 후 평행 상태에 도달하는 것을 확인할 수 있으며, DADS의 시뮬레이션 결과와 비교해 볼 때 잘 일치하고 있는 것을 볼 수 있으므로 AutoDyn7의 접촉 해석 모듈이 시뮬레이션을 제대로 수행하고 있다는 것을 확인할 수 있다.

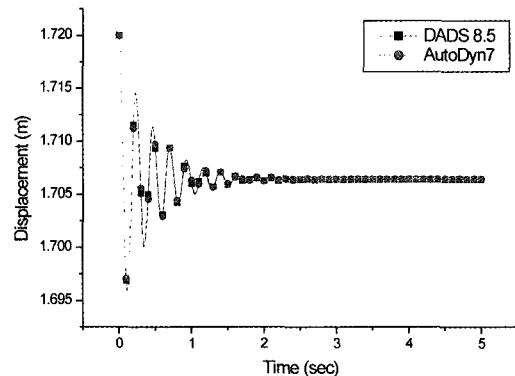


Fig. 8 Vertical displacement of train

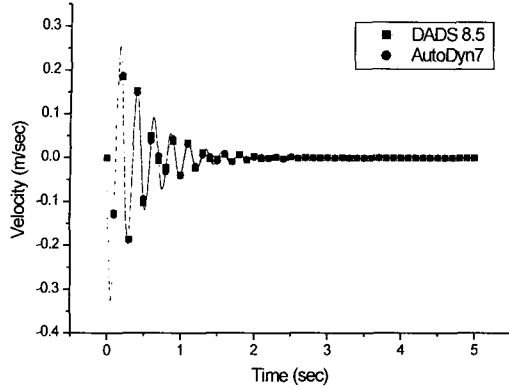


Fig. 9 Vertical velocity of train

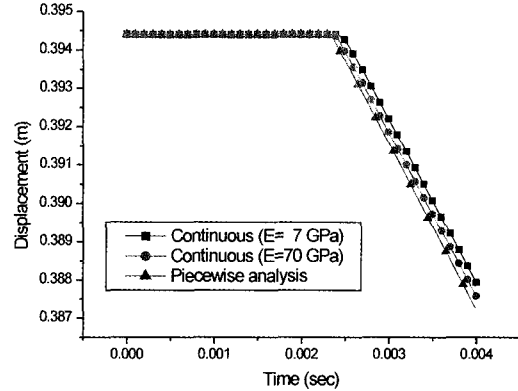


Fig. 11 Horizontal displacement of block

#### 4.2 슬라이더-크랭크 기구

Fig. 10은 슬라이더-크랭크 기구를 나타낸 것이다. 슬라이더-크랭크 기구는 자유 낙하를 하고, 블록은 초기 속도  $-5\text{m/sec}$ 를 가지고 병진 운동을 하면서 슬라이드와 충돌하게 된다. 블록은 지면과 병진 조인트로 연결하여 하나의 자유도만 가지도록 하였다. 슬라이더-크랭크 기구의 구성 요소 및 블록은 점 접촉이 일어날 수 있도록 하였고, 연속 접촉 모델과 불연속 접촉 모델을 사용하여 결과를 비교하였다. 점 접촉 해석에 사용된 기구 및 블록의 물성치는 Table 2와 같다

Fig. 11과 12는 연속 접촉 해석법과 불연속 접촉 해석법을 비교하기 위하여 연속 해석법의 탄성 계수를 변화시키면서 해석을 수행한 결과이다. 탄성이 클 경우, 즉 접촉 기간이 짧은 경우에

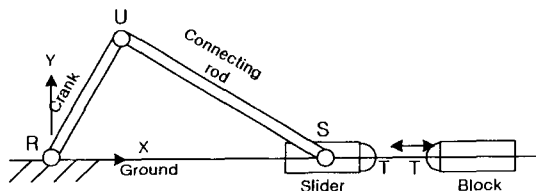


Fig. 10 Slider-crank mechanism contacting with a block(3D)

Table 2 Properties of slider and block

Young's modulus	Poisson's ratio	Radius
70GPa	0.33	0.0085m

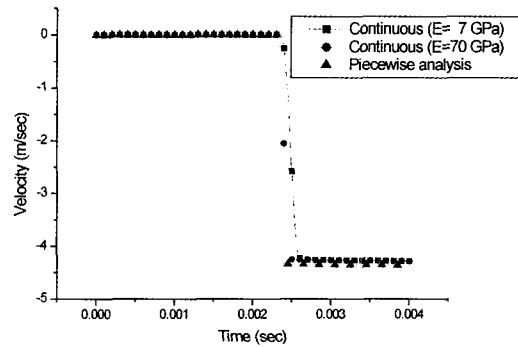


Fig. 12 Horizontal velocity of block

는 두 가지 해석법이 유사한 결과를 보이나, 탄성이 작을 경우, 즉 접촉 기간이 길어질 경우 두 해석법 사이의 결과가 점점 커지고 있음을 확인할 수 있다. 그러므로 탄성이 커서 적분 간격을 줄여야 하는 경우는 불연속 접촉 해석법을 사용하고, 반대로 탄성이 작아서 접촉 기간이 길어지는 경우는 연속 해석법을 쓰는 것이 타당하다고 판단된다.

#### 5. 결론

본 연구에서는 다물체 동역학 시스템에서 접촉 모델의 종류와 접촉 해석의 방법에 대하여 설명하였고, 차량 동역학 해석 프로그램인 AutoDyn7용 접촉 모듈을 개발하였다. 접촉 모듈의 신뢰성 검증을 위하여 수치 예제를 통하여 DADS와 결과를 비교하여 타당성을 확인하였다.

탄성 계수의 값이 커서 적분간격을 줄여야 하는 경우는 불연속 접촉 해석법을 사용하고, 탄성 계수가 작아서 접촉기간이 길어지는 경우는 연속 해석법을 쓰는 것이 타당하다는 결론을 얻었다.

### 후 기

본 논문은 한국과학재단 특정기초연구(과제번호 97-0200-1001-5)의 지원으로 수행하였습니다.

### 참 고 문 헌

- 1) K. H. Hunt, F. R. E. Grossley, "Coefficient of Restitution Interpreted as Damping in Vibro-impact," ASME Journal of Applied Mechanics, pp.440-445, 1975.
- 2) S. P. Timoshenko, J. N. Goodier, "Theory of Elasticity Third Ed.," McGraw-Hill, Singapore, 1987.
- 3) H. M. Lankarani, P. E. Nikravesh, "A Contact Force Model With Hysteresis Damping for Impact Analysis of Multibody Systems," ASME Journal of Mechanical Design, Vol.112, pp.369-376, 1990.
- 4) P. E. Nikravesh, R. Pourboghtrah, "Planar Contact Between Rigid Bodies," University of Iowa, Technical Report, No.83-8, 1983.
- 5) 한형석, 박태원, "접촉을 이용한 2차원 조인트들의 모델링에 관한 연구," 한국정밀공학회지, Vol.14, No.2, pp.92-101, 1997.
- 6) 유완석, 김광석, 김외조, 강동권, "차량 동역학 해석 프로그램 AutoDyn7의 개발(I)," 한국자동차공학회 차량운동성능부문 학술강연회, pp.46-55, 1997.
- 7) 김광석, 유완석, 김성수, 김상섭, "차량 동역학 해석 프로그램 AutoDyn7의 개발(II)-프로그램의 구성 및 주요 알고리즘," 자동차공학회논문집, Vol.7, No.3, pp.321-330, 1999.
- 8) DADS User's Manual, CADSI, Oakdale, Iowa, U.S.A.