Historia Mathematica Vol. 14, No. 1, 2001, 17-26

各等邊形拾遺에 대한 考察

수원대학교 수학과 **호문룡**

Abstract

Ri, Sang-Hyeok(1810-?) explained in detail and repeatedly solution of problems which find the area and diameter of inscribed and circumscribed circles of regular polygons from a side and find a side of regular polygons from the area of the book *Su-Ri-Jeong-On* in the chapter 'Gak-Deung-Byeon-Hyeong-Seup-Yu' of his book *San-Sul-Gwan-Kyeun*. The explanation of each question describes the procedure to make the equation in detail, but only presents the solution with few step to solve.

0. 序論

李尙爀(字 志叟, 1810-?)의 저서 **算術管見**(철종 6년, 1855)은 南元裳(秉吉)이 쓴 序文과 '各等邊形拾遺', '圓容三方互求', '弧線求弦矢 · 弦矢求弧度'의 三種과 附 '不分線三率法解'로 되어 있다[1].

산술관견에서 펼쳐진 이상혁의 독자적 연구는 한국수학사를 그저 결과적으로 나타난 수학상의 업적만을 보고 낮게 평가하려고 했던 일본 수학사가들 마저도 "모두가 중국 수학의 註釋뿐이었던 조선에 있어서는 그야말로 신천지를 개척하였다."고 감탄을 아끼지 않았던 업적이었다[3]. 본고에서는 '각등변형습유'의 내용에 대하여 고찰하고자 한다.

'각등변형습유'에서는 "**數理精蘊**을 살펴보면 割圜之法에 관해 자세히 쓰여 있다. 각 변으로서 넓이와 내접, 외접원의 지름을 구하는 것과 넓이로서 변을 구하는 것에 이르기까지 다만 定率比例를 쓰고 있다. 자세함이 부족할까 두려워 거듭 例를 들어 썼다."[1]고 話頭를 꺼낸 다음 문제를 다루기 시작하였다.

1. 各等邊形拾遺의 問과 答

'각등변형습유'에는 16개의 문제와 답, 그 해법이 써 있다. 문제와 답을 풀어쓰면 다음과 같다[1]. 원본에는 문제에 번호가 없으나 편의상 번호를 붙인다.

문 1] 정삼각형의 각 변이 12尺이면 면적과 내접, 외접원의 지름은 각각 얼마인가?
답. 면적 62尺35寸38分强, 내접원지름 6尺9寸2分8釐2毫强, 외접원지름 13尺8寸5分6釐4毫强

문 2] 정사각형의 각 변이 12尺이면 면적과 내접, 외접원의 지름은 각각 얼마인가?
답. 면적 144尺, 내접원지름 12尺, 외접원지름 16尺9寸7分06毫弱

문 3] 정오각형의 각 변이 12尺이면 면적과 내접, 외접원의 지름은 각각 얼마인가?
답. 면적 247尺74寸87分强, 내접원지름 16尺5寸1分6釐6毫弱, 외접원지름 20尺4寸1分5釐6毫强

문 4] 정육각형의 각 변이 12尺이면 면적과 내접, 외접원의 지름은 각각 얼마인가?
답. 면적 374尺12寸30分弱, 내접원지름 20尺7寸8分4釐6毫强, 외접원지름 24尺

문 5] 정칠각형의 각 변이 12尺이면 면적과 내접, 외접원의 지름은 각각 얼마인가?
답. 면적 523尺28寸34分弱, 내접원지름 24尺9寸1分8釐3毫弱, 외접원지름 27尺6寸5分7釐2毫弱

문 6] 정팔각형의 각 변이 12尺이면 면적과 내접, 외접원의 지름은 각각얼마인가?
답. 면적 695尺29寸35分强, 내접원지름 28尺9寸7分06毫弱, 외접원지름 31尺3寸5分7釐5毫强

문 7] 정구각형의 각 변이 12尺이면 면적과 내접, 외접원의 지름은 각각 얼마인가?
답. 면적 890尺18寸27分弱, 내접원지름 32尺9寸6分9釐7毫强, 외접원지름 35尺08分5釐7毫弱

문 8] 정십각형의 한 변이 12尺이면 면적과 내접, 외접원의 지름은 각각 얼마인가?
답. 면적 1107尺96寸61分弱, 내접원지름 36尺9寸3分2釐2毫强, 외접원지름 38尺8寸3分2釐8毫强

문 9] 정삼각형의 면적이 144尺이면 각 변은 얼마인가?
답. 18尺2寸3分6釐1毫弱

문 10] 정사각형의 면적이 144尺이면 각 변은 얼마인가?
답. 12尺

문 11] 정오각형의 면적이 144尺이면 각 변은 얼마인가?
답. 9尺1寸4分8釐6毫强

문 12] 정육각형의 면적이 144尺이면 각 변은 얼마인가?
답. 7尺4寸4分5釐5毫强

문 13] 정칠각형의 면적이 144尺이면 각 변은 얼마인가?
답. 6尺2寸9分5釐弱

문 14] 정팔각형의 면적이 144尺이면 각 변은 얼마인가?
답. 5尺4寸6分1釐1毫弱

문 15] 정구각형의 면적이 144尺이면 각 변은 얼마인가?
답. 4尺8寸2分6釐4毫弱

문 16] 정십각형의 면적이 144尺이면 각 변은 얼마인가?
답. 4尺3寸2分6釐1毫强

2. 名數

-길이를 측정하는 기본단위로 尺을 사용했다.

10毫＝1釐, 10釐＝1分, 10分＝1寸, 10寸＝1尺

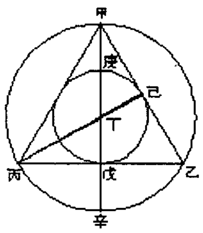
-면적(또는 積)을 측정하는 기본단위로 尺(平方尺이 아님)을 사용했다.

100毫＝1釐, 100釐＝1分, 100分＝1寸, 100寸＝1尺

3. 各等邊形拾遺의 術

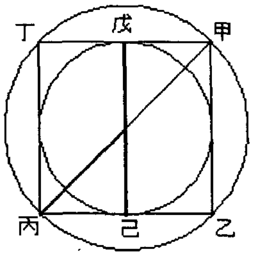
각 문제의 해법과 적용한 도형의 성질을 고찰하면 다음과 같다.

문 1] 한 변을 弦(직각삼각형의 빗변), 한 변의 折半을 勾(직각삼각형의 직각을 낀 두 변 중 작은 변)로 股(직각삼각형의 직각을 낀 두 변 중 큰 변)를 구하면 中垂線이다. 이에 한 변을 곱한 절반은 면적이다. (중수선)×2÷3 은 내접원 지름이고 이를 倍한 것은 외접원 지름이다.



정삼각형 甲乙丙에서 △甲己丁∽△甲戊乙 임을 유도하고 乙戊는 甲乙의 半인 고로 己丁도 甲丁의 半임을 적용하였으며 두 중수선의 교점이 內心, 外心임을 전제로 하였다.

문 2] 한 변의 제곱은 면적이다. 한 변은 내접원 지름이고 한 변을 勾와 股로 보고 구한 弦은 외접원 지름이다.

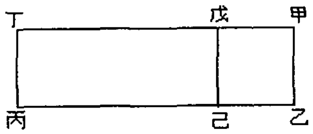


내접원 지름 戊己는 변 甲乙 및 丁丙과 서로 평행임을 전제로 하여 戊己는 두 평행선 甲丁, 乙丙의 안쪽에 있어서 그 길이가 반드시 같음을 썼다.

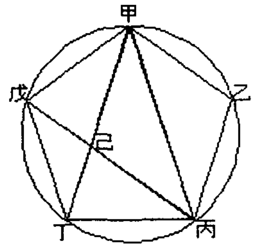
문 3] 連比例三率을 써서 中率을 알고 首, 末率을 구하는데 中末率을 더한 것은 首率과 같다는 法을 쓴다. 한 변인 中率을 제곱한 것은 長濶差(가로와 세로의 차)가 中率과 같은 長方積(직사각형면적)이다. 다음 帶縱平方法[5]을 풀어 長을 구하면 首率, 즉 정오각형의 대각선이다.

$$(\text{長})^2-(\text{長濶差})\times(\text{長})-(\text{長方積})=0$$

이를 弦으로 한 변의 절반을 勾로 하여 구한 股는 꼭지점에서 맞변에 내린 수선이다. 이를 股弦합, 한 변의 절반을 勾로 하여 股弦차를 구한다. 이를 股弦합에서 뺀 나머지는 내접원 지름이고 이를 股弦합에 더한 것은 외접원 지름이다. 내접원 반지름과 한 변을 곱한 절반의 수에 5를 곱하면 면적이다.



連比例三率은 中率 自乘數와 首末率 相乘數가 같음을 말한다. 고로 中率 自乘數는 首末率 相乘한 長方積과 같다. 長方面(직사각형) 甲乙丙丁에서 그 長 甲丁이 首率, 그 濶 甲乙이 末率이고 長濶差 戊丁이 中率이다.



정오각형 甲乙丙丁戊에서 △甲丙丁∽△丙己丁 이므로 대응하는 변의 비를 구하면 甲丁: 丙丁=丙丁: 己丁 연비례삼율이다. 또 首率 甲丁은 中率 甲己(=丙丁)와 末率 己丁의 합과 같다.

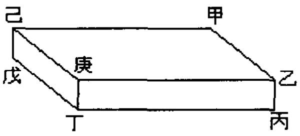
문 4] 한 변의 배는 외접원의 지름이다. 한 변을 弦, 한 변의 절반을 勾로 하여 股를 구하여 배한 것은 내접원 지름이다. 또 이 내접원 반지름과 한 변을 곱한 절반 수에 6을 곱한 것은 면적이다.

정육각형의 中心과 각 꼭지점을 맺는 六分角線은 모두 외접원 반지름이고 정육각형을 6개의 정삼각형으로 나눈다는 성질을 활용하였다.

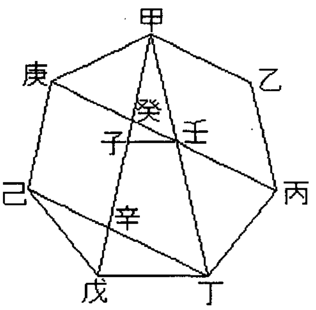
문 5] 連比例四率을 써서 二率을 알고 一, 三, 四率을 구하는데 一四率을 더한 것은 二率 倍를 다시 三率에 더한 것과 같다는 법을 쓴다. 한 변인 二率을 自乘 再乘(세제곱)하여 얻은 수는 立方積, 한 변 自乘 倍한 것은 正方法, 한 변은 正廉法, 1은 負遇法으로 다음 帶縱立方法[5]을 풀어 三率을 구한다.

$$(\text{立方積})-(\text{正方法})\times(\text{三率})-(\text{正廉法})\times(\text{三率})^2+(\text{負遇法})(\text{三率})^3=0$$

이것으로 한 변(二率)을 제곱한 수를 나누면 一率 즉 정칠각형의 대각선이다. 이를 弦, 한 변의 절반을 勾로 하여 구한 股는 꼭지점에서 맞변에 내린 수선이다. 이를 股弦합, 한 변의 절반을 勾로 하여 股弦차를 구한다. 이를 股弦합에서 뺀 나머지는 내접원 지름이고 이를 股弦합에 더하면 외접원 지름이다. 또 이 내접원 반지름과 한 변을 곱한 절반 수에 7을 곱한 것은 면적이다.

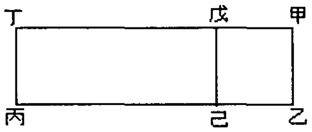


連比例四率은 二率 自乘數와 一三率 相乘數가 같고 또 三率 自乘數와 二四率 相乘數가 같음을 말한다. 지금 二率 自乘數는 一三率 相乘面 乙丙丁庚이다. 또 이에 二率을 再乘하면 扁方體(직육면체) 甲乙丙丁戊己庚이고 그 濶 甲乙은 二率, 長 乙庚은 一率, 高 乙丙은 三率이다.



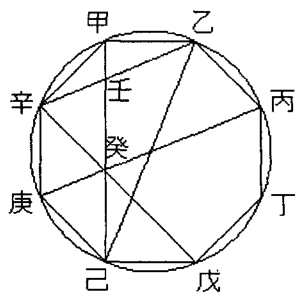
정칠각형 甲乙丙丁戊己庚에서 대각선 甲丁과 丙庚의 교점 壬을 지나 변 丁戊에 평행한 직선을 그어 대각선 甲戊와의 교점을 子라 하자. △甲丁戊∽△丁辛戊, △壬子癸∽△丁戊辛 이므로 대응하는 변의 비를 구하면 '甲戊 : 丁戊(甲壬) = 丁戊(甲壬) : 戊辛(壬子) = 戊辛(壬子) : 癸子' 연비례사율이다. 또 '甲戊 = 甲子 + 癸辛 + 辛戊 − 癸子'이므로 一率 甲戊와 四率 癸子의 합은 二率 甲子(癸辛)의 倍와 三率 辛戊의 합과 같다.

문 6] 連比例三率을 써서 中率을 알고 首, 末率을 구하는데 中率 倍를 다시 末率에 더한 것과 首率이 같다는 법을 쓴다. 한 변인 中率을 제곱한 것은 長方積이고 한 변의 倍는 長濶차이다. 帶縱平方法을 써서 長을 구하면 연비례의 首率, 즉 정팔각형의 내접원의 지름이다. 이를 股, 한 변을 勾로 弦을 구하면 외접원의 지름이다. 또 이 내접원 반지름과 한 변을 곱한 절반수에 8을 곱하면 면적이다.

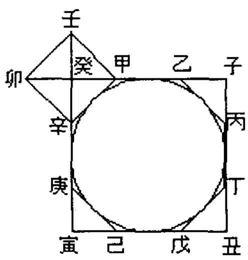


연비례삼율은 中率 自乘數와 首末率 相乘數는 같음을 말한다. 고로 이 中率 自乘은 首末率을 相乘한 長方積인 長方面 甲乙丙丁과 같고 그 長 甲丁은 首率, 그 濶 甲乙은 末率이다. 首率은 中率 倍에 다시 末率을 더한 數이며 長濶차 戊丁은 中率의 倍와 같다.

정팔각형 甲乙丙丁戊己庚辛에서 二線 甲己, 辛戊는 모두 내접원 지름이고 또 二線 乙己, 丙庚은 외접원 지름이다. 또 線 甲己와 乙辛, 丙庚의 교점을 각각 壬, 癸라 할 때 두 勾股形(직각삼각형) 乙甲己와 壬甲乙은 同式形(닮은꼴)이다. 대응하는 변의 비를 구하면 甲己 : 甲乙＝甲乙 : 甲壬 연비례삼율이다. 壬癸＝辛庚＝癸己이고 壬癸와 辛庚, 癸己와 辛庚은 각각 평행이므로 甲己＝壬癸＋癸己＋甲壬, 즉 首率 甲己는 中率 壬癸(癸己)의 倍와 末率 甲壬의 합과 같다.



(又法) 한 변 自乘 倍의 제곱근에 한 변을 더하면 내접원 지름이다. 내접원 지름 自乘數에서 한 변 自乘數를 뺀 나머지는 정팔각형의 면적이다.

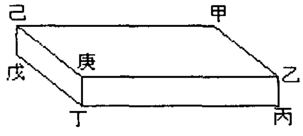


정팔각형 甲乙丙丁戊己庚辛에서 한 변 甲辛을 勾와 股로 하여 구한 弦은 壬辛, 즉 癸辛과 庚寅의 합이다. 고로 한 변 辛庚을 더하면 내접원 지름 癸寅이다. 또 한 변 甲辛을 自乘한 正方面(정사각형) 甲辛卯壬과 네 勾股形 甲癸辛, 庚寅己, 戊丑丁, 丙子乙의 총면적이 같다. 고로 癸寅 自乘하여 正方面 癸子丑寅을 구한데서 小正方面 甲壬卯辛의 면적을 뺀 나머지는 정팔각형의 면적이다.

문 7] 연비례사율을 써서 二率을 알고 一, 四率을 구하는데 一四率의 합과 二率 3倍와 같다는 법을 쓴다. 한 변인 二率을 自乘 再乘하여 얻은 수는 立方積, 한 변에 3을 곱한 수의 自乘은 正方法, 한 변에 6을 곱한 수는 負廉法, 1은 正隅法으로 다음 帶縱立方法을 풀어 四率을 구한다.

$$(\text{立方積})-(\text{正方法})\times(\text{四率})+(\text{負廉法})\times(\text{四率})^2-(\text{正隅法})\times(\text{四率})^3=0$$

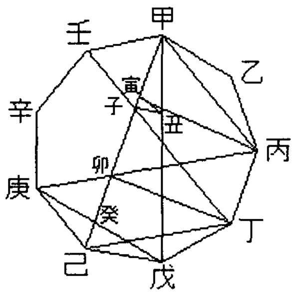
이를 한 변 3倍數에서 뺀 나머지는 一率, 즉 정구각형의 대각선이다. 이를 弦, 한 변의 절반을 勾로 하여 구한 股는 꼭지점에서 맞변에 이르는 수선이다. 이를 股弦合으로, 한 변의 절반을 勾로 하여 股弦差를 구한다. 이를 股弦合에서 뺀 나머지는 내접원 지름이고 이를 股弦合에 더하면 외접원 지름이다. 또 내접원 반지름과 한 변을 곱한 절반 수에 9를 곱하면 면적이다.



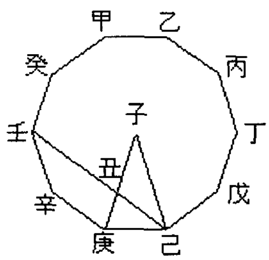
연비례사율은 一率 自乘에 四率 再乘한 수와 二率 自乘 再乘數는 같음을 말한다. 二率 自乘 再乘積은 扁方體 甲乙丙丁戊己庚이고, 그 濶 甲乙과 長 乙庚은 모두 一率이고 高 乙丙은 四率이다. 一率 自乘인 甲乙庚己 면적으로 扁方體를 나누면 四率 乙

丙을 구한다. 一率은 모르나 아는 二率 3倍數는 一四率 相加數는와 같다.

정구각형 甲乙丙丁戊己庚辛壬에서 △甲戊己∽△戊己癸이다. 또 두 線 甲己와 丁壬의 교점 子를 지나 己戊에 평행한 직선이 甲戊와의 교점을 丑이라 할 때 △甲丑子∽△甲戊己이다. 또 甲子=丙丁, 戊己=甲子이다. 또 丑을 지나 戊庚에 평행한 직선이 甲己와의 교점을 寅이라 하자. △丑子寅∽△戊己癸이므로 대응하는 변의 비를 구하면 甲己 : 戊己(甲子)=戊己(甲子) : 己癸(丑子)=己癸(丑子) : 子寅 연비례사율이다. 丙丁=卯己이므로 甲己=甲子+寅卯+卯己-寅子 이다. 즉 一率 甲己는 二率 甲子(寅卯, 卯己)의 3倍에서 四率 寅子를 뺀 것과 같다.



문 8] 연비례삼율을 써서 中率을 알고 首, 末率을 구하는데 中末率의 합은 首率과 같다는 법을 쓴다. 한 변인 中率을 自乘하면 長方積이고 한 변은 長濶差이다. 帶縱平方法을 써서 長을 구하면 연비례의 首率(정오각형의 해를 보라), 즉 정십각형의 외접원 반지름이다. 이를 弦, 한 변의 절반을 勾로 하여 구한 股는 내접원의 반지름이다. 각각 倍하면 지름이다. 또 이 내접원 반지름과 한 변을 곱한 절반 수에 10을 곱하면 면적이다.



정십각형 甲乙丙丁戊己庚辛壬癸에서 分角線 子己와 子庚은 외접원 반지름이고, △子己庚∽△己丑庚이므로 子庚:己庚=己庚:丑庚 연비례삼율이다. ∠子=36°, ∠己=∠庚=72°=2×∠子이다. 지금 ∠子己丑=∠子이므로 그 맞변 子丑=丑己=己庚이다. 子庚=子丑+丑庚, 즉 首率 子庚은 中率 己庚과 末率 庚丑의 합과 같다.

문 9] $\{(\text{面積})\times 2\}^2\times 4\div 3$인 수는 三乘方積(한 변의 4제곱)이다. 4제곱근을 구하면 한 변이다.

$(\text{面積})\times 2=(\text{한 변})\times(\text{中垂線})$에서 $\{(\text{面積})\times 2\}^2=(\text{한 변})^2\times(\text{中垂線})^2$ 이다. 또 $(\text{한 변})^2-\{(\text{한 변})\div 2\}^2=(\text{中垂線})^2$ 이므로 $(\text{한 변})^4=(\text{面積}\times 2)^2\times 4\div 3$ 이다.

문 10] 面積은 正方積이므로 제곱근을 구하면 한 변이다.

문 11] $\{(\text{面積})\div 5\times 4\}^2$ 는 長方積, $(\text{面積})\div 5\times 4$ 인 수는 長濶差로 帶縱平方法을 써서 구한 長은 대각선과 내접원 지름의 相乘數이다. 이를 自乘한 수에서 $\{(\text{面積})\div 5\times 2\}^2$ 을 뺀 나머지의 제곱근은 꼭지점에서 맞변에 내린 수선과 내접원 지름의 相乘數이다. 이것으로 $\{(\text{面積})\div 5\times 2\}^2$ 을 나누어 구한 수를 꼭지점에서 맞변에 내린 수선과 내접원 지름 相乘數에서 뺀 나머지의 제곱근은 내접원 지름이다. 이것으로 $(\text{面積})\div 5\times 4$ 를 나누면 한 변이다.

높이가 같은 것의 면적의 비는 밑변의 비와 같다. 고로 (면적)÷5×4 는 한 변과 내접원 지름 相乘面으로 中率이다. 연비례삼율을 써서 中率을 알고 首, 末率을 구하는데 中末率의 합은 首率과 같다는 법을 쓴다. 구한 首率은 대각선과 내접원 지름의 相乘面으로 이를 弦, (면적)÷5×2 는 한 변의 절반과 내접원 지름의 相乘面으로 이를 勾로 하여 股를 구하면 꼭지점에서 맞변에 내린 수선과 내접원 지름의 相乘面이다. 이를 股弦合, 한 변의 절반과 내접원 지름의 相乘面을 勾로 하여 股弦差를 구하여 股弦合에서 뺀 나머지는 내접원 지름 自乘面이다. 제곱근을 구하면 내접원 지름이다. 이것으로 한 변과 내접원 지름의 相乘面을 나누면 한 변이다.

문 12] (면적÷3)^2×4÷3 은 三乘方積(한 변의 4제곱)이다. 4제곱근을 구하면 한 변이다.

문 13] {(면적)÷7×4}^{3} 은 立方積, {(면적)÷7×4}^{2}×2 는 正方法, (면적)÷7×4 는 正廉法, 1은 負隅法으로 帶縱立方法을 써서 구한 수로 {(면적)÷7×4}^{2} 을 나누어 얻은 수는 대각선과 내접원 지름의 相乘數이다. 이를 自乘한 수에서 {(면적)÷7×2}^{2} 를 뺀 나머지의 제곱근은 꼭지점에서 맞변에 내린 수선과 내접원 지름의 相乘數이다. 이것으로 {(면적)÷7×2}^{2} 을 나누어 구한 수를 꼭지점에서 맞변에 내린 수선과 내접원 지름의 相乘數에서 뺀 나머지의 제곱근은 내접원 지름이다. 이것으로 (면적)÷7×4 를 나누면 한 변이다.

연비례사율을 써서 二率을 알고 一, 三, 四率을 구하는데 一四率 相加數는 二率 倍에 三率을 再加한 것과 같다는 법을 쓴다. 面積 比例의 원리는 정오각형의 면적으로 한 변을 구하는 법과 같다.

문 14] 면적 절반을 自乘한 수는 長方積, 면적은 長濶差로 帶縱平方法을 써서 濶을 구한다.

역시 면적 비례이다. 면적의 절반은 한 변과 내접원 지름의 相乘面으로 首率이다. 연비례삼율을 써서 中, 末率을 구하는데 中率 倍와 末率의 합은 首率과 같다는 법을 쓴다. 中率은 한 변의 自乘이다. 제곱근을 구하면 한 변이다.

문 15] {(면적)÷9×4}^{3} 은 立方積, {(면적)÷9×4×3}^{2} 은 正方法, (면적)÷9×4×6은 負廉法, 1은 正隅法으로 帶縱立方法을 써서 구한 수를 (면적)÷9×4×3 에서 뺀 나머지는 대각선과 내접원 지름의 相乘數이다. 이를 自乘한 수에서 {(면적)÷9×2}^{2} 을 뺀 나머지의 제곱근은 꼭지점에서 맞변에 내린 수선과 내접원 지름의 相乘數이다. 이것으로 {(면적)÷9×2}^{2} 을 나눈다. 이를 꼭지점에서 맞변에 내린 수선과 내접원 지름의 相乘數에서 뺀 나머지의 제곱근을 구하면 내접원 지름이다. 이것으로 (면적)÷9×4를 나누면 한 변이다.

연비례사율을 써서 二率을 알고 一, 四率을 구하는데 一率과 四率의 합은 二率 3倍와 같다는 법을 쓴다. 면적비례의 원리는 정오각형의 면적으로 한 변을 구하는 법과 같다.

문 16] $\{(면적)\div 10\times 2\}^2$ 은 長方積, (면적)÷10×2 는 長濶差로 帶縱平方法을 써서 長을 구한다. 이는 외접원 반지름과 내접원 반지름의 相乘數이다. 이를 自乘한 수에서 $\{(면적)\div 10\}^2$ 을 뺀 나머지의 4제곱근을 구하면 내접원 반지름이다. 이것으로 (면적)÷10×2 를 나누면 한 변이다.

역시 면적비례이다. (면적)÷10×2 는 한 변과 내접원 반지름의 相乘面이다. 이를 中率로 연비례삼율을 써서 首, 末率을 구하는데 中末率의 합은 首率과 같다는 법을 쓴다. 구한 首率은 외접원 반지름과 내접원 반지름의 相乘面이다. 이를 弦, (면적)÷10 은 한 변 절반 수와 내접원 반지름의 相乘面이 되는데 이를 勾로 하여 股를 구하면 내접원 반지름의 自乘面이다. 제곱근을 구하면 내접원 반지름이다. 이것으로 한 변과 내접원 반지름의 相乘面을 나누면 한 변이다.

4. 結論

李尙爀述 '各等邊形拾遺'는 正三, 四, 五, 六, 七, 八, 九, 十角形에서 한 변의 길이가 12尺일 때 面積과 내접원 및 외접원의 지름을 구하는 8문제와 面積이 144尺일 때 한 변의 길이를 구하는 8문제를 다루었다.

각 문제의 풀이에서 방정식을 세우는 과정을 상세하게 반복하여 설명함으로써 拾遺하였다. 문 3], 문 8], 문 11], 문 16]에서는 連比例三率과 首率은 中末率의 합과 같음을, 문 6]과 문 14]에서는 連比例三率과 首率은 中率의 倍와 末率의 합과 같음을 써서 이차방정식을 세웠다. 문 5]와 문 13]은 連比例四率과 一四率의 합은 二率의 倍와 三率의 합과 같음을, 문 7]과 문 15]는 連比例四率과 一四率의 합은 二率 3倍와 같음을 써서 삼차방정식을 세웠다. 방정식은 帶縱平方法 또는 帶縱立方法을 써서 푼다고 하였으며 그 방법은 거의 설명하지 않았다. 連比例三率과 連比例四率은 두 개 이상의 도형이 닮은꼴일 때 닮음비에서 유도된 것이다.

정다각형의 면적을 주고 한 변의 길이를 구하는 문제는 면적의 一定率은 한 변의 길이와 관계가 있음을 써서 풀었다. 문 9]에서 $\{(面積)\times 2\}^2\times 4\div 3$ 은 한 변 四乘, 문 11]에서 (面積)÷5×4 는 한 변과 내접원 지름의 相乘面, 문 12]에서 $\{(面積)\div 3\}^2\times 4\div 3$ 은 한 변 四乘, 문 13]에서 (面積)÷7×4 는 한 변과 내접원 지름의 相乘面, 문 14]에서 面積折半은 한 변과 내접원 지름의 相乘面, 문 15]에서 (面積)÷9×4 는 한 변과 내접원 지름의 相乘面, 문 16]에서 (面積)÷10×2 는 한 변과 내접원 반지름의 相乘面과 각각 같았다. 대부분의 문제의 풀이에는 직각삼각형의 성질과 정다각형의 내접원 및 외접원의 성질을 넓게 이용하였다.

선분의 길이와 도형의 면적을 모두 尺, 寸, 分, 釐, 毫로 나타냈지만 尺, 寸, 分, 釐, 毫 사이의 환산은 앞에서 보인 바와 같이 길이, 면적에 따라 다르다. 답은 대부분 근사값으로 끝자리가 올린 값일 때는 弱, 내린 값일 때는 强을 끝자리 다음에 붙였다. 답 중에는 참값과 약간의 차이가 있는 것도 있다. 문 12]에서 한 변의 길이는 $\sqrt[4]{(3027)}=7.444838872\cdots$尺이나

답은 七尺四寸四分五釐五毫强이라 하였다.

문제를 풀기 위하여 開平方法, 帶縱平方法, 開立方法, 帶縱立方法 등을 사용하였다. 이들 방법은 李尙爀이 교정하고 南秉吉이 編撰한 것으로 되어있는 **算學正義**[5]에서 설명하고 있다. 그런데 **算學正義**는 **算術管見**보다 12년 뒤에 출판되었고, 그 체재도 **數理精蘊**(1722)을 거의 그대로 본따고 있는 것[4]으로 보아 이상혁은 **수리정온**의 방법을 사용한 것으로 본다.

참고 문헌

1. 이상혁, **算術管見**(全史字本一冊, 규장각), 1855.
2. 김용운 · 김용국, **韓國數學史**, 悅話堂, 1982.
3. 김용운 解題, **韓國科學技術史資料大系**, 數學篇 四卷, 驪江出版社, 1985.
4. 김용운 解題, **韓國科學技術史資料大系**, 數學篇 七卷, 驪江出版社, 1985.
5. 남병길, **算學正義**(全史字本三卷三冊, 규장각), 1867.