

비주기 Bearing 표본입력에 대한 BOTMA 연구

A Study on the Aperiod Bearing Only TMA

이 동 훈*
Lee, Dong-Hun

ABSTRACT

This paper presents a study on the design and simulation of bearing only target motion analysis to enhance the TMA capability using SONAR in underwater environment. A bearing only target motion analysis algorithm using aperiod bearing input signals has been developed and simulated in the MATLAB.

주요기술용어: Bearing Only Target Motion Analysis(BOTMA, 표적기동분석), Lynch Method, Linear Regression Fit, Poly Fit, Least Square Solution

1. 서 론

BOTMA란 표적의 방위정보만을 얻을 수 있을 때 사용하는 표적기동분석 방법으로써, 자함속도·침로와 표적방위로부터 표적속도·침로·거리를 추정한다.

표적에 대한 SNR(신호대 잡음비)이 클 경우 표적의 방위오차가 작아져서 이때는 일반적으로 자동 BOTMA로 표적정보를 얻는다. 이러한 자동 BOTMA는 좌표계와 칼만 필터링등을 이용하여 표적을 추정하는 알고리즘으로써, 주기적인 표적방위정보만을 처리가능하다.

그러나, SNR이 작아서 표적의 방위오차가 클 경우에는 자동 BOTMA를 사용하면 결과가 발산을 하게 되어 표적정보를 얻기가 힘들다. 뿐만아니라, 야간 작

전시에는 잠망경을 통한 표적거리 추측도 불가능하므로 간단한 수식으로 표적정보를 계산할 수도 없다. 이에 잠망경이나 Sonar를 통해 운용자의 경험으로 얻은 표적방위(Bearing)를 이용하여 BOTMA를 수행할 수 밖에 없다. 그러나, 이러한 표적방위는 비주기성을 가지므로, 일반적인 자동 BOTMA는 적용할 수가 없다. 이에 비주기적 표적정보만으로 계산되는 BOTMA알고리즘을 연구하고 시뮬레이션 및 실험을 통해 그 결과를 검토하고자 한다.

2. 비주기 Bearing Only TMA 연구

기존의 TMA알고리즘은 Continuous Time Model로 설계되었으며, 프로그램 구현과정에서 단지 Discrete Time Model로 일부 변환하거나 입출력 주기만

* 국방과학연구소 제2체계개발본부 어뢰체계부

조정하여 주기적인 입력을 가지는 구조였다. 따라서 비주기적인 입력을 처리할 수 있는 알고리즘이 필요하다.

수학적 모델 및 계산식이 비교적 간단한 Lynch Method를 이용하여 알고리즘을 구현하였다. Lynch Method는 표적거리의 제공이 표적방위 변화율에 반비례함을 이용하여 기하학적 모델을 구성하고 수학적으로 정리한 것이다.

이에 표적방위 변화율에 대한 오차를 줄이고 적절한 계산구조를 형성하여 표적정보를 추출하였다.

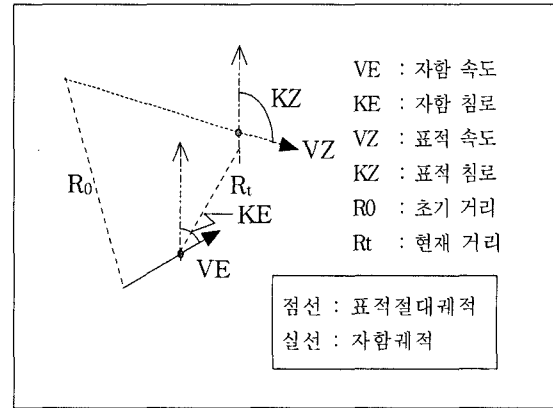
2.1 기하학적 모델 및 용어 설명

기본적으로 자함에 대한 표적의 상대적인 정보를 사용하여 절대적인 표적정보를 계산한다. 단, 표적 속도, 침로는 일정하다고 가정한다. 이 가정은 모든 BO TMA의 기본 요건이다.

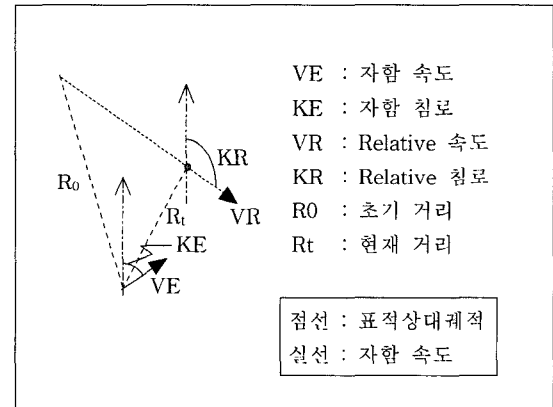
절대적인 표적정보는 그림 1과 같이 절대좌표에서 실제 표적의 속도, 침로, 거리, 방위를 말하며, 상대적인 표적정보는 그림 2와 같이 자함을 기준으로 한 상대좌표에서의 표적정보를 말하는데 이때는 실제 표적의 궤적이 아니므로 이를 'Relative'라 한다.

TMA를 하기위해 자함이 정속, 정침로로 운행하는 구간을 'LEG'라 하는데, Relative를 사용하는 장점은 TMA의 기본 계산개념에서 하나의 LEG동안 계산된 해를 간단하게 표현할 수 있기 때문이다. 그림 3은 일반적인 TMA알고리즘에서의 하나의 LEG동안 얻은 표적방위 정보에 의한 표적궤적의 해들을 그려 놓은 것인데, 해들이 평행하지가 않아 식으로 표현하기에 복잡하다.

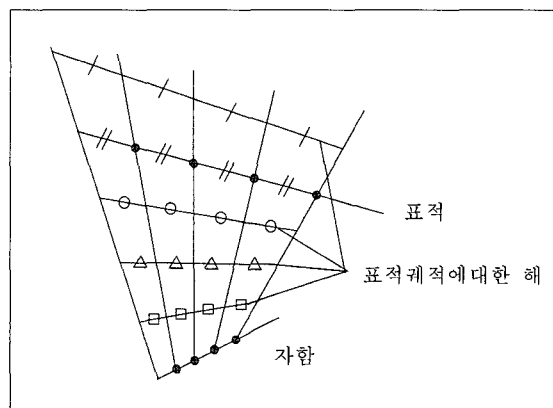
그림 4와 같이 상대좌표를 이용하여 표적을 Relative로 표현하면 하나의 LEG동안 나온 Relative의 해가 실제 표적의 상·대궤적에 평행함을 알 수가 있다.



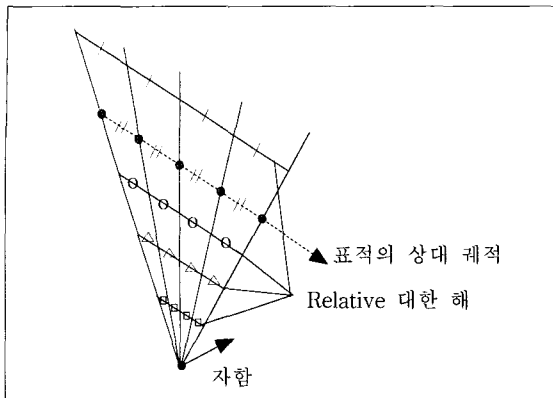
[그림 1] 절대좌표계에서의 궤적



[그림 2] 상대좌표계에서의 궤적



[그림 3] 절대좌표에서 계산된 LEG구간에서의 표적궤적 해



[그림 4] 상대좌표에서 계산된 LEG구간에서의 Relative 해

Relative는 2개 이상의 표적방위값 및 표적 거리를 이용으로써 얻을 수 있는데, 표적 거리를 구하는 기본 이론은 표적 거리(R_i)의 제곱이 표적방위 변화율(BR_i)에 반비례함을 나타내는 식 (1)에서 출발한다.

$$R_i = \frac{C}{\sqrt{|BR_i|}} \quad (1)$$

단, $C = \text{any constant}$

식 1에서 미정계수 C에 따라 무수히 많은 R_i 를 계산할 수 있는데, Relative에서 중요한 것은 기울기이고 기울기 계산과정에서 미정계수 C는 제거된다. 즉, 기울기는 상수가 된다. 프로그램상에서는 상수 C를 임의로 정해주고 기울기를 계산하면 결과에서 상수 C 부분은 제거가 된다.

한번의 LEG 동안 한 개의 Relative를 구하는 개념으로 2개이상의 Relative를 구하면 표적정보를 계산할 수 있다.

2.2 수식 전개

표적방위 변화율(BR_i)은 좀 더 정확하게 추출하기 위해 표적방위의 평균 변화율을 사용하지 않고 여러

개의 표적방위(B_i)를 M개 묶어서 식 3과 같이 시간에 대한 Linear Regression Fit를 이용한다.

$$BR_i = \frac{\left(\sum_{t=1}^M (TRES_t \cdot B_i) \cdot M - \sum_{t=1}^M B_i \cdot \sum_{t=1}^M TRES_t \right)}{\left(\sum_{t=1}^M (TRES_t^2 \cdot M) - \left(\sum_{t=1}^M TRES_t \right)^2 \right)} \quad (2)$$

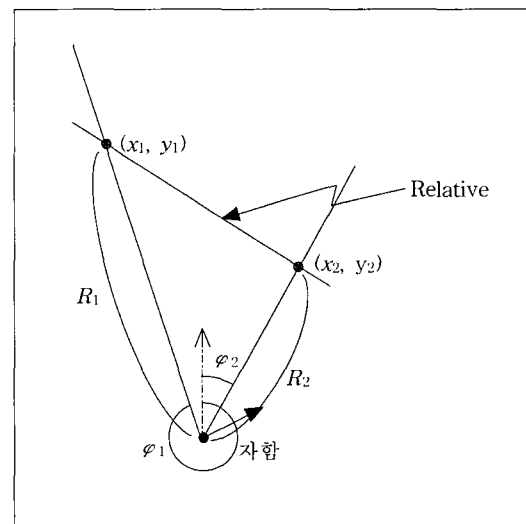
단, $B_i = \text{constant}$ 이면, $BR_i = 0$

$TRES_t$ 는 표적방위(B_i)를 읽을 때의 시간이다.

식 1과 식 2를 정리하면 Relative는 polar form으로 표현되는 다음의 점들로 구성된다.

$$\begin{aligned} \varphi_i &: \text{표적 방위} \\ R_i &: \text{표적 거리} \\ \rightarrow \begin{cases} x_i &: \text{좌표값} \\ y_i & \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

2개 이상 → Relative 기울기



[그림 5] Relative 계산

식 1을 통해 Relative의 한점 $R_i \angle \varphi_i$ 를 구한다. 이때 각도 φ_i 는 BR_i 를 계산하는데 사용된 표적 방위각인 B_i 들의 평균을 사용한다. 이 점을 polar form에서 cartesian form으로 바꾸면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} y_i &= R_i \cdot \cos \varphi_i \\ x_i &= R_i \cdot \sin \varphi_i \end{aligned} \quad (4)$$

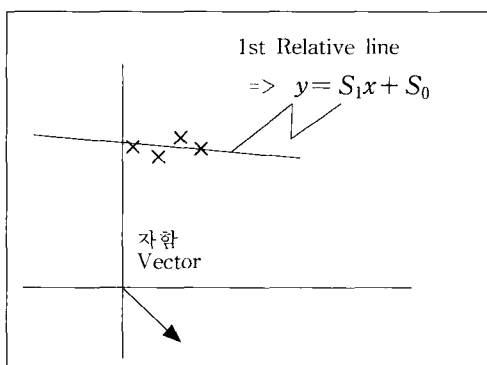
점(x_i, y_i)를 모아 Regression Fit을 이용하여 Relative의 1차 방정식을 구하면 다음과 (LG,3.21)같다.

$$y = S_{1n}x + S_{0n}$$

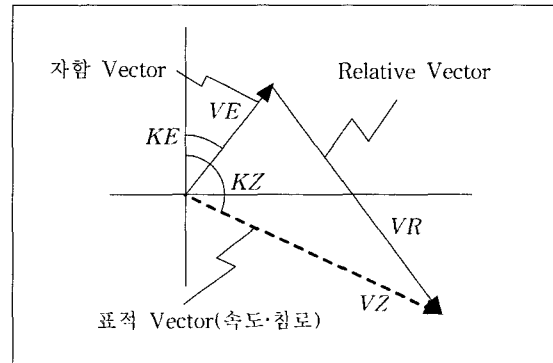
$$S_{1n} = \frac{\left(\sum_{i=1}^N w_i x_i y_i \cdot \sum_{i=1}^N w_i - \sum_{i=1}^N w_i y_i \cdot \sum_{i=1}^N w_i x_i \right)}{\sum_{i=1}^N w_i x_i^2 \cdot \sum_{i=1}^N w_i - \left(\sum_{i=1}^N w_i x_i \right)^2} \quad (5)$$

$$S_{0n} = \frac{\left(\sum_{i=1}^N w_i x_i^2 \cdot \sum_{i=1}^N w_i y_i - \sum_{i=1}^N w_i x_i \cdot \sum_{i=1}^N w_i x_i y_i \right)}{\sum_{i=1}^N w_i x_i^2 \cdot \sum_{i=1}^N w_i - \left(\sum_{i=1}^N w_i x_i \right)^2}$$

$w_i = 1$



[그림 6] 첫 번째 LEG 기동



VE : 차함 속도, VR : Relative 속도, VZ : 표적 속도

[그림 7] 표적 속도 · 침로 계산

식 5에서 기울기 S_{1n} 는 식 1의 C에 관계없이 일정한 값을 가짐을 앞에서 설명하였다. 기울기 S_{1n} 은 한 LEG의 Relative vector \vec{R} 의 침로(KR)에 해당하며 다음과 같이 보정한다.

$$KR_n = \begin{cases} 90^\circ - \alpha_n, & \text{for } \frac{dx}{dt} > 0 \\ -90^\circ - \alpha_n, & \text{for } \frac{dx}{dt} < 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$\alpha_n = \arctan(S_{1n})$$

자함, Relative, 표적에 대한 속도, 침로에 대한 관계는 그림 7과 같다.

그림 7로 부터 식 7을 얻을 수 있으며, 정리하면 식 8과 같다.

$$VZ = VE_n \cdot \frac{\sin(KR_n - KE_n)}{\sin(KR_n - KZ)} \quad (7)$$

n : LEG 번호

$$\begin{aligned} &VZ \cos KZ \cdot \sin KR_n \\ &\quad - VZ \sin KZ \cdot \cos KR_n \\ &= VE_n \sin(KR_n - KE_n) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{cases} x_1 = VZ \cos KZ \\ x_2 = VZ \sin KZ \\ a_{n1} = \sin KR_n \\ a_{n2} = -\cos KR_n \\ b_n = VE_n \cdot \sin(KR_n - KE_n) \end{cases} \quad (9)$$

$$\Rightarrow a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 = b_n \quad (10)$$

식 7에서 미지수는 VZ, KZ 이므로 VE, KE, KR 을 2개 이상 구하여 방정식 2개 이상을 만들어야 한다. 즉, 2개 이상의 LEG를 거쳐 2개 이상의 Relative 침로를 얻어야 한다. 결국 한개의 Relative를 생성한 후에는 자함이 변속, 변침하여 다른 Relative를 가져야 한다.

L개의 LEG동안 L개 Relative의 침로 KR 을 얻으면 식 8로부터 치환된 식 10은 식 11과 같이 정리되고,

$$L\text{개} \Rightarrow \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ \vdots & \vdots \\ a_{L1} & a_{L2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_L \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$A \cdot \vec{x} = \vec{b}$$

이를 다음의 Least Square Solution을 통해 x_1, x_2 를 구한다.

$$W = \text{diag}(w_1, \dots, w_L) \quad (12)$$

$$A^T \cdot W \cdot A \cdot \vec{x} = A^T \cdot W \cdot \vec{b}$$

먼저, 식 11은 식 12를 통해 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= \sum_{n=1}^L w_n a_{n1}^2, & \alpha_{12} &= \sum_{n=1}^L w_n a_{n1} a_{n2} \\ \alpha_{21} &= \sum_{n=1}^L w_n a_{n1} a_{n2}, & \alpha_{22} &= \sum_{n=1}^L w_n a_{n2}^2 \\ \beta_1 &= \sum_{n=1}^L w_n a_{n1} b_n \\ \beta_2 &= \sum_{n=1}^L w_n a_{n2} b_n \end{aligned}$$

그래서, 식 13에서 이원일차 연립방정식으로 풀면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{\beta_2 \alpha_{11} - \beta_1 \alpha_{21}}{\alpha_{22} \alpha_{11} - \alpha_{12} \alpha_{21}} \\ x_1 &= \frac{\beta_1 \alpha_{22} - \beta_2 \alpha_{12}}{\alpha_{22} \alpha_{11} - \alpha_{12} \alpha_{21}} \end{aligned} \quad (14)$$

그리고, 식 9로부터 원래 식으로 환원하여 표적속도, 침로를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} VZ &= \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \\ KZ &= \arctan\left(\frac{x_2}{x_1}\right), \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{cases} \text{단, } x_1 = 0 \text{ 일때,} \\ \quad \begin{cases} x_2 > 0 \text{ 이면 } KZ = 90^\circ \\ x_2 < 0 \text{ 이면 } KZ = 270^\circ \end{cases} \\ x_1 < 0 \text{ 이면,} \\ \quad KZ = KZ + 180^\circ \\ x_1 > 0 \text{ 이고,} \\ \quad x_2 < 0 \text{ 이면, } KZ + 360^\circ \end{cases}$$

이제, 식 15로부터 VZ, KZ 를 구했으므로, 남아있는 표적거리, 표적방위를 구하기 위해 그림 7에서 Relative의 속도는 다음의 식으로 구한다.

$$VR = (VE^2 + VZ^2 - 2VE \cdot VZ \cdot \cos(KZ - KE))^{1/2} \quad (16)$$

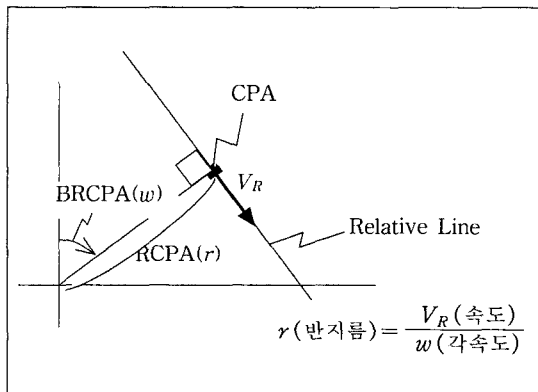
(KZ : 표적 침로, KE : 자함 침로)

여기서 표적방위는 마지막까지 계속 들어오는 표적 방위값으로 간단히 해결되지만 표적거리는 변하는 표적방위에 따라 계속 계산되어야 한다. 그래서 표적을 간단한 모델로 정리해야 한다. 우선 마지막 LEG에서의 Relative line은 자함을 기준으로 한 표적의 상대 궤적이다. 그리고, 표적거리는 자함을 기준으로 한 상대거리이므로 Relative 선위에 표시되는 점까지의 상대거리가 된다. 이를 이용해 Relative 선위에 그림 8과 같이 CPA를 정의하고 Relative Vector를 이용하여 표적방위, 표적거리를 구한다.

CPA란 자함에서 상대적으로 보아 표적방위와 표적 진행방향이 직각을 이룰 때 표적이 지나는 예상지점 즉, 원점에서 Relative에 수선을 내렸을 때 만나는 점이다.

따라서, 표적이 CPA를 지날 때의 원점(자함)에서 표적까지의 거리는 RCPA이며 식 17과 같다.

$$RCPA = \frac{VR}{BRCPA} \quad (17)$$



RCPA : CPA까지의 거리
BRCPA : CPA에서의 Bearing Rate

[그림 8] CPA

여기서 BRCPA는 마지막 Relative 방정식인 식 18에서 구한다.

$$y = S_{1L}x + S_{0L} \quad (18)$$

자함 위치인 원점에서 식 18까지의 거리를 P라 하면 다음과 같다.

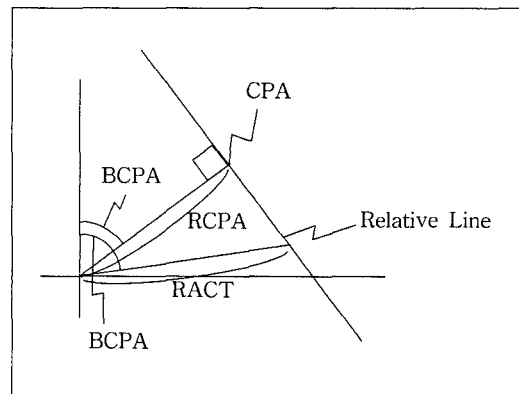
$$P = \frac{S_{0L}}{\sqrt{S_{1L}^2 + 1}} \quad (19)$$

식 1로부터 같은 상수 C를 사용하면 식 20과 같이 BRCPA를 구할 수 있다.

$$BRCPA = \frac{C^2}{P^2} \quad (20)$$

실제로 식 19의 S_{0L} 에는 상수 C가 포함되어 있으며 식 20에서 분자인 C^2 와 상쇄된다.

이제, 표적방위와 표적 거리는 자함 침로·속도에 관계 없이 자함을 기준으로한 상대적인 값이므로, 그림 8에서 Relative를 통하여 구할 수 있다. 즉, CPA에서의 표적 거리가 RCPA인 것 처럼 현재 표적방위가 B ACT일때 표적 거리는 그림 9의 RACT로 표현된다.



[그림 9] 표적 거리 계산

$$RACT = \frac{RCPA}{\cos(BCPA - BACT)} \quad (21)$$

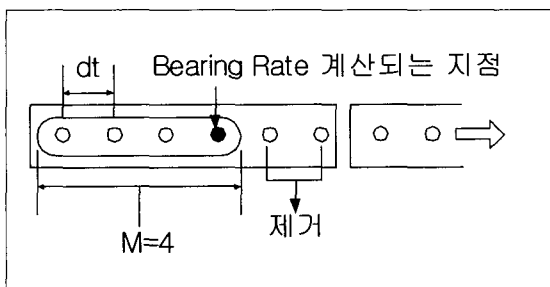
결론적으로, Relative 라는 것을 도입하여 2개의 LEG만 가지면 표적정보 4가지(VZ, KZ, BACT, RACT)를 구하였다. 더 빠른 계산 즉, 하나의 LEG기동만을 가지고 표적정보를 구하려면 경험이 많은 운용자에 의해 표적 속도나 표적 거리를 추측하면 된다.

3. 시뮬레이션 및 고찰

먼저, 수학적 해석 Tool인 MATLAB을 이용하여 시뮬레이션 하였다. 프로그램 내부에서 사용되는 변수들은 표 1 및 그림 10과 같이 정했는데, 표적초기거리 및 표적 침로별로 약 400회 정도의 예제를 실행하여 실제상황에 가장 적합한 것을 선택하였다.

[표 1] 시뮬레이션 변수

내 용	값	비 고
계산단위	6	표적방위 6개 입력
식 2의 M	4	방위변화율 1개 생성
식 5의 N	4	LEG 1개 생성
식 11의 L	3	LEG 3개 생성



[그림 10] 표적방위 입력 처리

입력측에서 보면 표적방위 6개가 표적방위 변화율 1개를 구성한다. 따라서 Relative는 방위 변화율이 2개 이상이어야 구할 수 있으므로 적어도 12개의 bearing이 있어야 LEG가 종료될 수 있다.

여기서는 방위변화율을 4개로 구하여 LEG한개로 구성하였다. 그리고, 시뮬레이션 결과화면에 표시하는 표적방위 변화율은 표적방위 입력갯수가 4개이상일때 부터 1차 poly fitting하여 표시된다.

실제 해상에서 이루어지는 상황을 고려하여 다가오는 표적에 대한 시나리오 1의 시뮬레이션과 멀어지는 표적에 대한 시나리오 2의 시뮬레이션을 각각 하나씩만 예로 들어 그 결과를 분석해 보자.

3.1 다가오는 표적

시나리오 1에 대한 가상 시나리오는 다음과 같다.

- Bearing 입력은 15초간격
- 1개의 LEG에 24개의 Bearing 입력
- Bearing Rate 4개로 1개의 Relative 계산
- 자함 침로 : 0 deg (진북기준)
- 자함 속도 : 5 knots (2.5722 m/s)
- 초기 표적방위 : 350 deg (진북기준)
- 초기 표적 거리 : 10000 yards (9144 m)
- 표적 침로 : 135 deg (진북기준)
- 표적 속도 : 10 knots (5.1444 m/s)
- 자함 변침각 : 첫 번째 LEG후에는 우현 60도, 두 번째 LEG후에는 좌현 60도 변침
- 방위입력 오차 : ± 0.087890625 deg
- 표적방위 읽는 시간 오차 : ± 3 sec

시뮬레이션 조건은 비주기 특성을 입력시간 오차로 고려하였으며 실제상황에서 12 bits A/D converter를 썼다고 가정했을 때 발생할 수 있는 방위입력 오

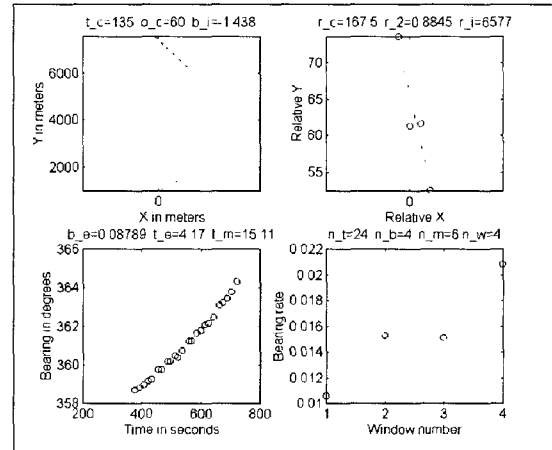
차로 식 22의 Quantization Error를 고려하였다.

$$\frac{360 \text{ deg}}{4096 \text{ or } 2^{12}} = 0.0878 \dots (\text{deg / bit}) \quad (22)$$

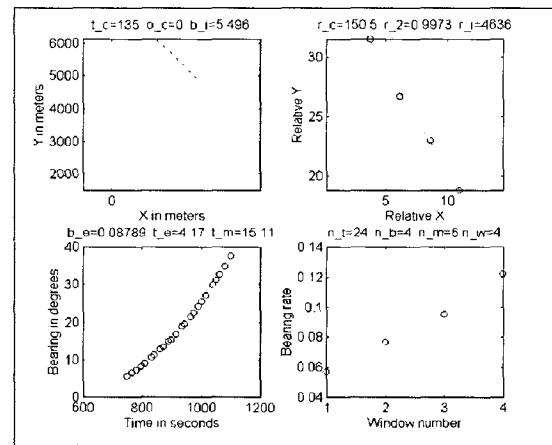
시뮬레이션 결과그림에서 그림 11 중 좌측 상단에 있는 그림은 표적(점선)과 자함(실선)의 절대좌표값이고, 우측하단은 Poly Fitting된 Bearing Rate이다. 좌측하단은 비주기 표본 시간에 대한 표적방위를 나타내며, 우측상단은 계산된 Relative이다.

[표 2] 시나리오 1의 시뮬레이션 결과

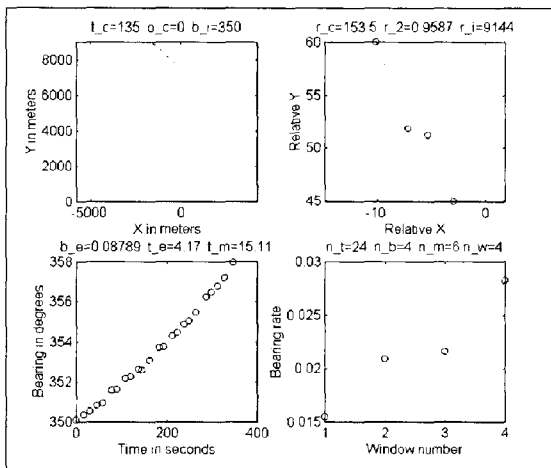
	두 번째 LEG후	세 번째 LEG후	비 고
표적 속도	6.0179	5.0802	m/s
표적 침로	141.8966	137.2248	degree
표적 방위	364.3215	37.4799	degree
표적 거리	4.3814e+003	2.7869e+003	m
표적 실제 거리	4.7770e+003	2.9339e+003	m (방위 오차 0)
Bearing Mean	0.0185	0.0415	



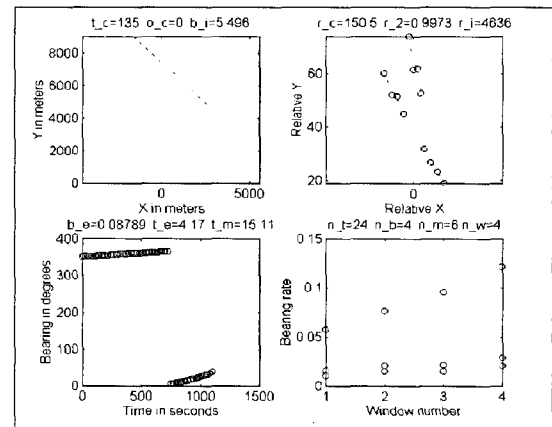
[그림 12] 시나리오 1의 두 번째 Relative



[그림 13] 시나리오 1의 세 번째 Relative



[그림 11] 시나리오 1의 첫 번째 Relative



[그림 14] 시나리오 1의 전체 계산 그림

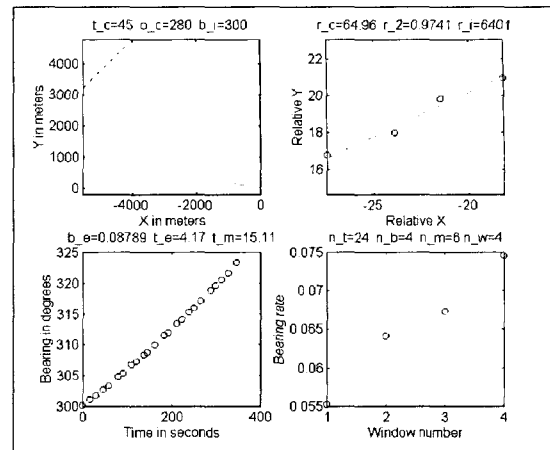
그림 14에서 시나리오 1의 종합한 결과를 보면 세 개의 Relative를 통하여 표적정보를 추출하였음을 볼 수 있다.

3.2 멀어지는 표적

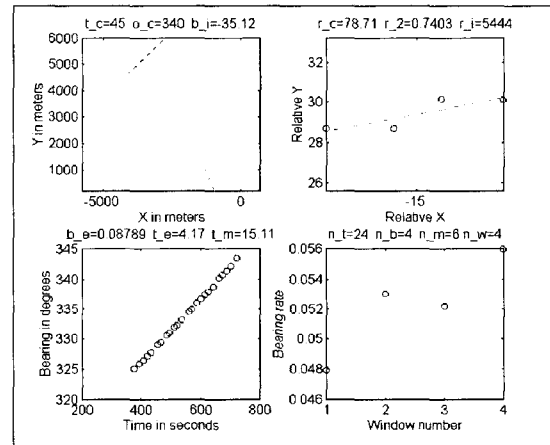
시나리오 2에 대한 가상 시나리오는 다음과 같다.

- 방위 입력은 15초간격
- 1개의 LEG에 24개의 방위 입력
- Bearing Rate 4개로 1개의 Relative 계산
- 자함 침로 : 280 deg (진북기준)
- 자함 속도 : 5 knots (2.5722 m/s)
- 초기 표적 방위 : 300 deg (진북기준)
- 초기 표적 거리 : 7000 yards (6400.8 m)
- 표적 침로 : 45 deg (진북기준)
- 표적 속도 : 10 knots (5.1444 m/s)
- 자함 변침각 : 처음은 우현 60도, 다음은 좌현 60도 변침
- 방위입력 오차 : ± 0.087890625 deg
- 표적방위 읽는 시간 오차 : ± 3 sec

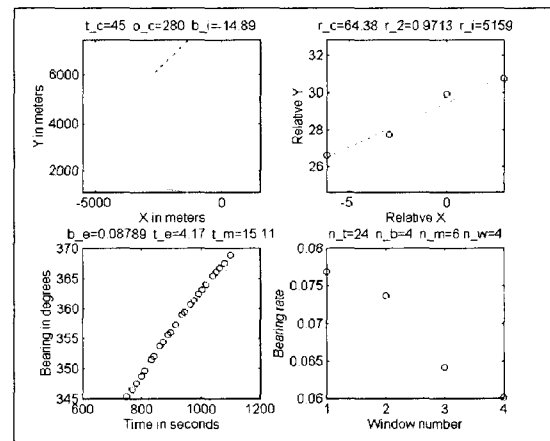
시나리오 2의 시뮬레이션 결과는 그림 15, 16, 17과 같다.



[그림 15] 시나리오 2의 첫 번째 Relative 결과



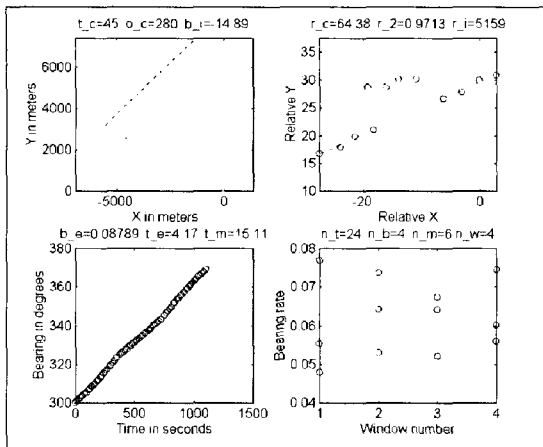
[그림 16] 시나리오 2의 두 번째 Relative 결과



[그림 17] 시나리오 2의 세 번째 Relative 결과

표 3. 시나리오 2의 시뮬레이션 결과

	두 번째 LEG후	세 번째 LEG후	비 고
표적 속도	5.1766	5.0406	m/s
표적 침로	47.3869	46.4611	degree
표적 방위	343.3747	368.7908	degree
표적 거리	4.9022e+003	6.0035e+003	m
표적 실제 거리	5.1179e+003	6.2316e+003	(방위 오차 0)
Bearing Mean	0.0588	0.0621	



[그림 18] 시나리오 2의 전체 계산 그림

두 번째 LEG까지의 결과만 보았을 때, 멀어지는 표적의 경우라 할지라도 시나리오 1에 비해 자함의 변침이 더 적절할 경우 즉, 표적방위 변화율이 큰 방향으로 자함침로가 진행된 경우 더 좋은 결과를 얻을 수 있다.

TMA를 하기 위해 자함이 변속, 변침하는 것을 TMA기동이라 하는데, 실제상황에서는 운용자의 경험에 따라 표적방위 변화율이 큰 방향으로 자함을 기동함으로써 더 좋은 결과를 얻을 수 있다.

4. 결 론

비 주기적인 특성을 가지는 입력에 대해 간단한 기하학적 모델로 매우 견실한 결과를 얻을 수 있었다. 다만, 앞에서 연구한 알고리즘은 오차에 대한 수학적 해석이 부족하다. 특히, 입력된 표적방위에 대한 오차를 보정해 줄 수 있는 보다 나은 수학적 방법과 이러한 오차에 대한 수학적 모델의 견실성 해석이 필요하다.

이러한 것들은 기존의 칼만필터류 및 추정을 이용한 기법에 대한 비주기 처리 방법을 연구하여 결과를 비교해 볼만하다.

또한 본 논문에서 제시한 연구방법에 표적방위 변화율을 크게 하는 자함의 속도 및 침로를 추측할 수 있는 알고리즘까지 부가적으로 연구된다면 더 좋은 성능을 가질것으로 기대된다.

참 고 문 헌

1. 이장식 외, "표적 기동 분석 기법 연구", 국방과학연구소 NSRD-517-91650, 1991. 12.
2. 이동훈 외, "선진호용 백상어 사격통제장치 개발 보고서", 국방과학연구소 NWSD-519-971570, 1997. 11.
3. S Koteswara Rao, "Effect of course maneuvers in bearings only target tracking", UDT Pacific 98-24-26 Feb. 1998, pp.139~142.
4. Hong Tat Chee, Chun Ru Wan and Joo Thiam Goh, "One-dimensional higher order statistics analysis of underwater signals", UDT Pacific 98-24-26 Feb. 1998, pp.263~267.
5. Lieutenant Commander P H G Moore, " 'A trained Brain and a Bearing Rate...' -Do you need anything else?!", UDT Pacific 98-24-26 Feb. 1998, pp.382~384.
6. R.C.Kolb and F.H.Hollister, "Bearing only target estimation", in Proc. 1st Asilomar conf. circuits and syst., 1967, pp.935~946
7. D.J.Murphy, "Noise bearing-only target motion analysis", ph.D.dissertation Dep. Elec.

- Eng., Northeastern Univ., Boston, May, 1978.
8. Joe.D.Hoffman, "Numerical methods for engineers and scientists", McGraw Hill, pp.146~147
 9. N.R.Draper and H.Smith, "Applied regression analysis", WILEY.
 10. Thomas.P.Pyan, "Modern regression method", WILEY.
 11. William.W.Hines and Douglas.C. Montgomery, "Probability and statistics in engineering and management science", WILEY, pp.456~474.