

웨이블릿을 이용한 충격신호분석

Shock Test Signal Analysis using Wavelets

안 호 일*
Ho-Il, Ahn

ABSTRACT

The underwater explosion shock test is performed for the evaluation of the shock-resistant capability which is a very critical factor considering the survivability of the battle ship.

Some measured signals have impulsive noise and gaussian white noise because of the unstable power supply system and the transient movement of cables during the underwater explosion shock test. The advanced shock signal analysis method which remove the noise of measured signal using the threshold policy of the median filter and the orthogonal wavelet coefficients are proposed. It is verified that the signal-to-noise ratio was improved about 30dB by the numerical simulation.

주요기술용어: shock response(충격응답), de-noising(잡음제거), median filter(중간값필터), orthogonal wavelet(직교웨이블릿)

1. 서 론

함정의 선체응답특성 및 탑재장비의 내충격 능력을 평가하기 위하여 수행하는 수중폭발충격시험시 충격파 특성, 구조물 및 탑재장비의 응답을 분석하기 위하여 충격압력, 가속도 및 응력신호 등을 측정한다. 그러나 함정 충격시험은 반복시험이 거의 불가능하고 극히 짧은 시간에 다량의 신호를 획득하는 특성을 가지고 있으며, 폭발시 발생하는 충격으로 인하여 전원 공급계통의 불안정성 및 케이블 등의 과도운동에 따라 충격성잡음과 가우시안잡음 등이 발생하는 열악한

시험환경이다. 이러한 영향으로 인하여 시험설계 조건과 동일하게 함정구조물에 외력(충격파)이 전달되었는지 정확한 확인이 어려우며, 구조물의 응답특성의 분석에 상당한 오차를 발생시킬 가능성이 많다.

따라서 실제 신호에 영향을 최소화시키면서 잡음만을 제거하는 신뢰성있는 신호처리방법의 적용이 요구된다.

본 논문에서는 중간값필터와 웨이블릿 신호처리방법을 적용하여 과도신호에 대한 충격성잡음과 가우시안잡음을 제거하는 기법을 제시한다. 과도신호에 포함된 충격성잡음을 제거하기 위하여 신호특성에 맞도록 임계값을 설정, 최적화하여 중간값필터를 적용한 후 웨이블릿 신호처리를 함으로써 실제 신호에 영향을

* 국방과학연구소

최소화였다.

제시된 신호처리방법을 검증하기 위하여 수치시물 레이션을 실시하여 과도신호에 포함된 잡음을 제거하는 유용성을 확인하였으며, 실제 충격신호를 적용함으로써 신뢰성 있는 신호분석기법임을 검증하였다.

2. 충격파의 최대압력 추정

2.1 충격파의 특징

수중폭발 충격시험시 폭발에 의해 함정에 전달되는 충격파의 파형 및 최대압력은 식(1)과 식(2)와 같이 정의된다. 따라서 함정의 충격시험시 폭약과 함정과의 거리(stand-off)의 정확성 및 폭약의 완폭으로 인한 설정된 충격계수가 함정에 전달되었는지는 충격입력 파의 최대압력을 분석하여 시험조건이 충족되었는지 알 수 있다.^[1]

$$P(t) = P_{\max} e^{-\frac{t-t_1}{\theta}} \quad (1)$$

$$P_{\max} = K \left(\frac{W^{1/3}}{R} \right)^A \quad (2)$$

여기는 K 는 22347.6 A 는 1.144로 폭약의 종류에 따른 상수이다.

2.2 웨이블릿 이용한 최대압력 추정

그림 3에 나타난 바와 같이 압력센서로부터 계측된 충격파 신호는 최대압력치를 추정하기 어려우므로 충격파의 입사시점을 조사하는데 웨이블릿을 이용하였다.

힐버트공간 $L^2(R)$ 에서 내적으로 나타내면 연속 웨이블릿변환(continue wavelet transform)은 식(3)과 같이 정의된다.^{[2],[3]}

$$\begin{aligned} CWT(a, b) &= \langle f, \psi_{a, b} \rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt \end{aligned} \quad (3)$$

신호의 길이가 2^k 일 때 해상도 수준 레벨 K 에서 이산 웨이블릿변환(discrete wavelet transform)은 식(4)와 같다.^[4]

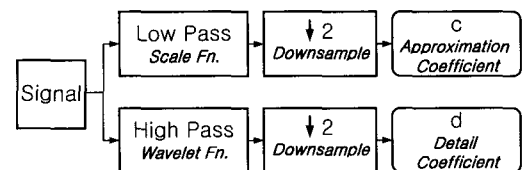
$$\begin{aligned} f(t) &= \sum_{k \in Z} \sum_{j \in Z} c_{k, j} \psi_{k, j}(t) \\ &= \sum_{k=k_0}^{K-1} \sum_{j=1}^{2^k} d_{k, j} \psi_{k, j} + \sum_{j=1}^{2^k} c_{k, j} \phi_{k_0, j} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $\psi_{j, k}$ 는 모웨이블릿(mother wavelet)이다.

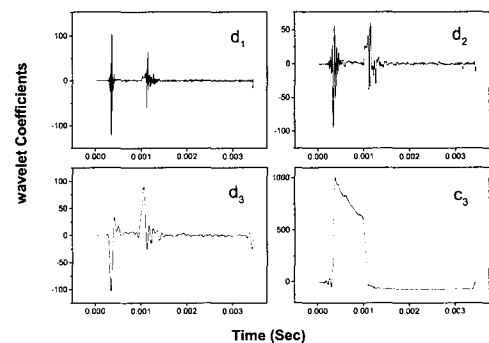
$$\psi_{k, j}(t) = 2^{\frac{k}{2}} \psi(2^k t - j) \quad (5)$$

여기서, $a = 2^{-j}$, $b = k2^{-j}$, $j, k \in Z$ 이다.

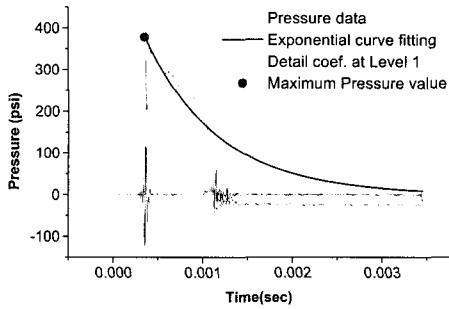
이산 웨이블릿변환 과정을 도식하면 그림 1과 같다.



[그림 1] 웨이블릿분해 과정



[그림 2] 충격파의 웨이블릿계수



[그림 3] 웨이블릿계수를 이용한 최대충격파압력 추정

웨이블릿계수(Detail Coefficient, d)를 이용하여 충격파의 시작시점을 알아 지수함수 curve fitting하여 최대충격압력을 추출하여 시험조건을 확인하였다. 이때 사용한 모웨이블릿은 Haar wavelet을 사용하였으며 레벨3까지의 웨이블릿변환 결과는 그림 2와 같다.

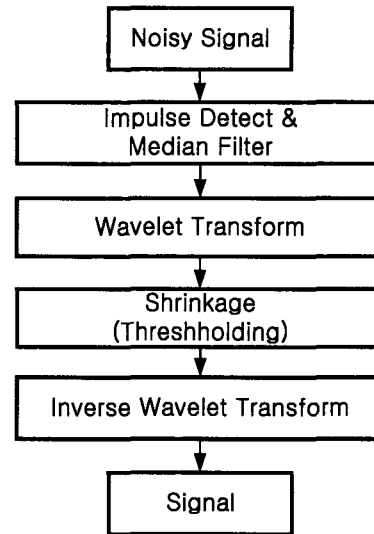
그림 2의 웨이블릿계수(d_1)가 $0.355msec$ 에서 급증 가함을 알 수 있었고, 식(2)를 이용하여 그림 3에서와 같이 최대충격압력을 계산하여 함정과 폭약간의 거리 등 시험조건을 분석한 결과 시험설계조건을 충족하였음을 확인하였다.

3. 충격 응답 신호분석

계측기를 이용하여 획득한 충격응답신호는 충격성 잡음(impulsive noise)과 가우시안백색잡음(gaussian white noise) 등 시스템 잡음을 포함하고 있다고 가정하여 식(6)과 같이 표현할 수 있다.

$$s = f + e_I + e_w \quad (6)$$

여기서, s 는 계측된 신호, f 는 잡음이 없는 실제 신호, e_I 는 충격성잡음이고 e_w 기대값이 0이고 분산 σ^2 인 가우시안 백색 잡음이다.



[그림 4] 잡음제거 흐름도

3.1 충격성잡음 제거

충격성잡음은 중간값필터(median filter)를 이용하여 제거할 수 있으나, 중간값필터는 신호의 왜곡을 초래할 수 있으며 필터의 계수 수에 따라 신호가 상이하게 된다.^[5]

이런 영향을 최소화시키며 충격성잡음을 제거하기 위해서 식(7)과 같이 임계값(threshold)을 설정하여 임계값 이상의 데이터에 대해서만 중간값필터를 적용하였다. 이때 임계값은 식(8)과 같이 충격응답신호의 특성에 맞게 지수적으로 감소하는 곡선을 선택하여 초기 충격신호의 최대값에 영향을 주지 않게 하였다.

$$s = \begin{cases} Med(s) & \text{if } |s| \geq Thr \\ s & \text{if } |s| < Thr \end{cases} \quad (7)$$

$$Thr = C_1 e^{-C_2 t} \quad (8)$$

여기서, C_1, C_2 는 상수이고 $Med(\cdot)$ 는 중간값을 나타낸다.

3.2 백색잡음 제거

$s = f + e_W$ 의 성분은 식(9)~식(11)와 같이 웨이블릿 표현식으로 나타낼 수 있다.

$$s = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{j=1}^{2^k} \bar{d}_{k,j} \psi_{k,j} + \sum_{j=1}^{2^k} \bar{c}_{k,j} \phi_{k_0,j} \quad (9)$$

$$f = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{j=1}^{2^k} d_{k,j} \psi_{k,j} + \sum_{j=1}^{2^k} c_{k,j} \phi_{k_0,j} \quad (10)$$

$$e_W = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{j=1}^{2^k} \varepsilon_{k,j} \psi_{k,j} \quad (11)$$

이때 잡음은 낮은 크기의 고주파수 성분을 가지고 있다는 특성으로 잡음의 저주파수 성분은 무시할 수 있고 식(9)와 식(10)의 계측신호(s)와 실제신호(f)의 근사계수(approximate coefficient)는 거의 같게 된다.

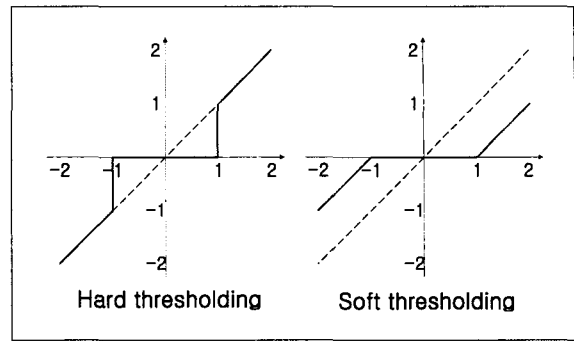
$$\bar{c}_{k_0,j} \approx c_{k_0,j} \quad (12)$$

식(12)을 이용해 식(9)~식(11)으로부터 식(13)을 얻게 된다.

$$\bar{d}_{k,j} = d_{k,j} + \varepsilon_{k,j} \quad (13)$$

이때, $\varepsilon_{k,j}$ 은 기대값이 0이고 σ^2 인 가우시안 분포특성을 가지고 있으므로 웨이블릿계수 $\bar{d}_{k,j}$ 는 기대값이 $d_{k,j}$ 이고 분산이 σ^2 인 랜덤변수로 볼 수 있다.^[6]

그러므로 $\varepsilon_{k,j}$ 의 표준편차를 구하여 임계처리를 하면 잡음이 제거된 $d_{k,j}$ 와 유사한 신호를 얻을 수 있다. Donoho와 Johnstone는 식(14)와 식(15)와 같이 임계처리방법을 제안하였다.^{[7],[8]}



[그림 5] $\lambda = 1$ 로 $f = x$ 의 임계처리결과

이것은 하드 임계처리(hard thresholding)와 소프트 임계처리(soft thresholding)하여 웨이블릿계수를 축소하면 그림 5와 같다.

$$Thr^{Hard}(x, \lambda) = \begin{cases} x & \text{if } |x| \geq \lambda \\ 0 & \text{if } |x| < \lambda \end{cases} \quad (14)$$

$$Thr^{Soft}(x, \lambda) = \begin{cases} x - \text{sgn}(x)\lambda & \text{if } |x| \geq \lambda \\ 0 & \text{if } |x| < \lambda \end{cases} \quad (15)$$

하드임계처리법은 오차의 기대값을 최소화한다는 측면에서 좋은 잡음제거 알고리즘을 제공하여 신호대 잡음비를 높게하나 과도신호처리에 있어서 완전한 잡음제거가 되지 않는 깃스현상이 발생하여 본 연구에서는 소프트임계처리법을 채택하였다.

식(14)~식(15)의 임계값 λ 는 식(16)과 같이 표현된다.

$$\lambda = \sqrt{2 \ln 2^k} \sigma_N \quad (16)$$

식(16)은 표준편차가 σ_N 이고 표본크기(2^k)가 충분히 큰 모든 잡음의 크기가 임계값보다 작을 확률이 상당히 کم을 나타낸다.

σ_N 은 가우시안잡음의 표준편차를 나타내며 실제 계측신호의 잡음 표준편차를 알 수 없기 때문에 Donoho와 Johnstone이 제안한 직교웨이블렛의 가장 높은 레벨의 계수값을 이용하여 식(17)과 같이 잡음의 표준편차 추정치 σ_N 를 구할 수 있다.

$$\sigma_N = \frac{\text{Med}(|\bar{d}_{K-1,j}|)_{1 \leq j \leq 2^{K-1}}}{0.6745} \quad (17)$$

이러한 일련의 임계처리 과정을 통하여 축소된 웨이블계수로 웨이블렛 역변환을 취하여 잡음이 제거된 신호를 얻을 수 있다.

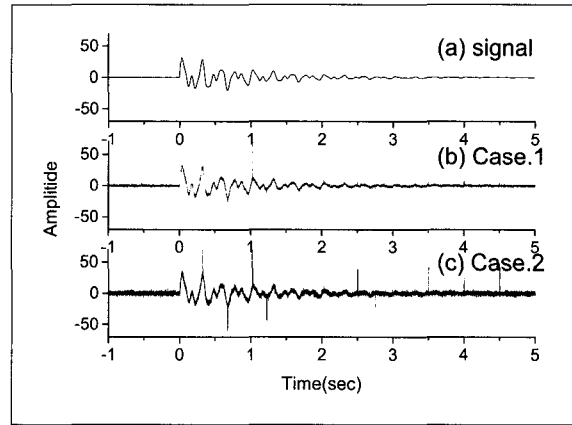
4. 수치시뮬레이션 및 계측신호 적용

4.1 수치시뮬레이션을 통한 검증

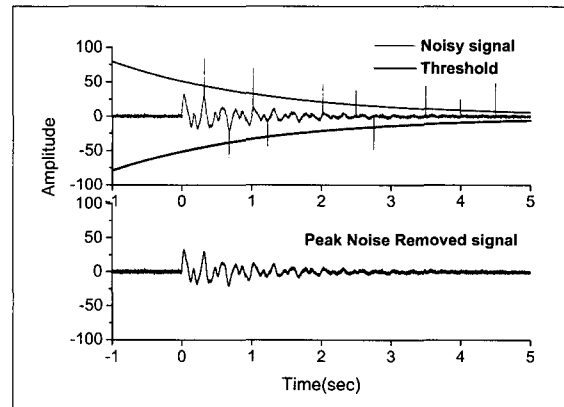
잡음이 포함된 충격응답신호 분석법의 타당성을 검증하기 위하여 표 1과 같이 충격응답신호와 유사한 지수감소신호와 충격성잡음을 가하고 기대값이 0이고 표준편차가 1인 가우시안잡음을 포함한 Case.1과 기

표 1. 수치시뮬레이션에 사용된 신호 및 잡음

	Case.1	Case.2
Original signal (f)	$f(t) = e^{-t}(7 \sin 4\omega t + 6 \sin 7\omega t + 2 \sin 13\omega t)$	
Impulsive Noise(e_I)	57 at t=0.325 -45 at t=0.675 60 at t=1.025 -40 at t=1.225 54 at t=2.025 38 at t=2.500 -50 at t=2.750 45 at t=3.500 25 at t=4.00 50 at t=4.50	
Gaussian Noise(e_W)	E : 0 σ : 1	E : 0 σ : 2
SN ration (dB) (signal to white noise)	33.4	19.2
SN ration (dB) (signal to total noise)	22.8	15.6



[그림 6] 시뮬레이션에 사용된 신호



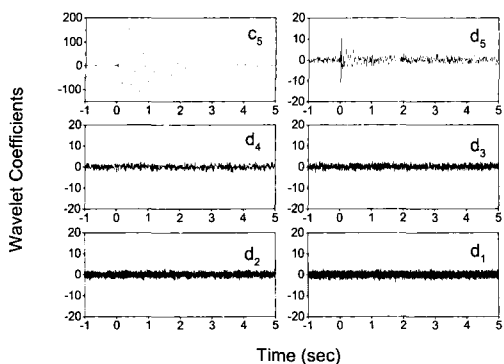
[그림 7] 임계처리 후 중간값 필터 적용

대값이 0이고 표준편차가 2인 가우시안잡음을 포함한 Case.2인 두가지 경우에 대해 수치시뮬레이션을 수행하였다.

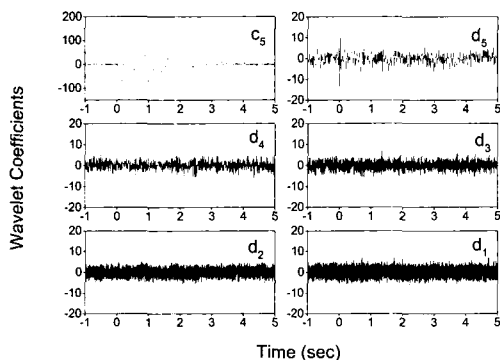
이 두가지 경우(Case.1과 Case.2)의 신호는 그림 6과 같다.

식(6)에서 충격성잡음 e_I 을 제거하기 위해 임계값을 $Thr = 51.2 e^{0.4383t}$ 로 정하고 식(7)를 이용하여 임계값보다 큰 신호에 대해 중간값필터를 적용하여 그림 7과 같이 충격성잡음을 제거하였다.

충격성잡음이 제거된 신호에 대해 웨이블렛을 이용하여 가우시안 잡음을 제거한다. 본 논문에서의 모뱌



[그림 8] Case.1의 웨이블릿계수



[그림 9] Case.2의 웨이블릿계수

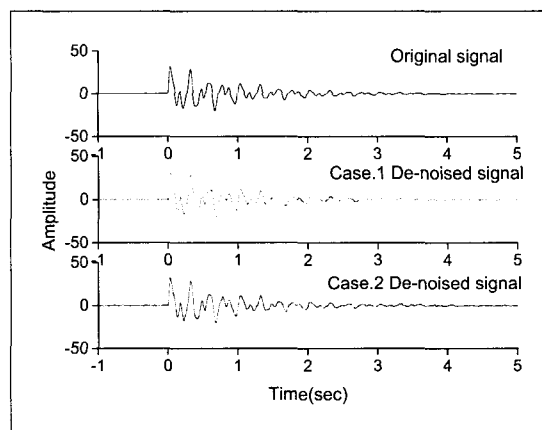
표 2. 잡음신호의 표준편차 및 임계값

임 계 처 리	Case.1	Case.2
잡음의 표준편차(σ_N)	1.1283	2.2315
임계값 (λ)	4.8901	9.6718

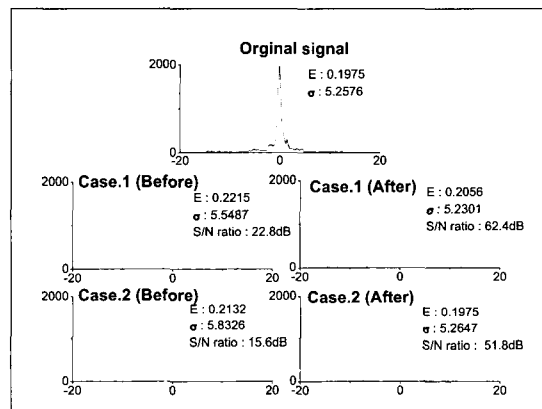
이블릿은 응골받침웨이블릿(compactly supported wavelet)이고 직교웨이블릿인 3차 소멸모멘트(vanishing moment)를 갖는 Daubechies웨이블릿을 사용하여 레벨5까지 분해하였다.

Case.1과 Case.2의 계수값은 그림 8~그림 9에 나타내었다.

식(16)~식(17)를 이용하여 임계처리를 위해 표 2와 같이 잡음신호의 표준편차와 임계값을 구하여 식(15)를 이용하여 임계처리후 그림 10과 같이 두가지



[그림 10] 잡음제거후 복원된 신호



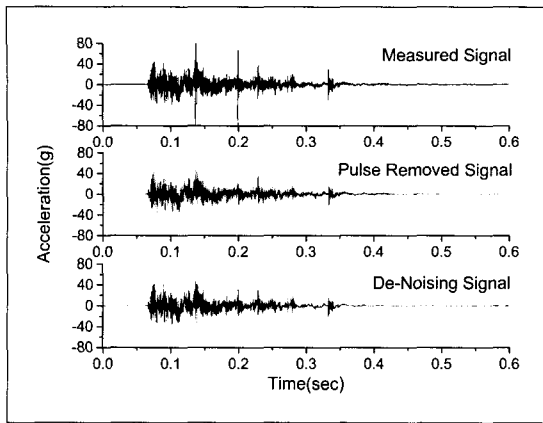
[그림 11] 잡음제거 전후 신호의 히스토그램

[표 3] 잡음제거 전·후 신호대잡음비

신 호	신호대잡음비(dB)	
Case.1	잡음제거전	22.8
	잡음제거후	62.4
Case.2	잡음제거전	15.6
	잡음제거후	51.8

경우의 신호를 복원하였다.

원신호와 Case.1과 Case.2의 잡음 전·후의 신호의 분포 및 특성을 그림 11과 표 3에 나타내었으며 Case.1의 경우 신호대잡음비가 22.8dB에서 62.4dB로



[그림 12] 충격응답신호의 잡음제거

Case.2의 경우 15.6dB에서 51.8dB로 각각 39.6dB, 36.2dB 향상되었으므로 충격응답신호에 적용이 타당한 것으로 판단된다.

4.2 충격신호 적용

수치시뮬레이션으로부터 입증된 분석기법을 충격응답신호에 적용하였다.

식(7)을 이용하여 임계처리된 중간값필터를 통과하여 충격성잡음을 제거한 후 웨이블릿변환을 하여 웨이블릿계수를 구한 후 식(16)과 식(17)로부터 잡음의 표준편차(σ_N)는 1.5858, 임계값(λ)은 6.8733을 구하여 웨이블릿계수 축소후 복원하여 그림 12와 같고 신호대잡음비가 21.7dB 증가된 양호한 충격응답신호를 획득할 수 있었다.

5. 결 론

합정의 수중폭발 충격시험시 열악한 시험환경으로 인하여 충격성 잡음 및 배경잡음 등이 실제 신호에 상당한 영향을 미칠 수 있다. 본 연구에서는 과도 신

호에 포함된 충격성잡음과 배경잡음을 제거하는 기법을 제시하였다. 과도신호에 포함된 이러한 잡음을 제거하기 위하여 신호특성에 맞도록 임계값을 설정, 최적화하여 중간값필터를 적용한 후 웨이블릿 신호처리를 적용하여 실제 값에 미치는 영향을 최소화하였다.

제시된 기법을 이용하여 충격파의 최대압력을 조사함으로써 합정충격시험조건외의 충족성을 확인할 수 있었으며 시뮬레이션결과 충격성잡음 및 가우시안잡음을 포함하고 있더라도 신호대잡음비를 약 30dB 이상 향상시킬 수 있음을 확인하였다. 또한, 실제 계측한 충격응답신호를 적용하였을 때 신호대잡음비가 약 20dB 향상되었다. 따라서 충격응답 신호분석 뿐만 아니라 일반적인 계측신호의 시스템 잡음제거에도 활용가능한 것으로 판단된다.

참 고 문 헌

1. Robert H. Cole, "Underwater Explosions", Dover Publications Inc., 1948.
2. D. E. Newland, "An introduction to random vibrations, spectral & wavelet analysis", Longman Scientific and Technical, 1994.
3. S. Axler, F. W. Gehring, K. A. Ribert, "Fourier and Wavelet Analysis", Springer, 2000.
4. Y. T. Chan, "Wavelet Basics", Kluwer Academic Publishers, 1995.
5. R. Sucher, "Removal of impulse noise by selective filter", IEEE International conference in Image Processing, vol.2, pp.502~506, Austin, Nov., 1994.
6. 김충라, 송현중, 장대홍, 홍창곤, "웨이블릿의 기본

- 이론과 통계에의 응용”, 대우학술총서, 1998.
7. D. L. Donoho, I. M. Johnstone, “Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage”, *Biometrika*, vol 81, pp.425~455, 1994.
8. D. L. Donoho, “De-noising by soft-thresholding,” *IEEE Trans. on Inf. Theory*, 41, 3, pp.613~627, 1995.