

반응면 기법을 이용한 축류 팬 소음의 최적화

이수갑[†] · 이 정 한

(서울대학교 기계항공공학부)

1. 머리말

축류 팬은 산업에의 응용 범위가 매우 넓은 장치로서 HVAC 기기를 중심으로 다양한 분야에서 이용되고 있다. 저소음 팬 설계는 품질 고급화 요구 및 법적 규제에 따라 매우 시급한 과제이다. 그러나 팬 소음 해석의 난해함과 더불어 복잡한 주변 기기(쉬라우드 및 열교환기 등)와의 상호 작용 때문에 현재까지는 주로 실험적 접근을 통해 팬의 저소음화를 추구하였다.

실험적 접근을 통한 최적화 설계에는 막대한 시간적 그리고 물적 비용이 요구된다. 따라서 이러한 설계상의 비용문제는 자체적 설계 능력을 갖춘 업체와 그렇지 못한 업체간의 기술격차를 계속 심화시키는 결과를 가져왔고 실험적 노하우를 축적하지 못한 업체들은 계속적으로 선진 디자인을 그대로 따라 만드는 수밖에 없었다. 그러나 이제 시장의 개방과 아울러 저소음, 고성능 등의 고급 요구조건을 만족시킴과 동시에 독자적 모델을 갖추는 것만이 기업의 생존을 보장하고 있다.

최근 컴퓨터 성능과 수치 기법의 급속한 발달로 인해 실험적 설계의 막대한 시간 손실을 줄이고 체계적으로 이 문제에 접근하려는 연구가 진행되고 있다. 최근 괄목할 만한 성장을 보인 최적화 기법 또한 팬의 설계에 많은 도움이 될 것으로 사료된다. 물론 이러한 최적화 기법들은 도깨비 방망이가 아니며, 최적화 대상 현상에 대한 이해와 최적 설계에 대한 어느 정도의 감각을 가지고 있는 상태에서 이용되어야 한다.

팬의 저소음화 설계는 팬의 성능을 저하시키지 않는 범위내에서 이루어져야 하며, 따라서 기본적으로 다분야간 설계 최적화(multidisciplinary design optimization, MDO) 문제 또는 다목적 설계 최적화(multiobjective optimization, MO) 문제이다. 다분야간 설계최적화 문제의 어려움은 그 목적함수와 제약조건에 설정에 있다. 특

히 구배법에 의한 최적화(gradient based optimization)의 경우는 목적 함수와 제약조건을 조금이라도 변화시킬 경우에 모든 설계 과정이 반복되어야 한다는 결함을 가지고 있다. 이에 반해 반응면 기법은 주어진 설계 범위내에서는 목적함수와 제약조건에 설정이 자유롭다는 장점이 있다. 또한 반응면 기법은 최적화 과정을 해석 코드와 분리함으로써 저소음 팬의 설계와 같은 다목적 최적화 문제에 있어서 특히 효율적인 설계체계를 구성할 수 있다.

이 글에서는 반응면 기법을 저소음 축류 팬 설계에 적용하여 봄으로서 그 장단점을 파악하고 향후 해결되어야 할 문제들에 대해 고찰 해 보고자 한다. 기법에 대한 소개와 아울러 이를 자동차용 냉각 팬의 저소음, 고유량 설계에 응용한 예를 제시한다.

2. 반응면 기법

반응면 기법은 실험을 통해 얻은 결과를 실험에 영향을 주는 독립 변수들로 모델링하고 이를 분석하는 일련의 수리 통계적 과정이다. 본 문제에서는 팬 날개의 형상을 바꾸어 가며 해석 프로그램을 수행하여 그 결과를 가지고 회귀 분석하여 목적 함수를 최고로 하는 설계 변수값을 찾아내는 과정이다. 일련의 최적치를 찾기 위해 구성되는 반응면은 이론적으로 임의의 차수를 갖는 다항식으로 구성될 수 있으나, 요구되는 실험 횟수의 급격한 증가로 인해 공력 최적화 설계의 경우 보통 2차 다항식이 이용된다. 이러한 경우 반응면 기법의 최대 단점은 반응면을 구성하는데 필요한 실험의 빈도가 설계 변수 개수의 자승에 비례하는 계산시간의 한계를 꼽을 수 있다.

반응면 기법은 독립 변수를 갖는 체계의 반응을 다항식으로 모델링하는 것으로 시작된다. 이러한 관계는 다음과 같이 일반화하여 볼 수 있다.

$$y = F(x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n) + \epsilon$$

[†] E-mail : solee@plaza.sun.ac.kr

여기서 x_i 는 각각의 설계 변수를 의미하고 ϵ 는 총 오차를 나타내며 이는 0을 평균값으로 하는 정규분포를 따른다고 가정한다. 앞서도 언급했듯이 반응모델 F 는 공력 문제에 있어서 주로 2차 다항식으로 묘사하며, n_s 개의 변수에 대해서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$y^{(p)} = c_0 + \sum_i c_i x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq n_s} c_{ij} x_i x_j, \quad p=1, \dots, n,$$

위의 회귀 모델을 위한 기저 함수들. $\phi_i(x) (1, x_2, x_3, \dots, x_{n_s}, x_1^2, \dots, x_{n_s}^2, x_1 x_2, x_1 x_3, \dots, x_1 x_{n_s}, x_2 x_3, \dots, x_{n_s-1} x_{n_s})$ 와 회귀계수와와의 관계는 다음과 같은 overdetermined 행렬 문제로 귀결 된다.

$$y = Xc$$

여기서 $y = (y^1, y^2, y^3, \dots, y^{n_s})$, $c = (c_1, c_2, \dots)$ 그리고 X 는 다음과 같은 $n_s \times n_{rc}$ 행렬이다. 여기서 n_s 와 n_{rc} 는 각각 실험점의 개수와 회귀 계수의 개수이다.

$$X = \begin{bmatrix} \phi_1(x^{(1)}) & \dots & \phi_{n_{rc}}(x^{(1)}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{n_{rc}}(x^{(n_s)}) & \dots & \phi_{n_{rc}}(x^{(n_s)}) \end{bmatrix}$$

반응면 구성을 위한 수치 실험 점의 선택 기법은 D-최적화 조건을 이용하였다. D-최적화 기법은 설계 공간 내에서 임의의 수의 설계 점들을 선택하되, 선택된 설계 점들의 특성이 $|X^T X|$ 를 최대화하도록 조정하는 것이며, 일련의 시행 착오적 최적화 기법을 통해 설계 점들의 집합을 찾는 방법이다. D-최적화 기법을 사용할 경우, 이 실험점 집합에서 도출되는 반응 모델 계수의 불확실성이 최소화되고 반응 모델에 의해 예측되는 반응값의 최대 분산이 최소화되며, 또한 설계 변수 값의 상대적인 좌표 변환에 대해서 $|X^T X|$ 의 값이 불변한다.

회귀 계수 c_i 는 최소 자승(least square)을 만족시킴으로써 구해진다. 회귀 계수의 개수 (n_{rc})는 $(n_v + 1) (n_v + 2)/2$ 이며, D-최적화 기법은 이보다 많은 실험점에서의 계산을 요구한다. Giunta⁽¹⁾ 등은 5개의 설계 변수를 사용한 반응 모델 구성에서 회귀 계수 개수의 1.5~2배수의 실험점을 사용하여 충분한 신뢰도를 갖는

반응 모델을 얻을 수 있음을 보였다. 본 글에서는 4개의 설계 변수에, 30개의 수치 실험을 통해 반응면을 구성하였다.

3. 웬의 기본(baseline) 형상 및 설계 변수

웬은 반경 15.4 cm인 7개의 전진 스윙 날개를 갖는 모델로서 구동조건은 2020 rpm이다. 웬에 장착된 쉬라우드의 종횡비 1.038의 직사각형 입구로부터 반지름 15.75의 웬을 둘러싸는 원형 영역으로 유동을 유도한다. 그림 1은 웬의 기본 형상 및 쉬라우드의 내부면을 보여 준다.

본 저자는 소음 해석에 필요한 시간 해상도를 갖는 자유 후류 패널법과 시간영역 음향 상사법을 결합하여 쉬라우드가 장착된 자동차용 엔진 냉각 웬의 소음을 해석한 바 있다.⁽²⁾ 위의 해석 프로그램에 자동으로 표면의 격자를 형성해 주는 모듈을 개발, 포함시켰다.

회전당 80번의 계산을 통해 3바퀴째의 날개 표면 압력 분포 변화를 얻어내었다. 이를 입력하여 소음을 예측하고 실험치와 스펙트럼 비교한 것이 그림 2이다. 측정 위치는 웬의 축상에서 허브 중심으로부터 1m 떨어진 지점이다. 웬 소음은 비정상 이중극 소음이 지배적이며 따라서 웬 축상에서의 소음 레벨이 가장 크다. 본 글에서는 이 지점에서의 소음레벨을 목적함수로 설정하



(a) 웬 모델 및 날개 형상



(b) 쉬라우드의 형상

그림 1 웬의 기본 형상과 쉬라우드

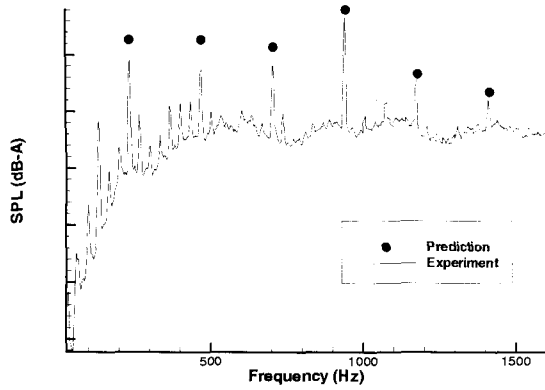


그림 2 웬 전방 1m에서의 소음 스펙트럼 (y축의 간격은 2dB임)

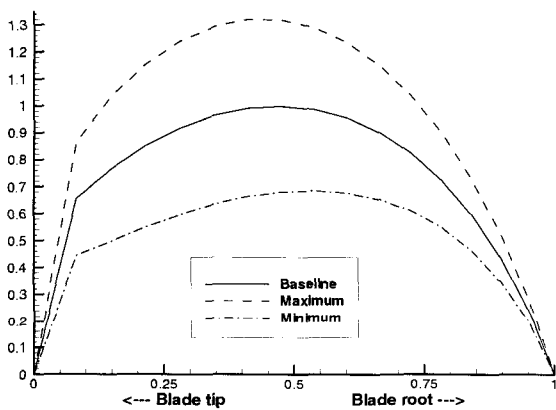


그림 3 날개 뒷전의 설계 범위

고 최적화의 기준으로 한다. 여섯번째 하모닉 이상의 소음 레벨은 각 회전당 80번의 계산을 수행하는 유동장 해석의 Nyquist 한계를 벗어나므로 의미가 없다.

설계 변수는 웬의 스윙각 변화, 전체 스윙, 그리고 팁 부분의 코드 길이 변화로서 다음과 같다.

- (1) 날개 뒷전 기본 변위의 50% 와 150%에 해당하는 최대 변위를 갖는 두개의 Hicks & Henne (HH) 형상 함수. 두 형상함수는 각각 스웬의 0.1 및 0.5 지점에서 최대치를 갖는다(x_1 & x_2).
- (2) 익단 코드 길이의 10% 변화(x_3).
- (3) 날개 뿌리의 뒷전을 중심으로 한 전체 스윙각의 8도 변화(x_4).

다음 식에서 보는 바와 같이 HH 형상함수는, 기본적인 2차원 형상(최적화에 사용된 날개는 뒷전의 축 방향 좌표가 일정하다)에 x_k 위치에서 최대치를 갖는 f_k 를 더해 주는 방식으로 이용된다. 웬 날개 뒷전의 변위는 HH 형상함수를 더하여 다음과 같이 나타난다.⁽³⁾

$$y = y_{base} + \sum_{k=1}^n w_k \cdot f_k$$

여기서 $f_k = \sin[\pi x^{e(k)}]$, $e(k) = \frac{\ln(0.5)}{\ln(x_k)}$ 이며, 형상 함수를 이용함으로써 뒷전의 변위가 다음 그림 3과 같이 변화하게 된다.

뒷전의 형상이 변함에 따라 날개 상의 모든 점들은 웬 중심을 축으로 회전하게 되어 HH 함수는 웬 날개의 스웬에 따른 스윙각 변화에 영향을 주는 것이다. 세번째 설계 변수는 익단 코드의 길이로서 10%의 길이 변화를 갖도록 했다.

팁 이외의 부분에서의 코드 길이도 Bezier-Bernstein 곡선 등을 이용해 설계 변수로 잡는다면 형상을 훨씬 자유롭게 변화시킬 수 있으나 설계 변수가 많아져 계산 시간이 늘어나는 단점과 함께 반응면의 변수에 대한 fitting이 나빠지며, 날개의 면적을 제약조건으로 포함시켜야 하는 등, 문제가 복잡해지므로 우선 익단 코드의 길이만을 설계 변수로 포함시켰다.

마지막 설계 변수는 전체 스윙각의 변화로서, 날개 뿌리의 뒷전을 중심으로 날개가 전후방 8도 범위 내에서 회전할 수 있도록 하였다.

그림 4 익단 코드 길이에 의한 형상 변화

그림 5 날개의 전체 스윙각에 의한 형상 변화

4. 설계 과정 및 결과

소음 계산을 위한 유동장 해석은 기본적으로 비정상 문제이므로 많은 계산 시간이 소요된다. 3^차 설계 후보 점(각 설계 변수가 -1, 0, 또는 1의 값 중 하나를 갖는 설계법) 중에서 D-최적화 조건을 이용해 30개의 실험 점을 선택하여, 날개의 형상을 변화시키며 소음을 계산하였다. 각각의 형상에 대해 유동장 해석과 소음 해석을 수행하기 위해 소요되는 시간이 Pentium III 550 MHz PC에서 약 1시간 30분이므로 반응면을 구성하기 위해서는 약 이틀이 소요된다.

이렇게 계산된 소음레벨과 각 변수의 값을 이용해 2차 반응면의 계수를 결정하였다. 계수의 결정 및 오차 해석에 사용된 통계 소프트웨어는 상용 패키지인 SPSS 9.0 이다.

실험에 의해 얻어진 데이터들이 2차 다항식의 반응면으로 적합하게 대변되는지를 나타내주는 척도가 바로 R^2 값이다. R^2 값이 1에 가까울수록 구성된 반응면과 실험치들의 괴리가 작은 것이다. 다음의 표는 구성된 반응면의 R^2 및 좀더 현실적인 척도라 할 수 있는 adjusted R^2 값을 보여주고 있다. \dot{V} 와 dB는 목적 함수들로서 각각 팬의 유량(volume flow rate)과 팬 전방 1m 위치에서 예측된 총 음압레벨 (OASPL)이다. 여기서 총 음압레벨은 예측된 스펙트럼에서 Nyquist 주파수 범위내에 있는 다섯 하모닉 성분들의 합이다.

위의 표에서 소음레벨에 대한 반응면의 오차가 더 크다는 것을 알 수 있다. 이는 소음 예측에 유동장 데이터가 이용되었다는 사실을 상기하면 쉽게 이해가 된다. 유동장 모사에서의 생기는 오차는 그대로 소음 예측에서의 오차에 포함되기 때문이다.

반응면이 구성된 후에는 최적화된 점을 찾아야 한다. 2차 다항식은 항상 극점을 갖는 좋은 성질을 가지고 있기 때문에 여러 가지 방법을 통해 최적치를 찾아 갈 수 있다. 본 글에서는 genetic 알고리즘을 통해 최적치를 찾아 보았다.

그림 6은 각각의 목적함수에 대해 최적화된 날개의 형상을 설계 변수의 값과 함께 보여준다. 최대 유량 모델은 기본 모델 보다 더 큰 forward sweep을 지향하며,

표 1 반응면의 fitting 특성

	R^2	Adjusted R^2
\dot{V}	0.928	0.860
dB	0.908	0.824



Variable	Value
x_1	0.724
x_2	-0.875
x_3	-0.853
x_4	-0.448

(a) 최대 유량 모델



Variable	Value
x_1	0.439
x_2	0.932
x_3	0.374
x_4	0.865

(b) 최소 소음 모델

그림 6 단목적(single objective, SO) 설계 결과

이론적 유량 증가량은 총 유량의 약 3% 이다. 예측된 유량을 이론적 유량이라고 함은 반응면의 오차로 인해 설계 성능과 실제 성능간의 차이가 있을 수 있기 때문이다. 최소 소음 모델은 최대 유량 모델과 달리 전체적으로는 오히려 backward sweep을 지향하고 있으나 날개 스웨에 걸쳐 스윙각의 변화가 큰 것을 알 수 있다.

경우에 따라 차이가 있으나 많은 경우 최적화는 단목적(SO) 설계보다는 여러 가지 목적을 서로 절충하는 다목적(MO) 설계의 문제가 된다. 이러한 경우 목적함수의 설정은 매우 중요한 문제가 되고 목적함수의 설정과 관계없이 기존의 실험데이터를 그대로 이용할 수 있는 반응면 기법이 커다란 장점을 갖게 되는 것이다. 본 문제와 같은 경우, 유량을 고정시키고 소음을 최소화하기 위해서는 유량을 Max 함수를 이용해 penalty 형태의 제약조건으로 부과 할 수 있다. 그러나 여기서는 문제의 단순화를 위해 유량을 최대화시키고 소음을 최소화시키는 목적 함수를 다음과 같이 만들어 보았다.

$$\text{Minimize } w_1(10 * dB) + (1 - w_1)(- \dot{V}),$$

$$\text{where } 0 \leq w_1 \leq 1$$

소음 목적함수에 10을 곱함으로써 유량 목적함수의 크기에 맞추어 주었다. 이 값은 자유로이 결정할 수 있는 값이지만 이때의 반응면 오차가 가장 적어 이 값을 이용하였다. 이제 문제는 w_1 의 값을 변화 시켜가며 소

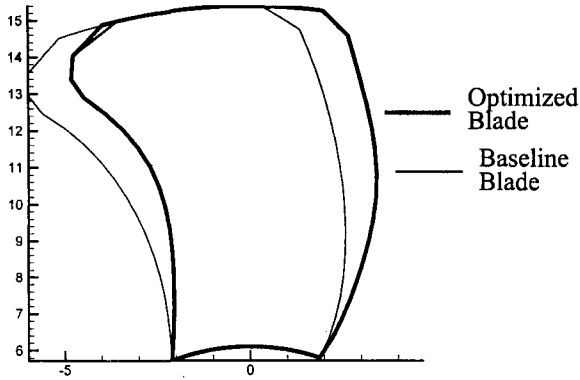


그림 7 다목적(MO) 설계 결과

위 Pareto 최적치들 중에서 가장 마음에 드는 값을 고르는 문제로 귀착된다. 그러나 본 글에서는 소음 목적 함수에 10을 곱하여 가장 좋은 반응면을 얻었으므로 w_i 를 0.5로 하여 설계를 수행하였다.

다음 그림은 다목적 설계에 의해 구해진 뿔 날개를 기본 형상과 비교하여 보여준다.

다음 표는 위의 설계에 의한 뿔의 유량 및 소음 값을 기본 뿔의 그것들과 비교하여 정리한 것이다.

	유량(CMH)	총음압(dB)
Baseline	1320	58.57
Single objective	1365	55.36
Multiobjective	1332	55.62

5. 맺음 말

반응면 기법을 자동차용 냉각 뿔의 소음 최적화 설계에 적용하였다. 본 글은 반응면 기법을 회전익 날개의 저소음 설계에 적용한 예를 제시하는 개괄적 성격이 강하므로 복잡한 제약조건이나 많은 설계 변수를 도입하지 않았다. 최적화 기법 측면으로 본다면 반응면의 정확도를 좀더 높일 수 있는 방법이 향후 개발되어야 할 것이다. 설계 변수의 측면에서는 쉬라우드의 형상과 날개간 간격, 그리고 제약조건을 수반하더라도 더욱 다양하게 날개의 형상을 바꿀 수 있는 설계변수의 도입을 생각할 수 있을 것이다.

참고 문헌

(1) Anthony A. Guinta, "Aircraft Multidisciplinary Design Optimization Using Design of Experimental Theory and Response Surface Modeling Methods," Ph. D. Dissertation, Department of Aerospace Engineering, Virginia Polytechnic Institute and State University, May 1997, Blacksburg, VA

(2) 이정환, 조경석, 이수갑, 1999, "음향상사법과 자유류 패널법을 이용한 자동차 엔진 냉각 뿔의 소음 예측", 한국소음진동공학회 추계학술대회 논문집, pp. 687~699.

(3) Hicks, R. M. and Henne, P. A. 1978, "Wing Design by Numerical Optimization", Journal of Aircraft, 15(7), pp. 407~412.