

〈논 문〉

등간격으로 배열된 마이크로폰을 이용한 관내 유량측정 방법

A Method for the Measurement of Flow Rate in a Pipe Using a Microphone Array

김 용 범* · 김 양 한**

Yong-Beum Kim and Yang-Hann Kim

(2000년 8월 2일 접수 : 2000년 12월 1일 심사완료)

Key Words : Pipe(관), Flow Rate(유량), Microphone(마이크로폰), Plane Wave(평면파), Wavenumber(파수),

ABSTRACT

Proposed in this paper is a method of measurement of the flow rate in a pipe. The sound waves which are propagated within a pipe are characterized by that the wavenumber in the axial direction is changed according to the flow rate, and these characteristics are used in the present method of measurement of the flow rate. The amount of change in wavenumber of sound waves according to the flow rate can be obtained from the relationship among acoustic pressure signals within a pipe, which are measured by using a microphone array. The flow rate can be obtained by using the amount of change in wavenumber of sound waves and the relational equation of the flow rate. With respect to errors that can occur during the measurement of the flow rate, the types of errors and the method of correction of those errors are presented. This method of measurement of the flow rate has application limitation conditions due to the sensor interval, assumption of sound waves as plane waves, etc. The numerical simulation and experiments for measuring the flow rate of air in a pipe are performed in order to verify the applicability of this method of measurement of the flow rate. The experimental results are shown to be similar to those of the numerical simulation. And the flow rate measured is shown to be consistent with the actual value within 5% error bound.

1. 서 론

관내 유량을 측정할 때는 일반적으로 관 내부에 벤투리관(Venturi tube)이나 오리피스 미터(Orifice meter) 등을 이용하여 유량을 측정하는 방법이 주로 사용된다. 이 방법들은 유량측정 장치들을 관 내부에 직접 삽입하여 측정을 해야 하므로, 유량측정 장치들로 인해 유체의 흐름이 변형되거나 방해를 받게 되는 단계가 있다.⁽¹⁾ 또한 이와 다른 방식으로서 유체와 비접촉 방식인 초음파를 이용한 유량측정 방법이 있으나, 이 방법 또한 초음파의 특성상 관의 불균일한 두께, 초음파 발신부 및 수신부에서 겹출기와 관과의 접촉상태, 유체의 탁도 및 온도 등에 따라 초음파의 굴

절각 및 전달경로가 달라지기 때문에 주변환경 조건의 변화에 매우 민감한 단계가 있다.^(2,3) 그리고 이러한 기존의 측정방법은 공통적으로 측정장치가 놓여있는 한 위치에서의 유량만을 측정하기 때문에 관 내부의 공간상의 평균적인 유량을 측정할 수 없는 단계가 있다.

본 논문에서는 이러한 기존의 유량측정 방법과 다른 방법으로서 파동전파 특성을 이용하여 유체의 흐름을 방해하지 않으면서 공간상의 평균유량을 측정할 수 있는 방법을 제시하고자 한다. 즉, 관내에서 파동이 전파할 때 관내 유체의 속도 크기에 따라 파수가 변하는 특성이 있으므로 이를 특성을 이용한 유량측정 방법을 제시하고자 한다.

본 연구와 관련하여 현재까지 연구된 내용으로는 전영두⁽⁴⁾가 제시한 마이크로폰 어레이를 이용한 유속측정 방법과 Kim⁽⁵⁾이 제시한 3개의 센서를 이용한 유량측정 방법이 있다. 전영두가 제시한 방법은 마이크로폰 어레이 신호를 이용하여 파수를 계산할 때 자기 스펙트럼(auto

* 정회원, 한국원자력안전기술원 기계재료실

** 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

E-mail : yhkim@mail.kaist.ac.kr

Tel : (042)869-3025, Fax : (042)869-8220

spectrum) 향을 이용하기 때문에 이로 인해 측정잡음 오차가 내포된 유속 결과를 얻게 된다. 또한 이 방법은 파동의 주파수별로 구해지는 유속의 오차보정시에 유속이 존재할 때나 유속이 없을 때나 오차의 영향은 거의 동일하다고 가정하고 유속이 있는 경우에 예측한 주파수별 유속값에서 유속이 없는 상태에서 예측한 주파수별 유속값을 단순하게 빼는 방법으로 오차를 보정하기 때문에 오차보정 방법이 정밀하지 못한 면이 있다. Kim이 제시한 유량측정 방법은 3개의 센서 중 가운데 위치한 센서를 중심으로 대칭되는 파동 신호를 이용하여 유량을 구하는 경우에 실제 유량값보다 매우 큰 특이값(singular value)을 얻게 되는 것을 피할 수 없다.

따라서 본 논문에서는 전영두와 Kim이 제시한 방법들이 안고 있는 한계를 개선한 유량측정 방법을 제시하고자 하며, 이를 위해 관내 유량과 파수변화량과의 상관식, 파수변화량의 산출방법, 오차 보정방법, 측정방법의 적용조건, 그리고 모의해석 및 실험을 통한 검증내용 등을 제시하고자 한다.

하지만 본 논문에서 제시하는 유량측정 방법은 음압을 측정하기 위해 관에 구멍을 뚫어 센서의 표면이 관의 내부 표면과 일치하도록 설치해야 하기 때문에 관내 유체의 종류가 기체 혹은 액체 여하에 따라 마이크로폰이나 하이드로폰을 적절히 선택하여 유량을 측정해야 하며, 센서는 관내 유체의 압력과 온도에 견딜 수 있는 적절한 센서를 선택해야 할 필요가 있다.

2. 유량과 파수변화량의 상관식

Fig. 1과 같이 균일한 단면적을 갖는 관에서 유체가 흐를 때 관의 음향 임피던스가 관내 유체의 음향 임피던스에 비해 상대적으로 매우 커서 관을 강체 덱트로 간주할 수 있는 경우에, 관내에서 길이 방향으로 1차원적인 음파 전파만을 고려한다면 관내 음장은 식 (1)과 같이 표현된다.⁽⁶⁾

$$(c^2 - U^2) \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - 2U \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} - \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

여기서, p 와 c 는 각각 유체 내에서의 음압과 정지해 있는 유체 내에서의 음파의 전파속도를 나타내며 U 는 관내부 유체의 평균 유속이다.

식 (1)을 만족하는 음파는 1차원 파동인 평면파이므로 식 (1)의 일반해는 식 (2)와 같이 표현할 수 있다.

$$p(x, t) = P \exp[j(\omega t - kx)] \quad (2)$$

여기서, P 는 복소상수를 나타내며, ω 와 k 는 각각 음파의

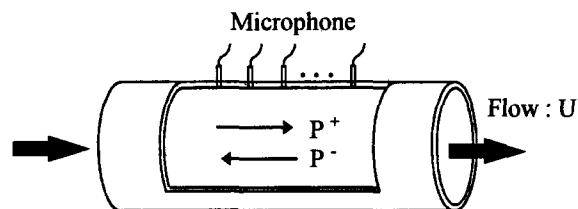


Fig. 1 Configuration of pipe system in which plane waves propagate through moving fluid with flow velocity U

주파수와 파수를 나타낸다. 파동의 전파특성을 구하기 위해 식 (2)를 식 (1)에 대입 정리하면 파동의 주파수와 파수와의 관계식인 식 (3)을 얻게 된다.

$$(1 - M^2)k^2 + 2Mk \frac{\omega}{c} - \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 = 0 \quad (3)$$

여기서, M 은 유체의 속도를 음파의 속도로 나누어 무차-원화한 값, 즉, $M = U/c$ 인 마하수(Mach number)를 나타낸다.

관내 매질의 동점성 계수가 매우 작아 열점성 감쇠의 영향을 무시할 수 있는 경우로 가정하면, 식 (3)으로부터 구한 k 를 식 (2)에 적용하여 식 (4)와 같은 관 내부 음장을 나타내는 식을 얻게 된다.⁽⁷⁾

$$p(x, t) = \{P^+ \exp(-jk^+ x) + P^- \exp(jk^- x)\} \exp(j\omega t) \quad (4)$$

여기서,

$$k^+ = \frac{1}{1+M} \left(\frac{\omega}{c} \right) \quad (5a)$$

$$k^- = \frac{1}{1-M} \left(\frac{\omega}{c} \right) \quad (5b)$$

식 (5)에서 상첨자 (+)는 유체의 유동방향과 음파의 전파방향이 같은 경우를, 상첨자 (-)는 유체의 유동 방향과 음파의 전파방향이 서로 반대인 경우를 나타낸다.

식 (5)를 살펴보면 유체가 정지해 있는 경우, 즉, $M=0$ 인 경우에는 동일한 크기의 파수를 갖는 두 개의 음파가 서로 반대 방향으로 전파하게 되는 것을 알 수 있다. 그리고 유체의 유동속도가 증가하게 되면 유체의 유동방향과 같은 방향인 양의 방향으로 전파하는 음파는 그 파수의 크기가 감소하고, 반면에 음의 방향으로 전파하는 음파는 반대로 파수가 증가하는 현상인 도플러 효과(Doppler effect)가 나타나는 것을 알 수 있다.

유속과 파수 변화량과의 정량적인 관계식을 얻기 위해 파수 변화량을 식 (6)과 같이 정의하면 식 (5)로부터 유

속과 파수 변화량과의 정량적인 관계식은 식 (7)과 같이 된다.

$$\Delta k = \frac{k^- - k^+}{2} \quad (6)$$

$$\Delta k = \frac{M}{1-M^2} \left(\frac{\omega}{c} \right) \quad (7)$$

따라서 유량과 파수 변화량과의 상관식은 식 (7)로부터 식 (8)과 같이 얻어진다.

$$Q = UA \\ = \frac{-(\omega/c) + \sqrt{(\omega/c)^2 + 4(\Delta k)^2}}{2\Delta k} \cdot \frac{cnd_i^2}{4} \quad (8)$$

여기서, d_i 는 관의 내경을 나타낸다. 식 (8)로부터 관내 유량은 파수 변화량, 음파의 주파수 및 전파속도, 그리고 관의 내경 등의 정보만 알면 구할 수 있는 것을 알 수 있다.

3. 인접한 마이크로폰 측정신호간의 상관식

관내 유량과 관련되는 파수 변화량을 구하기 위해서는 관내 실제 음장 특성을 알아야 한다. 관내에서 정재파가 형성되어 있는 경우 임의의 위치에서 음장은 식 (4)와 같이 양의 방향 및 음의 방향으로 진행하는 파동의 합으로 표현할 수 있으므로 이러한 경우 관내 음장 특성은 4개의 미지수 즉, 두 방향으로 진행하는 파동의 크기와 파수를 알아야 구할 수 있게 된다. 따라서 음장 특성을 구하기 위해서는 최소 4개 지점 이상의 음압 정보와 이를 음압 정보 간의 상관관계를 알아야 할 필요가 있다.

Fig. 1과 같이 등간격으로 N 개 지점에서 음압을 측정하는 경우, 이를 음압간의 상관관계를 구하기 위해, 식 (4)를 이용하여 연속된 3개 지점 ($n, n+1, n+2$)에서의 음압을 푸리에 변환(Fourier transform)한 식으로 나타내면 식 (9)와 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} P_n \\ P_{n+1} \\ P_{n+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E^+_n & E^-_n \\ E^+_{n+1} & E^-_{n+1} \\ E^+_{n+2} & E^-_{n+2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P^+ \\ P^- \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서, $E^+_n = \exp(-jk^+x_n)$, $E^-_n = \exp(jk^-x_n)$, $x_n = x_1 - (n-1)\Delta x$, ($n=1, 2, 3, \dots, N$)이고, Δx 는 센서사이의 간격이다. 식 (9)에서 좌변의 P_n 등을 측정을 통해 알 수 있는 변수이고 P^+, P^-, k^+, k^- 는 미지의 복소상수(unknown

complex)에 해당된다.

식 (9)를 살펴보면 미지의 복소상수 개수는 4개이고 수식의 개수는 3개이므로, 식 (9)로부터 복소상수의 해는 구할 수 없지만 복소상수간의 상관관계식은 구할 수 있는 것을 알 수 있다. 복소상수 중에서 유량과 관련된 항은 파수 k^+ 와 k^- 이므로 이들만 남겨 놓고 음압의 크기를 나타내는 P^+ 와 P^- 를 소거하기로 한다. 식 (9)에서 P^+ 와 P^- 를 소거하기 위해 식 (9)에서 임의의 두 개의 행으로 이루어진 식을 구성하여 P^+ 와 P^- 를 구하고 이 P^+ 와 P^- 를 나머지 행으로 이루어진 식에 대입하면 P^+ 와 P^- 가 소거된다. 한 예로써, 식 (9)의 첫째 행과 둘째 행으로 이루어진 식을 이용하여 P^+ 와 P^- 를 구하면 식 (10)과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} P^+ \\ P^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E^+_n & E^-_n \\ E^+_{n+1} & E^-_{n+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_n \\ P_{n+1} \end{bmatrix} \quad (10)$$

식 (10)을 식 (9)의 셋째 행으로 이루어진 식에 대입하면 식 (11)과 같이 k^+ 와 k^- 로 표현되는 3개 지점 음압 간의 회기적인(recursive) 관계식을 얻게 된다. 그리고 식 (9)에서 임의의 다른 두 행을 택하여 상기와 같은 방법으로 수식을 정리해도 결과는 식 (11)과 동일한 결과를 얻게 된다.

$$P_n \exp\{j(k^- - k^+) \Delta x\} + P_{n+2} \\ = P_{n+1} \{\exp(jk^- \Delta x) + \exp(-jk^+ \Delta x)\} \quad (11)$$

식 (11)은 균일한 단면적을 갖는 관 내부에 평면파가 전파하는 경우에 등간격으로 인접한 세 지점의 음압간에 특별한 제한조건을 갖지 않는 일반적인 관계식이 된다. 식 (11)을 살펴보면 등간격으로 인접한 3개 지점의 음압인 P_n, P_{n+1}, P_{n+2} 는 측정을 통해 구할 수 있는 값이고 파수인 k^+ 와 k^- 는 미지수이므로 두 쌍의 인접한 세 지점 즉, 최소 4개 지점의 음압정보만 있으면 이론적으로 k^+ 와 k^- 를 구할 수 있는 것을 알 수 있다.

4. 파수 변화량의 산출방법

등간격으로 인접한 4개 지점의 측정신호 정보를 ($n, n+1, n+2, n+3$) 위치에서 얻은 경우에 측정신호간의 관계식은 식 (11)을 이용하면 식 (12)와 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} P_n & -P_{n+1} \\ P_{n+1} & -P_{n+2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -P_{n+2} \\ -P_{n+3} \end{bmatrix} \quad (12)$$

여기서,

$$G_1 = \exp[j(k^- - k^+) \Delta x], \quad (13a)$$

$$G_2 = \exp(jk^- \Delta x) + \exp(-jk^+ \Delta x) \quad (13b)$$

식 (12)로부터 파수인 k^+ 와 k^- 를 구할 수 있지만 측정잡음 오차가 최소화 된 해를 구하기 위해서는 상호 스펙트럼(cross spectrum)을 이용해야 하며, 그 이유는 다음 절에서 설명하기로 한다. 상호 스펙트럼을 이용하기 위해 식 (12)의 첫째 행에는 $P_{n+3,n}$ 을 곱하고 둘째 행에는 $P_{n,n+2}$ 을 곱하여 정리하면 식 (14)와 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} S_{n+3,n} & -S_{n+3,n+1} \\ S_{n,n+1} & -S_{n,n+2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S_{n+3,n+2} \\ -S_{n,n+3} \end{bmatrix} \quad (14)$$

식 (14)에서 $S_{i,j}$ 는 식 (15)로 정의되는 파워 스펙트럼을 나타낸다.

$$S_{i,j} = E[P_i^*(f) P_j(f)] \quad (15)$$

여기서, $E[\cdot]$ 는 기대값을 그리고 *는 공액복소수를 나타낸다. Cramer의 정리를 이용하여 식 (14)를 정리하면 G_1 과 G_2 는 식 (16)과 같이 표현된다.

$$G_1 = \frac{S_{n+3,n+2}S_{n,n+2} - S_{n+3,n+1}S_{n,n+3}}{S_{n+3,n+1}S_{n,n+1} - S_{n+3,n}S_{n,n+2}} \quad (16a)$$

$$G_2 = \frac{S_{n+3,n+2}S_{n,n+1} - S_{n+3,n}S_{n,n+3}}{S_{n+3,n+1}S_{n,n+1} - S_{n+3,n}S_{n,n+2}} \quad (16b)$$

만약 등간격으로 N 개의 지점에서 음압신호를 측정한다면 G_1 과 G_2 는 식 (17)과 같이 4개 지점마다 구한 G_1 과 G_2 값들의 공간상의 평균값으로 나타낼 수 있다.

$$G_1 = \frac{1}{N-3} \sum_{n=1}^{N-3} \frac{S_{n+3,n+2}S_{n,n+2} - S_{n+3,n+1}S_{n,n+3}}{S_{n+3,n+1}S_{n,n+1} - S_{n+3,n}S_{n,n+2}} \quad (17a)$$

$$G_2 = \frac{1}{N-3} \sum_{n=1}^{N-3} \frac{S_{n+3,n+2}S_{n,n+1} - S_{n+3,n}S_{n,n+3}}{S_{n+3,n+1}S_{n,n+1} - S_{n+3,n}S_{n,n+2}} \quad (17b)$$

파수 k^+ 와 k^- 및 파수변화량 Δk 는 식 (13)과 (17)로

부터 식 (18)과 식 (19)와 같이 표현된다.

$$k^+ = \frac{-1}{j\Delta x} \ln \left\{ \frac{1}{2} (G_2 \pm \sqrt{G_2^2 - 4G_1}) \right\} \quad (18a)$$

$$k^- = \frac{1}{j\Delta x} \ln \left\{ \frac{G_1}{\frac{1}{2} (G_2 \pm \sqrt{G_2^2 - 4G_1})} \right\} \quad (18b)$$

$$\Delta k = \frac{k^- - k^+}{2} = \frac{\angle G_1}{2\Delta x} \quad (19)$$

여기서, $\angle G_1$ 은 G_1 의 위상각을 나타낸다. 식 (18)과 (19)로부터 등간격으로 배열된 위치에서 음압신호를 얻게 되면 파수 및 파수 변화량을 구할 수 있으며, 이 결과와 식 (8)을 이용하면 관내 유량을 구할 수 있게 된다.

5. 측정오차의 보정방법

등간격으로 배열된 마이크로폰 신호를 이용하여 유량을 측정하는 경우 신호취득 과정에서 백색잡음 형태의 측정잡음과 센서간 특성차이에 의한 오차가 존재할 수 있으므로 보다 정확한 유량을 측정하기 위해서는 이러한 오차를 보정해야 한다.

5.1 측정 잡음오차의 보정방법

일반적으로 측정잡음은 Fig. 2와 같이 센서의 입력단 및 출력단에서 모두 존재할 수 있으며, 이러한 측정잡음은 백색잡음(white noise)으로 가정할 수 있다. Fig. 2에서 측정잡음이 섞여있는 출력신호 $\hat{x}_i(t)$ 의 푸리에 변환값 $\hat{X}_i(f)$ 는 식 (20)과 같이 표현할 수 있다.

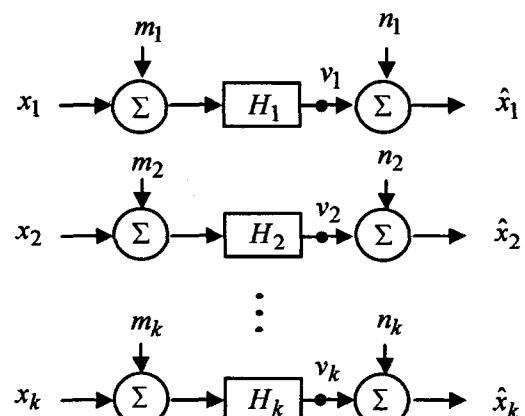


Fig. 2 Measurement random errors and transfer function of a microphone array system

$$\hat{X}_i = V_i + N_i \quad (20a)$$

$$V_i = (X_i + M_i)H_i \quad (20b)$$

여기서, X_i, M_i, N_i, H_i 는 각각 입력신호, 입력신호측의 잡음, 출력신호측의 잡음, 그리고 센서특성에 의한 전달함수를 나타낸다. 각 채널별 측정신호간의 상호스펙트럼 (cross spectrum)은 측정잡음을 백색잡음으로 가정할 수 있기 때문에 측정잡음과 측정잡음이 섞이지 않은 신호간의 상호스펙트럼이 식 (21a)와 같이 0이 되는 것을 이용하면 식 (21b)와 같이 표현된다.

$$S_{x_i, m_j} = 0, \quad S_{x_i, n_j} = 0, \quad S_{m_i, n_j} = 0 \quad (21a)$$

$$S_{i,j} = \frac{\hat{S}_{i,j}}{H_i^* H_j}, \quad (S_{i,j} = S_{x_i, x_j}) \quad (21b)$$

식 (21b)로 표현되는 각 채널별 측정신호간의 상호스펙트럼을 살펴보면 측정잡음과 관련된 항은 배제된 것을 알 수 있으며, 또한 측정 시스템의 전달함수만 알면 원래 신호의 상호스펙트럼을 구할 수 있는 것을 알 수 있다.

5.2 센서간 특성 차이에 의한 오차 보정방법

센서간 특성차이에 의한 오차는 유체의 정지 여부에 관계없이 구조적으로 존재한다. 따라서 유체가 정지해 있을 때 센서간 특성차이에 의한 오차 보정계수를 구할 수 있으므로 이 보정계수 값을 유체가 흐르는 경우에 적용하여 유량을 좀 더 정확하게 구할 수 있을 것이다. 이러한 오차 보정계수를 구하기 위해 각 센서의 특성을 나타내는 전달함수를 식 (22)와 같이 정의하기로 한다.

$$H_i = \frac{1}{\alpha_i + j\beta_i} \quad (22)$$

센서간 특성차이에 의한 오차가 포함되어 있는 경우 상호스펙트럼 $S_{i,j}$ 의 관계식은 식 (14), (21), (22)를 이용해 식 (23)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \hat{S}_{n+3,n}(1+j\eta_1) & -\hat{S}_{n+3,n+1}(\eta_2 + j\eta_3) \\ \hat{S}_{n,n+1}(1+j\zeta_1) & -\hat{S}_{n,n+2}(\zeta_2 + j\zeta_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \hat{S}_{n+3,n+2}(\eta_4 + j\eta_5) \\ -\hat{S}_{n,n+3}(\zeta_4 + j\zeta_5) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (23)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \frac{\alpha_{n+3}\beta_n - \alpha_n\beta_{n+3}}{\Delta_1}, & \eta_2 &= \frac{\alpha_{n+3}\alpha_{n+1} - \beta_{n+3}\beta_{n+1}}{\Delta_1} \\ \eta_3 &= \frac{\alpha_{n+3}\beta_{n+1} - \alpha_{n+1}\beta_{n+3}}{\Delta_1}, & \eta_4 &= \frac{\alpha_{n+3}\alpha_{n+2} - \beta_{n+3}\beta_{n+2}}{\Delta_1} \\ \eta_5 &= \frac{\alpha_{n+3}\beta_{n+2} - \alpha_{n+2}\beta_{n+3}}{\Delta_1}, & \Delta_1 &= \alpha_{n+3}\alpha_n - \beta_{n+3}\beta_n \\ \zeta_1 &= \frac{\alpha_n\beta_{n+1} - \alpha_{n+1}\beta_n}{\Delta_2}, & \zeta_2 &= \frac{\alpha_n\alpha_{n+2} - \beta_n\beta_{n+2}}{\Delta_2} \\ \zeta_3 &= \frac{\alpha_n\beta_{n+2} - \alpha_{n+2}\beta_n}{\Delta_2}, & \zeta_4 &= \frac{\alpha_n\alpha_{n+3} - \beta_{n+3}\beta_n}{\Delta_2} \\ \zeta_5 &= \frac{\alpha_n\beta_{n+3} - \alpha_{n+3}\beta_n}{\Delta_2}, & \Delta_2 &= \alpha_n\alpha_{n+1} - \beta_n\beta_{n+1} \end{aligned}$$

유체가 정지해 있는 경우에 대해 식 (23)을 살펴보면 $\hat{S}_{i,j}$ 는 센서에 의한 측정값으로부터 알 수 있고 G_1, G_2 는 식 (5)와 식 (13)으로부터 알 수 있으므로 미지수 η_i, ζ_i 값은 식 (23)을 변환하여 구할 수 있게 된다.

미지수 η_i, ζ_i 값을 구하기 위해 $S_{i,j}$ 와 G_n 의 실수부와 허수부를 식 (24)와 같이 정의하기로 한다.

$$C_{i,j} = \text{Real}(S_{i,j}), \quad Q_{i,j} = -\text{Imag}(S_{i,j}) \quad (24a)$$

$$G_{nr} = \text{Real}(G_n), \quad G_{ni} = \text{Imag}(G_n) \quad (24b)$$

식 (24)를 식 (23)에 대입하여 실수부와 허수부를 각각 구분하여 정리하면 실수부는 식 (25)로, 그리고 허수부는 식 (26)으로 표현된다.

$$[A_\eta(f)]\{\eta(f)\} = \{B_\eta(f)\} \quad (25)$$

여기서,

$$\begin{aligned} [A_\eta(f)] &= \begin{bmatrix} \hat{C}_{n+3,n} G_{1i} - \hat{Q}_{n+3,n} G_{1r} & -(\hat{C}_{n+3,n+1} G_{2r} + \hat{Q}_{n+3,n+1} G_{2i}) \\ (\hat{C}_{n+3,n} G_{1r} + \hat{Q}_{n+3,n} G_{1i}) & -(\hat{C}_{n+3,n+1} G_{2i} - \hat{Q}_{n+3,n+1} G_{2r}) \\ (\hat{C}_{n+3,n+1} G_{2i} - \hat{Q}_{n+3,n+1} G_{2r}) & \hat{C}_{n+3,n+2} \quad \hat{Q}_{n+3,n+2} \\ -(\hat{C}_{n+3,n+1} G_{2r} - \hat{Q}_{n+3,n+1} G_{2i}) & -\hat{Q}_{n+3,n+2} \quad \hat{C}_{n+3,n+2} \end{bmatrix} \\ \eta(f) &= [\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4, \eta_5]^T, \end{aligned}$$

$$\{B_\eta(f)\} = \begin{bmatrix} -(\hat{C}_{n+3,n} G_{1i} + \hat{Q}_{n+3,n} G_{1r}) \\ -(\hat{C}_{n+3,n} G_{1i} - \hat{Q}_{n+3,n} G_{1r}) \end{bmatrix}$$

$$[A_\zeta(f)]\{\zeta(f)\} = \{B_\zeta(f)\} \quad (26)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \{A_\zeta(f)\} &= \\ &\left[\begin{array}{cc} \hat{(C_{n,n+1}G_{1i} - Q_{n+3,n}G_{1r})} & \hat{-(C_{n,n+2}G_{2r} + Q_{n,n+2}G_{2i})} \\ \hat{(C_{n,n+1}G_{1r} + Q_{n,n+1}G_{1i})} & \hat{-(C_{n,n+2}G_{2i} - Q_{n,n+2}G_{2r})} \\ \hat{(C_{n,n+2}G_{2i} - Q_{n,n+2}G_{2r})} & \hat{C_{n,n+3}} \quad \hat{Q_{n,n+3}} \\ \hat{-(C_{n,n+2}G_{2r} - Q_{n,n+2}G_{2i})} & \hat{-Q_{n,n+3}} \quad \hat{C_{n,n+3}} \end{array} \right] \end{aligned}$$

$$\{\zeta(f)\} = [\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4, \zeta_5]^T,$$

$$\{B_\zeta(f)\} = \begin{bmatrix} \hat{-(C_{n,n+1}G_{1r} + Q_{n,n+1}G_{1i})} \\ \hat{-(C_{n,n+1}G_{1i} - Q_{n,n+1}G_{1r})} \end{bmatrix}$$

식 (25)와 (26)을 살펴보면 보정계수인 미지수 η_i 와 ζ_i 가 각각 5개인데 식은 각각 2개이며, 또한 미지수 η_i 와 ζ_i 가 모두 주파수의 합수이므로 엄밀히 말하면 식 (25)와 (26)을 이용해서는 미지수를 구할 수 없다.

하지만 η_i 와 ζ_i 가 구하고자 하는 주파수 부근에서 일정하다고 가정하면 인접한 주파수를 포함한 3개 이상의 주파수에 대해서는 식 (27) 및 (28)과 같이 6개 이상의 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \{A_\eta(f_k)\}\{\eta(f_k)\} &= \{B_\eta(f_k)\} \\ (f - \Delta f/2 < f_k < f + \Delta f/2, k = 1, 2, \dots, n, n \geq 3) \quad (27) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \{A_\zeta(f_k)\}\{\zeta(f_k)\} &= \{B_\zeta(f_k)\}, \\ (f - \Delta f/2 < f_k < f + \Delta f/2, k = 1, 2, \dots, n, n \geq 3) \quad (28) \end{aligned}$$

여기서, Δf 는 주파수 대역이고, f_k 는 $f - \Delta f/2$ 와 $f + \Delta f/2$ 사이의 주파수 대역내의 임의의 주파수를 나타낸다. 식 (27) 및 (28)과 같이 미지수의 개수(5개)보다 방정식의 개수(6개 이상)가 많게 되는 경우에는 최소자승법을 이용하여 미지수 η_i 와 ζ_i 를 구할 수 있다.

일반적으로 $[A]\{x\} = \{B\}$ 의 수식이 있을 때 행렬 $[A]$ 의 행의 개수가 열의 개수보다 많은 경우에는 최소자승법을 이용하여 해를 구할 수 있으며 이 경우 $\{x\}$ 는 다음 식과 같이 표현된다.⁽⁸⁾

$$\{x\} = ([A]^H [A])^{-1} [A]^H \{B\} \quad (\text{H : Hermitian operator})$$

따라서 식 (27)과 (28)로부터 주파수가 3개 이상인 경우에 얻어지는 행렬로부터 최소자승법을 이용하여 η_i 와 ζ_i 를 구해보면 식 (29)와 (30)과 같이 표현된다.

$$\{\eta\} = ([A_\eta]^H [A_\eta])^{-1} [A_\eta]^H \{B_\eta\} \quad (29)$$

$$\{\zeta\} = ([A_\zeta]^H [A_\zeta])^{-1} [A_\zeta]^H \{B_\zeta\} \quad (30)$$

유체가 정지해 있는 경우에 대해 식 (29)와 (30)으로부터 구한 η_i 와 ζ_i 값은 센서간 특성차이에 의해 나타나는 값이므로 이 값은 유체가 흐르는 경우에도 동일한 값을 가진다고 볼 수 있다. 따라서 유체가 정지해 있는 경우에 식 (29)와 (30)으로부터 구해지는 η_i 와 ζ_i 값과, 유체가 흐르는 경우에 측정을 통해 얻게 되는 $\hat{S}_{i,i}$ 를 이용하여 유체가 흐르는 경우의 G_1 과 G_2 를 구하는 식을 표현하면 식 (23)으로부터 식 (31)과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{S}_{n+3,n}(1+j\eta_1) & \hat{-S}_{n+3,n+1}(\eta_2 + j\eta_3) \\ \hat{S}_{n,n+1}(1+j\zeta_1) & \hat{-S}_{n,n+2}(\zeta_2 + j\zeta_3) \\ \vdots & \vdots \\ \hat{-S}_{n+3,n+2}(\eta_4 + j\eta_5) \\ \hat{-S}_{n,n+3}(\zeta_4 + j\zeta_5) \end{bmatrix}^{-1} \quad (31)$$

식 (31)과 (18)를 이용하면 센서간 특성차이를 배제한 파수값을 구할 수 있으며 이로부터 오차가 보정된 파수 변화량 및 관내 유량값을 구할 수 있게 된다.

6. 측정방법의 적용조건

6.1 1차원 파동의 전파조건

관내의 유량을 측정하는 경우, 유량측정식이 1차원 파동만을 고려한 식으로부터 유도되었기 때문에, 본 논문에서 제안하는 유량측정 방법은 관내에서 1차원 파동만이 전파되는 조건에서 유효하다. 관내에서 1차원 파동만 전파되는 주파수 범위의 상한값은 식 (32)와 같이 표현된다.⁽⁹⁾

$$f_{upper\ limit} = \frac{1.84}{\pi} \cdot \frac{c}{d_i} \quad (32)$$

따라서 관내 파동의 주파수가 식 (32)와 같은 상한 주파수보다 큰 경우에는 본 논문에서 제안한 방법으로 유량측정시 오차가 발생될 수 있다.

6.2 센서간격에 따른 특이(Singular) 조건

본 논문에서 유량을 측정하기 위해 기초식으로 사용하고 있는 식 (11)은 공간 회기식으로서 센서가 등간격으로 배치되어 있는 것을 전제로 하여 유도되었기 때문에, 이 식

을 이용할 경우 센서 간격의 크기에 따라 발생되는 특이조건을 피할 수 없다. 이 특이조건은 식 (11)의 유도과정을 살펴보면 구할 수 있다.

식 (10)과 같이 P^+ 와 P^- 를 구하는 과정에서 E_m^+ 와 E_m^- 등으로 이루어진 행렬 E 의 역행렬을 이용하게 되는데, 이때 센서 간격에 따라 역행렬을 구할 수 없는 경우, 즉, 행렬 E 가 특이행렬이 되는 경우가 발생할 수 있다. 이렇게 행렬 E 의 역행렬을 구할 수 없는 특이조건(singular condition)이 발생하는 경우에는 식 (11)이 성립하지 않으므로 식 (11)로부터 구한 파수값은 부정확한 결과를 나타내게 된다. 행렬 E 의 역행렬이 존재하지 않는 경우에 행렬 E 의 행렬식은 $\det(E)=0$ 이 되므로 이 행렬식을 이용하여 특이조건이 발생하는 경우의 조건식을 유도할 수 있게 된다. 즉, $\det(E)=0$ 을 정리하면 식 (33)과 같다.

$$\exp\{j(k^- + k^+) \Delta x\} = 1 \quad (33)$$

식 (33)이 성립하기 위해서는 파수는 식 (34)와 같아야 한다.

$$(k^- + k^+) \Delta x = 2n\pi, \quad n = 0, 1, 2 \dots \quad (34)$$

$k^- + k^+ = 2k|_{U=0} = 2\omega/c$ 인 관계를 이용하면 식 (34)로부터 특이주파수를 나타내는 조건식은 식 (35)와 같이 얻게 된다.

$$f_{singular} = \frac{nc}{2\Delta x} \quad (35)$$

식 (35)의 조건식은 센서가 한 점에 위치한다고 가정한 이상적인 경우의 조건식이며, 실제적인 경우에는 센서의 직경 d_s 까지 고려해 주어야 하므로 이 경우의 특이주파수 범위는 식 (36)과 같이 표현된다.

$$\frac{nc}{2(\Delta x + d_s)} \leq f_{singular} \leq \frac{nc}{2(\Delta x - d_s)} \quad (36)$$

7. 모의해석

본 논문에서 제시하는 방법이 적합한지 확인하기 위해 관내에 모의로 유동장과 오차가 포함된 음장을 구성한 후 모의해석을 통해 유량을 구해 보았다. 모의해석시 오차의 영향은 오차 종류 가운데 측정잡음 오차가 상호스펙트럼을 이용하면 제거될 수 있으므로 이 오차는 배제하고 센서간의 특성차이에 의한 오차 영향만을 살펴보았다.

모의해석시 관내 음장을 모의로 만들기 위해 식 (4)와 유체입자의 속도를 나타내는 식 (37)을 이용하면 식 (38)과 같은 식을 얻게 된다.

$$v(x, t) = \{k^+ P^+ \exp(-jk^+ x) - k^- P^- \exp(jk^- x)\} \frac{\exp(j\omega t)}{\rho\omega} \quad (37)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{k^+ \exp(-jk^+ L)}{\rho\omega} & \frac{-k^- \exp(jk^- L)}{\rho\omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P^+ \\ P^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p|_{x=0} \\ v|_{x=L} \end{bmatrix} \quad (38)$$

여기서, ρ 는 유체의 밀도이다. 관내 모의음장을 구성하기 위해 관내 조건은 임의로 다음과 같이 가정하였다. 즉, 식 (38)에서 $L=10\text{ m}$, $p|_{x=0}=10\text{ Pa}$, $v|_{x=L}=50\text{ m/s}$ 이고 유체종류는 공기이며, 온도는 20°C 이고, 유체의 속도는 10 m/sec 인 경우로 가정하였다. 모의음장은 이러한 조건들을 식 (38)에 적용하여 구하였다. 그리고 센서는 4개의 센서가 10 cm 간격으로 배열되어 있다고 가정하였다.

센서간 특성차이에 의한 오차 영향을 살펴보기 위해, 각 채널별 센서의 특성을 나타내는 전달함수(H_n)을 전달함수의 크기와 위상에 오차가 포함되어 있는 형태로 나타내면 식 (39)와 같다.

$$H_n = (1 + a_m \cdot \epsilon_{mn}) \cdot \exp(ja_p \cdot \epsilon_{pn} \cdot \pi / 180) \cdot H \quad (39)$$

여기서, a 는 오차의 크기를 나타내고, ϵ 은 오차로서 0과 1사이에서 균일하게 분포하는 랜덤수(random number)로 정해지며, 하첨자 n, m, p 는 각각 채널 번호, 전달함수의 크기 및 위상을 의미한다.

먼저, 센서 특성중 센서의 전달함수의 크기에만 오차가 존재하는 경우, 즉, $H=1$, $a_p=0$ 이고 $a_m=0.01, 0.05, 0.1$ 인 각 경우에 채널별 오차인 ϵ_{mn} 값이 Table 1과 같을 때 오차를 보정하지 않고 본 논문에서 제시한 방법으로 유속을 구해보면 Fig. 3과 같은 결과를 얻게 된다.

또한, 센서 특성중 센서의 전달함수의 위상에만 오차가 존재하는 경우, 즉, $H=1$ 이고 $a_m=0$ 이고 $a_p=0.1, 0.5, 1$ 인 각 경우에 채널별 오차인 ϵ_{pn} 값이 Table 1과 같을 때 오차를 보정하지 않고 유속을 구해보면 Fig. 4와 같은 결과를 얻게 된다.

Table 1 Random number distribution of ϵ on each channel

	Ch. 1	Ch. 2	Ch. 3	Ch. 4
ϵ_{mn}	0.0258	0.9210	0.7008	0.1901
ϵ_{pn}	0.5387	0.3815	0.0512	0.2851

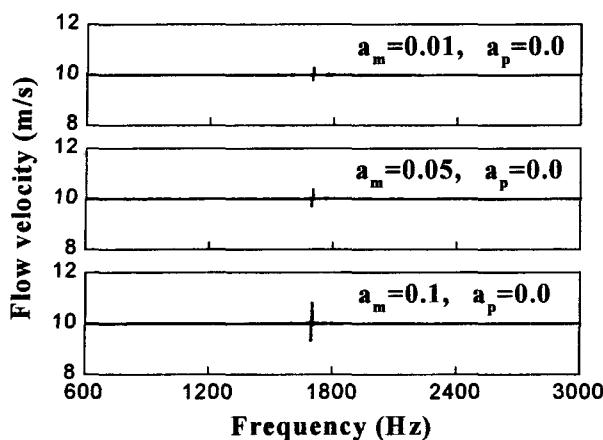


Fig. 3 Numerical simulation results for flow velocity of 10 m/sec including errors induced by the only magnitude mismatch between sensors.

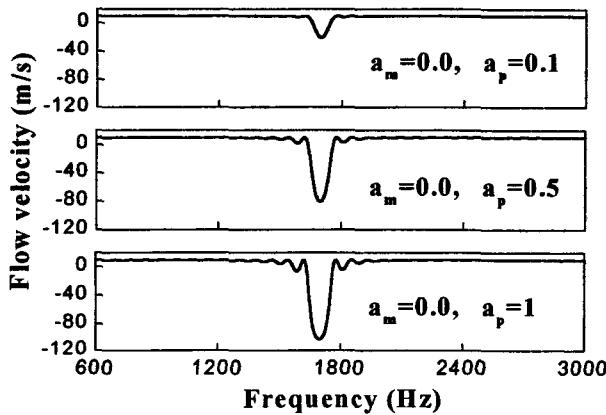


Fig. 4 Numerical simulation results for flow velocity of 10 m/sec including errors induced by the only phase mismatch between sensors.

Fig. 3과 Fig. 4를 살펴보면 유속값은 주파수가 1700 Hz 부근에서 공통적으로 큰 오차를 나타내는데, 이 오차는 센서간격이 10 cm일 때 식 (35)를 이용해 예측한 센서간격에 따른 특이조건의 오차와 일치한다.

Fig. 3을 보면 채널별로 센서의 전달함수의 크기에만 차이가 있는 경우에 유속은 센서간격과 관련된 오차가 나타나는 주파수를 제외한 주파수 영역에서 채널별 센서의 전달함수의 크기 차이에 거의 영향을 받지 않고 그 크기의 변화에도 민감하지 않는 특성을 나타내는 것으로 보인다.

한편, Fig. 4를 보면 채널별로 센서의 전달함수의 위상에만 차이가 있는 경우에 유속은 센서간격과 관련된 오차가 나타나는 주파수를 중심으로 비교적 넓은 주파수 영역에서 변동하는 값을 나타내고 있어 유속은 채널별 센서의 전달함수의 위상 차이에 많은 영향을 받고, 위상 크기의 변화에도 매우 민감한 특성을 나타내는 것으로 보인다.

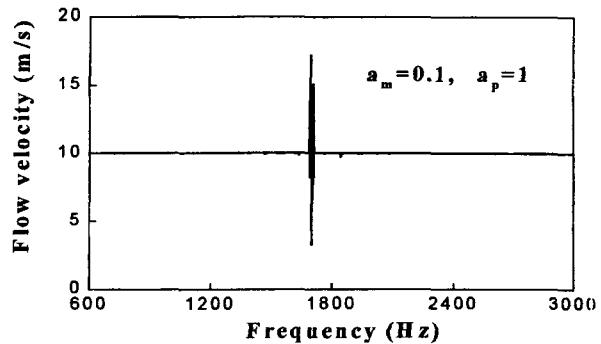


Fig. 5 Numerical simulation results for flow velocity of 10 m/sec after phase and magnitude mismatches between sensors have been compensated.

센서의 전달함수의 크기 및 위상 모두가 차이가 있는 경우, 즉, $H=1$ 이고 $a_m=0.1$, $a_p=1$ 인 경우에 채널별 오차인 ϵ_{mn} 과 ϵ_{pn} 값이 Table 1과 같을 때 유속을 구해보면 Fig. 4와 유사한 결과를 얻을 수 있었으며, 이 결과에 본 논문에서 제시한 오차 보정 방법을 적용하게 되면 유속은 Fig. 5와 같은 결과를 얻게 된다.

Fig. 5로부터 오차보정 방법을 적용하게 되면 센서간격과 관련된 특이조건의 주파수 부분에서만 약간의 오차가 발생하며 그 외의 주파수 영역에서는 센서특성에 의한 오차가 잘 보정되는 것을 알 수 있다.

8. 실 험

본 논문에서 제시하는 방법의 타당성 확인을 위해 관내 유량을 측정하는 실험을 수행하였고, 실험장치는 Fig. 6과 같이 구성하였다. 관은 내부직경 및 길이가 각각 40 cm, 3 m인 것을 사용하였고, 마이크로폰은 직경이 1/4인치인 B&K type 4938 마이크로폰 4개를 10 cm간격으로 관의 내부표면과 일치하도록(flush mount) 설치하였다. 유동장은 공기 압축기 및 공기 저장탱크 그리고 일정량의 유량이 흐르도록 하는 자동유량 조절밸브를 이용하여 형성시켰고, 실제 유량과의 비교를 위해 관 내부에 상용 유량측정장치를 설치하였다. 관내 음장은 관의 전단부위에 설치한 스피커를 이용하여 백색 잡음(white noise)이 되도록 하였다. 관내 유량은 0, 8, 10, 12 liter/sec로 변화시키면서 실험을 수행하였고 음압신호는 마이크로폰과 B&K Type 3560 PULSE 분석기를 이용하여 측정 및 분석하였다.

실험장치와 관련하여 6절에서 언급한 측정방법의 적용조건을 구해보면 식 (32)로부터 관의 내경크기를 고려하였을 때 1차원 음파만 전파되는 주파수 영역의 상한주파수는 5 kHz가 되며, 식 (36)으로부터 센서간격 및 센서의 직경을

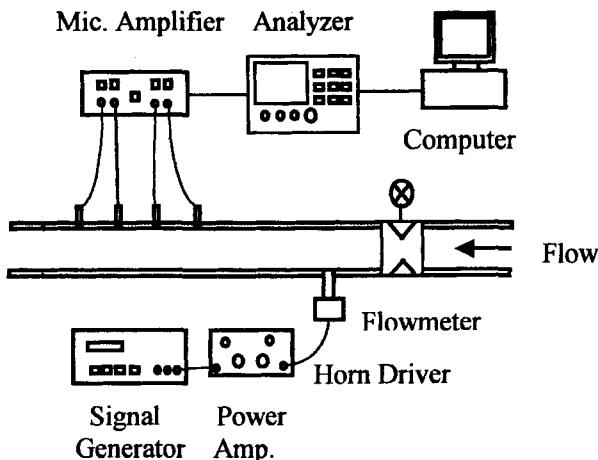


Fig. 6 Experimental setup for the measurement of flow rate inside of pipe using a microphone array

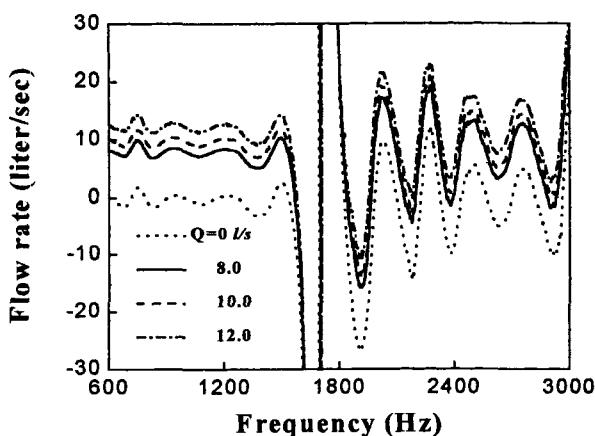


Fig. 7 Measured flow rates of the air inside of pipe using 4 microphones when true flow rate $Q = 0, 8, 10, 12$ liter/sec.

고리하였을 때 특이 조건이 발생되는 주파수 영역은 1600~1830 Hz가 된다.

Fig. 7은 오차를 보정하지 않고 본 논문에서 제시한 방법으로 600~3000 Hz 주파수 범위에서의 유량을 구한 결과를 나타낸다. Fig. 7로부터 유량은 주파수 범위가 1600~1900 Hz인 부분에서는 예상대로 센서간격에 의한 특이값이 나타나는 것을 볼 수 있으며, 전 주파수 영역에서는 센서 간의 위상 특성차이가 존재할 때의 모의해석 결과인 Fig. 4와 같은 형태의 유량이 얻어지는 것을 볼 수 있다.

Fig. 8은 Fig. 7과 같이 구한 유량에 대해 오차보정 방법을 적용하여 구한 결과를 보여준다. Fig. 8로부터 특이값이 나타나는 1600~1900 Hz 주파수 범위를 제외한 주파수 영역에서는 비교적 실제 유량에 가깝게 유량이 얻어지는 것을 볼 수 있다.

전 주파수 영역에서 나타난 유량값의 통계적인 평균 유량값을 구하고자 할 때 주파수별 유량값을 산술 평균하게 되면 센서간격에 의해 나타나는 특이값으로 인해 평균값이 편이되어 부정확한 결과를 얻을 수 있게 된다. 따라서 이를 피하기 위해 주파수별 유량값의 빈도수를 히스토그램(histogram)으로 그린 후 이에 대한 Gauss 분포 적합식(curve fitting)을 구해서 그 적합식의 평균값을 유량측정값으로 정하는 방법을 적용하였다.

Fig. 9는 주파수별 유량값의 빈도수를 나타낸 히스토그램과 그에 대한 Gauss 분포 적합식의 곡선을 보여준다. Fig. 9에서 Gauss 분포 적합식의 평균값은 실제 유량값과 잘 일치함을 볼 수 있으며, 실제값에 대한 측정값의 상대오차백분율과 Gauss 분포곡선의 표준편차값을 Table 2에 나타내었다. Table 2로부터 유량 측정값의 최대 오차와 최대

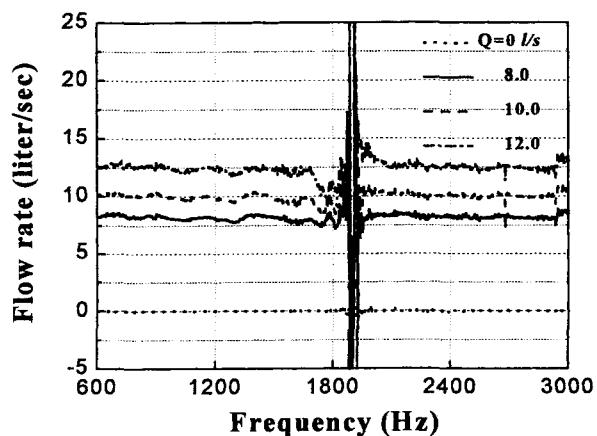


Fig. 8 Estimated flow rates for $Q = 0, 8, 10, 12$ liter/sec after phase and magnitude mismatches between sensors have been compensated.

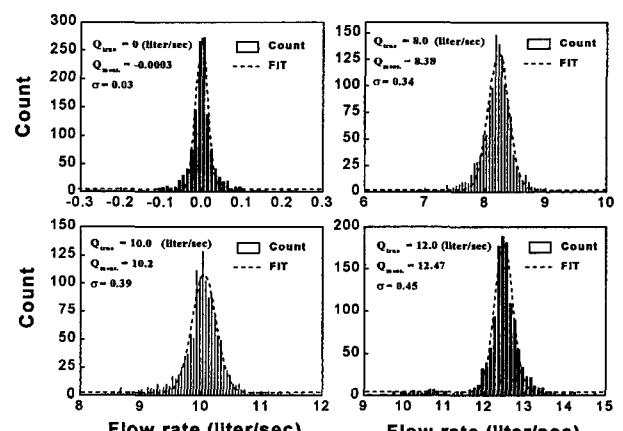
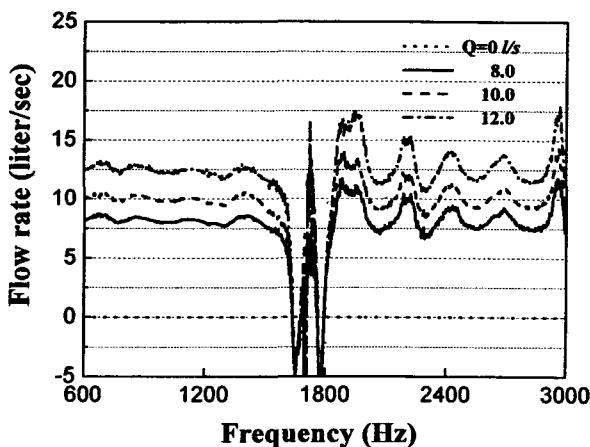
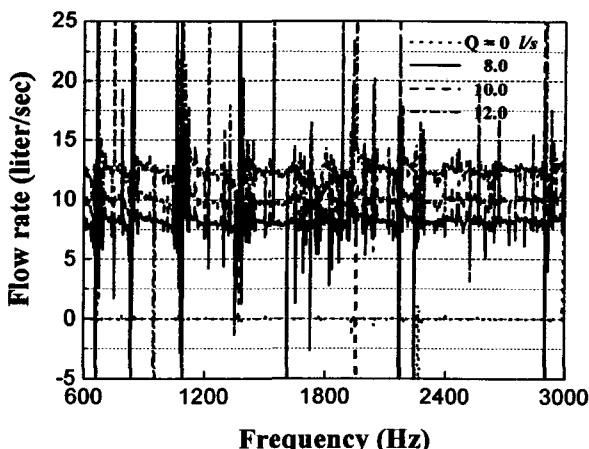


Fig. 9 Histograms of the estimated flow rate at each discrete frequencies and Gaussian distribution curve fit.

Table 2 The flow rate and theirs estimated from the Gaussian distribution curve fit

True flow rate Q (liter/s)	Estimated flow rate \hat{Q} (liter/s)	% error in flow rate ($ \hat{Q} - Q / Q \times 100$)	Standard deviation of \hat{Q} (liter/s)
0	-0.0003	-	0.03
8.0	8.38	4.8	0.34
10.0	10.2	2	0.39
12.0	12.47	3.9	0.45

**Fig. 10** Estimated flow rates for $Q=0, 8, 10, 12$ liter/sec by using Chun's Method⁽⁴⁾ for flow rate measurement**Fig. 11** Estimated flow rates for $Q=0, 8, 10, 12$ liter/sec by using Kim's Method⁽⁵⁾ for flow rate measurement

표준편차값은 각각 4.8 %와 0.45가 되는 것을 알 수 있다. 본 유량측정 방법과 서론에서 언급한 파동전파 특성을 이용한 유량측정 방법인 전영두 방법⁽⁴⁾ 및 Kim의 방법⁽⁵⁾을 비교해 보기 위해 전영두 방법 및 Kim의 방법으로 오차보정까지 한 유량을 구하였고 그 결과는 각각 Fig. 10

및 Fig. 11과 같다. Fig. 10의 결과로부터 전영두 방법은 센서간격에 의해 특이값이 나타나는 주파수보다 높은 주파수 대역에서는 오차보정이 잘 되지 않는 결과가 나타나는 것을 볼 수 있다. 또한 Fig. 11의 결과로부터 Kim의 방법은 센서간격에 의한 특이값 뿐만 아니라 3개의 센서 중 가운데 위치한 센서를 중심으로 대칭되는 파동 신호로 인한 특이값들이 많이 나타나 유량 데이터의 분산 정도가 큰 것을 볼 수 있다. Fig. 8과 Fig. 10 및 Fig. 11의 결과를 종합적으로 비교해 볼 때 본 유량측정 방법은 전영두 방법 및 Kim의 방법에 비해 상대적으로 유량 데이터의 분산 정도가 작고 센서간격에 의한 특이값이 나타나는 주파수 대역을 제외한 주파수 대역에서 실제값에 좀더 근접하는 결과를 나타내는 것으로 보인다.

9. 결 론

본 논문에서는 관내에서 전파되는 음파가 유량에 따라 축 방향의 파수가 변화하는 특성을 이용하여 관내 유량을 측정하는 방법을 제시하였다. 관내 유량과 상관되는 파수 변화량은 등간격 위치에서의 관 내부 음압간의 상관관계를 이용하여 구할 수 있으며, 관내 유량은 최종적으로 파수 변화량과 유량과의 상관식으로부터 구해진다. 본 유량측정 방법은 음파를 평면파로 가정한 것과 센서 간격 등으로 인해 적용조건이 존재하며 이를 적용조건의 주파수 범위를 제시하였다. 유량측정시 발생할 수 있는 오차의 종류와 이들의 보정방법도 제시하였다. 모의 해석을 통해 유량 측정 방법의 적용 가능성을 확인하였고, 실제 실험을 통해 관내부에 유동이 있는 경우에 유량을 측정해 보았으며 측정한 유량값은 실제값과 비교하여 약 5% 오차범위 내에서 잘 일치하는 결과를 얻을 수 있었다.

후 기

본 연구는 한국원자력안전기술원의 중장기 연구과제인 “원전수명관리 규제기술개발” 과제의 연구비 지원으로 이루어졌으며 지원에 감사드립니다.

참 고 문 헌

- (1) Goldstein, R. J., 1983, "Fluid Mechanics Measurements", Springer-Velag, New York, pp.245~305.
- (2) Thurston, R. N., Pierce, Allan D., 1999, "Ultrasonic Instruments and Devices I", Academic Press, pp. 353~358.

- 3) Julian R. Frederick, 1965, "Ultrasonic Engineering", John Wiley & Sons, Inc., pp. 198~208.
- 4) 전영두, 김양한, 정완섭, 1998, "마이크로폰 어레이를 이용한 관내음장 및 평균유속 측정", 대한기계학회논문집 제 22권, 제 9호, pp. 1761~1768.
- 5) Kim, Young-Key, and Kim, Yang-Hann, 1996, "A Three Accelerometer Method for the Measurement of Flow Rate in Pipe," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 100, No. 2, pp. 717~726.
- (6) Morfey, C. L., 1971, "Sound Generation and Transmission in Ducts with Flow," Journal of Sound and Vibration, Vol. 14, pp. 37~55.
- (7) Rayleigh, Lord, 1894, "The Theory of Sound," London : MacMillan, pp. 346~350.
- (8) Åke Björck, 1996, "Numerical Methods for Least Squares Problems," Society for Industrial and Applied Mathematics, pp. 9~18
- (9) Frank Fahy, 1985, "Sound and Structural Vibration", Academic Press, pp. 205~210.