

<논 문>

대각 선회하는 보의 전개 및 수납

Deployment or Retraction of Beam with Large Rotational Motion

김 상 원* · 김 지 환**

Sang-Won Kim and Ji-Hwan Kim

(2000년 8월 31일 접수 ; 2000년 12월 12일 심사완료)

Key Words : Deployment(전개), Retraction(수납), Rigid-body Mode(강체 모드), Assumed Mode Method(모드 가정법)

ABSTRACT

Present work deals with a study on the deployment or retraction of cantilever beam that includes the rigid-body motion of large displacement of beam through the translational and rotational motions in 2-dimensional plane. The equations of motion are derived with respect to non-Cartesian coordinate system. In the formulation of equations of motion, shear deformations and geometrically non-linear effect are included. An assumed mode method is applied and numerical convergence characteristics are studied also. Types of motion of the moving beam are assumed to be classified as 'slow' or 'fast' motion, and the dynamic characteristics are investigated.

1. 서 론

우주비행체 또는 인공위성 등은 목표 궤도에 이를 때까지 함축된 상태로 부가구조물을 운반한다. 이와 같은, 부가구조물은 작동을 위한 전개 및 전개 후에도 본체의 동적 특성에 중요한 영향을 주게된다. 이러한 구조물에는, 파라볼라 형의 안테나나, stabilizing boom, 태양 전지판 등을 들 수 있으며, 그 외 매우 긴 트러스 형의 구조물을 예시할 수 있다. 이와 아울러, 근래에는 다양한 신소재 개발에 따라 종래의 구조물 보다 더욱 유연하면서도 강인한 부재를 사용할 수 있게 되었다. 한편, 로봇 팔이나 비행체는 작동에 따라 탄성 변형과 함께 강체로서의 대변위를 수반하므로, 모델링 및 수치해석에 있어 탄성 모드만을 고려하는 일관적인 구조물에 대한 해석에서 나타나지 않는 대변위를 수반한다는 점이 특징으로 사료된다. Simo와 Vu Quoc^(1,2)는 보가 변형을 할 때 강체로서의 대변위를 포함하는 기하학적 비선형 문제에 대하여 이론을 전개하였다. 이어서, Kane과 Ryan⁽³⁾, Haering등^(4,5)은 회전으로 인한 원심력 효과와 아울러 병진 운동까지 고려한 대변위 문제를 다루

었다. 그리고, Yoo와 Shin⁽⁶⁾은 Kane과 Ryan⁽³⁾이 정립한 방법에 따라 물체에 고정된 좌표계를 사용하여, 회전하는 외팔보의 진동 모드에 관하여 고찰하였다.

한편, Tabarrok등⁽⁷⁾은 축방향의 일정한 속도로 이동하는 보의 처짐에 대한 해석적 해를 제시하였는데, 운동에너지와 탄성에너지를 사용하고 Lagsangian방식으로 이론을 전개하였다. Downer와 Park⁽⁸⁾은 보의 전개 문제 해석에 유한요소 모델을 제안하였다. 이 연구에서는, 고도로 유연한 보가 축방향으로 이동할 때의 동역학적 모델링에 주력하여, 유한요소 수는 일정한 상태를 유지하면서 길이가 증가하는 모델을 사용하였다. Yuh와 Young⁽⁹⁾은, 축방향으로 길이가 증가하며 회전하는 보를 연구하였다. 해석에는 모드가정법에 의한 계산 결과와 실험 결과를 비교하였다. Yüsel과 Gürgöze⁽¹⁰⁾, Gürgöze와 Yüsel⁽¹¹⁾은 로봇 암을 축방향으로 움직이는 보로 가정하여, 로봇 암에 관한 회전 운동을 연구하였다. 그리고, 로봇 암 끝단에 장착된 집중 질량을 고려하고 처짐에 관하여 조사하였다. 이와 아울러, 축방향으로 이동하는 속도에 관하여 살펴보았다. Stylianou와 Tabarrok^(12, 13)은 유한요소를 시간에 종속인 함수로 가정하여 축방향으로 방출 혹은 수납되는 보 문제에 관하여 연구하였다. Fung등⁽¹⁴⁾은 보에 장착된 집중 질량을 고려한 모델로, 축방향으로 움직이는 문제를 다루어 지배방정식과 경계조건을 유도하였다. 그리고, 강체로서의 운동과 유연한 보에 관한 진동현상이 비선형적으로 연계되어 있음을 지적

* 주식회사 한화, 항공사업부

** 정희원, 서울대학교 공과대학 기계항공공학부

E-mail : jwhkim@plaza.snu.ac.kr

Tel : (02)880-7383, Fax : (02)887-2662

하였다. 그리고, Huang등⁽¹⁵⁾은 병진 운동과 회전 운동에 대하여 외팔 보의 동적안정성을 연구하였다.

본 연구에서는 보의 전개 혹은 수납에 관한 문제를 다루고자 한다. 여기서 보의 강체로서의 대변위와 함께 병진과 회전이므로 표현되는 평면에서의 일반적인 운동으로 생각하였다. 그리고 탄성체의 운동의 표현에 있어서는, 기하학적 비선형성과 인장효과를 고려하였다. 운동방정식 유도에는 non-Cartesian curvilinear 좌표계를 사용하였다. 수치해석에는, 모드 가정법(assumed mode method)을 사용하였고 전형적인 예에 대하여 수치해석 결과를 검토 및 제시하였다.

2. 운동방정식

Fig.1은 전개되는 보의 운동 상태를 시각 t_0 와 t_1 및 t_2 에 대하여 도시한 것인데, N 은 공간에 고정된 좌표계(space fixed coordinate system)임을 의미한다.

Fig. 2는 전개하는 보의 개형을 자세히 보인 것인데, 공간에 고정된 좌표계 N 의 단위벡터 a_1, a_2, a_3 와 물체에 고정된 좌표계(body fixed coordinate system)의 단위벡터 b_1, b_2, b_3 를 나타내었다. 여기서, A 는 강체이며 B 는 유연(flexible)한 보를 나타내고 보의 운동은 a_1 및 축 주위로의 병진을 포함한 평면 운동과 a_3 축에 대한 회전(ω)만을 고려하여 2차원 모델에 대한 운동과 변형을 가정하였다.

따라서, 본체의 질량 중심 점 O 에 대한 보의 변형 및 강체 A 의 각속도 ω 를 공간에 고정된 좌표계 N 에 대하여 표현하면 다음과 같다.

$${}^N \mathbf{u}^O = u_1 \mathbf{a}_1 + u_2 \mathbf{a}_2 \quad (1.a)$$

$${}^N \boldsymbol{\omega}^A = \omega \mathbf{a}_3 \quad (1.b)$$

그리고, Fig. 2에 표시한 점 P 는, 보에서 임의의 수직 단면을 나타낸 것이며, a 는 보의 전개에 따라 증가된 보의 길이를 나타내고, x 는 전개가 없을 때 보의 임의의 위치를 표현하며 s 는 보의 길이 증가를 의미한다.

따라서,

$$\mathbf{P}^{op} = (\alpha + x + u_1) \mathbf{a}_1 + u_2 \mathbf{a}_2 \quad (2)$$

참고문헌 (16)에 따라,

$$\alpha + x + s = \int_{-a}^x \sqrt{(1 + u_{1,\sigma})^2 + u_{2,\sigma}^2} d\sigma \quad (3)$$

여기서, $u_{1,\sigma}$ 와 $u_{2,\sigma}$ 는 함수 u_1 과 u_2 를 변수 σ 에 관하여 편미분함을 의미한다.

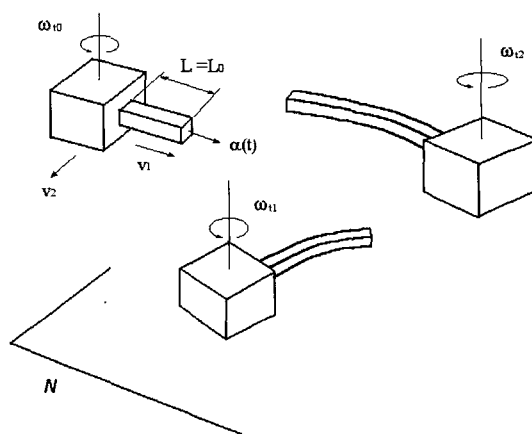


Fig.1 Configuration of moving rigid support with flexible structure deployment

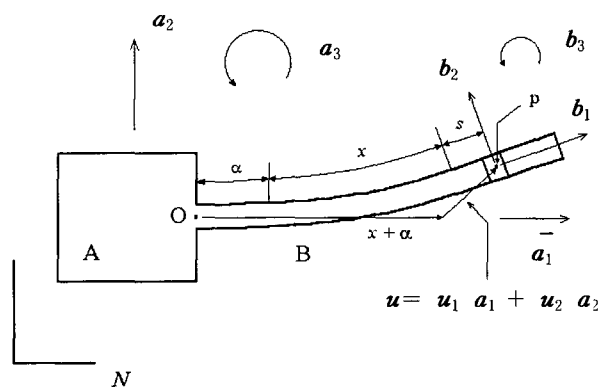


Fig. 2 Schematic of 2-Dimensional deployment of beam

Taylor 급수 전개 방식으로 식 (3)을 표현하고, 2차 이상의 미분항을 무시하면,

$$s = u_1 + 1/2 \int_{-a}^x u_{2,\sigma}^2 d\sigma \quad (4)$$

시간에 대한 미분을 수행하면,

$$\dot{s} = \dot{u}_1 + \int_{-a}^x \dot{u}_{2,\sigma} u_{2,\sigma} d\sigma \quad (5)$$

한편, 운동방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.⁽³⁾

$$F_i + F_i^* = 0 \quad (i=1,2, \dots, \mu) \quad (6)$$

여기서, F_i 와 F_i^* 는 선형화한 i 번째 좌표 방향의 generalized active force 와 generalized inertia force이다. 작용하는 힘(F_i)이 포텐셜(U)을 갖는다면, 일반좌표계 q_i 를 도입하여, generalized active force F_i 를 표현하면 다음과 같다.

$$F_i = -\frac{\partial U}{\partial q_i} \quad (i=1, 2, \dots, \mu) \quad (7)$$

Fig. 2에 도시된 바와 같이, α 만큼 전개된 보에 대한 변형에너저 U 는 다음과 같다.

$$U = \frac{1}{2} \int_{-\alpha}^L \left(\frac{P^2}{EA} + \frac{M^2}{EI} + \frac{KV^2}{GA} \right) dx \quad (8)$$

여기서, P 는 s 방향의 축력, M 은 x 위치에서의 굽힘모멘트, V 는 전단력, K 는 전단 보정계수이다.

그리고, 3차원 공간에서의 물체의 운동에 관한 generalized inertia force F_i^* 는 다음과 같다⁽³⁾.

$$F_i^* = - \int_{-\alpha}^L {}^N \mathbf{v}_i^P \cdot {}^N \mathbf{a}_i^P \cdot \rho dx - \int_{-\alpha}^L {}^N \boldsymbol{\omega}_i^{dB} \cdot ({}^N \mathbf{a}_i^P \cdot I + {}^N \boldsymbol{\omega}^{dB} \times I \cdot {}^N \boldsymbol{\omega}^{dB}) dx \quad (9)$$

여기서, ρ 는 밀도이다. 또, 좌측 상첨자 N 은 Fig.1에서 정의한 바와 같이 공간에 고정된 좌표계 N 을 의미한다. 따라서, ${}^N \mathbf{v}_i^P$ 와 ${}^N \mathbf{a}_i^P$ 는 공간에 고정된 좌표계 N 에 대한 P 의 선형화된 i 번째 편속도(linearized partial velocity) : $\partial {}^N \mathbf{v}^P / \partial u_r^*$, $r=1, \dots, p$ 이고, 여기서 u_r^* 는 generalized speed)와 선형화된 편가속도(linearized partial acceleration)이다. 그리고, ${}^N \boldsymbol{\omega}_i^{dB}$ 와 ${}^N \mathbf{a}_i^{dB}$ 는 dB 의 선형화된 i 번째 편각속도(linearized partial angular velocity)와 선형화된 편각가속도(linearized partial angular acceleration)이다. 이와 아울러 $I dx$ 는 dB 의 central inertia dyadic 이다.

본 연구는 전개 혹은 수납에 따르는 시간 응답 자료를 얻고자 하는 것이 주된 목적이므로, 길이가 변화하는 외팔보에 대한 모드 가정 (assumed mode) 함수를 택하였다.

$$s(x, t) = \sum_{j=0}^n \phi_{1j}(x, t) q_j(t) \quad (10-a)$$

$$u(x, t) = \sum_{j=0}^n \phi_{2j}(x, t) q_j(t) \quad (10-b)$$

$$\theta(x, t) = \sum_{j=0}^n \phi_{3j}(x, t) q_j(t) \quad (10-c)$$

여기서, $\phi_{ij}(x, t) (i=1, 2, 3)$ 는 자유진동 모드를 나타내는 데, 본 연구에서는 전개 혹은 수납으로 인하여 길이가 변화하는 외팔보에 대한 자유 진동 모드를 택하였다. 따라서 식 (6)은 다음과 같은 행렬식으로 정리할 수 있다.

$$M \ddot{\mathbf{q}} + G \dot{\mathbf{q}} + K \mathbf{q} = \mathbf{F} \quad (11)$$

여기서, M 은 질량행렬, G 는 gyroscopic 행렬이며 K 는 강성행렬이다.

3. 계산결과 및 고찰

회전운동을 수반한 보의 전개 혹은 수납에 관한 문제에 대하여 수치해석 결과를 분석하고 고찰하였다. 계산에는, 사각 대칭 단면의 등방성 재질 보에 대한 자료를 사용하였다^(10, 11).

$$A = 0.00075 \text{ m}^2, \quad L = 1.4 \text{ m}, \quad I_3 = 1.563 \times 10^{13} \text{ m}^4, \\ K = 0.8509, \quad E = 7 \times 10^{10} \text{ N/m}^2, \quad G = 2.6 \times 10^{10} \text{ N/m}^2, \\ \rho = 2700 \text{ kg/m}^3$$

여기서, A 는 보의 단면적, L 은 보의 운동 초기 상태에서의 길이, I_3 는 단면의 관성 모멘트, K 는 단면 계수이다. 그리고 E 와 G 는 단면의 탄성계수와 전단계수이다.

보와 아울러, 본체 A 의 병진(translation)운동을 포함하여 다음과 같이 정의한 운동 상태를 고려하였다.

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha_t \Psi(t) \quad (12.a)$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \omega_t \Psi(t) \quad (12.b)$$

$$v_1(t) = v_{10} + v_{1t} \Psi(t) \quad (12.c)$$

$$v_2(t) = v_{20} + v_{2t} \Psi(t) \quad (12.d)$$

여기서, $\Psi = \{t - (T/2\pi) \sin(2\pi t/T)\} / T$, ($0 \leq t \leq T$)이다. 그리고 식 (12.a)는 보의 전개 혹은 수납, 식 (12.b)는 보의 회전, 식 (12.c)와 (12.d)는 병진운동을 나타낸다.

본 연구에서는, Table 1에 제시한 자료로 운동을 분석하였다. 그리고, 각 경우에 대해 v_{10} , v_{20} 는 0이고 v_{1t} , v_{2t} 는 각각 π 로 취하여 계산하였다.

Fig. 3은 식 (10.a)~(10.c)로 정리한 전개 외팔보의 모드 가정 함수를 사용한 경우에, 계산의 수렴성에 관한 일례를 보인 것이다. 모델은 병진운동과 아울러 저속의 수납과 저속의 회전이 있는 운동 상태에서 끝단의 처짐을 계산한 것이다. 계산에 사용한 함수 식은 참고문헌 (10)과 (11)에

Table 1 Motions of a moving beam with translation of a main body

Motion		Parameters		ω_0 (rad/s)	ω_t (rad/s)
		α_0 (m)	α_t (m)		
Rectilinear motion	Deployment	Slow	0.7	0.35	0
		Fast	0.7	0.7	0
	Retraction	Slow	0.7	-0.35	0
		Fast	0.7	-0.7	0
Rotational Motion		Slow	0	0	$\pi/4$
		Fast	0	0	0

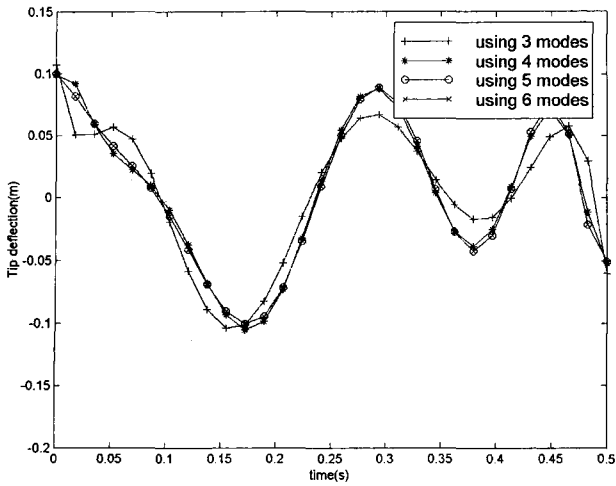
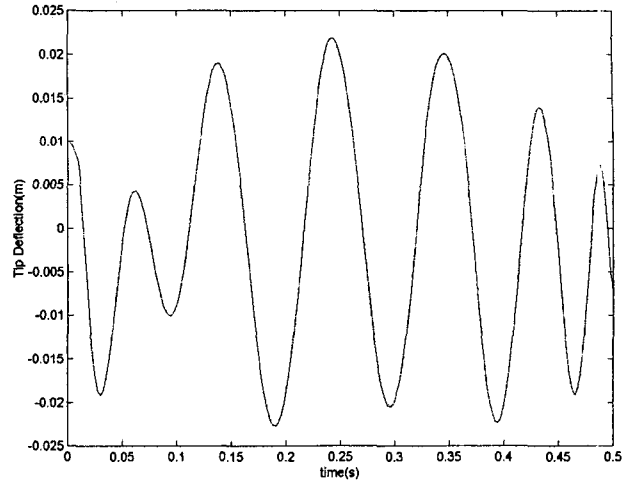


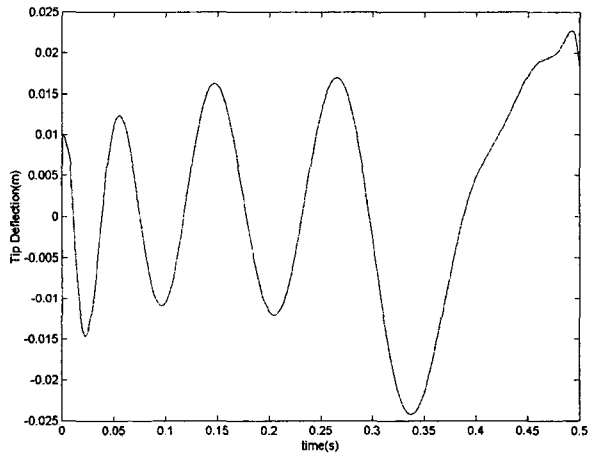
Fig. 3 Convergence test for solution due to the number of modal functions for the case of slow retraction ($\alpha_0 = 0.7, \alpha_t = -0.35$), slow rotation ($\omega_0 = 0, \omega_t = \pi/4$) with Translational Velocity ($v_{10} = v_{20} = 0, v_{1t} = v_{2t} = \pi$)

제시된 식을 사용하였으며, 여섯 항의 근사 함수식을 사용함으로써 충분한 수렴 특성을 보이고 있음을 알 수 있다. 따라서 앞으로는 여섯 항을 사용하여 계산한 결과를 검토하기로 한다. 이와 아울러 Fig. 4~Fig. 8에서 (a)는 전개하는 보에 관한 것이며, (b)는 수납하는 모델에 관한 것이다. Fig. 4는 병진운동은 없고 느린 회전 운동만이 있을 때에 대한 계산 결과를 보여 주고 있다. Fig. 4(a)는 느린 전개에 따르는 보의 끝단 처짐을 보여 주는바, 전개의 진행에 따라 보의 끝단 처짐이 증가하며, 이는 Fig. 4(b)에서와 다른 양상을 띤다. 특히, 보의 전개에 따라 지지단의 회전은 진동 패턴에 비대칭성을 유발함이 관찰되는 반면, 수납의 경우는 진동의 대칭성을 거의 유지한다. Fig. 5는 Fig. 4에

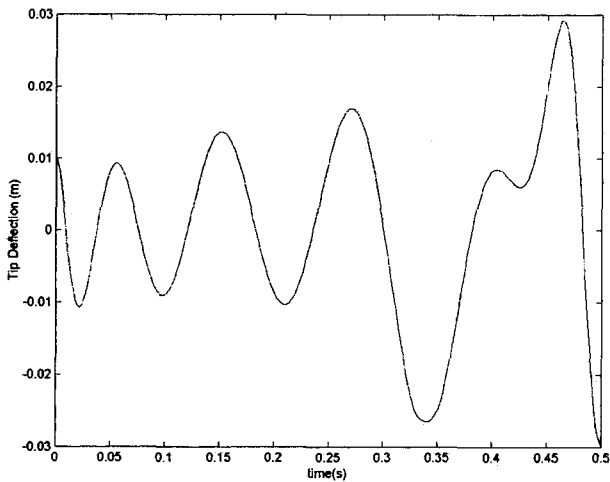


(b) Slow retraction

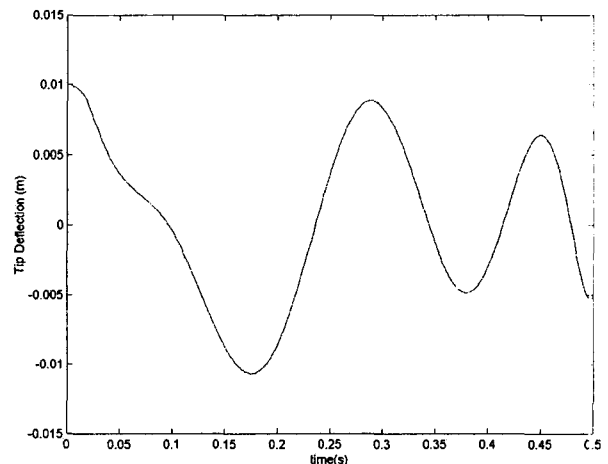
Fig. 4 Tip deflection without translational motion (slow rotation)



(a) Slow deployment

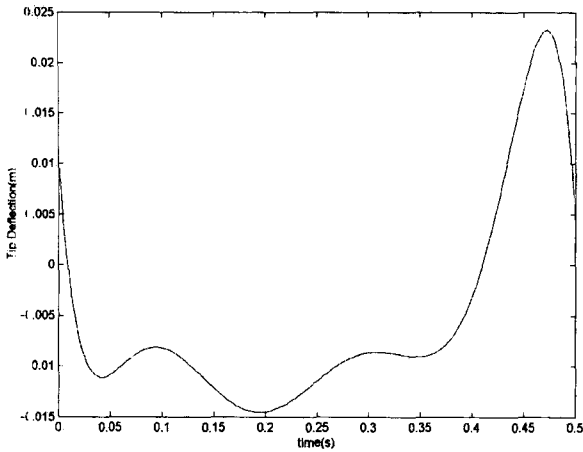


(a) Slow deployment

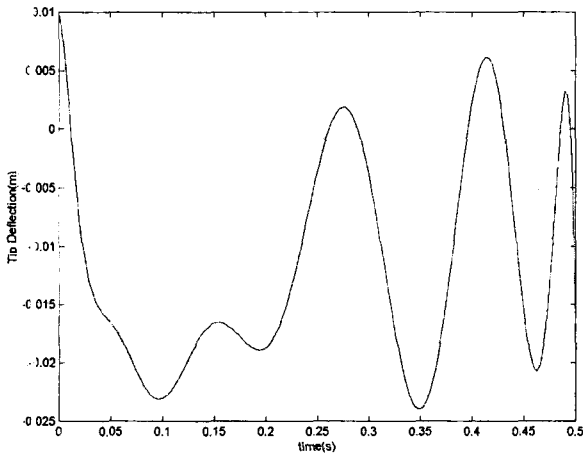


(b) Slow retraction

Fig. 5 Tip deflection with translational motion (slow rotation)



(a) Fast deployment

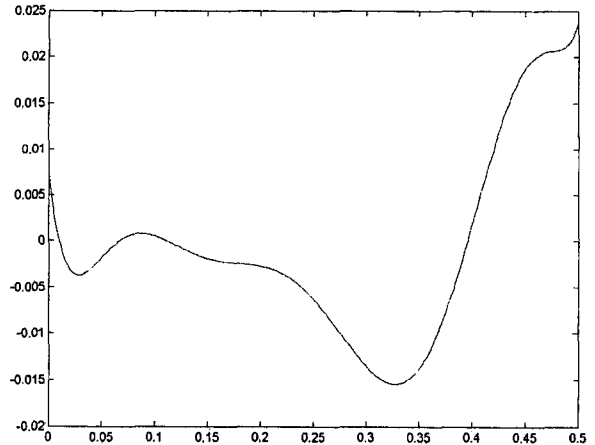


(b) Fast retraction

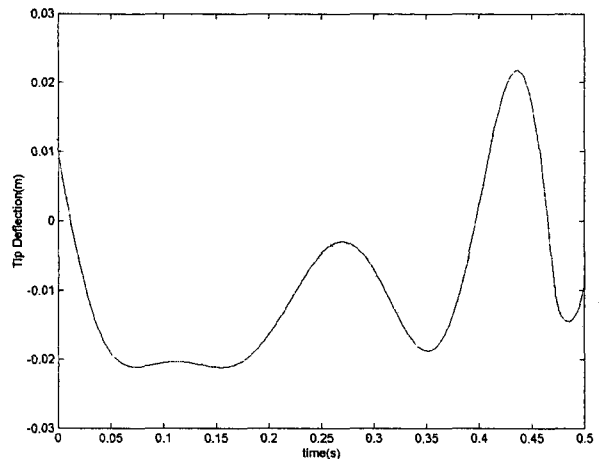
Fig. 6 Tip deflection without translational motion (slow rotation)

서 다른 모델에 본체의 병진운동을 고려한 경우이다. 여기서 Fig. 5(a)는 본체의 운동이 보의 전개에는 특이한 영향을 미치지 않음을 보여주고 있다. 이에 반하여 Fig. 5(b)는 진동의 주기가 증가함을 보여 주고 있다. 이는 수납시의 병진운동은 보의 강성을 증가시키는 효과와 같은 것으로 사료될 수 있으며, 참고문헌 (10)에서도 언급된 바 있다. Fig. 6과 Fig. 7은 빠른 전개 혹은 수납의 경우로서 지지단은 느린 회전을 하는 경우인데, Fig. 6은 본체의 병진운동이 없는 경우이다. 보의 빠른 전개와 수납의 효과는 구심 강성 효과(centrifugal stiffening effect)로 나타나는 바, 이는 회전운동과 연계되어 보의 횡방향 굽힘강성을 증가시키는 것으로 알려져 있다^(10,11). 따라서, Fig. 4의 경우에 비하여 극심한 비대칭성을 나타내며, 이와 아울러 Fig. 4에 제시된 결과에 비하여 처짐의 정도가 감소함을 보이고 있다. 또한, 전개의 경우는 약 0.4 sec, 수납에 있어서는 약

0.2 sec의 시간이 경과한 후에 주기적인 진동 패턴으로 복귀함을 보여 줌으로서 보의 길이가 감소하는 수납시의 운동이 안정적인 진동 패턴에 신속히 도달함을 알 수 있다. Fig. 7과 Fig. 8은 구조물 본체의 병진운동을 고려한 경우로서, 고속의 전개와 수납에 관한 것이다. Fig. 7은 저속의 회전 운동을 고려한 것으로서, Fig. 7(a)는 0.3 sec 부근에 도달할 때까지 초기 처짐이 완만하게 변화한 후, 급격한 처짐 변위 증가를 보이고 있다. 한편, Fig. 7(b)는 수납 모델에 대한 것인 바, 0.2 sec 부근을 경계로 진동 특성의 변화가 관찰된다. Fig. 8(a)는 전개하는 모델, Fig. 8(b)는 수납하는 모델에 대한 것으로서, 빠른 지지단의 회전운동과 본체의 병진운동을 고려하였다. 본 연구에서는 회전 속도를 3단계로 세분화하여 코리올리 효과로 인한 운동 특성 변화를 살펴보았다. 즉, 코리올리 효과는 비대칭적인 진동 패턴에 불규칙적인 교란을 가져오며 회전속도의 증가로 교란의 정도가 증가함을 보여주고 있다.

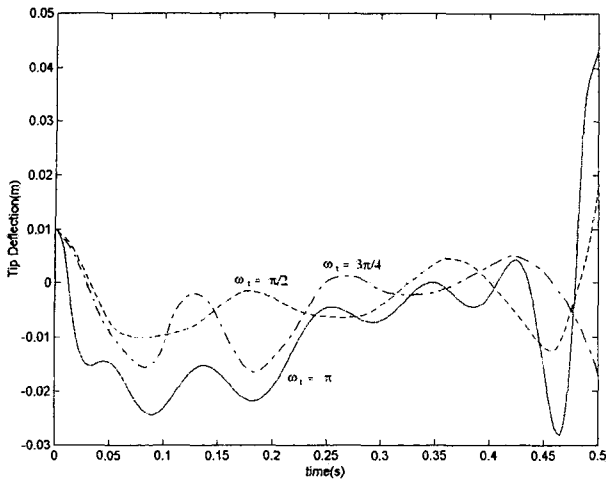


(a) Fast deployment

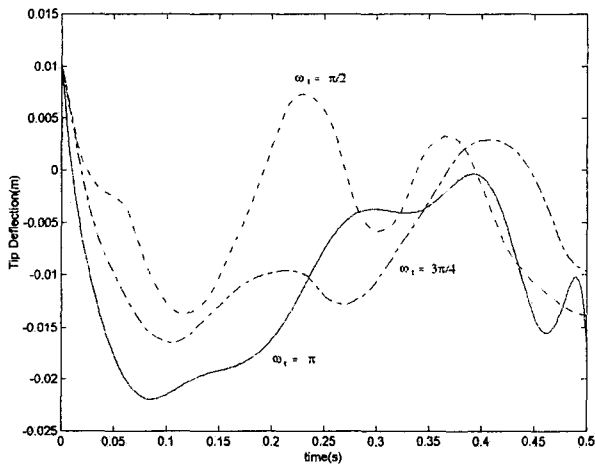


(b) Fast retraction

Fig. 7 Tip deflection with translational motion (slow rotation)



(a) Slow deployment



(b) Slow retraction

Fig. 8 Tip without with translational motion (slow rotation)

4. 결 론

본 연구에서는, 인공위성 혹은 로봇팔 등에 대한 구조물의 일부인 유연한 보 형태 부가구조물이 전개 혹은 수납될 때의 진동 특성 변화를 파악하고자 하였다. 운동은 2차원 평면에 국한하였으며, 이론 전개에는 non-Cartesian좌표계를 사용하였고 모드가정법으로 해석하였다. 그리하여 본체의 대각 회전 운동 (large rotational motion)과 함께 병진 운동 유무에 따라, 보의 저속 및 고속의 전개 혹은 수납에 대하여 운동 특성 변화를 고찰하였다. 이는 보 끝단의 처짐에 대한 정확한 예측에 기초하여 제어 이론을 도입한 모델 설정에도 활용할 수 있을 것으로 사료된다.

후 기

이 논문은 1999년도 두뇌한국 21 지원 사업에 의하여 지원되었음.

참 고 문 헌

- (1) Simo, J. C. and Vu-Quoc, L., 1987. "The Role of Non-linear Theories in Transient Dynamic Analysis of Flexible Structures," *J. Sound and Vibration*, Vol. 119, No. 3, pp. 487~508.
- (2) Simo, J. C. and Vu-Quoc, L., 1988. "On the Dynamics in Space of Rods Undergoing Large Motion-A Geometrically Exact Approach," *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 66, No. 2, pp. 125~161.
- (3) Kane, T. R. and Ryan, R. R., 1987. "Dynamics of Cantilever Beam Attached to a Moving Base," *J. Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 10, No. 2, pp. 139~151.
- (4) Haering, W. J., Ryan, R. R. and Scott, R. A., 1994. "New Formulation for Flexible Beams Undergoing Large Overall Plane Motion," *J. Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 17, No. 1, pp. 76~83.
- (5) Haering, W. J., Ryan, R. R. and Scott, R. A., 1994. "New Formulation for General Spatial Motion of Flexible Beams," *J. Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 18, No. 1, pp. 82~86.
- (6) Yoo, H. H. and Shin, S. H., 1998. "Vibration Analysis of Rotating Cantilever Beams," *J. Sound and Vibration*, Vol. 212, No. 5, pp. 807~828.
- (7) Tabarrok, B., Leech, C. M. and Kim, Y. I., 1974. "On the Dynamics of an Axially Moving Beam," *J. Franklin Institute*, Vol. 297, No. 3, pp. 201~220.
- (8) Downer, J. D. and Park, K. C., 1993. "Formulation and Solution of Inverse Spaghetti Problem Application of Beam Deployment Dynamics," *AIAA J.* Vol. 31, No. 2.
- (9) Yuh, J. and Young, T., 1991. "Dynamic Modeling of an Axially Moving Beam in Rotation: Simulation and Experiment," *J. Dynamic Systems, Measurement, Control*, Vol. 113, pp. 34~40.
- (10) Yüksel, S. and Gürgöze, M., 1997. "On the Flexural Vibrations of Elastic Manipulators with Prismatic Joints," *Computer and Structures*, Vol. 62, No. 5, pp. 897~908.

(11) Gürgöze, M. and Yüksel, S., 1999. "Transverse Vibrations of Flexible Beams Sliding Through a Prismatic Joints," *Computer and Structures*, Vol. 223, No. 3, pp. 467~482.

(12) Styianou, M. and Tabarrok, B., 1994. "Finite Element Analysis of an Axially Moving Beam part I : Time integration," *J. Sound and Vibration*, Vol. 178, No. 4, pp. 433~453.

(13) Styianou, M. and Tabarrok, B., 1994. "Finite Element Analysis of an Axially Moving Beam part II : Stability analysis," *J. Sound and Vibration*, Vol. 178, No.

4, pp. 455~481.

(14) Fung, R.F., Lu, P.Y. and Tseng, C.C., 1998. "Non-linearly Dynamic Modelling of an Axially Moving Beam with a Tip Mass," *J. Sound and Vibration*, Vol. 218, No. 4, pp. 559~571.

(15) Huang, J.S., Fung, R.F. and Tseng, C.R., 1999. "Dynamic Stability of a Cantilever Beam Attached to a Translational/Rotational Base," *J. Sound and Vibration*, Vol. 224, No. 2, pp. 221~242.

(16) Eigenhart, L., 1947. *An Introduction to Differential Geometry*, Princeton University Press.