웨이브렛과 인테그라-노말라이저를 이용한 메트릭

速報論文
50D-7-6

Metric Defined by Wavelets and Integra-Normalizer

金 聖 洙* · 朴 炳 燮**
(Sung-Soo Kim · Byoung-Seob Park)

Abstract - In general, the Least Square Error method is used for signal classification to measure distance in the l^2 metric or the L^2 metric space. A defect of the Least Square Error method is that it does not classify properly some waveforms, which is due to the property of the Least Square Error method: the global analysis. This paper proposes a new linear operator, the Integra-Normalizer, that removes the problem. The Integra-Normalizer possesses excellent property that measures the degree of relative similarity between signals by expanding the functional space with removing the restriction on the functional space inherited by the Least Square Error method. The Integra-Normalizer shows superiority to the Least Square Error method in measuring the relative similarity among one dimensional waveforms.

Key Words :Waveform Classification, Relative Similarity, LSE, Integra-Normalizer

1. 서 론

신호간의 거리를 측정하는 것은 대개가, 신호간의 다른 점을 오차의 형식으로 표출하여 계산하였다. 기존의 $L^2(R)$ 에서 정의되는 메트릭은 이러한 오차를 나타낸다, 하지만, 이 메트릭은 수학적으로 정의된 오차를 산출 할 뿐, 인간이 실제 함수의 형태를 인식하는 방법과는 근본적인 차이를 내재하고 있다. 이는 패턴인식이나 컴퓨터비젼, 또는 통신 신호처리 제어 등, 광범위에 걸쳐 연구되는, 수학적인 정의가 실제 상황에 적용될 때 응용부분에의 적용함에 있어 상충되는 문제 중의 하나이다 [1][2][3].

이러한 문제를 하나의 신호공간상에 존재하는 두 개의 신호의 다른 점을 측정하기 위해 신호간의 거리의 측정 방법이다. 임의의 관심의 대상이 되는 함수공간에서 임의의 두 개의 함수사이의 차이는 $L^2(R)$ 메트릭을 사용하면 손쉽게 얻을 수 있다. 하지만, 함수의 형태까지 고려한다면, 선택된 두 함수의 차이가 함수의 형태에 따라 유일하게 정해지는 것이 아니다. 이러한 단점을 보완하기 위하여 연구되어 진 것이 함수정의역 변형[1][2]를 이용한 함수공간에서의 메트릭이다.

함수 정의역 변형의 경우[3]은 정의역 변형에 있어 정의역의 정보가 치역에 손실 없이 사영되는 것이 아니다. 이러한 단점을 보완한 것이 수정된 정의역 변형에 의한 방법[1]이다. 이 경우는 [3]에서 나타나는 singleton의 존재를 제거하고 있다. [3]의 개념을 일반적인 개념으로 손쉽게 사용한 것이 인테그라-노말라이저[2] 이다.

본 논문에서는 인테그라-노말라이저와 웨이브렛의 멀타이레졸루션의 자세한 수학적 증명이나 유도는 하지 않았다. 일컫는 논문의 내용을 그대로 함수 공간에서의 함수들 사이의 거리(닮음정도 또는 다른 정도)를 측정하는데 적용하고 있다.

2. 본 론

2.1 인테그라-노말라이저

비교의 관심이 되는 함수들이 이루는 함수공간 상에서의 두 함수를 비교한다고 가정하자. 비교의 방법에 있어서, 이 함수들의 다른 정도를 측정하는 방법이 L^2 메트릭으로 정의될 경우에는 총체적인 오차를 측정하는 것으로 귀착된다 [4][7]. 이 방법은, 신호의 형태까지 고려하는 경우에는 인간이 신호를 인식하는 것과 차이를 보인다 [2]. 즉, 하나의 비교대상인 함수로부터, 동일한 오차 값을 산출하는 함수의 개수는 무한개가 된다. 이러한 불합리한 방법을 개선하는 방법 중에 하나로 인테그라-노말라이저가 제안되었다 [2].

다음에 열거한 세 함수 $f(n)$, $g(n)$, $h(n)$ 는 일부분을 제외하고는 비슷한 함수의 형태를 갖고 있다. 함수 f 와 h의 관계에서 산출되는 오차의 크기는 함수 g와 h의 관계

* 正 會 員 : 우석大 電氣工學科 助敎授 · 工博
** 正 會 員 : 우석大 컴퓨터敎育學科 專任講師 · 工博
接受日字 : 2000年 9月 4日
最終完了 : 2001年 6月 7日

에서 산출되는 오차와 같다, 이는 함수 f와 함수 g는 함수 h에서 같은 오차를 갖는 함수로 인식되어 구별할 수가 없게 된다.

$$f(n)=\begin{cases} 0.5\sin(s(0.001n))+3, & n=0,1,2,\cdots,999 \\ 0.0, & n=1000,\cdots,1499 \\ 1.0, & n=1500,\cdots,2499 \\ 0.001(n-2500)+ & \\ 0.4\sin(50[0.001(n-2500)]^3) & n=2500,\cdots,3499 \end{cases}$$

$$g(n)=\begin{cases} 3, & n=0,1,2,\cdots,999 \\ 0.0, & n=1000,\cdots,1499 \\ 1.0+0.5\sin(s[0.001*(n-1500)]), & n=1500,\cdots,2499 \\ 0.001(n-2500)+ & \\ 0.4\sin(50[0.001(n-2500)]^3) & n=2500,\cdots,3499 \end{cases}$$

$$h(n)=\begin{cases} 3, & n=0,1,2,\cdots,999 \\ 0.0, & n=1000,\cdots,1499 \\ 1.0, & n=1500,\cdots,2499 \\ 0.001(n-2500)+ & \\ 0.4\sin(50[0.001(n-2500)]^3) & n=2500,\cdots,3499 \end{cases}$$

이 결점은 인테그라-노말라이저를 이용하여 제거하였다. 그 결과는 표3에서와 같다. 이 결과는 $L^2(R)$ 메트릭(metric)을 웨이브렛(wavelet)의 멀타이레졸루션(multiresolution)의 특성을 사용하여, 각 주파수 대역에서의 함수거리를 구하는데 사용한 경우를 표 2와 3에 나타내었다.

2.2 웨이브렛의 멀타이레졸루션의 응용

신호를 비교함에 있어, 전체적으로 비교하는 방법과 국부적인 비교방법을 생각할 수가 있다. 전체적이라 함은 비교되는 신호의 전 영역을 비교하는 것으로, 시간함수인 경우, 시간에 대한 해석을 비교하는 경우가 있고, 주파수대역을 비교하는 경우는 퓨리에(Fourier) 변환을 통한 전체 주파수 성분의 양적 비교하는 방법이 있다.

퓨리에(Fourier) 변환의 경우는 주파수 대역에서의 특정 주파수에서의 신호의 에너지를 측정하여, 그 주파수에서의 에너지를 비교할 수 있다. 이는 주파수 성분의 존재만을 할 수 있고, 시간함수에서, 어느 부분에 이 특정 주파수 성분이 존재하는가 하는 정보를 제공하지 못한다. 이러한 단점을 극복하는 방법으로 웨이브렛(wavelet)의 방법이 널리 쓰이고 있다 [5][6].

특히 본 논문에서와 같이, 함수의 오차의 크기뿐만이 아니라, 함수의 형태를 고찰할 경우는 시간 함수의 오차의 비교로만은 함수의 형태의 비교가 어려워진다. 이러한 목적으로, 웨이브렛(wavelet)의 특성인 시간과 주파수 성분의 정보를 동시에 얻을 수 있는 점을 이용하였다. 함수의 형태를 멀타이테졸루션(multiresolution)의 개념으로 각 레블(level)에 따른 다른 주파수 성분이 검출된다.

3. 실험 결과

그림 1은 함수 f를 나타내고 있다. 그림 2는 5 레블(level)의 웨이브렛(wavelet) 변환을 한 경우의 5레블(level)의 대략적인(approximation) 시간함수이다. 이 함수의 형태에서 대략적인 함수의 형태를 그릴 수 있다. 그림 3은 레블 5의 세밀한 주파수 표현이다. 자세한 레블의 표기만으로는 전체적인 웨이브렛(wavelet) 변환되기 전의 대략적인 형태를 알 수는 없다. 이러한 정밀도를 표기하는 주파수 성분은 그림 4, 5, 6, 7의 연속적인 그림들에서 볼 수 있듯이, 레블 5로 웨이브렛(wavelet) 변환을 했다면, 가장 고주파 성분은 그림 7에 보인 바와 같이, 자세한 레블 1에 잘 나타나고 있다.

이 논문에서는, 위에서 정의한 함수, f, g, 그리고 h의 함수를 각 레블에 따라 비교하였다. 표 1에 나타낸 함수 f와 h의 L^2 메트릭(metric)의 거리를 표시하였다. 표 2는 g와 h사이의 각 레블에 따른 L^2 메트릭을 나타내었다.

표 1과 2에서 본 바와 같이, L^2 메트릭(metric)으로 측정한 신호간의 각 레블(level)마다의 거리는 비슷하다. 이러한 약점을 보완하기 위하여, 인테그라모날라이저를 사용하였다. 표 3은 함수 f,g에 정의된 변수 s가 2000인 경우, 각 레블에 나타나는 파형 들의 비슷한 정도를 인테그라노말라이저(Integra-Normalizer)를 사용하여 정의한 메트릭(metric)의 거리이다. 이에 나타난 바와 같이, 웨이브렛(wavelet)의 멀타이레졸루션(multiresolution)의 개념에 인테그라노말라이저(Integra-Normalizer)를 사용했을 때, 다음 두 가지의 장점을 가져온다. 첫째가 함수의 형태를 비교할 경우, 웨이브렛의 멀타이레졸루션(multiresolution)의 특성을 이용하여 여러 단계로 나누어지는 주파수대에서 어느 한 주파수대내에서의 시간함수의 차이를 측정할 수 있다. 둘째, 각개의 주파수대에서의 함수의 다른 점을 함수의 치역의 값의 차이뿐만이 아니라, 함수의 형태(모양)까지 비교 할 수 있어, 두 비교되는 함수의 다른 점을 형성하는 주 주파수대의 시간함수의 형태의 닮음 정도를 알 수 있다는 점이다.

그림 1 함수의 f 형태.

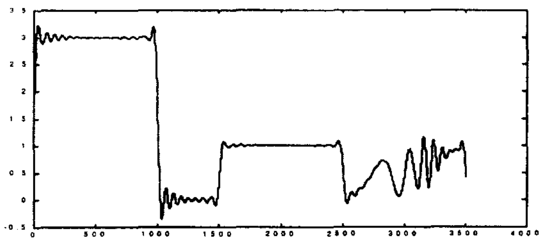

그림 2 레블(level) 5의 대략적인(approximation) 시간함수.

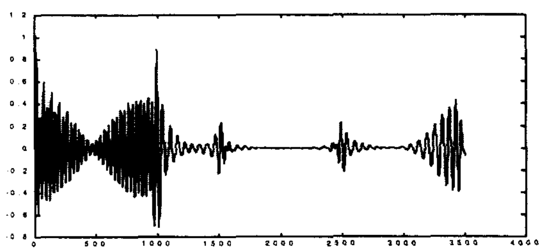

그림 3 함수 f의 상세한 레벨(level) 5 주파수 성분

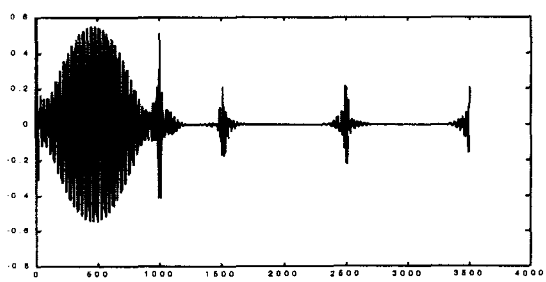

그림 4. 함수 f의 상세한 레블(level) 4의 함수형태.

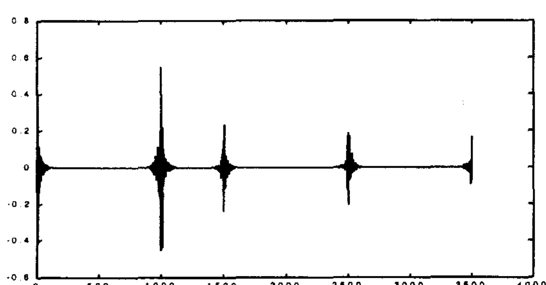

그림 5. 함수 f의 상세한 레블(level) 3의 함수형태

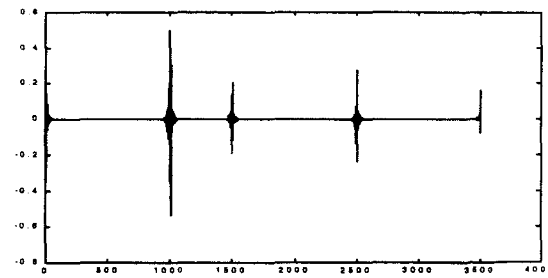

그림 6. 함수 f의 레벨(level) 2의 성분

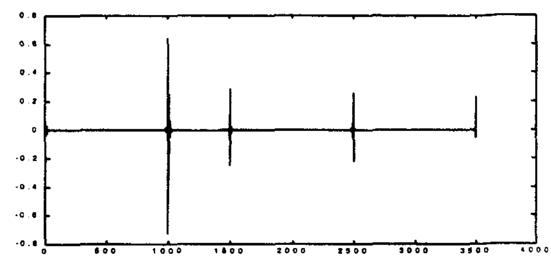

그림 7. 함수 f의 상세한 레블(level) 1의 함수 형태.

	a5	d5	d4	d3	d2	d1
s =2	0.2056	0.0095	0.0078	0.0046	0.0035	0.0032
s=20	0.1867	0.0098	0.0079	0.0047	0.0035	0.0032
s=40	0.1897	0.0099	0.0066	0.0037	0.0028	0.0026
s=100	0.1234	0.1390	0.0063	0.0028	0.0018	0.0017
s=200	0.0080	0.1238	0.1408	0.0055	0.0033	0.0030
s=400	0.0033	0.0033	0.1240	0.1413	0.0049	0.0035
s = 1000	0.0011	0.0089	0.0017	0.0050	0.1887	0.0051
s = 2000	0.0009	0.0099	0.0012	0.0021	0.0053	0.1889

표 1. 웨이브렛의 멀타이레졸류션의 특성을 이용하여 함수 f 와 h의 각 레블에서의 L^2 메트릭을 이용하여 함수간의 거리를 측정한 경우이다. 함수 f 와 g에 sine파로 더해지는 파형은 변수 s에 따라 주파수 성분을 택할 수 있다. d5, d4, d3, d2 d1은 상세한(detailed) level의 웨이브렛 변환된 함수를 일컫는다.

	a5	d5	d4	d3	d2	d1
s =2	0.2056	0.0102	0.0071	0.0049	0.0040	0.0029
s=20	0.1866	0.0106	0.0079	0.0049	0.0041	0.0030
s=40	0.1897	0.0106	0.0069	0.0040	0.0033	0.0024
s=100	0.1452	0.1213	0.0069	0.0031	0.0021	0.0015
s=200	0.0099	0.1181	0.1472	0.0063	0.0039	0.0027
s=400	0.0042	0.0045	0.1107	0.1527	0.0053	0.0033
s=1000	0.0014	0.0013	0.0024	0.0060	0.1888	0.0051
s=2000	0.0010	0.0009	0.0015	0.0024	0.0044	0.1889

표 2. 웨이브렛의 멀타이레졸류션의 특성을 이용하여 함수 g와 h의 각 레블에서의 L^2 메트릭을 이용하여 함수간의 거리를 측정한 경우이다. 함수 f 와 g에 sine 파로 더해지는 파형은 변수 s에 따라 주파수 성분을 택할 수 있다. d5, d4, d3, d2 d1은 상세한(detailed) level의 웨이브렛 변환된 함수를 일컫는다.

	a5	d5	d4	d3	d2	d1
s =2000	1.4365 e-008	8.4040 e-006	0.0029	0.0275	2.1933 e-005	3.8915 e-006
s=2000	3.2730 e-010	1.4112 e-006	1.8688 e-006	2.6630 e-005	2.1348 e-004	0.0137

표 3. 웨이브렛의 멀타이레졸류션의 특성을 이용하여 함수 g와 h, f와 h의 한 레블에서의 인테그라-노말라이저에서 정의한 메트릭을 이용하여 함수간의 거리를 측정한경우

4. 결 론

이 논문에서, 웨이브렛(wavelet)의 멀타이레졸루션 (multiresolution)특성을 이용하여, 여러 층으로의 주파수 대역을 나누었을 때, 어느 주파수 영역에 비교되는 함수의 다른 점을 형성하는 시간함수의 형태를 알 수 있었다. 비교하는 방법으로의 메트릭(metric)은 L^2의 약점을 보완한 인테그라-노말라이저를 사용하였다.

연구 결과에서 보인 바와 같이, 어느 함수 공간에서의 함수들의 비교하는 방법으로, 웨이브렛을 이용하여, 함수사이의 거리을 형성하는 파형의 형태와 각 주파수 층에서의 시간 함수의 형태의 다른 점을 알 수 있다.

이 결과는, 패턴인식분야의 실제적인 형태의 비교에 있어, 수학적인 측정방법이 실제의 측정방법의 응용에 타당성을 상실하는 경우를 연구하는 한 분야에 속하며, 이와 관련된 여러가지 결정인자(decision maker)로서의 의미를 지닌다.

이 논문에서 다룬 내용의 핵심은 수학적인 모델이 실제의 적용에 맞지 않는 경우이다. 이 분야는 많은 연구가들의 관심의 대상이 되고 있으며, 앞으로도 대단히 많은 연구가 필요한 분야이다.

감사의 글

본 논문은 우석대학교 교내학술연구비 지원에 의하여 연구됨.

참 고 문 헌

[1] S. S. Kim, Takis Kasparis, "Modified Domain Deformation Theory for 1-D Signal Classification", IEEE Signal Processing Letters, May, 1998.

[2] S. S. Kim, Integra-Normalizer: A Method for Waveform Recofnition, KEEE, pp. 2034-2036, Vol. 47, November, 1998.

[3] Mohamad A. Akra and Sanjoy K. Mitter, "Waveform Recognition in the Presence of Domain and Amplitude Noise", IEEE Trans. Information Theory, Vol. 43, No. 1, January 1997.

[4] H. L. Royden, Real Analysis, Maxwell Macmillan, 1988.

[5] Ingrid Daubechies, Ten Lectures on the wavelets, SIAM, 1992.

[6] David L. Donoho, Martin Vetterli, R. A. DeVore, and Ingrid Daubechies, "Data Compression and Harmonic Analysis", IEEE Trans. Information Theory, Vol. 44, No. 6, Oct. 1998.

[7] Erwin Kreyszig, Introduction to Functional Analysis with Application, John Wiley, 1978.