韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 12집, 2001. 8. 141-153.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 12, Aug. 2001. 141-153.

인지갈등을 통한 수학과 학습모형(II)[1]

최 은 주 (조치원여자고등학교)

지금의 수학교육현장은 결과적인 완성된 지식을 교사 주도하에 연역적으로 지도하는 것에 대해 문제가 있는 것으로 지적되어 그에 대한 대안으로 본 논문은 인지갈등을 통한 수학과 학습 모형을 이용한 교수-학습 방법을 제시하고자 한다.
인지 갈등을 유발하여 학습동기를 부여한 후 학생과 교사가 함께 그 갈등을 풀어 나감으로서 동기유발과 수학적 능력을 길러 줄 수 있을 것이다. 특히, 보편화된 컴퓨터 환경은 이러한 수업을 더욱 용이하게 함에 주목하고 또 문제 설정 등 다양한 기법을 통한 수업 모형을 효과적으로 활용할 수 있으며 주제에 따라서는 수학사적 내용을 첨가하여 흥미 있는 수업을 할 수 있다. 이러한 수업방법은 학생들의 흥미와 참여를 유도하게 되어 효과적일 것이다.

Ⅰ. 서 론

정보화, 세계화 시대를 살아갈 학생들에게 사회는 지필 시험에서의 고득점보다는 수학을 사용한 정보를 이해하는 능력, 얻어진 정보가 타당한지 판단하는 능력, 수학을 사용한 정보를 다른 사람과 직접 또는 간접으로 교환하는 능력, 실생활이나 다른 교과 영역에서 수학적 지식을 이용하여 문제를 구성하고 해결하는 문제 해결력 등을 포함하는 총체적인 수학적 능력이 요구되고 있다. NCTM(1989)은 탐구하고 예측하며 논리적으로 추론하는 능력, 수학에 관한 또는 수학을 통한 정보교환 능력, 수학 내 에서 도는 수학과 다른 학문적 영역사이의 아이디어를 연결하는 능력, 문제해결이나 어떤 결정을 내릴 때에 수량과 공간에 관한 정보를 찾고 평가하고 사용하려는 성향과 자신감을 포함하는 개인의 총체적인 수학적 능력을 '수학적 힘'이라고 하였다. 이러한 수학적 능력을 길러주기 위해 학교의 교육과정에서는 수학의 기본 지식, 추론 능력, 문제 해결력, 수학적 아이디어의 표현 및 교환 능력, 그리고 사고의 유연함, 인내, 흥미, 지적 호기심, 창의력을 길러주는 다양한 교수·학습방법을 필요로 한다.

수학적 능력을 구현하기 위한 실천적인 항목으로 개인의 학습 능력 수준과 진로의 고려, 수학적 기본 지식의 습득, 학습자의 활동중시, 수학적 흥미와 자신감의 고양, 계산기, 컴퓨터 및 구체적 조작물의 적극적 활용, 다양한 교수 ·학습방법과 평가의 활용을 선정하였으며, 이에 대한 구체적인 사항

1) 이 논문은 2000년 교육부 학술 연구조성비에 의하여 연구되었음.

은 다음과 같다. (강옥기외 6인, 1997)

첫째. 개인의 능력 수준과 진로를 고려한 수학교육

둘째, 수학의 기본지식을 가지게 하는 수학교육

세째, 학습자의 활동을 중시하는 수학교육

네째, 수학 학습에 흥미와 자신감을 가지게 하는 수학교육

다섯째, 계산기, 컴퓨터 및 구체적 조작물을 학습도구로 활용하는 수학교육에서 계산기와 컴퓨터는 수학적 개념의 이해, 수학적 사고력 문제, 문제 해결력, 창의적 사고력을 기르는데 도움이 될 수 있다. 그러나 교육적 효과를 극대화하기 위해서는 적절한 시기에 수학의 기초 기능을 저해하지 않는 범위에서 조심스럽게 도입하여야 한다.

여섯째 다양한 교수·학습 방법과 평가방법을 활용하는 수학교육

이와 같이 7차 교육과정 목표아래 수학수업의 기본 방향은 지적인 문제 해결력 위주에서 벗어나 창의성을 길러주고 흥미와 태도, 성향을 계발하는 창의적인 환경을 만드는 데에 촛점을 맞추어야 할 것이다.

수학과에서 수업 전략을 탐색한다는 것은 합리성이라는 지적 덕목에 초점이 맞추어지고 논리, 문제 해결, 창의력, 그리고 비판적 사고력 등에 대한 수업전략의 모색으로 귀착됨을 알 수 있다. 하나는 주제 중심적인 방법, 즉 다른 하나는 교수·학습의 방법론적 접근 방법이다.

본 연구는 구성주의적 교수 ·학습의 몇가지 유형중 언더힐(Underhill)의 갈등수업모형을 제시하고자 한다. 언더힐의 갈등 수업모델은 상호 이해를 증진하기 위해 의사 소통을 중시하는 수업모델이다. 의사소통의 증진은 상호작용 활동의 결과로 획득할 수 있는 학습 목표이다. 따라서, 원활한 의사소통을 위해서는 성공적인 상호작용이 전제되어야 한다. 성공적인 상호작용이 있기 위해서는 학생들의 인지적 활동이 활발해야 한다. 성공적인 상호작용은 학생들의 인지적 활동에 의해 보장될 수 있기 때문이다. 언더힐은 이 인지적 활동을 촉진하기 위하여 의도적으로 인지적 갈등을 야기할 것을 제안하였다. 이 의도적인 인지적 갈등을 일으키기 위한 수업 방법이 바로 그 자신이 제안한 수업방법이다. 여기서 '갈등'은 베텐코트(Bettencourt)에 따르면 "인지적인 의미에서 일반적으로 우리의 기대에 맞지 않고, 따라서 우리가 의도하고자 하는 결과를 얻지 못하게 하는 경험의 요소이다." 이러한 갈등이 바로 인지적 구조를 보존, 포기 또는 수정하도록 하는 요인이다. 베텐코튼는 갈등의 근원으로서 다음과 같은 네가지를 제시하고 있다. (Bettencourt, 1989, 박영배 (1999에서 재인용)

① 선견(先見)요소, 즉 우리에게 이미 구성되어 있는 요소

② 다른 인지적 유기체

③ 우리의 경험 영역

④ 주어진 시간에 우리의 지식을 형성하는 인지적 구조에서의 전체적 망상(網狀)조직

이러한 갈등 요인을 교수·학습의 출발요소로 도입한 갈등 수업방법에서는 학생들을 토론에 참여시키고, 또 자신의 오류를 반성하게 한다. 그렇게 함으로써 수정된 새로운 개념과 방법이 필요함을

학생으로 하여금 의식하게 한다. 이러한 입장에서 볼 때 갈등 수업 방법에는 이른바 "파괴적'인 단계가 있게 된다. 이 단계에서는 새로운 개념과 방법이 도입되기 이전의 아이디어들이 불충분하고 부적절한 것으로 보이게 된다. 언더힐은 이러한 인지적 갈등의 장면을 교사의 입장에서는 의도적으로, 학생의 입장에서는 유의미하며 이해할 수 있도록 대면하게 해주는 모델을 다음과 같이 소개하고 있다.

① 직관의 단계: 오개념을 드러내는 과제를 수행하는 단계

② 갈등의 단계 : 1단계와 같은 과제를 수행한되 교사가 쉽게 이해할 수 있는 방법으로 제공

③ 해결의 단계: 1단계와 2단계의 상이점을 논의하는 단계

④ 강화의 단계 : 2단계 방법의 연습

위의 모델에서는 인지적 갈등을 유발시키는 데 유용한 두 가지 활동을 소개하고 있다. 첫째로는 학생들이 문제를 만들어 보게 하는 것이고, 둘째로는 학생들이 가상적인 과제를 적어보게 하는 것이다. 언더힐은 이러한 갈등 수업방법의 실행결과를 분석한 결과 학생들로 하여금 반성하게 하고 재발명하게 하는 경험을 하게 함으로써 올바른 개념으로 형성되도록 이끌 수 있다고 하였다.

본 연구는 언더힐의 이러한 인지갈등을 통한 수학교육의 방향 모색의 하나로 구체적으로 개발된 자료를 통해 인지갈등 수업 모형을 제시한다. 특히 보편화된 컴퓨터 환경은 인지갈등유발에 더욱 용이하게 함을 주목하고 학생들의 호기심을 자극하며 학습효과를 높이는 수업방법으로서 더욱 효과적일 것으로 생각한다.

인지갈등을 유발하여 학습 동기를 부여한 후 학습을 통하여 그 갈등을 해소하는 수업은, 실험을 자주 하는 과학과 에서는 자주 행해진다. 본 연구에서는 그 수업 모형을 수학과에 시도하고자 한가지 모형을 제시한다. 특히, 보편화된 컴퓨터 환경은 이러한 수업을 더욱 용이하게 함에 주목하고 교육의 경우에는 이러한 수업방법은 더욱 용이하고 효과적일 것으로 생각한다.

본 연구는 신현용, 최은주의 후속 연구이며 자료 제시만이 아니라 실제 수업모형 즉 인지갈등 통한 수학과 학습 모형을 교사와 학생의 대화로서 실제로 제시하고자 한다.

II.인지갈등을 통한 수업모형

1. 몬티홀 딜레마

1) 해당학년 : 고 2학년

2) 내용 : 수 I - 확률의 정의

3) 적용방법 : 몬티홀 문제를 게임 형식으로 수업에 가져와서 컴퓨터를 통하여 시뮬레이션하고 경우의 수를 통하여 확률의 성질과 속성을 알아본다.

교 사 : 지난 시간에 확률의 정의에 대하여 공부했죠. 이번 시간에는 조건이 주어졌을 때 확률이 어떻게 바뀌어지는가 대하여 공부할까요? 우리가 사용하고 있는 '확률'이라는 용어를 자주 쓰는데 확률하면 생각나는 게 무엇이 있을까요?

학생 A : 내일 비가 올 확률은 40% 요.

학생 B : 제가 수학 시험 100점 맞을 확률 0% 요.

(학생들 모두 일제히 웃는다.)

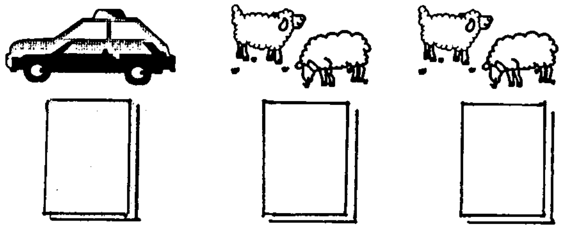
교 사 : 그래요. 여러분들이 이미 실생활에서 접하고 있고 알고 있는 확률이 많이 있죠. 그런데 확률은 그 의미가 애매하기 때문에 가르치고 배우기에 어렵다고 생각하는 경우가 많아요.

학생 C : 선생님 , 맞아요. 확률문제는 답을 풀어도 정답인지 확인할 수 없어서 싫어요.

학생 A : 저는 확률이 재미있는데...

학생들 : 야 , 잘난척하기는 ....

교 사 : 자 , 그럼 확률 문제에서 수학자들도 잘 이해하지 못한 그 유명한 몬티홀의 문제를 다함께 생각 해보기로 해요. 그림을 주목하세요.



문1 문2 문3

교 사 : 너희에게 세 개의 문중 하나를 고르는 선택권이 주어져 있어. 한 쪽 문 뒤에는 경품인 승용차가 한 대 숨겨져 있고 다른 두 개의 문 뒤에는 말라비틀어진 염소가 각각 한 마리씩 들어 있다. 만약 승용차가 있는 문을 연다면 그 차량은 너희 것이 된다.

학생 : 정말 차 주시는 거예요. 우리 엄마가 좋아서 기절하실 텐데.

교사 : 이것 맞추는 사람은 내가 아이스크림 사 준다.

학생 들 : 진짜예요. 와. 내가 풀 수 있을 것 같아요.

교사 : 자 본론으로 들어가자. 너희가 가령 문1을 선택했다. 어느 문에 차량이 숨겨져 있는지 아는 내가 염소가 들어 있는 문 하나를 너희에게 열어 보인다고 하자. 그런 다음 내가 너희에게 묻는다.

너희는 문 1을 그대로 고수하겠는가? 아니면 다른 문으로 옮겨가겠는가?

너희들은 어떻게 하겠니? 어떤 경우가 확률이 많을까를 생각해보자.

학생 A : 무슨 말인지 잘 이해가 안 되는데요. 다시 설명해 주세요.

교 사 : 만약 문 91에 자동차가 숨겨져 있고 너가 문 1를 선택했을 때 이미 알고 있는 내가 문 3을 열어 주었을때 너는 문1를 그대로 선택하느냐 ? 아니면 다른 문으로 옮기겠는가?

(상황을 설명하기 위해 교실 문 뒤에 과자나 아이스크림을 놓고 설명한다.)

학생 B : 저는 처음 선택한 그대로 있을 거예요. 시험 칠 때도 처음 찍은 것이 맞았는데 고쳐서 틀

렸으니까요.

학생 C : 아냐. 난 바꿀래.

학생들은 자기의 의견이 옳다고 주장한다. 각 조별로 얼마간의 시간을 주어 학생들 나름대로 그림을 그려 문제를 이해하기 시작했다.

교사 : 이 문제는 수학자 폴 에어디쉬의 삶을 그린「우리수학자 모두는 약간 미친겁니다.」에서 처음 봤어요. 그리고 알고나니 유명한 몬티홀의 문제였어요.

학생 D : 수학자 모두가 미쳤다구요.

(학생들은 모두 다 웃고 "수학하면 다 미친대" 하면서 농담을 하였다.)

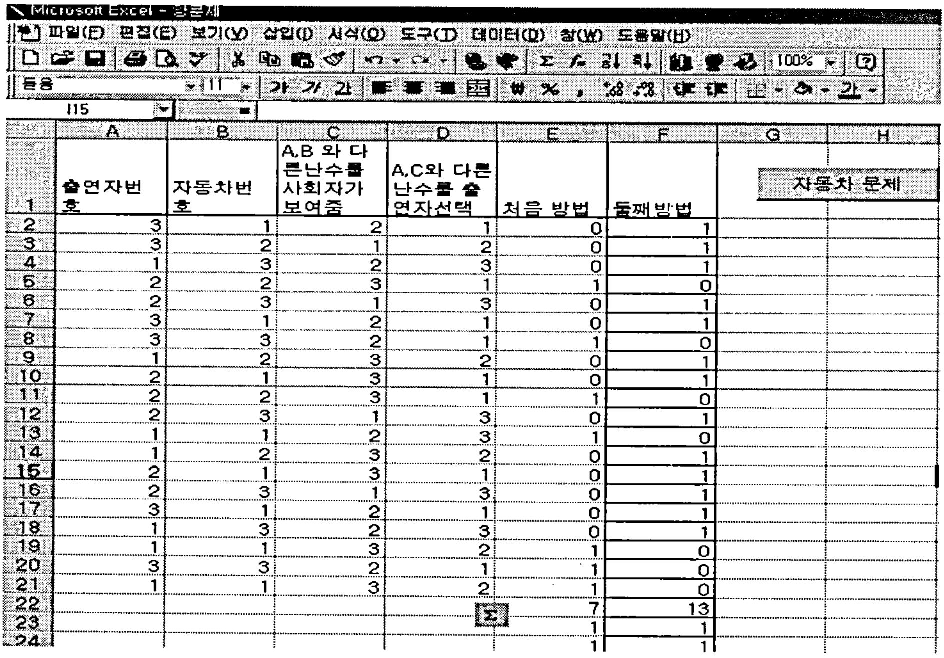
교사 : 위 양 문제는 1990년 9월 9일자 칼럼에 소개한 것인데 이 문제를 수학자들도 이해하지 못했으며 기네스북에 오른 IQ가 200인 보스사반트라는 여자가 정답을 내놓았어요.

학생 A : IQ가 200요. 굉장히 똑똑하네요.

교사 : 여러분도 똑똑해요. 그렇죠? (학생들 일제히 "예"하며 웃으며 대답한다.) 그런데 너희들 중에 이 문제 풀 수 있을 것 같은데 ... 그럼 세계적인 인물이 되어버리면 어떡하지. 미리 사인받아야겠는걸 .

(학생들 싱긋이 웃는다.)

교사 : 문 1을 고수하는 경우의 수와 문을 이동하는 경우의 수가 많은지 우리 컴퓨터 엑셀 프로그램에 적용해서 실행시켜 볼까요. 처음에는 22번정도 해 보고, 다음번에는 횟수를 더 많이 해볼까? 그럼 200번 정도 해볼까?



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	출연자번호	자동차번호	A,B 와 다른난수를 사회자가 보여줌	A,C와 다른 난수를 출연자선택	처음 방법	둘째방법	자동차 문제	
2	3	1	2	1	0	1		
3	3	2	1	2	0	1		
4	1	3	2	3	0	1		
5	2	2	3	1	1	0		
6	2	3	1	3	0	1		
7	3	1	2	1	0	1		
8	3	3	2	1	1	0		
9	1	2	3	2	0	1		
10	2	1	3	1	0	1		
11	2	2	3	1	1	0		
12	2	3	1	3	0	1		
13	1	1	2	3	1	0		
14	1	2	3	2	0	1		
15	2	1	3	1	0	1		
16	2	3	1	3	0	1		
17	3	1	2	1	0	1		
18	1	3	2	3	0	1		
19	1	1	3	2	1	0		
20	3	3	2	1	1	0		
21	1	1	3	2	1	0		
22				Σ	7	13		
23					1	1		
24					1	1		

189	3	3	2	1	1	0
190	2	3	1	3	0	1
191	2	1	3	1	0	1
192	2	3	1	3	0	1
193	2	1	3	1	0	1
194	3	1	2	1	0	1
195	1	2	3	2	0	1
196	1	3	2	3	0	1
197	1	2	3	2	0	1
198	1	2	3	2	0	1
199	1	2	3	2	0	1
200	3	2	1	2	63	114

교사 : 이렇게 컴퓨터를 통하여 시뮬레이션 할 수 있어요.이것을 첫 번째 방법 즉 문을 고수한 사람보다 두 번째 방법인 문을 이동하는 것이 경우의 수가 더 많이 나왔죠.

학생C : 와 . 제가 바꾸는 게 확률이 크다고 말했잖아요.

교사 : 여러분들도 어떤 경우가 더 올바른 선택인가를 생각해보고 자기 나름대로 표와 그림을 그려서 생각하고 설명할 수 있을까?

(각 조별로 토의하고 발표한다.) 중간 생략

교사 : 잘 했어요. 그럼 이제는 6개의 결과를 도표를 만들어 제시해보기로 하죠.

문 1	문 2	문 3	결과(문 1고수)
차	염소	염소	승리
염소	차	염소	패배
염소	염소	차	패배

문 1	문 2	문 3	결과(문 1이동)
차	염소	염소	패배
염소	차	염소	승리
염소	염소	차	승리

간단하게 표를 만들어 봤어요. 자, 이렇게 확률이란 애매 모호함이 있죠. 집에 가서 부모님께 게임해봐요. 그리고 이 문제 다시 생각해봐요. 아마 선생님 생각에는 너희 중 어떤 사람은 머리 속에 계속 남아있을 것 같네요. 그렇게 되면 너희들은 인터넷에 뜬다.

(학생들 일제히 웃는다.)

확률 개념은 주관적인 신념을 적절하게 조정하여 객관적인 지식의 형태로 정돈되어 왔으며 이러한 이론화의 과정에서 관찰된 증거를 어떻게 해석하고 이론화 할 것인가의 문제가 계속해서 논의의

핵심을 이루어왔다. 현재 학교에서는 빈도적 관점을 도입하고는 있으나 상대도수의 극한을 확률값으로 택한다는 정도로만 다루기 때문에 학생들이 실제로 경험적 확률의 의미를 이해하기 위해서는 컴퓨터를 통한 시뮬레이션이 필요하다.

2. 아벨과 카인의 문제

1) 해당학년 : 고 2학년

2) 내용 : 수 I - 확률의 정의

3) 적용방법 : ① 아벨과 카인의 문제를 소개하고 각 조별로 토의하며 자기의 의견을 낸다.
② 컴퓨터를 통하여 시뮬레이션한다.
③ 도표를 통하여 설명한다.

교사 : 이번 시간에는 동전을 가지고 확률계산을 해보기로 할까요?

학생 A : 우리 실험해요.

교사 : 그럼 동전을 4번 던졌을 때 앞면이 4번 나올 확률을 구하면 얼마죠.

학생 :1/16

교사 : 그럼 앞면을 H, 뒷면을 T라 할 때 TTHH가 나올 확률은 얼마일까요.?

학생 B : (조금 머뭇거리더니) 선생님 똑같이 1/16이잖아요.

교사 : 그래요. 저번 시간에 수형도 그려보았죠. 이번 시간에는 이것을 동전을 연속적으로 던지는 거예요. 문제를 낼께요. 옛날에 아벨과 카인이라는 사람이 있었는데 둘은 내기를 했어요. 아벨이 카인에게 말하기를, 동전을 연속적으로 던질 때 동전의 양면 가운데 한면은 1로 다른 한면은 0으로 표시하자. 1111이 나오면 카인이 이기고, 0011이 나오면 아벨이 이기는 것으로 했을 때 어떤 경우가 많이 나올 확률일까? 내가 아벨이고 너희들이 카인이라면 우리 이기는 사람이 아이스크림내기로 할까?

경언 : 잠깐만요. 선생님이 카인하세요. 0011이 많이 나올 것 같아요.

교사 : 왜 그런 생각을 했니?

경언 : 섞여 있는 것이 확률이 더 많을 것 같아요.

교사 : 그래. 너희들도 내가 카인하기를 바라니?

미혜 : 잘 모르겠어요.

교사 : 너희들 생각이 반반인데 ... 그래 내가 카인하고 너희들이 아벨이다.

교사 : 자 , 그럼 우리 동전 던져서 해볼까?

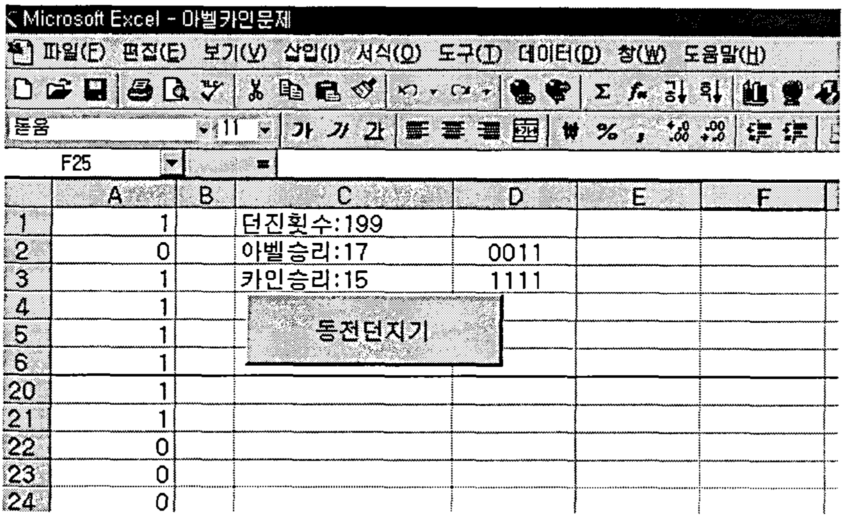
(각 조별로 실험을 해보면서 토론해본다.)

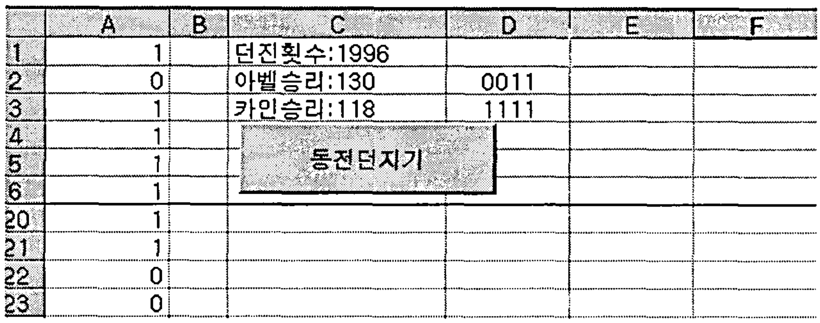
(시간을 주어 학생들이 동전을 던지고 그 결과를 기록한다.)

학생들 : 굉장히 힘이 드네요.

학생 A: 아벨이 유리할 것 같아요.

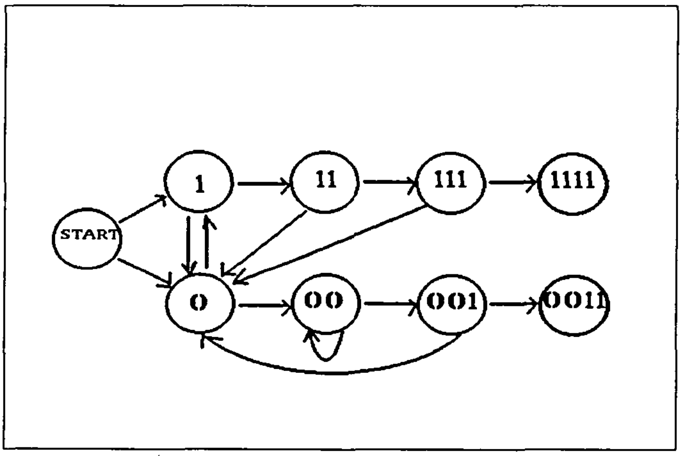
교사 : 그래, 우리 199번 정도 해볼까? 또 1996번 할 까 ? 그렇게 하려면 컴퓨터에 모의 실험해볼까?
학생 : 예





교사 : 왜 이런 결과가 나올까? 너희가 추측을 해서 그리고 동전을 던지고 그 결과를 기록했었죠. 이제 이 결과를 보다 많은 회수의 실험에 의하여 확인하려면 문제상황을 다음과 같은 알고리즘화 할 수 있어요.

(1) 동전을 4번 던진다. (2) 마지막 4번의 결과를 x로 기록한다. (3) x가 1111이면 카인이 이긴다. (4) x가 0011이면 아벨이 이긴다. (5) 이러한 수열 이외의 것이 나오면 동전을 다시 던지고, (2)로 간다.



<그림 IV-1> 확률값의 비교

예를 들어, (11) 다음에는 (111)과 (110)의 가능성이 각각 같아요. 이 다이어그램을 참고하여 아벨이 카인보다 유리한 입장에 있다는 것이 이해가 되나요? 조금 힘들죠.
교사 : 오늘 문제는 어려울 수 있어요. 하지만 이론적인 확률보다는 이렇게 경험하면서 하는 것도 재미있을 거라 생각되네요. 여러분 수고했어요. 아이스크림 잘 먹고 .
학생들 : 고맙습니다.

이와같이 알고리즘을 확인하고 시뮬레이션한 후에 그 결과를 다이어그램으로 설명할 수 있게 되면, 확률 개념의 역동적인 특성을 보다 잘 알 수 있을 것이고, 잘못된 신념을 조정하여 올바른 확률 직관을 가질 수 있을 것이다. 시뮬레이션 방법이 확률 교육에 보다 효과적인 이유는 학생들로 하여금 구체적인 형태로 표현된 확률적 정보를 다룰 수 있게 하기 때문이다. 알고리즘을 확인하고 시뮬레이션함으로써 확률적 상황은 구체화되고 많은 자료를 얻을 수 있게 되는데, 구슬 주머니나 회전판과 같이 상징적으로 표현된 대상에 비하여 보다 활동적으로 상황을 다루고 해결하도록 한다. 사실상, 시뮬레이션은 수학적인 모델 곧 수학적인 표현과 확률적 상황간의 중재 역할을 할 수 있다는 점이 가장 큰 장점일 것이다. 활동적으로 자료를 다루고 문제를 해결하는 동안 수학적인 표현에 대해서도 확률적인 상황에 대해서도 생각하게 될 것이며, 이를 통하여 고정된 양으로서의 이론적 확률과 변화하는 양으로서의 경험적 확률을 의미롭게 관련지을 수 있게 될 것이다.

다음 예들도 앞의 방법으로 수업할 수 있다. 그러나 여기서는 간단하게 소개만 하기로 한다

3. 까마귀 역설
1) 해당학년 : 고 1학년

2) 학습내용 : 공통수학 , 단원 : 명제의 역, 이, 대우

3) 가령 한 생물학자(A)가 명제 「 모든 까마귀(raven)는 까맣다」라는 주장을 B 에게 확신시키고자 한다. A는 B를 데리고 다니면서 까마귀 1마리에서부터 2마리 ,…, 10마리, …, 더 나아가 1000마리를 보여줌으로 모든 까마귀는 까맣다는 것을 확인시킨다. 그러면 B는 그 명제에 대하여 상당한 신뢰를 가지게 될 것이다.

이제 생물학자 (A)는 이와 같은 방법이 번거로우므로 이 명제의 대우를 사용해서 「 까맣지 않으면 까마귀가 아니다.」를 사용하여 본 명제를 B에게 확신시키고자 한다. 앞에서와 같은 효과를 기대할 수 있을까? 까맣지 않은 물건들을 하나, 둘, 셋 또는 100개… 10,000개를 보여주면서 까마귀가 아닌 것을 확인했을 때 B는 과연 본 명제에 대하여 신뢰를 가질 수 있을까?

조건문의 진리표는 다른 진리표에 비해 학생들의 인지갈등을 겪은 소지가 있다.
위의 예는 명제의 그러한 면을 보여주는 좋은 예가 된다.
따라서 이를 소개하므로 학생들이 함의 명제에 대한 확실한 이해에 도움을 줄 것이다.

4. 봉투문제

1) 해당학년 : 고 2학년

2) 내용 : 수 I - 기대값과 확률

3) 문제 설정: 게임 쇼에서 사회자가 돈이 든 봉투 2개를 가지고 있다. 한 봉투에는 다른봉투의 2배의 돈이 들어있다. 사회자가 출연자에게 먼저 봉투 하나를 택하라고 했다. 사회자는 다시 A에게 다른 봉투를 택할지, 그냥 처음 봉투를 택할지 결정하라고 했다. 열어본 봉투에는 100만원이 들어있었다. 다른 봉투에는 200만원, 아니면 50만원 일 것이다. 각각의 확률은 1/2이므로 다른 봉투를 택했을 경우 기대값은 1/2×200만원 + 1/2×50만원= 125만원이 되어 다른 봉투를 택하는 것이 좋은 선택같아 보인다. 과연 그럴까? 너희가 출연자라면 어떻게 하겠니?

앞에서와 마찬가지 방법대로 문제를 제시하여 인지갈등을 유발하여 학습동기를 부여한 후 학생과 교사가 함께 그 갈등을 풀어나감으로서 동기유발과 수학적 능력을 길러줄 수 있을 것이다. 보편화된 컴퓨터를 통하여 시뮬레이션함으로써 딱딱하고 지루한 수학 수업을 재미있고 즐겁게 수업할 수 있으며 학생들의 흥미와 참여를 유도하게 되는 효과를 얻을 것이다.

이 예를 통하여 학생들로 하여금 확률의 속성을 이해하게 할 수 있다. 확률의 개념은 그 내재적인 난해함으로 인하여 순수한 이론적인 접근이 용이하지 않다. 사실, Chaitin(1975)은 다음과 같이 괴델의 불완전성 정리와 유사한 현상에 주목하여 임의성 (randomness)의 개념은 수학기초론적인 문제를 야기함을 보인다.

Although randomness can be precisely defined and can even be measured , a given number cannot be proved to be random. This enigma establishes a limit to what is possible in mathematics.

Ⅲ. 결 론

본 논문은 인지갈등 통한 수학과 학습 모형을 제시함으로서 학생들의 호기심을 자극하여 새로운 규칙을 발견함으로써 수학교육 방향을 제시하고자 한다.

첫째 확률 개념의 관한 교육적 연구는 확률 개념의 바람직한 교수학적 변환은 주로 실세계를 어떻게 모델화 하는가에 좌우되기 때문에 이에 관한 연구가 이루어져야 한다. 물론 교사가 충분히 배경을 살려내고 지식에 관한 개인적 특성을 부각시켜 줄 수는 있지만, 인위적이고 제한된 모델로는 한계가 있을 것이다. 보다 의미있고 학생들의 경험과 사고를 반영한 모델로는 한계가 있을 것이다. 이에 확률개념지도에 컴퓨터를 이용하는 방안에 관하여 연구할 필요가 있다. 컴퓨터를 이용하면 기존의 문제를 어떻게 해결할 수 있는지, 컴퓨터환경에서 새로이 제기되는 문제는 어떤 것인지를 연구해야 한다.

한편 정의적 목표를 의식하고 가르치는 교사와 그렇지 않은 교사와는 분명한 차이가 있다. 정의적 영역의 수학교육 목표에 대한 중요성을 인식하고 새로운 교수방법을 동원할 때, '수학은 어렵다', '딱딱하다', '재미없다' 등의 부정적 생각을 갖고 있는 학생들로 하여금 지식전달의 수준에서 그치는 것이 아니라 수학에 대한 긍정적인 태도나 흥미와 관심을 줄 수 있는 패러다임의 전환이 필요하다. 다시 말해서 수학에 대한 좋은 느낌을 갖게 하는 것 자체가 교육의 목표가 될 수 있어야 한다. 좋은 느낌은 수학교사에 대한 학생들의 호감도 포함될 수 있다.

이러한 정의적 수학교육의 목표를 달성하기 위해 수학교사는 학생들이 호감을 갖을 수 있는 이미지를 심어줄 수 있도록 노력해야겠으며, 학습소재의 부단한 발굴과 공유를 통해 수업준비의 효율을 높이는 것도 잊어서는 안 될 것이다.

특히 본 논문을 통해서 알 수 있는 것들 중의 하나는 수학교육이 단지 수학 올림피아를 앞두고 그것을 준비하는 형태의 교육이 아니라 좀더 많은 학생들에게 수학에 대한 흥미를 고취하고 학생들의 수학적 재능에 맞게 수학공부를 할 수 있고 우리 나라의 미래를 생각하는 교육의 일부분으로서 노벨상을 탈 수 있는 수학자를 배출하는 교육의 장으로서 볼 수 있다는 것이다.

참 고 문 헌

권재술 (1992). 과학 개념 학습을 위한 수업 절차와 전략, 한국과학교육학회지 12.
구광조 · 오병승 · 전평국 (1995). 수학학습심리학, 서울: 교우사.
구영래 (1997). π의 계산과 컴퓨터 시각화, 부산대학교 석사 학위 논문.

김용운 · 김용구 (1994). 수학사대전, 도서출판사 우성.

김범기 · 권재술. 과학 개념과 인지적 갈등의 유형이 학생들의 개념 변화에 미치는 영향, 한국과학교육학회지 15.

박영배 (1996). 수학교수 · 학습의 구성주의적 전개에 관한 연구, 서울대학교 박사학위논문.

신웅교 (1996). 대수문제 해결을 위한 스프레드 쉬트의 활용에 대한 연구. 강원대학교 교육대학원 논문.

신현용 · 신인선 · 강완 · 한인기 (2000). 창의성 신장을 위한 수학영재 교육개선 방안에 관한 연구.

신현용 역, 폴호프만 (1999). 우리 수학자 모두는 약간 미친겁니다. 서울:승산출판사

신현용 · 최은주 (2000). 인지갈등에 의한 수학영재교육, 한국수학교육학회지

신현용 · 한인기 (1999). 수학영재의 창의력 신장을 위한 방향 모색, 청람수학교육 8, 청주: 한국교원대학교 수학교육연구소

안재구 (1993). 수학을 만든 사람들(上), 미래사

이경화 (199). 확률 개념의 교수학적 변환에 관한 연구, 서울대학교 박사학위논문

이군현 (1988). 영재교육학- 이론과 실제- , 서울: 박영사

이우영 · 신항균역 Howard Eves(1996). 수학사, 서울: 경문사

이희종 (1993). 고등학교 수학과 학습 흥미에 유발을 위한 수학사적인 교수- 학습자료 개발 연구, 한국교원대학교 논문

이경호 (2000). 고등학생의 물리 개념 변화에 미치는 인지갈등, 학습동기와 학습전략의 영향, 한국교원대학교 박사 논문

Anderman, E. M. & Young, A. J. (1994). Motivation and strategy use in science: Individual differences and classroom effects. *Journal of Research in Science Teaching*, **31**, pp.811-831

Anderson, L. W. (1981). *Assessing affective characteristics in the schools*, Boston: Allyn & Bacon, Inc.

Bringuier, J. C. (1980). Conversations with Jean Piaget, The University of chicago Press ; chicago and London

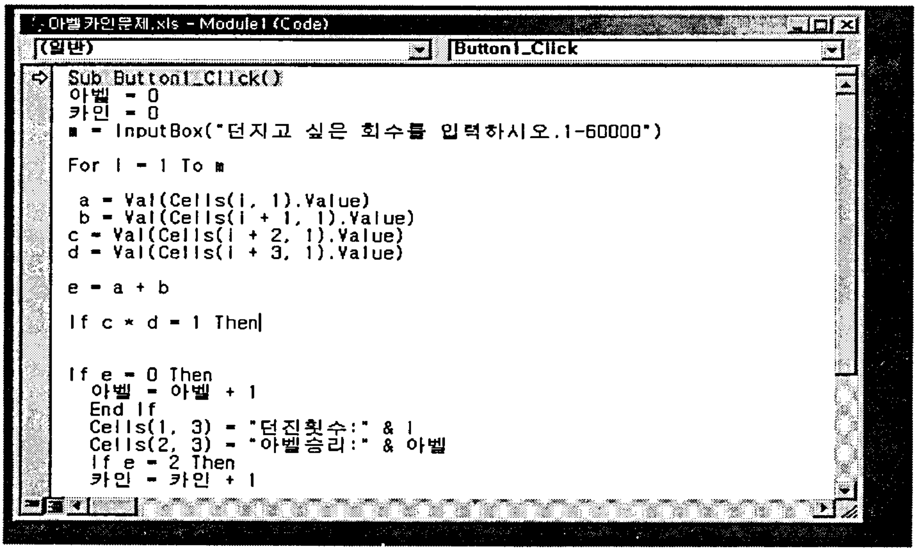
Kapadia, R. & Borovcnik, M.(Eds) (1991). *Chance encounters : probability in Education,* Boston and London

<부록>

```
Sub dhRand()
 Range("A2:D5000").Select
    Selection.ClearContents

Dim i As Integer, j As Integer
Dim intTemp As Integer
m = InputBox("몇회 실시하시겠습니까?")
Randomize


For i = 1 To m
    For j = 1 To 4
        With Cells(i + 1, j)
            Select Case j
                Case Is < 3
                    intTemp = Int(Rnd() * 3) + 1
                Case 3
                    Do
                        intTemp = Int(Rnd() * 3) + 1
                    Loop While intTemp = .Offset(0, -1) Or intTemp = .Offset(0, -2)
                    .Value = intTemp
                Case 4
                    Do
                        intTemp = Int(Rnd() * 3) + 1
                    Loop While intTemp = .Offset(0, -1) Or intTemp = .Offset(0, -3)
                    .Value = intTemp
            End Select
            .Value = intTemp
        End With
    Next j
Next i
End Sub
```



```
아벨카인문제.xls - Module1 (Code)
(일반)                    Button1_Click

Sub Button1_Click()
아벨 = 0
카인 = 0
m = InputBox("던지고 싶은 회수를 입력하시오.1-60000")

For i = 1 To m

 a = Val(Cells(i, 1).Value)
 b = Val(Cells(i + 1, 1).Value)
c = Val(Cells(i + 2, 1).Value)
d = Val(Cells(i + 3, 1).Value)

e = a + b

If c * d = 1 Then


If e = 0 Then
  아벨 = 아벨 + 1
  End If
  Cells(1, 3) = "던진횟수:" & i
  Cells(2, 3) = "아벨승리:" & 아벨
  If e = 2 Then
  카인 = 카인 + 1
```