韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 12집, 2001. 8. 171-183.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 12, Aug. 2001. 171-183.

중학교 학생들의 창의적 성향 활성화를 위한 수학 학습 자료 개발에 관한 연구[1]

신 현 용 (한국교원대학교)
한 인 기[2] (경상대학교)

본 연구는 2000년도 교육부 학술 연구 조성비 지원에 의하여 1년간 연구되었으며, 본 연구에서는 창의성에 대한 국내외 문헌 연구, 창의적 성향의 활성화를 위한 방안 모색, 중학교 학생을 위한 창의적 성향 활성화를 위한 교수-학습 자료 개발 등이 이루어졌다. 특히, 본 연구에서는 중학교 일반 학생들을 대상으로 창의적 성향의 활성화를 위한 퍼즐 학습 자료와 수학 교과 내용에 대한 다양한 접근 방법들이 모색되었다.

1. 서 론

학습자들이 어떤 활동의 수행에 있어 '**창의적 성향**'을 획득하고, 이를 개발·육성하는 것은 동서고금을 막론하고 교육을 통해 달성하려는 다양한 목표들 중의 중요한 하나이다. 우리 나라 교육에서도 마찬가지로, 그 추구하는 인간상들 중의 하나로 '기초 능력을 토대로 **창의적 능력**을 발휘하는 사람'을 들고 있으며, 특히 제 7차 수학과 교육과정을 보면, 수학적 문제를 해결할 때에는 먼저 문제를 분명히 이해한 후, 문제해결을 위한 합리적이고 **창의적인** 해결 계획을 작성하여 실행한 다음, 반성 과정을 거치는 사고 태도를 거치도록 한다고 규정하고 있다.

창의성, 창의적 사고 과정, 창의적 성향 등등과 같은 개념들에 대한 중요성은 모든 사람들이 공감할 것이다. 특히, 첨단 정보 산업 사회화되어 가는 미래 세계에는 단순한 반복 노동에 의해 대량 생산된 제품들보다는 사회 성원 개개인의 지적인 특성과 개성을 살린 소량의 다양한 유형의 제품들이 중심을 이룰 것으로 예측된다. 그렇기 때문에, 국가의 안정적인 발전과 국민 개개인의 전인적인 성장을 보장하기 위해서는 창의적 성향을 갖춘 사회 성원의 교육이 인류 역사의 그 어느 때보다도 절실하게 요구되고 있다.

우리는 흔히 학자, 발명가, 작가 또는 작곡가들의 활동이 작품을 만드는 활동이 창의적인 지적 활동과 관련되어 있으며, 이들은 어떤 활동의 수행에 있어 '**창의적 성향**'을 가지고 있다고 말한다. 즉, 이것은 우리 개개인 나름대로는 창의적 활동, 창의적 성향에 대한 직관적인 이해를 가지고 있다는 것을 의미한다. 그러나, 불행하게도 창의적 활동의 실체가 무엇이고, 어떻게 하면 그러한 지적 특성

---

1) 이 논문은 2000년 교육부 학술 연구 조성비에 의하여 연구되었음.
2) 경상대학교 사범대학 중등교육연구소 소원임.

들을 개발 · 육성할 수 있는가에 대해서는 뚜렷한 대답을 하기가 어렵다. 특히, 이러한 활동이 수학 학습과 관련되어 진다면 그 대답은 더 어려워진다.

대부분의 학생들에게 있어, 수학은 어렵고 딱딱하며, 흥미롭고 창의적인 탐구의 경험을 제공해 주지 못하고 있는 것이 현실이다. 많은 학생들은 복잡하고 기계적인 알고리즘을 반복하여 답을 내는 활동 자체를 '수학적 활동'이라 생각하고 있으며, 수학 교육의 중요한 가치들 중의 하나인 도야적 가치는 이미 많은 학생들에게 공감을 불러일으키지 못하고 있다.

그러나, 수학의 본질이나 그 발달의 역사를 보면, 수학의 역사는 탐구의 역사이고, 창조적인 노력의 산물이었다. 본 연구에서는 학습자들이 수학과 관련된 다양한 활동을 통해, 수학을 보다 의미있게 받아들이며, 그 탐구 과정이 창의적 성향을 띄도록 하는 교수-학습 자료들을 개발할 것이다.

현재의 연구 동향들을 살펴보면, 창의성 전반에 대한 개념 이해(김재은, 1994; 남억우, 1986; 신세호, 1996 외 다수)나 창의성의 요인들을 부분적으로 규명하려는 시도들이 수학 교과와 관련없이 이루어져 왔다. 이러한 연구들은 창의성의 개념 자체에 대한 연구에는 진전을 보았지만, 학교에서 개별적인 교과, 특히 수학 교수-학습 과정에 직접적인 도움을 주지는 못하고 있다.

한편, 창의성 신장을 수학 교수-학습과 관련시킨 일부 연구들은 아직은 전체 학생들을 대상으로 하는 연구에까지는 확장, 일반화시키지 못하고 있다. 현재까지 수행된 수학교육 분야에서 창의성 신장을 위한 주된 연구는 영재들의 '창의성'이나 '창의적 성향' 등을 신장시키려는 연구들(신현용 · 한인기, 1999; 신인선 · 안대영 · 이봉주, 1999; 신현용 · 이종욱 · 한인기, 1999 등)이 있었다. 이러한 연구들은 비록, 그 연구 대상이 영재들에 국한되기는 하였지만, 수학 교수-학습에서 창의성을 신장시키려는 실질적인 시도로써 큰 의의를 가졌으며, 이러한 연구 방법 및 접근들을 바탕을 둔 일반 학생들, 혹은 수학에 흥미가 없는 학생들을 대상으로 하는 '수학 교수-학습에서의 창의성 신장'이라는 후속 연구 과제를 던져주고 있다.

본 연구는 이러한 창의성 연구들의 후속 연구로써, 창의적 성향에 대한 이론적 기초는 신현용 · 김원경 · 신인선 · 한인기(2000)의 연구에 근거하였으며, 일반 중학생들을 대상으로 수학 분야에서 창의적 성향을 활성화시킬 수 있는 구체적인 교수-학습 자료를 수학 퍼즐과 수학 교과 내용의 두 가지 측면에서 개발하는 것을 목적으로 하고 있다. 본 논문에서는 창의적 성향을 활성화시킬 수 있는 수학 퍼즐과 수학 교과 내용들의 개발을 위한 몇 가지 이론적 바탕과 개발된 자료들을 제시할 것이다.

2. 창의적 성향 활성화를 위한 자료 개발

본 연구에서는 중학교 학생들의 창의적 성향을 활성화시키기 위한 다양한 교수-학습 자료들이 수학 퍼즐과 수학 교과 내용의 두 가지 측면에서 개발되었다. 이러한 자료들의 개발에 있어 다음과 같은 요소들을 고려하였다.

첫째, 창의성을 구성하는 변인들인 유창성, 융통성, 독창성, 정교성 등을 활성화시킬 수 있는 학습

자료들이어야 한다. 유창성이란 가능한 한 많은 아이디어나 반응을 생각해 내는 것이고, 융통성은 한 계열의 생각에서 다른 계열의 생각까지를 변환시키는 능력이며, 문제를 새롭고 다른 방법으로 감지하는 능력이다. 융통성은 문제를 해결하는데 있어서 경직된 시각으로 사고하는 것을 막아주며 다양한 방식으로 정보를 사용하고 한 가지 종류의 아이디어에서 다른 종류의 아이디어를 생각해 내도록 한다. 독창성은 새롭고 독특하고 비상한 아이디어를 만드는 능력이다. 독창적인 아이디어는 대체로 이전의 아이디어 몇 개를 조합하여 새로운 차원으로 만들어질 때 산출된다. 정교성은 하나의 아이디어를 산출하여 이를 보다 치밀하고 상세하게 발전시키는 능력이다.

둘째, 학습자들의 활동이 중심이 되는 자료들이어야 한다. 학습자들의 인지 활동에서 유창성, 융통성, 독창성, 정교성 등의 특성들을 육성하기 위해서는, 학습 활동의 주체가 학생들이어야 한다. 즉, 교사로부터 일방적으로 듣고, 교사의 활동을 모방하는 활동이 중심이 되는 피동적인 형태의 학습을 위한 자료들이어서는 안된다. 학습자들이 스스로 탐구하고, 몰입하며, 집착할 수 있는 과제들이어야 한다.

셋째, 학습자 주도의 학습이 이루어지도록 하는 학습 자료이어야 한다. 학습자 주도의 학습이 효과적으로 이루어지기 위해서는 학습 과제가 학습자들의 가능성을 고려하며, 학습자들에게 흥미로워야 한다. 어떤 학습 주제가 학습자들에게 흥미를 유발시킬 수 있는가? 주제 자체의 새로움을 통해서 학습자들의 흥미를 유발시킬 수 있으며, 그리고 학습자들이 집착할 수 있는 다양한 주제들도 지적인 흥미를 유발시킬 수 있다.

넷째, 학습 과제들이 체계화되어야 한다. 수학 경시대회 문제집이나 퍼즐에 관련된 책들을 보면, 아주 아름다운 수학적 아이디어들이 포함된 문제들을 볼 수 있다. 그러나, 학습자들이 그러한 문제들에 스스로 접근하여 탐구할 지적인, 심리적인 여건이 조성되지 못하고, 아무런 준비없이 학습자들에게 제시하는 것은 매우 위험하다. 이러한 상황은 학습과제에 대한 관심과 흥미를 저하시키며, 독립적인 판단과 사고에 있어서 자신감을 잃어버리기 쉽고, 다양하고 새로운 경험 영역에로 자기 자신을 개방하는데 주저하게 한다.

그렇다면, 어떻게 새로운 수학적 아이디어들을 학습자 스스로 생각해 낼 수 있도록 도울 수 있을까? 이 문제는 수학 교육 분야에서 해결해야 할 중요한 과제들 중의 하나이다. 우리는 이 문제에 학습 과제를 체계화하여 접근하였다. 즉, 학습자들이 자연스럽게, 그리고 자신의 힘에 맞는 그런 상황에서 필요한 수학적 아이디어를 준비시켜, 비정형적인 문제 상황에서 그 아이디어를 활용해 새로운 문제를 해결할 수 있도록 하고 있다.

다섯째, 다양한 수준의 난이도를 가진 문제들을 학습자에게 제시할 수 있는 주제들이어야 한다. 교사-학생 활동의 많은 부분이 수학 문제풀이와 연결되기 때문에, 학습자의 창의적 능력을 개발, 육성시킬 수 있는 기회를 제공하기 위해서는 다양한 수준의 많은 문제를 제시해 주어야 한다. 창의적 성향을 활성화시키기 위해선, 평이하고 학습자들에게 재미있는 자료들을 제시해 학습자들이 다양하게 사고하는 능력과 기능을 기르도록 돕는 문제들, 그리고 새롭고 다양한 아이디어와 문제해결 탐색을 할 수 있으며, 문제해결 과정에서 새로운 수학적 아이디어를 볼 수 있도록 하는 비정형문제들을 모

두 포함하는 주제들이 필요하기 때문에, 본 연구에서는 이러한 주제들을 중심으로 학습 내용을 개발할 것이다.

여섯째, 창의적 성향을 활성화시키기 위해 개발된 각각의 주제들은 학교 교육과정과 상응되어야 한다. 즉, 개발된 자료들이 정규 교육과정을 속진하지 않고도, 학습할 수 있는 내용들이어야 한다. 그러므로, 본 연구에서 개발하는 학습 자료들은 학습자의 지적 발달 수준이나, 일반 학교에서 가르쳐지는 교육과정의 내용에 상응하여 창의적 성향을 활성화하는 자료들이 될 것이다.

3. 수학 퍼즐 학습 자료 개발

본 연구에서 '수학 퍼즐 학습 자료'는 중학교 수학 교육과정에 규정된 교과 내용과 직접적으로 관련된 내용 이외에, 중학교 학생들의 창의적 성향을 활성화시키기 위해 본 연구에서 개발된 자료들을 의미한다. 수학 퍼즐 학습 자료에 관련된 몇몇 연구 결과들 중에서 학술지를 통해 발표된 것으로는 삼각형을 활용한 창의성 신장을 위한 학습 자료 개발(한인기·신현용, 2000), 공간 도형의 조작적 활동을 위한 학습 자료 개발 연구(신현용·한인기, 2000) 등이며, 수학 게임이나 폴리미노에 관련된 학습 자료들이 개발되었다. 개발된 학습 자료들을 살펴보기로 하자.

(1) 삼각형을 활용한 학습 자료

삼각형을 활용한 학습 자료에서는 삼각형들 사이의 위치 관계에 대한 분석, 그리고 삼각형들끼리 겹치게 놓을 때와 그렇지 않은 경우에 꼭지점과 변의 위치에 관한 고찰, 직선들로 주어진 삼각형을 절단, 그리고 다양한 도형들에 대한 폭넓은 상상력을 기를 수 있도록 하였다. 이 자료들은 다음과 같은 몇 가지 체계로 이루어졌으며, 구체적인 자료들은 한인기·신현용(2000)을 참고하기 바란다.

- 두 삼각형을 겹치지 않게 붙여 놓는 문제들
- 두 삼각형을 겹치게 붙여 놓는 문제들
- 세 개의 삼각형을 겹치지 않게 붙여 놓는 문제들
- 직선을 하나 작도하여 주어진 삼각형을 절단하는 문제들
- 직선을 두 개 작도하여 주어진 삼각형을 절단하는 문제들
- 직선을 세 개 작도하여 주어진 삼각형을 절단하는 문제들
- 분할과 구체적인 논증이 관련된 문제들

특히, 본 연구를 통해, '임의의 볼록 다각형은 오목 사각형들만 분할할 수는 없다'는 명제를 증명하는 학습 자료들을 개발하였는데, 이것은 분할이라는 구체적인 활동과 엄밀한 논증사이의 관련성을 구체화하는 한 예를 보여주고 있다. 요즘 수학교육 분야에서 학생들의 구체적인 활동이나 시각화가 강조되고 있지만, 많은 연구들에서는 학생들의 구체적인 경험을 수학적 논증과 연결시키지 못하는 단점을 가지고 있다는 것을 감안하면, 본 연구를 통해 시도된 구체적인 활동과 논증사이의 연결 가

능성 모색은 의미있는 연구 성과라 할 수 있다.

(2) 공간 도형의 조작적 활동을 위한 학습 자료

본 연구를 통해 개발된 공간 도형의 조작적 활동 자료들은 개발된 학습 자료들은 일반 학생들이 접근할 수 있는 수준에서부터 심화 학습 자료로 활용될 수 있도록 다양한 수준의 활동을 포함하고 있다. 그리고, 개발된 학습 자료들과 교육과정의 관련성을 고려하였으며, 공간 도형에 대한 조작적 활동을 강조하였다. 예를 들면, 주어진 공간 도형들의 분할이나 결합, 빨대를 활용한 정다면체의 제작, 뫼비우스 띠의 제작 및 절단 등의 활동은 정적인 형태의 관찰을 통한 학습이 아니라, 동적인 형태의 스스로 만들어 보는 활동이 강조된 학습 자료들이다. 한편, 수학 교육 분야에서 중요한 종합적 사고 활동과 분석적 사고 활동을 강조하였으며, 상응하는 구체적인 학습 자료들을 개발하였다.

이 자료들은 다음과 같은 몇 가지 체계로 이루어졌으며, 구체적인 자료들은 신현용・한인기(2000)를 참고하기 바란다.

- 정육면체의 전개도에 관한 활동
- 투명한 정육면체 활동
- 뫼비우스 띠에 관한 탐구
- 공간 도형의 절단과 결합
- 빨대를 이용한 정다면체 만들기 활동

중학교 수학과 교육과정의 내용을 살펴보면, 공간 기하학 및 공간 도형을 표상할 수 있는 학습 경험이 부족한데, 본 연구에서는 조작적 활동을 통해 공간 도형에 대한 상상력을 기를 수 있는 자료들을 다양한 수준에서 개발하였다. 물론, 개발된 활동 자료들 중에는 후에 엄밀한 논증으로 연결될 수 있는 내용들이 포함되어 있다.

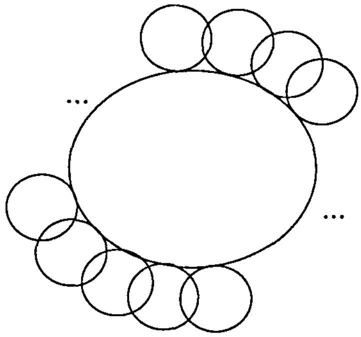
(3) 수학 게임

수학 게임을 통해서 학생들은 다양한 문제해결의 아이디어들을 경험할 수 있는데, 게임들은 학생들에게 경쟁의 형태로 제시할 수 있기 때문에 초・중등학교 학생들에게 특히 의미있을 것이다. 본 연구에서 탐구한 게임들은 수학적 내용을 포함한 게임들로써, 각 게임들의 해결 과정에는 고유한 문제해결의 아이디어와 승리 전략을 탐구할 수 있는 게임들이다.

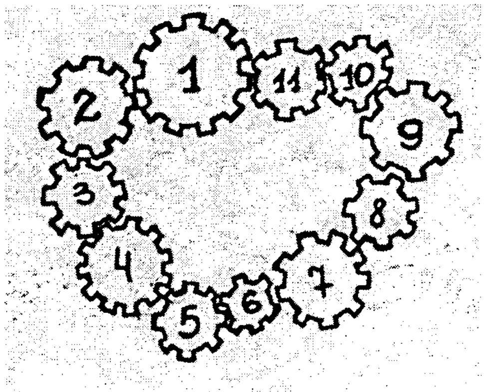
수학 게임과 관련된 몇몇 문제들을 살펴보기로 하자. 이 문제들은 본 연구에서 탐구한 전형적인 예들로써, 본 연구에서는 이러한 예들을 다양한 수준에서 체계화하고, 관련된 다양한 문제상황 속에서 문제해결의 아이디어를 구체화하였다. 특히, 많은 게임들은 구체적인 문제들로부터 일반화가 가능했기 때문에, 게임을 통해 학생들이 추측하고 일반화할 수 있는 경험을 제공할 것으로 기대된다.

활동 1. 그림과 같은 꽃 그림을 하나 그리고 나서, 영수와 태우는 번갈아 가며 그려진 꽃잎들 중

에서 하나 혹은 이웃하는 두 꽃잎에 색칠을 하였다. 마지막 꽃잎을 색칠하는 사람이 이긴다고 했을 때, 누가 항상 이길 수 있는가? 우선, 10개, 11, 12개의 꽃잎에 대해 생각해 보고, 일반적인 m개의 꽃잎에 대해, 얻어진 결과를 일반화하여라.



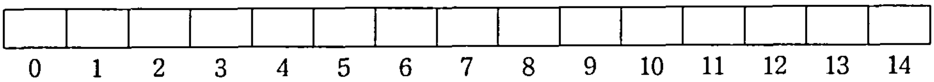
활동 2. 그림과 같이 톱니바퀴가 주어져 있다. 주어진 톱니바퀴들의 결합은 실제로 가능한가? 그 이유를 설명하여라. 주어진 것과 같은 형태로 m개로 이루어진 톱니바퀴가 주어졌을 때, 결합이 실제로 가능한 것은 어떤 m값들인가?



활동 3. 두 사람이 게임을 하는데, 첫 번째 사람이 1에서 11까지의 임의의 수를 말하고, 두 번째 사람은 첫 번째 사람이 말한 수에 1에서 11까지의 임의의 수를 더하여 그 결과를 말한다. 그리고 나서, 다시 첫 번째 사람이 두 번째 사람이 말한 수에 1에서 11까지의 임의의 수를 더하여 그 결과를 말한다. 이와 같은 과정을 반복하였을 때, 수 200을 말하게 되는 사람이 이기게 된다. 어느 사람이 항상 이길 수 있는가? 그 이유를 설명하여라.

활동 4. 그림과 같이 0, 1, 2, 3, …, 14의 번호가 붙여진 칸에 바둑돌 하나를 놓고, 두 사람이 차례로 바둑돌을 한번에 한 칸, 두 칸, 세 칸, 혹은 네 칸씩 왼쪽으로 옮길 수 있다고 한다. 이때, 자신의

차례에서 더 이상 옮길 곳이 없는 사람이 진다고 하자.



이때, 바둑돌이 14번 위치에 있을 때, 첫 번째 사람과 두 번째 사람 중에서 누가 항상 이길 수 있는가? 그 이유를 설명하여라.

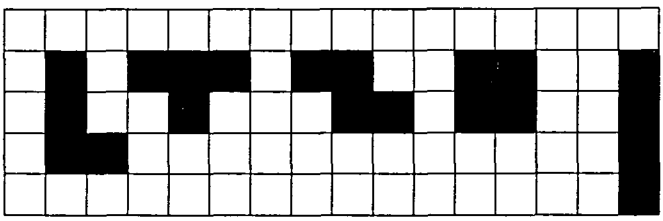
활동 5. $m \times n$ 바둑판의 각 칸에 바둑돌이 놓여있는데, 두 사람이 차례로 바둑판의 가로줄이나 세로줄에 있는 바둑돌을 임의의 개수만큼 꺼낸다고 한다. 더 이상 바둑돌을 꺼내지 못하는 사람이 진다고 할 때, 다양한 m, n값에 대해 이 게임을 어떻게 끝낼 수 있는가?

(4) 폴리미노 활동

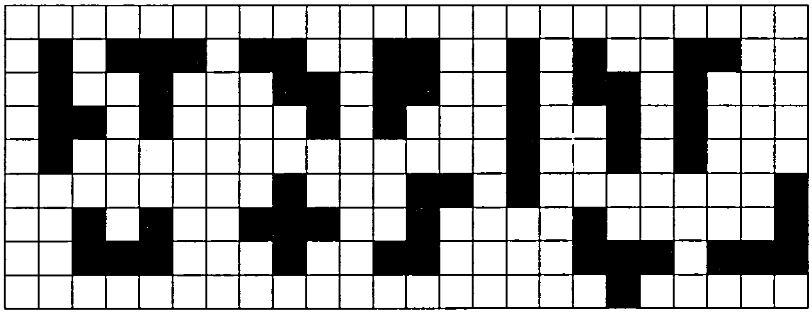
폴리미노는 Tromino, Tetramino, Pentamino, Hexamino 등과 같이 세 개, 네 개, 다섯 개, 혹은 여섯 개의 정사각형들을 겹침없이 이어붙여 만든 도형들을 말하며, 이미 신현용 · 한인기 · 이종욱(2000)은 초등학교 수학 영재아들의 창의성 신장 프로그램에서 Pentamino를 이용한 다양한 활동을 고찰한 바 있다.

본 연구에서는 폴리미노를 이용한 다양한 활동의 경험을 바탕으로 도형의 성질 탐구, 그리고 엄밀한 논증의 훈련을 위해 활용할 수 있는 학습 자료들을 개발하였다. 몇 가지 구체적인 예들을 살펴보도록 하자.

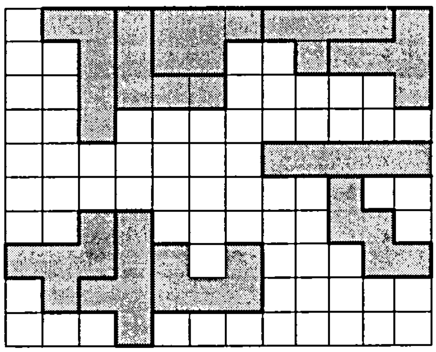
활동 6. 정사각형 네 개로 변과 변을 맞대어서 여러 가지 모양을 만들어라(이러한 도형들을 Tetramino라 부름).



활동 7. 정사각형 다섯 개로 변과 변을 맞대어서 여러 가지 모양을 만들어라(이러한 도형들을 Pentamino라 부름).



활동 8. 주어진 그림에서 채워진 곳을 제외한 부분을 Pentamino로 채워라.



정리 1. 4×5인 바둑판을 L자형 Tromino를 이용해 전부 채울 수 있는가? 그 이유를 설명하여라.

정리 2. L자형 Tromino로 3×3인 바둑판을 전부 채울 수 있는가? 그 이유를 설명하여라.

4. 수학 교과 학습 자료 개발

본 연구에서는 중학교 수학과 교육과정 내용들과 관련된 몇몇 주제들을 학생들의 창의성 신장이라는 측면에서 심도있게 고찰하여, 다양한 수준의 학습 자료들을 개발하였다. 특히, 수학 교과서에 제시된 내용들을 다양한 시각에서 분석하여, 별개의 내용으로 제시된 문제나 정리사이의 관련성을 탐구하거나, 한 가지 아이디어나 수학적 지식을 다른 문제 상황에서 폭넓게 활용할 수 있는 문제들의 체계를 구성하기도 했고, 정리나 문제들에 대해 교과서에 제시된 접근 방법이외의 다양한 접근 방법들을 탐구하기도 하였다.

이들 중에서 몇몇을 구체적으로 살펴보기로 하자.

(1) 삼각 부등식

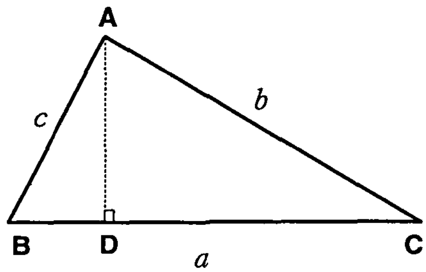
삼각 부등식은 초등 기하학의 내용 전개에 있어 매우 중요한 정리들 중의 하나이다. 삼각 부등식

은 증명하지 않고 문제해결 과정에 활용할 수도 있으나, 본 연구에서는 삼각 부등식에 대한 기하학적인, 그리고 대수적인 증명에 주목하였다. 기하학적인 증명 방법은 한인기 · 이상근(2000)의 연구에 비교적 상세히 제시하였으며, 본 논문에서는 피타고라스 정리를 활용한 대수적 증명 방법을 소개할 것이다. 그리고, 삼각 부등식을 하나의 문제해결의 아이디어로써 다양한 문제 상황에서 상세하게 발전시키는 정교화 과정을 기술할 것이다.

우선, 피타고라스 정리를 활용한 삼각 부등식의 증명을 살펴보기로 하자.

정리 3. 삼각형에서 임의의 변은 나머지 다른 두 변의 합보다 작다는 것을 증명하여라.

증명. 삼각형 ABC의 변의 길이를 각각 a, b, c라 하자. 이때, a를 가장 긴 변이라 하면, $a < b+c$임을 증명하기로 하자(a가 가장 긴 변이라고 가정하면, $b < a+c$나 $c < a+b$는 자명함).



삼각형 ABC에 높이 AD를 긋자. 그러면, 피타고라스 정리에 의해, $\overline{BD}^2+\overline{AD}^2 = c^2$이므로, $\overline{BD}^2 < c^2$이고, $\overline{BD} < c$. 한편, 직각 삼각형 ADC에서 $\overline{AD}^2+\overline{CD}^2 = b^2$이므로, $\overline{CD}^2 < b^2$이고, $\overline{CD} < b$. 그리고, $a = \overline{BD}+\overline{CD}$이므로, $a < b+c$. □

이제, 삼각 부등식을 문제해결 과정에서 정교화시키는 문제들의 체계를 살펴보기로 하자. 기술된 정리들은 모두 삼각 부등식을 이용해 해결하는 문제들로써, 삼각 부등식을 하나의 문제해결의 아이디어로써 다양한 문제 상황에서 그 아이디어들을 정교화할 수 있는 기회를 제공할 수 있다.

정리 4. 삼각형 내부의 임의의 점에서 각 꼭지점에 이르는 거리의 합은 삼각형 변들의 길이의 합의 ½보다 크다는 것을 증명하여라.

정리 5. 사면체 ABCD의 모서리 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{BD}$에 대해, 다음 부등식을 증명하여라: $\overline{AB}+\overline{AC}+\overline{AD} > \frac{1}{2}(\overline{BC}+\overline{BD}+\overline{CD})$.

정리 6. 사면체 내부의 임의의 점에서 각 꼭지점까지의 거리의 합은 사면체 모서리들의 길이의 합의 ⅓보다 크다는 것을 증명하여라.

이제, 삼각 부등식을 이용한 비 정형적인 문제들을 두 개 더 살펴보기로 하자.

정리 7. 삼각형 ABC의 세 중선의 길이가 1보다 작을 때, 삼각형 ABC의 넓이가 1보다 작다는 것을 증명하여라.

정리 8. 삼각형 ABC의 세 이등분선의 길이가 1보다 작을 때, 삼각형 ABC의 넓이가 1보다 작다는 것을 증명하여라.

(2) 각의 이등분선

삼각형과 관련된 선분들 중에서 중학교 교육과정에서 자주 접할 수 있는 것이 중선, 이등분선, 그리고 높이가 있다. 중학교 2학년 교과서에 보면, 각의 이등분선에 관련된 재미있는 두 가지 성질이 문제로써 제시되어 있다.

정리 9. 선분 AD가 삼각형 ABC의 이등분선일 때, $\frac{\overline{AB}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{CD}}$를 증명하여라.

정리 10. 삼각형 ABC에서 선분 AM이 각 A의 외각의 이등분선일 때, $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BM}}{\overline{CM}}$를 증명하여라.

중학교 2학년 교과서에 제시된 각의 이등분선에 대한 두 가지 성질의 증명을 논문에 기술하지는 않을 것이다. 정리 9와 10이 모두 각의 이등분선에 대한 성질임에도 불구하고, 수학 교과서에서는 이 두 정리를 별개의 아무런 관련없는 문제들로 다루고 있다.

살펴본 바와 같이, 독창성이 이전의 아이디어들을 조합하여 새로운 아이디어를 산출하는 것과 관련되며, 융통성이 하나의 대상에 대한 생각을 다른 대상의 생각으로 변환시키는 것과 관련된다는 것을 감안하면, 주어진 수학적 대상들 사이의 관계를 찾아내는 것은 수학 교수-학습 과정에 대한 창의적 접근에서 매우 중요하다는 것을 알 수 있다.

정리 9와 10사이의 관련성을 보기 위해, 다음과 같이 다시 쓰자.

정리 9′. 삼각형 ABC에서 선분 AD가 각 A의 내각의 이등분선일 때, $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{CD}}$를 증명하여라.

정리 10′. 삼각형 ABC에서 선분 AD가 각 A의 외각의 이등분선일 때, $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{CD}}$를 증명하여라.

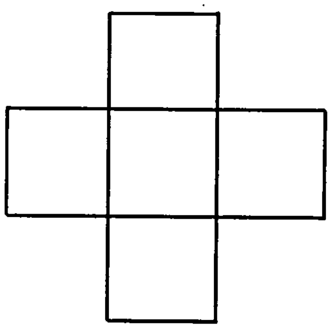
즉, 정리 9′와 10′에서 보는 바와 같이, 정리 9와 10의 내용은 같은 등식을 증명하는 문제임을 알

수 있다. 이로부터, 삼각형의 외각과 내각의 이등분선에 대한 성질을 다음과 같이 일반화할 수 있으며, 이러한 일반화는 정리 9와 10을 결합하여 새로운 하나의 정리를 만들어 내는 창조의 과정이라 할 수 있다.

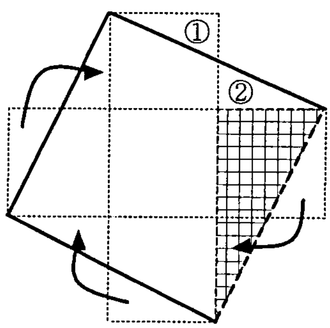
정리 11. 삼각형 ABC에서 선분 AD가 각 A의 각(내각 혹은 외각)의 이등분선일 때, $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{CD}}$를 증명하여라.

(3) 피타고라스 정리에 대한 탐구

본 연구에서는 피타고라스 정리에 대해 심도있게 탐구했으며, 다양한 증명 방법들을 살펴보았다. 분할을 이용한 한 증명 방법을 살펴보기로 하자. 그림 a는 다섯 개의 합동인 정사각형으로 이루어진 십자가 형태의 도형으로써, '그리스의 십자가'라고도 불리는 도형으로, 그리스의 십자가 문제는 그림 a에서 주어진 도형을 분할하여 커다란 정사각형을 하나 만드는 것이다. 그림 b에 그러한 정사각형이 제시되었는데, 이 분할 활동에서 피타고라스 정리에 대한 엄밀한 증명을 찾아볼 수 있다.



<그림 a>



<그림 b>

그림 b에서 영역 ①과 ②는 합동이 됨을 증명할 수 있으며, 나머지 잘린 부분도 그림 b에서와 같이 붙이면, 정사각형을 만들 수 있다.

이제, 그림 b의 빗금 친 직각 삼각형을 보자. 가령, 그림 a에서 작은 정사각형의 한 변을 m이라 하면, 빗금 친 직각 삼각형의 빗변을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 $5m^2$이고, 직각 삼각형의 두 옆변을 각각 변으로 하는 정사각형의 넓이는 m^2, $4m^2$이다. 그러므로, 피타고라스 정리가 증명되었다.

5. 결 론

본 연구는 2000년도 교육부 학술 연구 조성비 지원에 의하여 1년간 연구되었으며, 본 연구에서는 창의성에 대한 국내외 문헌 연구, 창의적 성향의 활성화를 위한 방안 모색, 중학교 학생을 위한 창의적 성향 활성화를 위한 교수-학습 자료 개발 등이 이루어졌다. 특히, 본 연구에서는 중학교 일반 학생들을 대상으로 창의적 성향의 활성화를 위한 퍼즐 학습 자료와 수학 교과 내용에 대한 다양한 접근 방법들이 모색되었다. 본 논문에서는 창의적 성향을 활성화시킬 수 있는 수학 퍼즐과 수학 교과 내용들의 개발을 위한 몇 가지 이론적 바탕과 개발된 자료들을 제시하였다.

본 연구에서는 중학교 학생들의 창의적 성향을 활성화시키기 위한 다양한 교수-학습 자료들의 개발에서 다음과 같은 측면들을 고려하였다. 첫째, 창의성을 구성하는 변인들인 유창성, 융통성, 독창성, 정교성 등을 활성화시킬 수 있는 학습 자료들이어야 한다. 둘째, 학습자들의 활동이 중심이 되는 자료들이어야 한다. 즉, 교사로부터 일방적으로 듣고, 교사의 활동을 모방하는 활동이 중심이 되는 피동적인 형태의 학습을 위한 자료들이어서는 안되며, 학습자들이 스스로 탐구하고, 몰입하며, 집착할 수 있는 과제들이어야 한다. 셋째, 학습자 주도의 학습이 이루어지도록 하는 학습 자료이어야 한다. 학습자 주도의 학습이 효과적으로 이루어지기 위해, 주제 자체의 새로움을 통해서 학습자들의 흥미를 유발시키거나 학습자들이 집착할 수 있는 다양한 주제들을 탐구하였다. 넷째, 학습 과제들이 체계화되어야 한다. 다섯째, 다양한 수준의 난이도를 가진 문제들을 학습자에게 제시할 수 있는 주제들이어야 한다. 교사-학생 활동의 많은 부분이 수학 문제풀이와 연결되기 때문에, 학습자의 창의적 능력을 개발, 육성시킬 수 있는 기회를 제공하기 위해서는 다양한 수준의 많은 문제를 제시해 주어야 한다. 여섯째, 창의적 성향을 활성화시키기 위해 개발된 각각의 주제들은 학교 교육과정과 상응되어야 한다.

본 연구에서 살펴본 '수학 퍼즐 학습 자료'는 중학교 수학 교육과정에 규정된 교과 내용과 직접적으로 관련된 내용 이외에, 중학교 학생들의 창의적 성향을 활성화시키기 위해 본 연구에서 개발된 자료들로써, 삼각형을 활용한 학습 자료, 공간 도형의 조작적 활동을 위한 학습 자료, 수학 게임, 그리고 폴리미노에 관련된 학습 자료들을 개발하여 제시하였다.

한편, 본 연구에서는 수학 교과서에 제시된 내용들을 다양한 시각에서 분석하여, 별개의 내용으로 제시된 문제나 정리사이의 관련성을 탐구하거나, 한 가지 아이디어나 수학적 지식을 다른 문제 상황에서 폭넓게 활용할 수 있는 문제들의 체계를 구성하기도 했고, 정리나 문제들에 대해 교과서에 제시된 접근 방법이외의 다양한 접근 방법들을 탐구하기도 하였다. 특히, 본 논문에서는 삼각 부등식, 각의 이등분선에 대한 일반화, 그리고 피타고라스 정리 등을 구체적으로 제시하였다.

참 고 문 헌

김재은 (1994). 교육과 창의성. 서울: 배영사.

남억우 (1986). 창의성을 높이는 중등 교육. 서울: 사학.

신세호 (1996). 창의적 사고에 미치는 인성 요인의 영향에 관한 연구. 교육학 연구, 4.

신인선 · 안대영 · 이봉주 (1999). 수학 영재의 창의력 신장을 위한 문제 개발, 수학교육 논문집, 4, 서울: 한국수학교육학회.

신현용 · 김원경 · 신인선 · 한인기 (2000). 창의성 신장을 위한 수학 영재교육 개선 방안에 관한 연구, 수학교육 논문집, 10, 서울: 한국수학교육학회.

신현용 · 이종욱 · 한인기 (1999). 창의성 신장을 위한 초등학교 수학 학습 자료 개발, 수학교육 학술지, 4, 서울: 한국수학교육학회.

신현용 · 한인기 (1999). 수학 영재의 창의력 신장을 위한 방향 모색, 청람수학교육, 8, 충북: 한국교원대학교 수학교육연구소.

신현용 · 한인기 (2001). 공간 도형의 조작적 활동을 위한 학습 자료 개발 연구, 수학교육 논문집, 11, 서울: 한국수학교육학회.

신현용 · 한인기 · 이종욱 (2000). 초등학교 고학년 수학 영재의 창의성 신장을 위한 프로그램, 수학교육 논문집, 10, 서울: 한국수학교육학회.

한인기 · 신현용 (2001). 삼각형을 활용한 창의성 신장을 위한 학습 자료 개발, 수학교육 논문집, 11, 서울: 한국수학교육학회.

한인기 · 이상근 (2000). "유추"를 활용한 기하 심화학습 자료 개발, 수학교육 학술지, 5, 서울: 한국수학교육학회.