

미분교육을 위한 비주얼베이직 프로그램 설계

한 희 동 (동산고등학교)

이 규 봉 (배재대학교)

본 논문에서는 고등학교 수학교과 7차 교육과정중 미분 단원의 교수 학습을 위한 프로그램을 Visual Basic 프로그램으로 설계한 과정과 그 기능을 기술하였다.

함수의 미분을 위한 초기의 좌표와 미분할 점의 좌표, 실행회수 등의 데이터를 입력·실행하여 그 결과(접근과정)를 화면에 도표와 그래프로 나타나게 하였고 미분단원의 “학습내용”과 “사용설명”의 기능을 추가하였다. 보조계산이나 함수의 입력을 위해 “함수값 계산”, “극한값 계산”, “함수입력판” 등의 창(폼)을 설치하였다.

이 프로그램은 일선 학교 교육 현장에서 수학 교수-학습을 위한 효율적인 시청각 자료로 활용 될 수 있을 것이다.

I. 서론

모든 교수·학습의 가장 중요한 기본 목표의 하나는 학생들의 흥미유발이며 이러한 흥미가 동반되었을 때야 비로소 올바른 교수·학습이 이루어 질 수 있다.

그러나 수학 수업은 그 논리의 엄밀성과 추상성이 그 어느 과목보다 중심이 되므로 현행의 강의 일변도의 교수·학습은 일부의 우수한 두뇌를 가진 몇몇을 제외하고는 아직 추상적 사고 능력이 충분히 성숙하지 못한 대부분의 청소년기의 학생들에게 이해되기 어려운 과목으로 인정될 수밖에 없다.

특히 수학 교과에 학생들이 큰 부담을 가지거나 심지어는 흥미를 잃고 좌절하는 주 원인 중의 하나가 바로 수학 교육의 구체적이지도 가시적이지도 못한 추상적이고도 관념적인 학습 방법이 주류를 이루고 있는 점이다.

따라서 수학 교사에게는 학생들의 잃어버린 흥미를 되 찾아주기 위해 자신의 교재 연구와 개발에 박차를 가하여 소기의 성과를 얻으며 이를 교육 현장에 도입하여 수업의 모형을 연구해 나가는 작업을 꾸준히 이루어 나가야 할 필요가 있다.

최근 우수한 컴퓨터와 프로그램 등이 많이 보급되고 있는 만큼 교사들도 이를 부단히 연구하여 교과 교수 활동에 유익한 것으로 개발함으로써 수학학습의 구체적이고도 가시적인 효과를 던져주어 학생들에게 소외되고 버려졌던 관심과 흥미를 다시 불러일으켜 줌으로서 수학적 사고력을 향상시키고 수학 학습을 도와줄 수 있다. 더욱이 시각적 효과를 극대화할 수 있는 유용한 프로그램을 많이 활용하기도 하고 때에 따라서는 프로그램을 개발해 보는 의지와 노력이 필요하다.

현재 보급된 교육용 소프트웨어 중 고교 수학 교수-학습에 관한 소프트웨어의 개발 및 보급 현황이 초등, 중학교 등에 비해 상대적으로 매우 저조할 뿐더러 적합한 소프트웨어를 구하기 어려운 실정에 있어 일선 고등학교 수학교사들의 소프트웨어 개발을 위한 분발이 요구되며 특별히 제7차교육과정에서 멀티미디어 수업을 장려하고 있는 시점에서 각종 소프트웨어 개발에 참여하고 보급을 위해 수학 교사 각자가 노력할 필요가 있다.

이에 얼마간의 노력으로 익히게 된 VisualBasic 프로그램을 활용하여 1) 2002학년도부터 적용하게 될 제7차교육과정 중 고교 2학년 수학Ⅱ(현행 수학Ⅰ)과정의 미분 단원의 2) 컴퓨터를 활용한 시청각 교육을 위한 자료 설계를 시도하였다. 이는 추상적이고 관념적인 수학의 교육을 위해 보다 검증적인 관점에서 확인하고 시각적인 효과를 제시하여 교수-학습의 효율성을 높이하고자 한다.

우선 Ⅱ장에서는 프로그램의 설계의 요약을 위해 각각의 구성과 기능 설명과 더불어 설계도면을 제시하고 각 부분별 주요 기능(입력, 실행, 결과, 그래프, 모듈 공유 등)에 관하여 논의 하였고 Ⅲ장에서는 이에 보조적인 기능(수식 입력, 저장, 인쇄, 극한 계산, 함수계산, 학습내용과 예제, 사용법 설명 등)의 순으로 세부적으로 설명하였다. 아울러 Ⅳ장에서는 교육적 차원, 특히 제7차에서의 수학교육에서의 교육과정 편성의 변화와 관련성, 그리고 컴퓨터활용이 도입되는 점을 언급하였다.

Ⅱ. 프로그램의 기본적 설계

1. 프로그램 구성 및 기능의 기본적 설계

본 프로그램의 기본적 설계는 미분교육과 적분교육을 통합한 시스템에서 미분 분야의 별개의 프로그램으로 연결될 수 있도록 설계되었다. 최상위의 메뉴폼에서 링크된 미분계수의 폼으로 전환될 수 있으며 미분계수의 폼이 미분 분야의 가장 기본적 폼이 되고 있다(<그림Ⅱ-1> 참조).

미분계수의 폼은 크게 함수의 데이터 입력과 실행 부분(좌측), 그래프 그리는 부분(우측) 그리고 메뉴줄 부분으로 구성되었는데 각각의 기능과 연결에 관한 대략적 설계는 <그림Ⅱ-1> 과 같다

2. 기본적 데이터 입력과 실행

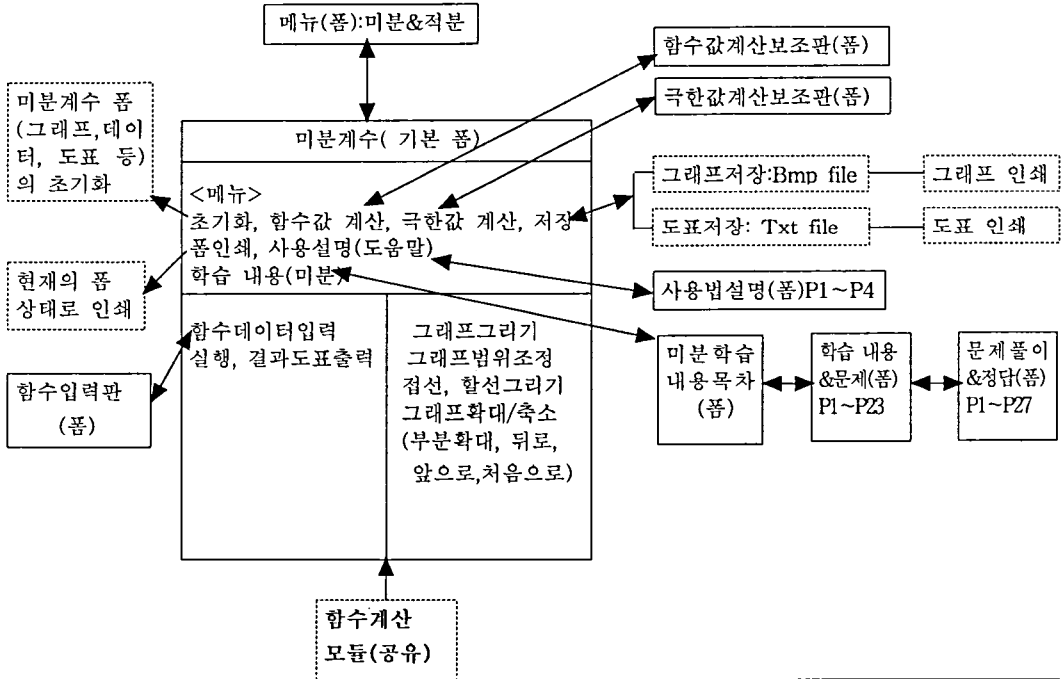
미분계수를 구할 함수와 도함수를 먼저 입력하고 미분계수를 원하는 x 좌표의 값과 접근을 시작할 점의 x 좌표 값을 입력하도록 설계하였다. 아울러 미분할 점까지 접근을 위해 시도할 적절한 실행 회수를 입력할 난을 설계하였고 실행 버튼을 만들어 원하는 미분계수를 나타나게 하였고 아래의 난에 그 실행의 결과가 도표 형식으로 나타나어 평균변화율이 미분계수에 가까워지고 오차가 점점 줄어가는 과정을 확인할 수 있도록 설계하였다.

이를 위하여 먼저 변수 선언 함수 부분을 코딩하였는데 기본 원리는 우선 text box에 데이터로 입력된 함수나 도함수를 문자열로 받아들이고[`str_fx = txt_fx.Text`] 받아들이는 문자열의 문자의 개수를

1) 비주얼베이직6.0 (가남사, 고일석) 참조

2) 제7차 수학 교육과정 수학2 미분과정(p.108-p.110) 참조

<그림 II-1> 프로그램 구성 및 기능의 설계도



샘하여 [len_fx = Len(str_fx)] 배열의 원소로 삼은 다음 [inarr_diff(len_fx)], 할당된 배열에 공유시킨 모듈의 기능을 빌려 함수를 입력하고[ReDim inarr_fx(len_fx) , mod_Convert.str_TO_arr str_fx, inarr_fx(), len_fx], 입력된 함수를 계산 논리에 맞도록 처리하는 과정[ReDim outarr_fx(len_fx), mod_Convert.arr_TO_post inarr_fx(), len_fx, outarr_fx]이다.

미분계수를 위해 출발을 시작하는 점과 미분계수를 원하는 점의 x 좌표를 text난에 데이터로 입력 되었을 때, 이를 기억시키고 계속하여 그 간격(차분 h)을 1/2 로 줄여 나가면서 접근시켜 가는 과정(반분법)을 위해 변수 선언하고 공유된 모듈의 작용을 빌려 실행 버튼을 누르면 입력된 함수(수식)를 인식하고 계산하여 그 결과가 도표로 나타나도록 함수[Private Sub asp_play_Click()]을 설계하였다.(<그림 II-2> 참조)

3. 함수값을 계산하는 모듈의 공유와 구성

Text 형식으로 입력된 함수값이나 도함수 등을 인식하고 계산하기 위해서는 전문적인 수학 연산 용 프로그램이 필요하다. 따라서 이에 알맞은 과정의 모듈을 공유하여 함수값이나 도함수값등을 계산하는 과정마다 지원하도록 설계하였는데 그 주된 구성과 기능(함수)들은 다음과 같다.

가. 텍스트에서 입력받은 함수를 배열에 저장하는 기능

- 나. 오너 방법을 사용할 때만 사용하는 것으로 스트링 값을 배열에 저장하는 기능
- 다. 괄호를 사용할 경우 우선 순위를 매기기 위해서 Post_Fix로 배열을 재배치 기능
- 라. 각 연산의 우선 순위를 정하는 함수
- 마. 최종적으로 하나의 변수에 대해서 값을 구하는 함수
- 바. 특수 함수의 값을 구하는 함수
- 사. Pow함수
- 아. 단항 연산자 '-' 의 계산 함수
- 자. 나누기 연산 함수
- 차. 곱하기 연산 함수
- 카. 더하기 연산 함수
- 타. 빼기 연산 함수
- 파. 오너 방법 때만 사용하는 함수

미분계수

파일 함수값계산 극한값계산 함수내용 도움말

$f(x) = x^3$

$f'(x) = 3 \cdot x^2$

미분할 값: a = 1 출발점: x2 = 2

실행회수: n = 20 미분계수: 3

함수입력

실행

n	h	x2	평균변화율	오차
1	0.50000000	1.50000000	4.75000000	1.75000000
2	0.25000000	1.25000000	3.81250000	0.81250000
3	0.12500000	1.12500000	3.39062500	0.39062500
4	0.06250000	1.06250000	3.19140625	0.19140625
5	0.03125000	1.03125000	3.09472656	0.09472656

[Private Sub asp_play_Click()]

결과(도표)의 일부

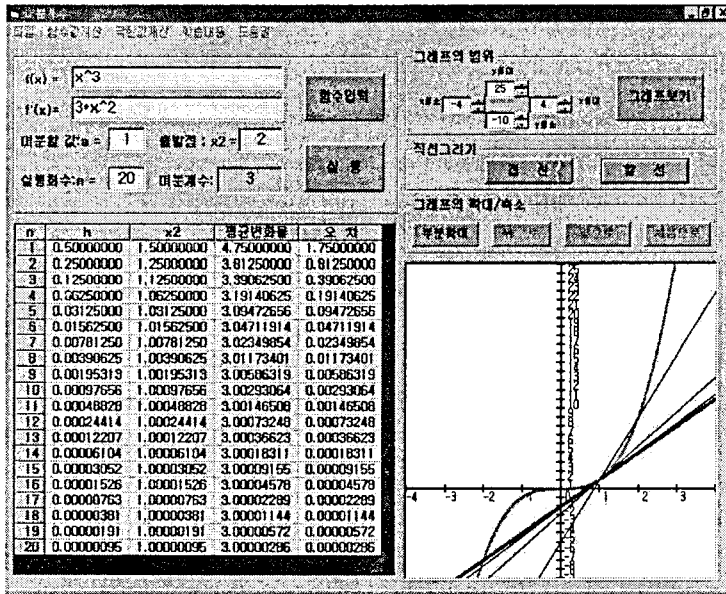
<그림 II-2> 기본적 데이터 입력과 실행

4. 그래프 그리는 기능

그래프를 그리는 기능은 크게 그래프의 범위, 직선 그리기, 그래프의 확대/축소의 기능, 그래프 그리는 화면으로 분류하였다.<그림 II-3>

그래프의 범위는 주어진 함수의 특성에 알맞게 x축 범위의 최대·최소, y축 범위의 최대·최소 값을 입력하여 그래프 화면을 조정할 수 있고, 그래프 보기 버튼을 클릭하면 데이터로 입력한 함수에 해당하는 그래프를 볼 수 있다.

직선 그리기는 '접선'버튼과 '할선'버튼으로 이루어져 있는데, 접선 버튼을 클릭하면 주어진 함수의 미분을 원하는 점에서 접선을 그릴 수 있고 할선버튼을 클릭하면 미분할 점과 미분을 위해 접근을 시도하는 점을 잇는 직선(할선)들이 단계적으로 나타나 궁극적으로 접선에 가까워져 가는 과정을 가시적으로 나타내 볼 수 있다. < 전체 시행 회수의 1/5정도만 나타내도록 하였음 >



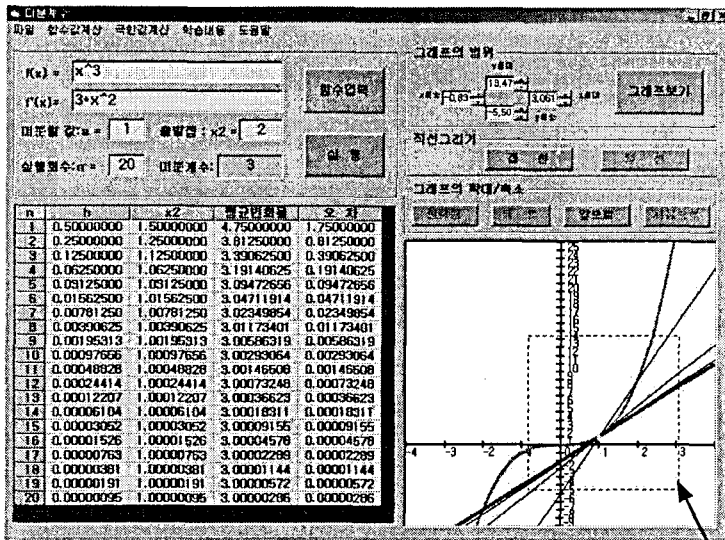
<그림 II-3> 그래프 보기(1)

그래프의 확대/축소 기능은 이미 화면에 나타난 그래프를 원하는 부분만큼만 선택하여 확대 혹은 축소시켜 나타내어 좀더 세밀한 관측이 가능하도록 설계되었다.

'부분확대', '뒤로', '앞으로', '처음으로' 와 같이 4개의 버튼으로 이루어져 있는데 먼저 부분 확대 버튼을 누르면 '선택됨'으로 캡션이 바뀔과 동시에 비활성화 되도록 고안 되었으며 마우스로 그래프의 원하는 부분만큼 드래그하여<그림 II-4> '그래프 보기' 버튼을 클릭하면 원하는 부분만큼 그래프가 확대되어 나타난다. <그림 II-5>

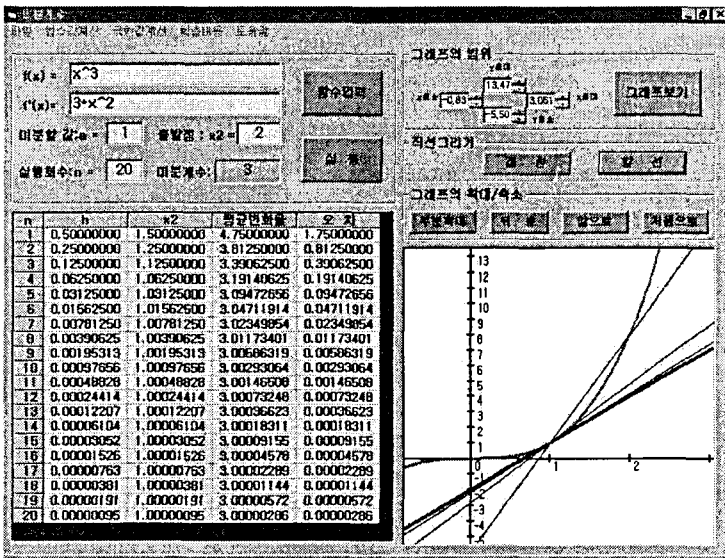
이 때 뒤로 버튼과 처음으로 버튼이 활성화되는데 이를 클릭하면 전 단계의 그래프가 나타나게 되고 <그림 II-3> 활성화된 앞으로 버튼을 클릭하면 다시 후기 단계의 그래프로 이동하게 된다. <그림 II-5>.

뒤로 버튼과 처음으로 버튼의 기능적 차이점은 뒤로 버튼은 바로 전 단계의 그래프로 되돌아가는 데 비해 처음으로 버튼은 항상 초기 단계의 그래프로만 되돌리게 된다.



<그림 II-4> 그래프 보기(2)

마우스
드래그



<그림 II-5> 그래프 보기(3)

5. 프로그램의 기본적 사용 환경과 실행화일의 작성

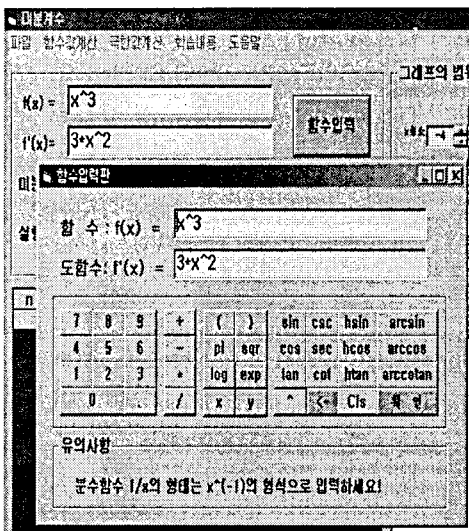
본 프로그램을 활용하기 위해서는 몇 가지 기본 환경이 갖추어야 할 환경이 있는데 H/W 환경으로는 IBM PC 및 호환PC 펜티엄급 이상이고 32MB 이상의 메인 메모리와 CD-ROM 드라이브, VGA 보드(하이칼라 16비트 이상 지원), 800×600이상의 해상도, 마우스 등이 필요하며 S/W 환경으로는 한글 윈도우 98/2000 이상과 비주얼 베이직 6.0 이상의 프로그램이 설치되어 있는 것이 바람직하다. 다만 비주얼 베이직 프로그램의 설치의 번거로움과 구매의 어려움에 따라 '미분적분법.exe'로 실행화일을 작성하여 비주얼 베이직 프로그램이 설치되지 않은 환경에서 충분히 사용할 수 있도록 하였다.

III. 프로그램의 보조적 기능

1. 함수의 수식 입력판 기능

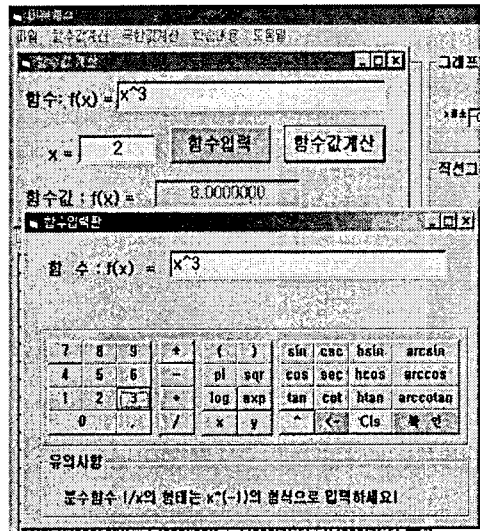
함수를 입력시키기 위해서는 원하는 함수나 그의 도함수를 직접 TEXT BOX 에 입력시킬 수 있으나 이의 기능을 보완하기 위하여 마우스만을 사용하여 입력시킬 수 있도록 함수입력판, 즉 수식을 입력하는 보조 품을 추가하였다(<그림III-1> 참조).

함수값 계산이나 극한값 계산을 위한 품을 사용할 경우에는 도함수란이 자동으로 나타나지 않도록 선택적으로 조정하여 설계되었다(<그림III-2> 참조).



<그림III-1> 함수입력판 사용1

(도함수 입력란이 나타남)

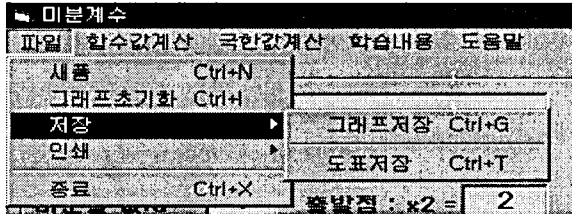


<그림III-2> 함수입력판사용2

(도함수 입력란이 나타나지 않음)

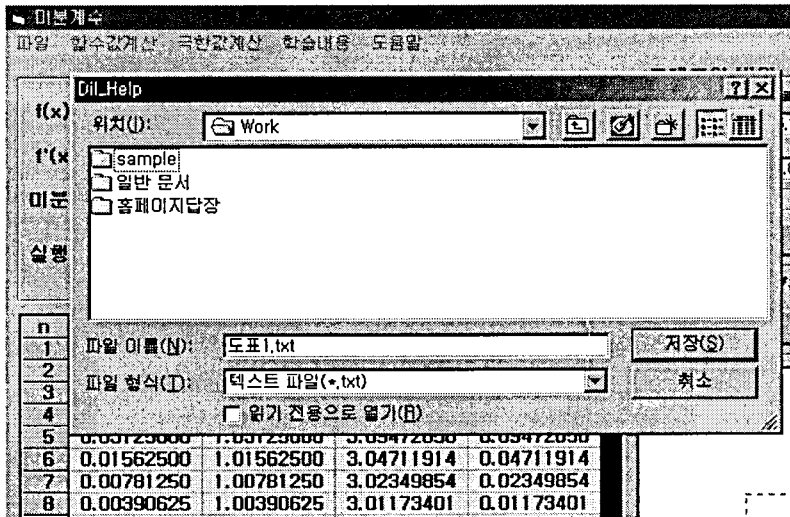
2. 저장(도표, 그래프), 인쇄, 그래프 초기화 기능

미분계수의 계산 과정을 실행한 결과(도표, 그래프)를 별도로 저장하여 보관하거나 별도로 출력시켜 교수 학습의 자료로 활용할 수 있도록 설계하였다(<그림III-3> 참조).



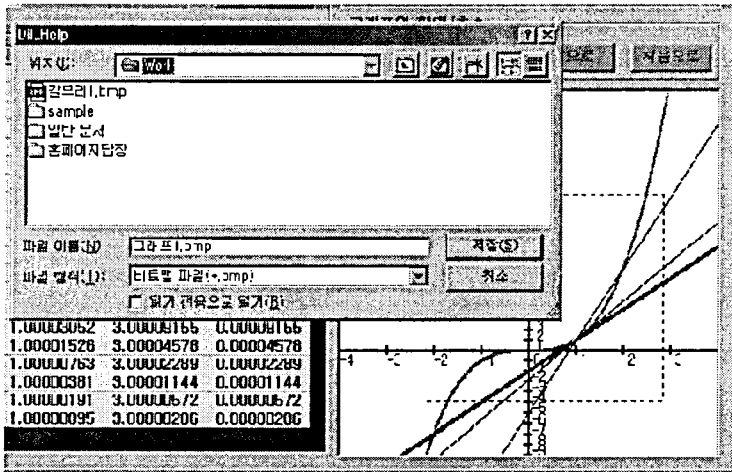
<그림III-3 > 저장기능

먼저 화면에 출력된 도표의 내용을 저장하기 위하여 미분계수폼/메뉴줄/파일/저장/도표 저장의 형태로 클릭하면 도표의 내용을 text 파일로 재구성하여 저장하기 위한 창이 뜨게 되고 경로와 file명을 지정하면 text 파일로 저장되고 차후 메모장이나 워드용 s/w에서 불러오거나 인쇄 출력할 수 있다(<그림III-4> 참조).



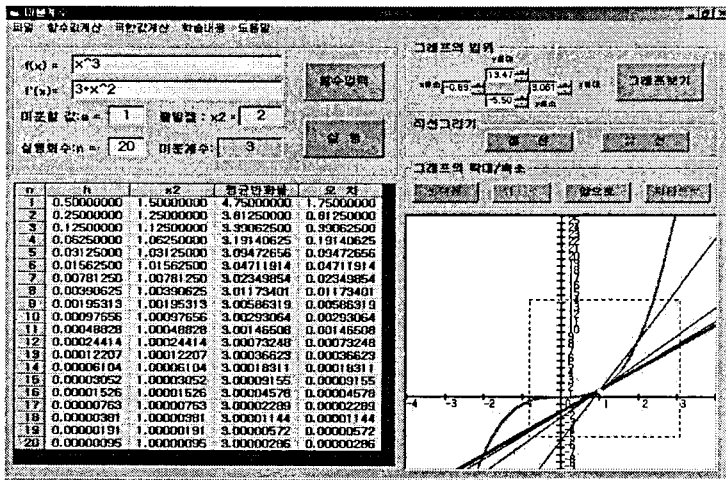
<그림III-4> 도표저장 기능

이와 유사한 방법으로 실행되어 화면에 출력된 그래프를 저장하고 인쇄시킬 수 있는데 미분계수 폼/메뉴줄/파일/저장/그래프 저장을 클릭하면 그래프 화면을 bmp file로 저장하기 위한 창이 뜨게 되고 경로와 file명을 지정하면 차후 그래픽용 s/w(그림판, 포토샵, ACDsee 등)에서 불러오거나 인쇄시킬 수 있다(<그림III-5> 참조).



<그림 III-5> 그래프저장

아울러 현재의 실행되어 나타난 폼을 현재 상태로 인쇄시킬 수 있으며(메뉴줄/폼인쇄), (<그림 III-6> 참조) 그래프 초기화에 의해 현재의 그래프를 지우고 초기의 화면 상태로 나타내게 할 수 도 있다.

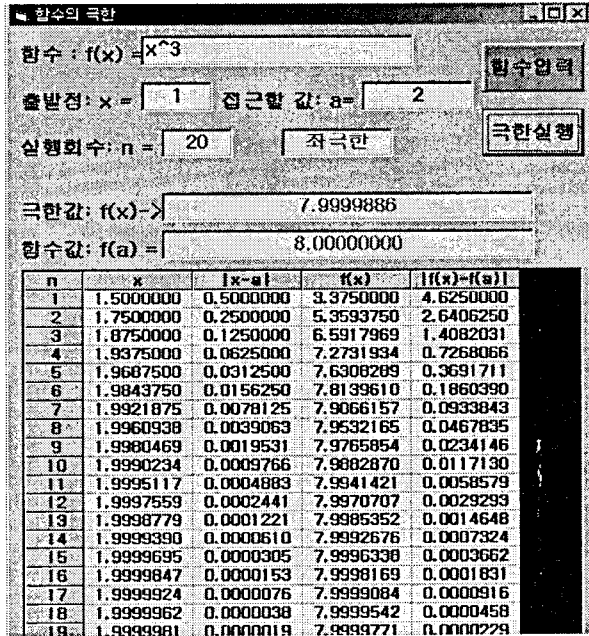


<그림 III-6> 폼인쇄 출력결과

3. 함수값 계산, 극한값 계산을 위한 보조 폼 추가

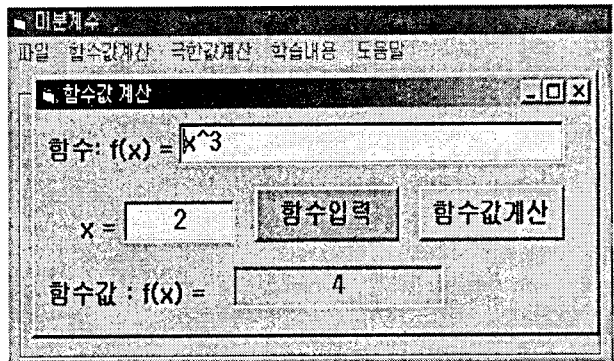
미분 교육을 하다 보면 불가피하게 별도로 극한값을 구하게 되거나 함수값을 구할 경우가 있을 수 있다. 미분계수 폼은 평균변화율이나 그 극한 즉 미분계수를 계산하는 과정으로 짜여져 있기에

별도의 계산 보조 도구가 필요할 수밖에 없다. 따라서 함수의 극한을 계산하기 위해 미분계수폼/메뉴줄/극한값계산을 클릭하면 함수의 극한을 구하는 폼이 나타나고 사용 방법은 미분계수의 폼에서와 유사하다(<그림III-7> 참조).



<그림III-7 > 극한값 계산 보조폼

단 x 값이 어떤 일정한 값으로 접근하는 방식이 아닌 양의 무한대나 음의 무한대로 무한히 커지는 경우에 관한 극한 계산은 임의로 큰 수 (10만, 100만, 1000만 등)를 배정하여 극한값의 변화를 살펴 계산하도록 한다. 아울러 함수값을 계산하려 할 경우에는 미분계수폼/메뉴줄/함수값계산을 클릭하여 함수값을 계산할 수 있다(<그림III-8> 참조).



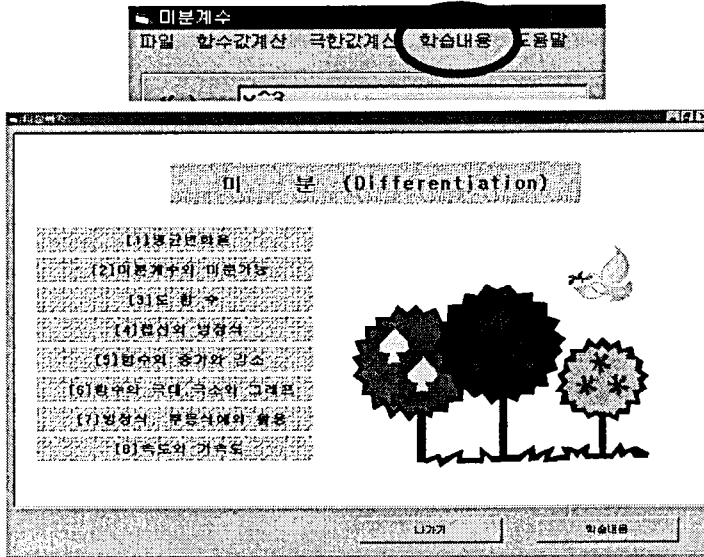
<그림III-8 > 함수값 계산 보조폼

4. 미분 학습 내용과 프로그램 사용법 설명을 위한 보조판

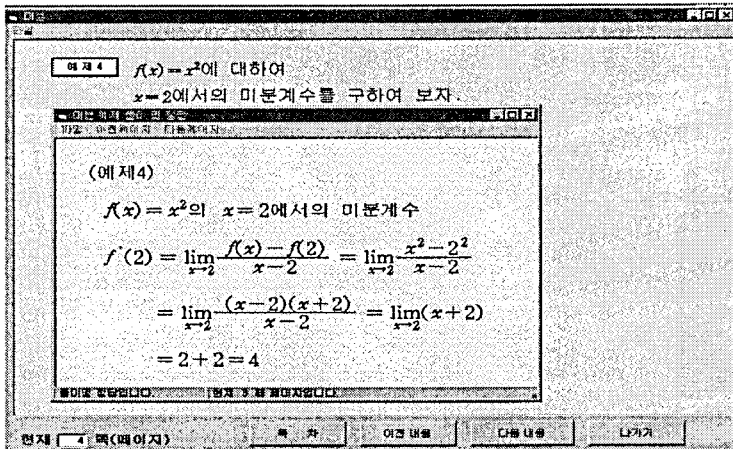
가. 미분 학습 내용 수록

미분 학습을 위한 일제 학습 혹은 개별 학습을 위하여 미분 단원의 교과 내용을 수록한 폼을 추가하

여 교수-학습에 활용할 수 있도록 하였다. 미분계수 품의 메뉴중 학습 내용을 클릭하여 미분 단원의 목차로 링크 시켰으며 8개의 소단원을 목차에 제시하였고 각각의 부분을 학습 내용(예제)과 링크시켜 필요한 단원을 선택하여 학습할 수 있도록 설계하였다.³⁾ (<그림III-9> 참조)



<그림III-9 > 학습 내용과 목차

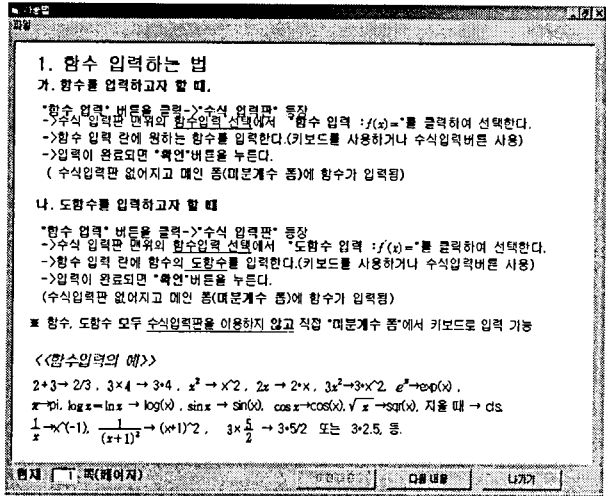
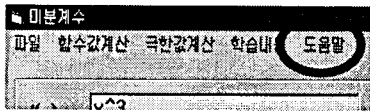


<그림III-9 > 학습 내용(예제, 풀이, 정답)

3) 제7차 교육과정에 제시된 교육내용과 현행 6차 교육과정의 수학1 교과서(지학사, 박한식의 공저) 중 미분 단원(p.135-p.172)의 내용을 참고

나. 프로그램 사용법 설명 수록

프로그램을 효율적으로 원활하게 사용할 수 있도록 사용법 설명을 수록하여 (4쪽 분량) 미분계수/메뉴줄/도움말과 링크시켜 필요할 땐 언제든지 활용할 수 있도록 하였다(<그림III-10> 참조).



<그림 III-10 > 도움말(사용법 설명)

IV. 교육적 차원에서의 논의

1. 7차 교육과정의 편성 및 관련성

2002학년도부터 시행되는 제7차 수학 교육과정에는 미분·적분 단원이 제6차교육과정과는 다르게 수학2와 미분 적분학이라는 새로운 과목에 편성되어 선택 중심으로 이루어져 있다. 그러나 미분 적분 단원 자체에서 추구하는 교육 내용에는 별다른 변화가 없다. 단지 프로그램을 많이 활용하여 시각적 교육의 효율을 향상시키려는 움직임은 눈에 띄게 나타나고 있다.⁴⁾ 따라서 본 프로그램을 미분 교수·학습에 활용함으로써 학습의 효율을 기대할 수 있다. 아울러 제7차교육과정을 토대로 하여 제6차 교육과정의 수학 교과서 중 미분단원을 참고로 하여 만든 이 프로그램과 학습내용의 도움말은 많은 관련성을 지닌다.

2. 프로그램의 교육적 활용 방안

제 7차 수학 교육과정의 한 단원을 위해 제작한 본 프로그램은 개별 학습과 일제 학습의 공용을 위하여 설계되었으므로 사용자의 편의에 따라 이용할 수 있다.

4) 이는 제 7차교육과정에서 실용 수학(p.89-p.96), 이산수학(p.131-p.138)이라는 컴퓨터 활용 중심의 새로운 과목이 나타난 것에서도 알 수 있다.

본 프로그램을 효율적으로 활용하기 위하여 수업 시간 내내 이 프로그램을 활용하기보다는 수업의 도입 단계에서의 확인 학습이나 정리 확인 단계에서의 확인 학습, 때때로 수업 중간이라도 가시적인 설명이나 점검 과정이 필요할 때 사용하는 것이 바람직하다.

극한의 개념을 명확히 명확하게 이해하지 못하고 관념상으로만 받아들이는 차원에서 수치해석 방법을 활용하여 점진적으로 좌표를 변화시켜 가며 수렴이나 발산의 과정과 결과를 도표 방식으로 단계적으로 보이는 과정 등은 학생들에게 구체적인 이해를 도울 수 있다. 이를 위하여 교사나 사용자는 본 프로그램을 실행할 때 더욱 세심한 관심을 가지고 활용하여 그 효율을 증대시킬 수 있다. 예를 들어 데이터 입력시 구하려는 미분계수를 위해 어느 점에서부터 출발하여 접근시킬지(초기값), 또는 실행 회수는 어느 정도로 하여야 적절한지, 그래프를 그리기 위해 어느 정도의 범위를 설정할 것인지, 얼마 크기의 부분을 선택하여 확대할 것인지 등의 문제이다.

V. 결 론

비주얼 베이직 프로그램을 활용하여 제7차 수학 교과과정 중 미분 교육을 위한 시각적 자료의 하나로 만든 프로그램이지만 곳곳에 문제점과 과제가 남아 있다.

수치해석적 방법을 활용하여 미분계수로의 접근 과정을 시각적으로 보여줌으로써⁵⁾ 관념적으로만 생각할 수 있는 극한과 미분의 개념을 구체화시킬 수 있었으나 함수에 대한 도함수나 그래프의 범위 설정 등은 자동적인 계산이 아닌 운영자의 기본적인 수학 지식에 의해 조정되어야 하기에 아직 개발의 여지가 남아 있다.

단지 막연한 추상적인 개념을 실제적으로 프로그램을 활용하여 시각적으로 보여줌으로써 학생들에게 구체화된 개념을 가질 수 있도록 도와 줄 수 있다는 점에서 그 의의를 갖고자 한다.

새로운 교육 변혁의 시기를 맞고 있는 중대한 시점에서 무엇보다 가장 중요하고도 필요한 것 중의 하나가 교사들의 개혁과 도전의 의지라고 생각한다. 최첨단의 정보와 통신 시설이 절정기라 할 만큼 왕성한 이 시대에 무엇인가 새로운 것을 추구하고 개발해 나가려는 자세야말로 우리가 살아가는 사회뿐 아니라 개개인의 삶의 원동력이 될 것이다.

참 고 문 헌

- 정세영·윤재현·이규봉·오세영 (1998). 수치해석학, 서울:경문사
 고일석 (1999). 비주얼베이직 6.0, 서울: 가남사
 박한식·구광조 외 4인 공저 (2000). 고등학교 수학1 교과서, 서울: (주)지학사
 교육부 (1998). 제7차 교육과정 수학과 교육과정[별책8], 서울: (주)대한교과서

5) 수치해석학(경문사, 정세영외 공저) 중 비선형 수치해법을 활용하여 미분계수로 접근하는 과정을 보임