

강성계수의 전달을 이용한 정적 감도해석 알고리즘에 관한 연구

A Study on the Static Sensitivity Analysis Algorithm Using the Transfer of Stiffness Coefficient

최명수

Myung-Soo Choi

Key Words : Sensitivity Analysis(감도해석), Transfer Stiffness Coefficient Method(전달강성계수법), Direct Differentiation Method(직접미분법), Static Analysis(정적해석), Finite Element Method(유한요소법)

Abstract : To design a structural or a mechanical system with the best performance, the main procedure of a typical design usually consists of repeated modifications of design parameters and the investigation of the system response for each set of these parameters. But this procedure requires much time, effort and experience. Sensitivity analysis can provide systematic information for improving performance of a system. The author has studied on the development of the structural analysis algorithm and suggested recently the transfer stiffness coefficient method(TSCM). This method is very suitable algorithm to a personal computer because the concept of the TSCM is based on the transfer of the nodal stiffness coefficients which are related to force and displacement vectors at each node. In this paper, a new sensitivity analysis algorithm using the concept of the TSCM is formulated for the computation of state variable sensitivity in static problems. The trust of the proposed algorithm is confirmed through the comparison with the computation results using existent sensitivity analysis algorithm and reanalysis for computation models.

1. 서 론

기계, 조선, 항공, 토목 등 분야를 막론하고, 기계나 구조물의 설계시에 정적·동적해석을 정확히 수행하는 일은 대단히 중요하다. 그리고 기계나 구조물의 초기설계 단계에서 기하학적 형상이나 물성치를 변경하여 설계 조건을 만족시켜야 할 경우가 많은데, 이 때 설계자가 단지 개인적인 경험이나 감각에 의존하여 임의적으로 설계 변수를 바꾸어 정적·동적해석을 행한 후, 설계 조건을 만족하는지 여부를 확인하는 종래의 시행착오적인 방법으로는 최적의 구조물을 설계하기도 힘들뿐더러 설계시에 상당한 시간과 노력 그리고 비용을 요구하게 된다.

감도해석(sensitivity analysis)은 이러한 문제점을 개선하기 위한 수단의 하나로, 구조물의 기하학

적 형상이나 물성치와 같은 설계 변수의 변경에 따른 응답의 변화율과 같은 체계적인 정보를 설계자들에게 제공한다. 따라서 감도해석을 수행하면 초기 설계단계 뿐만 아니라 구조변경시에 어느 설계 변수를 수정하는 것이 가장 효과적인가를 설계자가 합리적으로 판단할 수 있으므로, 설계 시간과 비용을 획기적으로 줄일 수 있다.

현재 기계나 구조물의 정적 감도해석에 가장 많이 이용되는 해석 알고리즘은 직접미분법(direct differentiation method)¹⁾이다. 이 방법은 유한요소법²⁾을 기반으로 개발되었으므로, 다양한 구조물을 보, 판, 셀과 같은 기본요소로 모델링하여 해석할 수 있지만, 복잡한 구조물 즉 전체 자유도가 큰 구조물을 해석할 경우에는 많은 계산 시간과 기억용량을 필요로 하므로 퍼스널 컴퓨터를 사용하여 해석하기에는 곤란한 경우가 많다.³⁾

Yamakawa⁴⁾는 직접미분법의 취약점을 개선하기 위하여 전달행렬법⁵⁾을 이용한 감도해석 기법을 제안하였다. 전달행렬법은 유한요소법에 비해 상대적

으로 적은 기억용량으로도 복잡한 구조물을 해석할 수 있으므로, 비교적 낮은 성능의 퍼스널 컴퓨터에 적합한 해석기법이다. 그러나 전달행렬법은 구조물이 힌지(hinge)로 연결되어 있는 경우 그리고 구조물의 중간에 강지지(剛支持)로 변위 일부가 구속되는 경우에는 본래의 전달행렬법과는 전혀 다른 복잡한 알고리즘을 사용하지 않으면 해석을 수행할 수 없는 단점이 있다.⁶⁾

저자는 절점강성계수(nodal stiffness coefficient)의 전달에 기본 개념을 두고 있는 구조해석 기법인 전달강성계수법을 개발하여 직선형 구조물, 골조형 구조물, 격자형 구조물 그리고 평판형 구조물 등의 정적해석, 자유진동해석, 강제진동해석 그리고 과도응답해석에 적용하여, 본 해석기법이 유한요소법과 전달행렬법에 비해 적은 기억용량과 계산 시간으로 신뢰성있는 계산 결과를 얻을 수 있음을 제시한 바 있다.⁷⁻¹¹⁾

본 논문은 퍼스널 컴퓨터 상에서도 안정적이고 효율적인 전달강성계수법의 개념을 확장하여, 기계나 구조물의 정적설계에 도움이 될 수 있는 새로운 정적 감도해석 알고리즘을 정식화한다. 간단한 수치 계산모델에 대하여 수치 계산을 행한 후, 본 해석기법의 신뢰성을 확인한다.

2. 전달강성계수법에 의한 정적해석

2.1 모델링

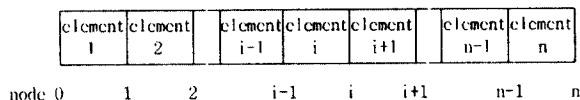


Fig. 1 Transfer system

해석대상 계(系)를 포인트요소(point element)와 필드요소(field element)로 분할하여 모델링한 후, Fig. 1과 같은 전달계(transfer system)로 재구성한다. 포인트요소란 부재(member)를 기초(base)로부터 지지하는 스프링과 같은 기초지지요소(base support element)가 해당되고, 필드요소는 축(shaft), 봉(rod) 그리고 보(beam)와 같은 부재요소가 해당된다.

그리고 절점(node)이란 해석대상 계의 좌단(시작단)과 우단(끝단), 그리고 요소와 요소사이의 결합점을 뜻하고, n개의 요소로 구성된 구조물인 경우에, 각 절점을 좌단에서 우단으로 순차적으로 절점 0, 1, 2, ..., n이라고 한다.

전달강성계수법은 다양한 경계조건을 기초지지

요소, 즉 포인트요소로 모델링할 수 있다. 예를 들어, 경계조건이 자유인 경우에는 포인트요소의 기초지지 스프링상수를 0, 고정인 경우에는 수치상의 무한대에 해당하는 값을 대입하여 계산한다. 따라서 전달계에서 시작과 끝 요소는 경계조건을 모델링한 포인트요소 1과 n이 된다.

2.2 절점강성계수행렬과 힘보정벡터의 정의

임의의 절점 i에서 힘벡터(\mathbf{f}_i)와 변위벡터(\mathbf{d}_i) 사이의 관계를 다음 식과 같이 정의한다.

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{S}_i \mathbf{d}_i + \mathbf{e}_i \quad (2.1)$$

여기서 \mathbf{S}_i 를 절점강성계수행렬(nodal stiffness coefficient matrix), \mathbf{e}_i 를 힘보정벡터(force corrective vector)라고 한다. 앞으로 하첨자 i는 i번째 절점 또는 i번째 요소에 관한 물리량을 뜻한다.

2.3 포인트 전달식

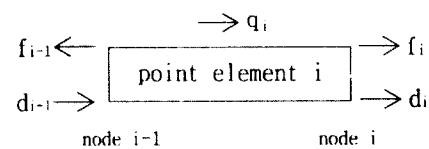


Fig. 2 Point element

Fig. 2와 같은 포인트요소 i에 외력(external force) \mathbf{q}_i 가 작용하는 경우, 포인트요소 i의 좌측(절점 i-1)과 우측(절점 i)의 힘의 평형식과 변위벡터의 연속조건은 다음과 같다.

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{f}_{i-1} + \mathbf{P}_i \mathbf{d}_i - \mathbf{q}_i, \quad \mathbf{d}_i = \mathbf{d}_{i-1} \quad (2.2)$$

여기서 행렬 \mathbf{P}_i 는 기초지지요소로 구성되는 포인트 강성행렬이다.

포인트요소 i 좌측의 정보(\mathbf{S}_{i-1} , \mathbf{e}_{i-1})를 가지고 요소 우측의 정보(\mathbf{S}_i , \mathbf{e}_i)를 알아내는 식을 포인트 전달식이라 하고, 식(2.1), (2.2)로부터

$$\mathbf{S}_i = \mathbf{S}_{i-1} + \mathbf{P}_i, \quad \mathbf{e}_i = \mathbf{e}_{i-1} - \mathbf{q}_i \quad (2.3)$$

가 된다.

구조물 좌단의 경계조건을 포인트요소 1로 모델링하였으므로, 요소 1의 좌측인 절점 0는 해석적으로 자유로 간주한다. 따라서 힘벡터 \mathbf{f}_0 는 영벡터(null vector)가 된다. 그러므로 $i=1$ 과 식(2.1), (2.2)로부터 절점 1의 절점강성계수행렬 \mathbf{S}_1 과 힘보정벡터 \mathbf{e}_1 을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{S}_1 = \mathbf{P}_1, \quad \mathbf{e}_1 = -\mathbf{q}_1 \quad (2.4)$$

2.4 필드 전달식

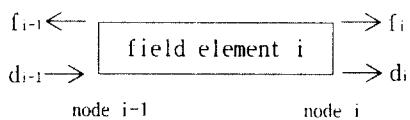


Fig. 3 Field element

Fig. 3와 같은 필드요소 i 의 좌측(절점 $i-1$)과 우측(절점 i)의 변위벡터와 힘벡터 사이의 관계를 나타내는 필드(field) 강성행렬은 유한요소해석의 강성행렬¹²⁾의 요소들의 부호를 일부 수정하면 쉽게 구할 수 있다.¹³⁾

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_i \\ \mathbf{f}_{i-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_i & \mathbf{B}_i \\ \mathbf{C}_i & \mathbf{D}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d}_i \\ \mathbf{d}_{i-1} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

필드요소 i 의 좌측의 정보(\mathbf{S}_{i-1} , \mathbf{e}_{i-1})를 가지고 요소 우측의 정보(\mathbf{S}_i , \mathbf{e}_i)를 구하는 식을 필드 전달식이라 하고, 식(2.1), (2.5)로부터

$$\mathbf{S}_i = \mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{V}_i, \quad \mathbf{e}_i = \mathbf{Z}_i \mathbf{e}_{i-1} \quad (2.6)$$

가 되고, 여기서

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_i &= \mathbf{H}_i^{-1} \mathbf{C}_i, & \mathbf{Z}_i &= -\mathbf{B}_i \mathbf{H}_i^{-1} \\ \mathbf{H}_i &= \mathbf{S}_{i-1} - \mathbf{D}_i \end{aligned} \quad (2.7)$$

이다.

2.5 정적해석

식(2.4)로 \mathbf{S}_1 , \mathbf{e}_1 을 구한 후, 필드 전달식과 포인트 전달식을 Fig. 1의 전달계에 적용하면, 각 절

점의 절점강성계수행렬 및 힘보정벡터를 구할 수 있고, 최종적으로 우단의 \mathbf{S}_n , \mathbf{e}_n 을 구할 수 있다.

우단의 경계조건을 포인트요소 n 으로 모델링하였으므로, 요소 n 의 우측인 절점 n 은 해석적으로 자유($\mathbf{f}_n = \mathbf{0}$, $\mathbf{d}_n \neq \mathbf{0}$)로 간주한다. 그러므로 식(2.1)의 i 에 n 을 대입한 식과 구조물의 좌단에서 우단으로 전달하면서 계산해 온 \mathbf{S}_n , \mathbf{e}_n 으로부터, 절점 n 의 변위벡터 \mathbf{d}_n 을 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{d}_n = -\mathbf{S}_n^{-1} \mathbf{e}_n \quad (2.8)$$

필드요소 i 의 우측(절점 i)의 변위벡터 \mathbf{d}_i 를 알고 있다면, 요소 좌측(절점 $i-1$)의 변위벡터 \mathbf{d}_{i-1} 은 식(2.1)의 i 대신에 $i-1$ 을 대입한 식과 식(2.5) 그리고 식(2.7)로부터 유도한 다음식으로 계산할 수 있다.

$$\mathbf{d}_{i-1} = \mathbf{V}_i \mathbf{d}_i - \mathbf{H}_i^{-1} \mathbf{e}_{i-1} \quad (2.9)$$

따라서 식(2.8)로부터 우단의 변위벡터를 계산한 후, 나머지 절점의 변위벡터는 식(2.9)와 식(2.2)의 변위벡터의 연속조건으로부터, 순차적으로 각 절점의 변위벡터를 계산할 수 있다. 힘벡터는 변위벡터를 먼저 계산한 후, 식(2.1)로부터 구할 수 있다.

3. 전달강성계수법에 의한 감도해석

3.1 감도강성계수행렬과 감도힘보정벡터의 정의
식(2.1)의 양변을 설계 변수 x_j 로 미분하면,

$$\mathbf{f}_i^* = \mathbf{S}_i^* \mathbf{d}_i + \mathbf{S}_i \mathbf{d}_i^* + \mathbf{e}_i^* \quad (3.1)$$

가 된다. 여기서 기호 *는 설계 변수 x_j 에 대한 미분($\frac{\partial}{\partial x_j}$)을 뜻하고, \mathbf{S}_i^* 를 감도강성계수행렬(sensitivity stiffness coefficient matrix), \mathbf{e}_i^* 를 감도힘보정벡터(sensitivity force corrective vector)라고 정의한다.

3.2 포인트 전달식

식(2.2)의 양변을 설계변수 x_j 로 미분하면,

$$\mathbf{f}_i^* = \mathbf{f}_{i-1}^* + (\mathbf{P}_i \mathbf{d}_i)^* - \mathbf{q}_i^*, \quad \mathbf{d}_i^* = \mathbf{d}_{i-1}^* \quad (3.2)$$

가 되고, 행렬 \mathbf{P}_i^* 는 설계변수 x_i 에 대한 i번째 포인트 강성행렬의 미분을 뜻한다.

포인트요소 i 좌측의 정보(\mathbf{S}_{i-1}^* , \mathbf{e}_{i-1}^*)를 가지고 요소 우측의 정보(\mathbf{S}_i^* , \mathbf{e}_i^*)를 알아내는 식을 감도 포인트 전달식이라 하고, 식(3.1), (3.2)로부터

$$\mathbf{S}_i^* = \mathbf{S}_{i-1}^* + \mathbf{P}_i^*, \quad \mathbf{e}_i^* = \mathbf{e}_{i-1}^* - \mathbf{q}_i^* \quad (3.3)$$

가 된다.

요소 1의 좌측인 절점 0은 해석적으로 자유로 간주하므로, 힘벡터 \mathbf{f}_0 와 힘벡터의 미분 \mathbf{f}_0^* 는 영 벡터(null vector)가 된다. 그러므로 $i=1$ 과 식(3.1), (3.2)로부터 절점 1의 감도강성계수행렬 \mathbf{S}_1^* 과 감도힘보정벡터 \mathbf{e}_1^* 을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{S}_1^* = \mathbf{P}_1^*, \quad \mathbf{e}_1^* = -\mathbf{q}_1^* \quad (3.4)$$

3.3 필드 전달식

식(2.3)의 양변을 설계변수 x_i 로 미분하면,

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_i^* &= (\mathbf{A}_i \mathbf{d}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{d}_{i-1})^* \\ \mathbf{f}_{i-1}^* &= (\mathbf{C}_i \mathbf{d}_i + \mathbf{D}_i \mathbf{d}_{i-1})^* \end{aligned} \quad (3.5)$$

가 되고, 여기서 행렬 \mathbf{A}_i^* , \mathbf{B}_i^* , \mathbf{C}_i^* , \mathbf{D}_i^* 는 설계 변수 x_i 에 대한 i번째 필드 강성행렬의 미분에 해당된다.

필드요소 i의 좌측의 정보(\mathbf{S}_{i-1}^* , \mathbf{e}_{i-1}^*)를 가지고 요소 우측의 정보(\mathbf{S}_i^* , \mathbf{e}_i^*)를 구하는 식을 감도 필드 전달식이라 하고, 식(3.1), (3.5)로부터

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_i^* &= \mathbf{A}_i^* + \mathbf{B}_i^* \mathbf{V}_i + \mathbf{Z}_i (\mathbf{H}_i^* \mathbf{V}_i - \mathbf{C}_i^*) \\ \mathbf{e}_i^* &= \mathbf{Z}_i \mathbf{e}_{i-1}^* - (\mathbf{B}_i^* + \mathbf{Z}_i \mathbf{H}_i^*) \mathbf{H}_i^{-1} \mathbf{e}_{i-1}^* \end{aligned} \quad (3.6)$$

가 되고, 여기서

$$\mathbf{H}_i^* = (\mathbf{S}_{i-1} - \mathbf{D}_i)^* \quad (3.7)$$

이다.

3.4 정적 감도해석

식(3.4)로 \mathbf{S}_1^* , \mathbf{e}_1^* 을 구한 후, 감도 필드 전달식과 감도 포인트 전달식을 Fig. 1의 전달계에 적용하면, 각 절점의 감도강성계수행렬 및 감도힘보정 벡터를 구할 수 있고, 최종적으로 우단의 \mathbf{S}_n^* , \mathbf{e}_n^* 을 구할 수 있다.

요소 n의 우측인 절점 n은 해석적으로 자유($\mathbf{f}_n = 0$, $\mathbf{f}_n^* = 0$)로 간주하므로, 식(3.1)의 i에 n을 대입한 식과 구조물의 좌단에서 우단으로 전달하면서 계산해 온 \mathbf{S}_n^* , \mathbf{e}_n^* 으로부터, 절점 n의 변위 벡터의 미분인 \mathbf{d}_n^* 을 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{d}_n^* = -\mathbf{S}_n^{-1}(\mathbf{S}_n^* \mathbf{d}_n + \mathbf{e}_n^*) \quad (3.8)$$

필드요소 i 우측(절점 i)의 \mathbf{d}_i^* 을 알고 있다면, 요소 좌측(절점 i-1)의 \mathbf{d}_{i-1}^* 은 식(3.1)의 i 대신에 i-1을 대입한 식과 식(3.5) 그리고 식(3.7)로부터 구한 다음식으로 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_{i-1}^* &= \mathbf{V}_i \mathbf{d}_i^* - \mathbf{H}_i^{-1} \mathbf{e}_{i-1}^* + \\ &\quad \mathbf{H}_i^{-1} (\mathbf{C}_i^* \mathbf{d}_i^* - \mathbf{H}_i^* \mathbf{d}_{i-1}^*) \end{aligned} \quad (3.9)$$

따라서 2장과 동일하게 식(3.8)과 식(3.9) 그리고 포인트 요소 좌우의 연속조건($\mathbf{d}_i^* = \mathbf{d}_{i-1}^*$)으로부터, 순차적으로 각 절점의 변위벡터의 감도를 계산할 수 있다. 힘벡터의 감도는 변위벡터의 감도를 먼저 계산한 후, 식(3.1)로부터 구할 수 있다. 지금 까지 기술한 감도해석 알고리듬을 순서대로 정리한 것이 Fig. 4이다.

설계변수(x)에 대한 상태변수(Z)의 감도란 결국 상태변수를 설계변수로 미분($\frac{\partial Z}{\partial x} = Z^*$)한 것이다. 따라서, 고차항을 무시한 Taylor급수 전개^[4]와 감도해석 결과를 이용하면, 설계변수가 Δx 만큼 변한 후의 정확한 상태변수($Z(x + \Delta x)$)를 바로 구할 수는 없지만, 다음식과 같이 상태변수의 추정치($\hat{Z}(x + \Delta x)$)를 쉽게 계산할 수 있다.

$$\hat{Z}(x + \Delta x) = Z(x) + Z(x)^* \times \Delta x \quad (3.10)$$

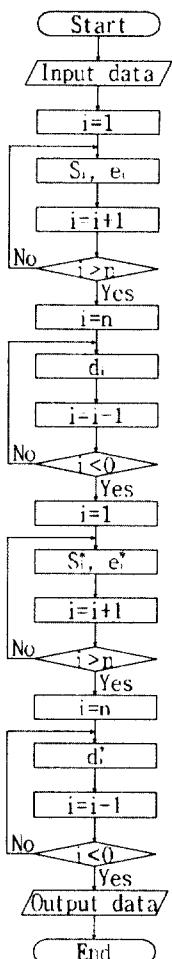


Fig. 4 Flow chart

그리고 감도해석 결과의 유용성을 확인하기 위하여, 다음과 같은 백분율 오차를 도입한다.

$$E_r(\%) = \frac{Z(x + \Delta x)}{Z(x)} \times 100 \quad (3.11)$$

4. 계산 결과 및 검토

앞장에서 전달강성계수법(TSCM)으로 정식화한 정적해석과 감도해석 알고리즘을 토대로 퍼스널 컴퓨터상에서 해석 프로그램을 만든 후, Fig. 5와 같은 3단 봉(rod) 구조물 그리고 Fig. 6과 같은 외팔보에 대하여 정적해석과 감도해석을 수행하였다. 그리고 본 해석기법의 신뢰성을 확인하기 위하여, 동일 모델에 대하여 유한요소법(FEM)과 직접적분법(DDM)으로 정적해석과 감도해석을 수행한 후, 그 결과를 전달강성계수법의 결과와 비교하였고, 또한 설계변경후의 재해석 결과와도 비교하였다.

4.1 3단 봉 구조물의 정적해석과 감도해석

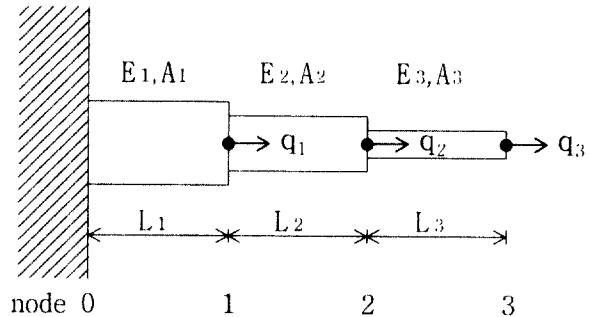


Fig. 5 Computation model I

Fig. 5에 나타낸 계산모델 I은 3개의 직선 봉으로 구성되고, 봉요소의 길이는 각각 10m이고, 단면적은 각각 $3 \times 10^{-4} \text{ m}^2$, $2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$, $1 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ 이며, 종탄성계수는 모두 206 GPa이다. 구조물의 경계조건은 좌단은 고정, 우단은 자유이고, 절점 1에 1000 N, 절점 2에 2000 N, 절점 3에 3000 N의 외력이 작용한다.

Table 1은 계산모델 I에 대하여 유한요소법(FEM)과 전달강성계수법(TSCM)으로 정적해석을 수행하여 각 절점의 변위를 계산한 결과이다. 유한요소법과 전달강성계수법의 결과가 잘 일치하였다.

Table 1 Comparison of displacements for computation model I [m]

Method Node (i)	FEM	TSCM
1	9.7087e-4	9.7087e-4
2	2.1845e-3	2.1845e-3
3	3.6408e-3	3.6408e-3

계산모델 I에 대하여 직접미분법과 본 연구에서 제안한 방법으로 감도해석을 수행하였다. 설계 변수로 봉요소의 단면적(A_1 , A_2 , A_3)을 각각 채택한 후, 절점의 종변위(x_1 , x_2 , x_3) 감도를 계산한 결과가 Table 2이다. 직접미분법의 계산 결과와 본 연구에서 제안한 방법의 계산 결과가 Table 2의 유효자리수 내에서 완전히 일치하였다. 참고로, Table 2에서 $\frac{\partial x_i}{\partial A_1}$ 는 첫 번째 봉요소의 단면적을 설계 변수로 하여, i번째 절점의 종변위 감도를 계산한 결과임을 뜻한다.

Table 2 Sensitivities of displacements for computation model I

Node (i)	Sensitivity	$\frac{\partial x_i}{\partial A_1}$	$\frac{\partial x_i}{\partial A_2}$	$\frac{\partial x_i}{\partial A_3}$
1	-3.2362	0	0	
2	-3.2362	-6.0680	0	
3	-3.2362	-6.0680	-14.5631	

Table 3은 계산모델 I의 첫 번째 보강요소의 단면적(A_1)이 $3 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ 에서 10% 그리고 20% 증가할 때, 절점의 종변위를 재해석(reanalysis)한 결과(x_i)와 감도해석 결과를 이용하여 절점의 종변위를 추정한 계산 결과(\tilde{x}_i)이다.

Table 3 Comparison of reanalysis results and estimated results for model I

(a) $A_1 = 3.3 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

Node (i)	x_i [m]	\tilde{x}_i [m]	percentage error [%]
1	8.8261e-4	8.7379e-4	99.0
2	2.0962e-3	2.0874e-3	99.6
3	3.5525e-3	3.5437e-3	99.8

(b) $A_1 = 3.6 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

Node (i)	x_i [m]	\tilde{x}_i [m]	percentage error [%]
1	8.0906e-4	7.7670e-4	96.0
2	2.0227e-3	1.9903e-3	98.4
3	3.4790e-3	3.4466e-3	99.1

Table 3에서 추정값이 재해석 결과와 전반적으로 잘 일치하였다. 따라서 감도해석 결과의 신뢰성 및 유효성을 확인할 수 있었다.

4.2 외팔보의 정적해석과 감도해석

Fig. 6에 나타낸 계산모델 II는 5개의 직선 보강소로 구성된 전체 길이 2 m의 외팔보이고, 외팔보의 우단(절점 5)에 100 N의 외력이 작용한다. 보의 단면 형상은 폭과 높이가 각각 0.02 m인 정사각형이며, 종탄성계수가 206 GPa이다.

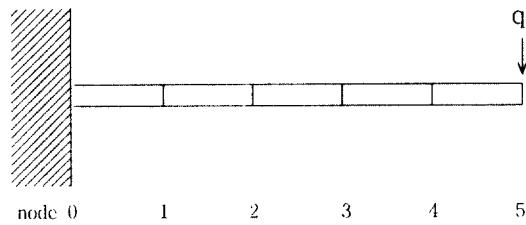


Fig. 6 Computation model II

Table 4는 계산모델 II에 대하여 유한요소법과 전달강성계수법으로 정적해석을 수행하여 각 절점의 횡변위를 계산한 결과이다. 양 방법의 결과가 잘 일치하였다.

Table 4 Comparison of displacements for computation model II [m]

Node (i)	Method	FEM	TSCM
1		5.4369e-3	5.4369e-3
2		2.0194e-2	2.0194e-2
3		4.1942e-2	4.1942e-2
4		6.8350e-2	6.8350e-2
5		9.7087e-2	9.7087e-2

계산모델 II에 대하여 직접미분법과 본 연구에서 제안한 방법으로 감도해석을 수행하였다. 설계 변수로 보강요소의 단면2차모멘트(I_1, I_2, I_3, I_4, I_5)를 각각 채택한 후, 절점의 횡변위(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5) 감도를 계산한 결과가 Table 5이다.

Table 5 Sensitivities of displacement for computation model II [$\times 10^6$]

Node (i)	$\frac{\partial y_i}{\partial I_1}$	$\frac{\partial y_i}{\partial I_2}$	$\frac{\partial y_i}{\partial I_3}$	$\frac{\partial y_i}{\partial I_4}$	$\frac{\partial y_i}{\partial I_5}$
1	-0.4078	0	0	0	0
2	-1.1942	-0.3204	0	0	0
3	-1.9806	-0.9320	-0.2330	0	0
4	-2.7670	-1.5437	-0.6699	-0.1456	0
5	-3.5534	-2.1553	-1.1068	-0.4078	-0.0583

직접미분법의 계산 결과와 본 연구에서 제안한 방법의 계산 결과가 Table 5의 유효자리수 내에서

완전히 일치하였다. 참고로, Table 5에서 $\frac{\partial y_i}{\partial I_1}$ 는 첫 번째 보요소의 단면2차모멘트를 설계 변수로하여 i번째 절점의 횡변위 감도를 계산했다는 의미이다.

Table 6는 계산모델Ⅱ의 첫 번째 보요소의 단면2차모멘트(I_1)가 $1.3333 \times 10^{-8} \text{ m}^4$ 에서 10% 그리고 20% 증가할 때, 절점의 횡변위를 재해석한 결과(y_i)와 감도해석 결과를 이용하여 절점의 횡변위를 추정한 계산 결과(\tilde{y}_i)이다.

Table 6 Comparison of reanalysis results and estimated results for model II

(a) $I_1 = 1.4667 \times 10^{-8} \text{ m}^4$

Node (i)	y_i [m]	\tilde{y}_i [m]	percentage error [%]
1	4.9426e-3	4.8932e-3	99.0
2	1.8358e-2	1.8602e-2	101.3
3	3.8129e-2	3.9301e-2	103.1
4	6.2136e-2	6.4660e-2	104.1
5	8.8261e-2	9.2350e-2	104.6

(b) $I_1 = 1.6000 \times 10^{-8} \text{ m}^4$

Node (i)	y_i [m]	\tilde{y}_i [m]	percentage error [%]
1	4.5307e-3	4.3495e-3	96.0
2	1.6828e-2	1.7010e-2	101.1
3	3.4951e-2	3.6660e-2	104.9
4	5.6958e-2	6.0971e-2	107.0
5	8.0906e-2	8.7612e-2	108.3

Table 6에서 절점 횡변위의 추정값이 재해석한 결과와 대체로 비슷하였으나, 단면적이 20% 증가할 때는 외팔보의 끝단에서의 절점 횡변위의 오차가 좀 더 커짐을 알 수 있었다. 이는 추정치를 구할 때, 1차 감도만을 고려했기 때문이라고 사료되며, 추후 2차이상의 고차감도를 고려한다면 추정치의 계산 결과가 크게 개선되리라 생각한다.

4. 결 론

감도해석은 구조물의 기하학적 형상이나 물성치와 같은 설계 변수의 변경에 따른 응답의 변화율과 같은 체계적인 정보를 설계자에게 제공할 수 있다. 따라서 감도해석을 수행하면 초기 설계단계뿐만 아니라 구조변경시에 설계자에게 합리적인 판단 자료를 제공하므로, 설계 시간과 비용을 크게 줄일 수 있다.

본 논문에서는 절점강성계수의 전달에 기본 개념을 두고 있고 퍼스널 컴퓨터에 적합한 구조해석 기법인 전달강성계수법의 개념을 확장하여, 기계나 구조물의 설계분야에 유익한 새로운 정적 감도해석 알고리즘을 개발하여 정식화하였다.

그리고 다단 봉 구조물과 외팔보에 대한 정적해석 및 정적 감도해석을 통하여, 본 해석기법의 신뢰성 및 유효성을 확인하였다.

참고문헌

1. 山川宏 , “最適化デザイン”, 培風館, 東京, pp. 65~76, 1993
2. K. J. Bathe, "Finite Element Procedures", Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1996
3. N. S. Sehmi, "Large Order Structural Eigenanalysis techniques Algorithm for Finite Element Systems", Ellis Horwood, New York, pp. 9~13, 1989
4. Hiroshi Yamakawa, "Efficient Sensitivity Analysis and Optimum Designs of Linear/Nonlinear Mechanical and Structural Systems for Static and Dynamic Problems by Using the Ordinary and the Incremental Transfer Matrix Methods", Proceedings of the KSME/JSME Vibration Conference '87, pp. 252~261, 1987
5. E. C. Pestel and F. A. Leckie, "Matrix Methods in Elastomechanics", McGraw-Hill Book Co., New York, 1963
6. 田中基八郎, 三技省三, "振動モデルとシミュレーション", 應用技術出版社, 東京, pp. 105~110, 1988
7. 최명수, “강성계수의 전달을 이용한 구조물의 진동해석기법”, 부경대학교 박사학위논문, 부산, 1999
8. D. H. Moon and M. S. Choi, "Vibration Analysis for Frame Structures Using

Transfer of Dynamic Stiffness Coefficient,"
Journal of Sound and Vibration, Vol. 234,
No. 5, pp. 725~736, 2000

9. 문덕홍, 최명수, "강성계수의 전달을 이용한 다양한 연결부를 갖는 구조물의 진동해석", 대한기계학회 논문집 A권, 제23권, 제2호, pp. 344~356, 1999

10. M. S. Choi and et al., "Transient Analysis of Beam Structures by the Finite Element-Transfer Stiffness Coefficient Method", 8th International Congress on Sound And Vibration, pp. 2787~2794, 2001

11. 문덕홍, 최명수, 정하용, "강성계수의 전달을 이용한 골조구조물의 정적해석", 한국전산구조공학회 2001년도 가을 학술발표회 논문집, pp. 287~294, 2001

12. D. J. Inman, "Engineering Vibration", Prentice-Hall Inc., New Jersey, pp. 400~436, 1996

13. M. Geradin, and S. L. Chen, "An Exact Model Reduction Technique for Beam Structures: Combination of Transfer and Dynamic Stiffness Matrices", Journal of Sound and Vibration, Vol. 185, pp. 431~440, 1995

14. K. Ogata, "System Dynamics (2nd Ed.)", Prentice-Hall Inc., New Jersey, pp. 50~51, 1992