

주파수와 감쇠비 변화에 강인한 Convolution 입력성형기 설계

박운환[†] · 이재원* · 임병덕*
(2001년 2월 24일 접수, 2001년 10월 27일 심사완료)

Design of Robust Convolution Input Shaper for the Variation of Frequency and Damping Ratio

Un-Hwan Park, Jae-Won Lee and Byoung-Duk Lim

Key Words: Multi-Hump Convolution Input Shaper(하프형 컨벌루션 입력성형기), 3D Sensitivity Curve(3차원 민감도 선도), Residual Vibration(잔류진동), Zero-Vibration(ZV) Input Shaper(ZV 입력성형기), Extra-Insensitive(EI) Input Shaper(EI 입력성형기)

Abstract

The flexibility of long reach manipulators presents a difficult control problem when accurate end-point position is required. Input shaping by convolving system commands with impulse sequences has been shown to be an effective method of reducing residual vibrations in flexible systems. However, existing shapers have been considered robustness for only frequency uncertainty. However, this paper presents new multi-hump convolution(CV) input shaper that could accommodate with the simultaneous variation of natural frequency and damping ratio. Comparisons with previously proposed input shapers are presented to illustrate the qualities of the new input shaper. These new shapers will be shown to have better robustness for the variation of frequency and damping ratio.

1. 서론

기호설명

ω_n, ζ_n : 시스템의 고유주파수와 감쇠비

$\omega_{lo}, \zeta_{lo}, \omega_{hi}, \zeta_{hi}$: 한 개 또는 두 개의 hump를 가지는 입력성형기의 민감도 선도에서 잔류진동비가 0이 되는 주파수와 감쇠비

여기에서, $\omega_{lo} < \omega_n < \omega_{hi}, \zeta_{lo} < \zeta_n < \zeta_{hi}$

$\omega_{lo1}, \zeta_{lo1}, \omega_{lo2}, \zeta_{lo2}, \omega_{hi1}, \zeta_{hi1}, \omega_{hi2}, \zeta_{hi2}$: 세 개 또는 네 개의 hump를 가지는 입력성형기의 민감도 선도에서 잔류진동비가 0이 되는 주파수와 감쇠비

여기에서, $\omega_{lo2} < \omega_{lo1} < \omega_n < \omega_{hi1} < \omega_{hi2},$

$$\zeta_{lo2} < \zeta_{lo1} < \zeta_n < \zeta_{hi1} < \zeta_{hi2}$$

디스크 드라이브의 데이터 읽기/쓰기 장치나 유연한 구조물을 가진 로봇 또는 무거운 물체를 운반하는 크레인을 사용하는 산업현장에서는 정밀한 위치제어를 위해서 여러 가지 진동제어기법들이 많이 사용된다. 그 중에서 입력성형기법은 유연한 구조물의 진동제어를 위해 많이 사용되어 왔다. 여러 개의 임펄스로 구성된 입력성형기에 기준입력을 컨벌루션하여 진동이 발생하지 않는 신호로 성형을 하는 기법이다.

입력성형기법은 기준 입력을 두 단계로 나누어 시스템에 입력을 가하는 posicast 기법으로 소개되었다.⁽¹⁾ 첫 번째 임펄스를 가해주고 진동주기의 반주기 후에 임펄스를 가해주면 첫 번째 임펄스에 의한 진동과 위상이 반대가 되어 서로 상쇄가 된다. 입력성형기는 시스템의 고유주파수와 감쇠비의 정보를 이용하여 설계가 된다. 그러나 시스

[†] 책임저자, 회원, 영남대학교 대학원 기계공학부

E-mail : p9814407@chunma.yu.ac.kr

TEL : (053)810-3568 FAX : (053)813-3703

* 회원, 영남대학교 기계공학부

탐의 특성이 변하게 된다면 성능이 현저히 떨어지는 경향이 있으므로 입력성형기의 강인성에 대한 연구가 많이 진행되어 왔다. Singer와 Seering은 구속조건을 추가하여 3개의 임펄스로 발전시켰으며 입력성형기법을 로봇에 적용하여 좋은 성과를 얻었다.⁽²⁾ Teo는 Singer의 방법에서 제한조건을 추가하여 강인성을 증가시킨 입력성형기를 제시하였다.⁽³⁾ Singhose는 시스템의 고유주파수 부근에서 어느 정도(예를 들어 5%)의 잔류진동을 허용하는 multi-hump EI 입력성형기를 제시하였다.⁽⁴⁻⁶⁾ 어느 정도 잔류진동을 허용하는 반면에 저지 대역폭이 기존의 필터보다 더 넓다. 박운환은 z-영역에서 민감도 선도를 해석하고 그것을 이용하여 multi-hump 입력성형기 설계방법을 제시하였다.^(7,8) 그러나 기존의 multi-hump 입력성형기들은 주파수 변화만을 고려하였다. 시스템은 주파수 뿐만 아니라 감쇠비도 동시에 변하는 경우도 발생한다. 예를 들어 유연한 빔을 가진 로봇이 물건을 집었을 때는 시스템의 주파수와 감쇠비가 동시에 변하게 된다. 따라서 주파수와 감쇠비 동시 변화에 강한 입력성형기가 요구되어진다. 수치해석으로 비선형 연립방정식의 해를 구하는 기존의 방법으로는 주파수와 감쇠비 동시 변화를 고려하는 것은 쉬운 문제가 아니다. 주파수만 고려하여 설계할 때 보다 변수가 2배로 증가하게 되므로 구해야 될 해가 2배로 증가하게 된다. 그러나 본 논문에서는 기존의 방법과 달리 ZV 입력성형기의 컨볼루션을 이용하여 주파수와 감쇠비의 동시 변화에 강한 multi-hump CV (Convolution) 입력성형기를 제시한다. 제시되는 CV 입력성형기는 기존의 방법과 같이 복잡한 비선형 연립방정식을 풀지 않고도 multi-hump 입력성형기를 설계할 수 있다.

2장에서는 기존의 입력성형기를 간단히 설명하고 3장에서는 새로운 설계방법인 CV 입력성형기를 설명한다. 4장에서는 시뮬레이션을 통하여 기존의 EI 입력성형기와 새로이 제시되는 CV 입력성형기를 서로 비교한다.

2. 기존의 입력성형기법

2차 진동 시스템에 여러 개의 임펄스가 가해졌을 때 시스템에 나타나는 잔류진동의 크기비는 식 (1)과 같다.

$$V(\omega, \zeta) = e^{-\zeta\omega t_n} \left[\left(\sum_{i=1}^n A_i e^{\zeta\omega t_i} \cos(\omega t_i \sqrt{1-\zeta^2}) \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n A_i e^{\zeta\omega t_i} \sin(\omega t_i \sqrt{1-\zeta^2}) \right)^2 \right]^{1/2} \quad (1)$$

여기에서 n 은 임펄스 개수, A_i 는 i 번째 임펄스 크기, t_i 는 i 번째 임펄스가 가해지는 시간이다. ZV(Zero-Vibration) 입력성형기⁽⁴⁻⁶⁾는 2개의 임펄스 열로 이루어 졌으며 시스템의 고유주파수에서 잔류진동이 0이라는 조건식과 구동기의 제한 조건식인 $A_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^n A_i = 1$ ($i=1, \dots, n$)으로 설계된 필터이다. 그러나 Fig. 1의 민감도 선도에서 주파수 오차에 대한 잔류진동이 급격히 증가함을 알 수 있다. 이러한 경향을 줄이기 위해 고유주파수에서 주파수에 대한 미분이 0이 된다는 조건을 추가하면 ZVD(Zero-Vibration-Derivative) 입력성형기⁽⁴⁻⁶⁾를 설계할 수 있다. Fig. 1에서 고유주파수 부근에서의 주파수 변동에 대한 잔류진동의 변동율이 줄어들게 되어 주파수변동에 대한 강인성이 증가하게 된다. 그러나 강인성이 증가되는 반면에 시간지연이 늘어나게 되어 응답속도가 느린 단점이 있다. Multi-hump EI 입력성형기는 시간지연을 줄이면서 강인성을 증가시킨 것으로서 고유주파수 부근에서 어느 정도(예를 들어 5%) 진동을 허용하는 구속조건을 주어 Fig. 1과 같이 민감도 선도가 hump를 가지도록 한 것이다. ZVD 입력성형기와 1개의 hump를 가지는 EI 입력성형기는 임펄스 열의 길이는 같지만 저지 대역대 폭은 EI 입력성형기가 더 넓다는 것을 Fig. 1에서 알 수 있다. 1개의 hump를 가지는 EI 입력성형기를 설계하기 위해서는 식 (1)이 ω_b 와 ω_{hi} 에서 잔류진동이 0이 된다는 조건식과 고유주파수 ω_n 에서 잔류진동이 0.05가 된다는 조건식이 필요하다. 그러나 EI 입력성형기는 hump 개수의 증가에 따라 비선형 식들이 추가되므로 설계하기가 어렵다. 또한 여기에 감쇠비의 변수들이 더 추가된다면 해석적인 해를 구하는 것은 불가능하다.

Fig. 2는 Fig. 1의 민감도 선도를 3차원으로 나타낸 것이다. Fig. 2에서 보듯이 기존의 입력성형기들은 감쇠비는 일정하고 주파수 변화에 대해서만 고려를 하였다. 그러나 대형 경량화 구조물의

경우 무시할 수 없는 재료 댐핑이 존재하고 있으므로 이에 대한 고려가 반드시 이루어져야 한다. 예를 들어 댐핑이 존재하는 긴 구조물을 가진 로봇 팔이 물건을 잡을 경우 시스템의 고유주파수와 감쇠비가 동시에 변하게 된다. 따라서 변수 변동을 고려할 때 주파수와 감쇠비를 동시에 부가하여 강인한 입력성형기 설계가 이루어져야 한다.

3. CV 입력성형기 설계

민감도 선도는 주파수 변화에 대한 잔류진동비

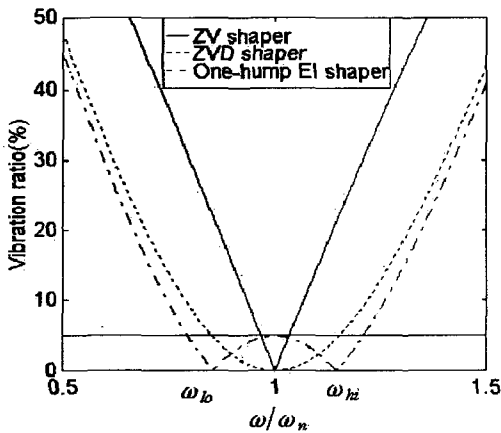


Fig. 1 Sensitivity curves of existing input shapers

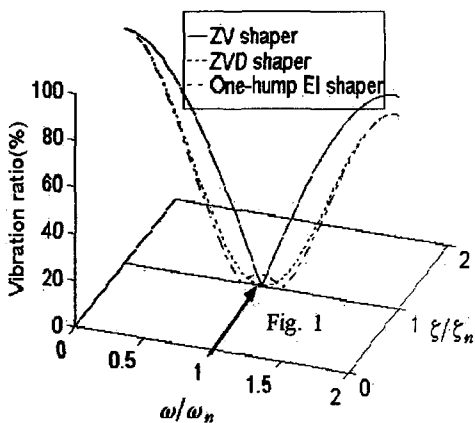


Fig. 2 3D sensitivity curves of existing input shapers

로서 식 (1)을 이용하여 나타낸다. 식 (1)을 달리 표현하면 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$V(\omega, \zeta) = |A_0 e^{-\zeta \omega t_n} e^{j\omega_d t_0} + A_1 e^{-\zeta \omega (t_n - t_1)} e^{j\omega_d t_1} + \dots + A_n e^{-\zeta \omega t_n} e^{j\omega_d t_n}| \quad (2)$$

여기에서 ω_d 는 $\omega \sqrt{1 - \zeta^2}$ 이다. 두 개의 다른 주파수 ω' , ω'' 에서 설계된 ZV 입력성형필터 $H'(z)$, $H''(z)$ 들을 서로 컨벌루션을 하면 Fig. 3과 같이 나타낼 수 있다. Fig. 3의 입력성형기 $H'(z)H''(z)$ 의 민감도는 식 (2)를 이용하면 식 (3)과 같이 표현할 수 있다.

$$|A_0 A_0'' e^{-\zeta \omega (t_1 + t_1'')} e^{j\omega_d (t_0 + t_0'')} + A_1 A_0'' e^{-\zeta \omega (t_0 + t_1'')} e^{j\omega_d (t_1 + t_0'')} + A_0 A_1'' e^{-\zeta \omega (t_1 + t_0'')} e^{j\omega_d (t_0 + t_1'')} + A_1 A_1'' e^{-\zeta \omega (t_0 + t_1'')} e^{j\omega_d (t_1 + t_1'')}| \quad (3)$$

식 (3)은 식 (4)와 같이 $H'(z)$ 와 $H''(z)$ 의 민감도 곱으로 나타낼 수 있다.

$$|A_0' e^{-\zeta \omega t_1'} e^{j\omega_d t_0'} + A_1' e^{-\zeta \omega t_0'} e^{j\omega_d t_1'}| \times |A_0'' e^{-\zeta \omega t_1''} e^{j\omega_d t_0''} + A_1'' e^{-\zeta \omega t_0''} e^{j\omega_d t_1''}| \quad (4)$$

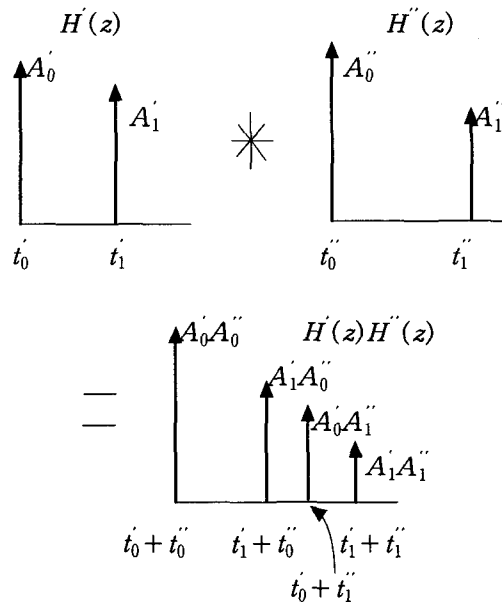


Fig. 3 Convolution of ZV shapers

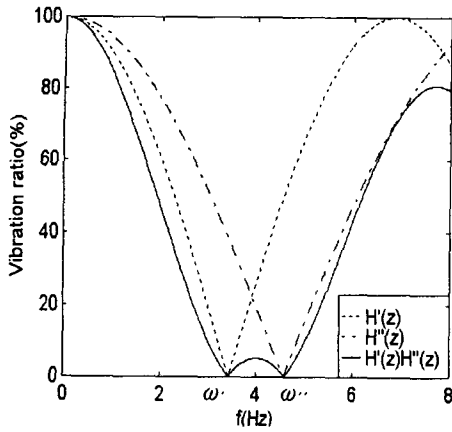


Fig. 4 Sensitivity curves of $H'(z)$, $H''(z)$ and $H'(z)H''(z)$

따라서 $H'(z)H''(z)$ 의 민감도 선도는 각주파수에서 $H'(z)$ 의 민감도와 $H''(z)$ 의 민감도의 곱이므로 Fig. 4에서 보는 바와 ω' , ω'' 에서 잔류진동이 0이며 중간에 hump를 가지는 민감도 선도로 나타난다. 이와 같은 원리를 이용하여 설계된 hump 형태의 입력성형기를 CV 입력성형기라고 한다.

예를 들어 고유 주파수가 4Hz이고 감쇠비가 0.03인 시스템에 대해 한 개의 5% hump를 가지는 CV 입력성형기를 설계하여 보자. Fig. 5는 주파수 3.4Hz, 감쇠비 0.025와 주파수 4.6Hz, 감쇠비 0.035에서 잔류진동이 0이 되는 ZV 입력성형기의 민감도 선도들을 나타낸 것이다. 본 논문에서는 시스템이 주파수와 감쇠비가 동시에 변한다고 가정을 하고 설계를 하였기 때문에 기존의 민감도와 달리 주파수와 감쇠비에 대해서 나타내었다. 이와 같은 두 개의 ZV 입력성형기를 컨벌루션하였을 때의 민감도는 두 필터의 민감도를 각 주파수와 감쇠비에서 서로 곱한 것이므로 Fig. 6과 같이 주파수 3.4Hz, 감쇠비 0.025와 주파수 4.6Hz, 감쇠비 0.035에서 0이 되며 중간에 hump가 생기게 된다. 민감도 선도에서 주파수와 감쇠비는 시스템의 고유주파수 4Hz, 감쇠비 0.03으로 표준화하여 나타낸 것이다. 이와 같이 시스템의 고유주파수 ω_n 과 감쇠비 ζ_n 에서 양방향으로 $k\omega_n, k\zeta_n$ 떨어진 주파수 $\omega_{l,hi}$ 와 감쇠비 $\zeta_{l,hi}$ 에 대해 ZV 입력성형기를 설계하여 서로 컨벌루션하면

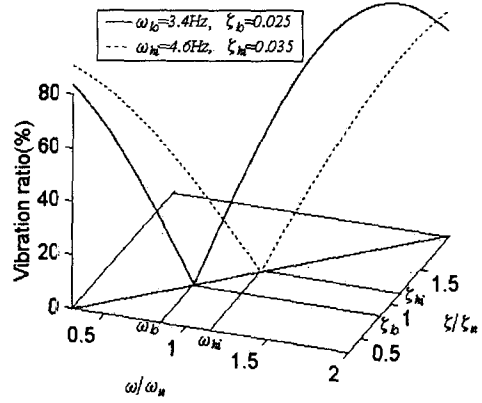


Fig. 5 3D sensitivity curves of ZV input shapers ($\omega_n=4\text{Hz}$, $\zeta_n=0.03$)

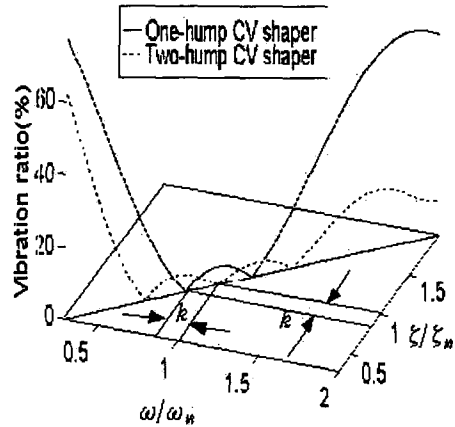


Fig. 6 3D sensitivity curves of one- and two-hump CV input shapers ($\omega_n=4\text{Hz}$, $\zeta_n=0.03$)

주파수 $\omega_{l,hi}$ 와 감쇠비 $\zeta_{l,hi}$ 에서 잔류진동이 0이 되고 중간에 볼록한 형태의 민감도 선도를 가지는 입력성형기를 설계할 수 있다. 이 때, k 값은 0에서 증가시키면서 컨벌루션된 필터의 hump 크기가 5%가 되는 값을 찾아야 한다. Fig. 6의 one-hump CV 입력성형기의 민감도를 주파수와 감쇠비가 변하는 선도를 따라 2차원으로 나타내면 Fig. 7과 같다. 3차원 민감도 선도로는 hump의 크기를 정확히 알 수 없으므로 k 값을 찾을 때는 2차원의 민감도 선도를 그리면서 구한다. Table 1은 hump의 개수에 따라 ZV 입력성형기의 주파수와 감쇠비를 나타낸 것이다.

1개의 hump를 가지는 입력성형기에 시스템의 고유주파수와 감쇠비에 대한 ZV 입력성형기를 컨벌루션하면 Fig. 6과 같이 2개의 hump를 가지는 입력성형기를 만들 수 있다. 2개의 hump를 가질 경우는 $\omega_{lo}, \zeta_{lo}, \omega_n, \zeta_n$ 와 ω_{hi}, ζ_{hi} 에서 잔류진동이 0이 된다. 이 때, k 값도 1개의 hump 경우와 같이 민감도 선도를 그리면서 hump의 크기가 5% 되는 값을 찾는다.

3개의 hump를 가지는 경우는 4개의 ZV 입력성형기를 설계해야 한다. 이 때, hump의 크기는 Table 1에서 보는 바와 같이 k_1 과 k_2 의 함수다. k_1 을 증가시키면 바깥 hump의 크기가 커지고 k_2 를 증가시키면 중간 hump의 크기가 커지게 된다.

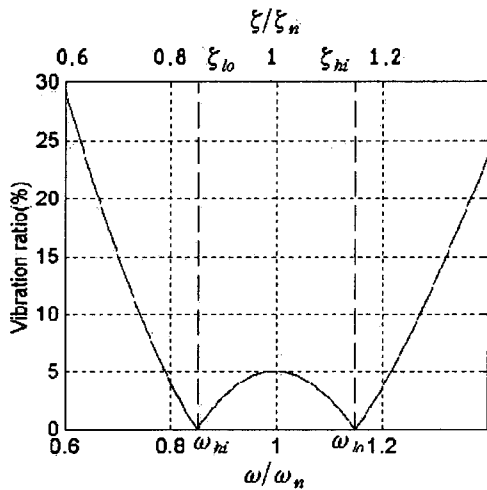


Fig. 7 sensitivity curve of one-hump CV shaper

Table 1 Frequency and damping ratio of ZV shapers for CV shapers

No. of hump	frequency and damping ratio of ZV shapers for CV shapers
1	$\omega_{lo, hi} = (1 \mp k)\omega_n, \zeta_{lo, hi} = (1 \mp k)\zeta_n$
2	$\omega_{lo, hi} = (1 \mp k)\omega_n, \zeta_{lo, hi} = (1 \mp k)\zeta_n$ ω_n, ζ_n
3	$\omega_{lo1, hi1} = (1 \mp k_1)\omega_n, \zeta_{lo1, hi1} = (1 \mp k_1)\zeta_n$ $\omega_{lo2, hi2} = (1 \mp k_2)\omega_n, \zeta_{lo2, hi2} = (1 \mp k_2)\zeta_n$
4	$\omega_{lo1, hi1} = (1 \mp k_1)\omega_n, \zeta_{lo1, hi1} = (1 \mp k_1)\zeta_n$ ω_n, ζ_n $\omega_{lo2, hi2} = (1 \mp k_2)\omega_n, \zeta_{lo2, hi2} = (1 \mp k_2)\zeta_n$

k_1 과 k_2 의 값을 조절하여 hump 크기가 5% 될 때의 값을 사용하면 된다. Fig. 8은 3개의 hump를 가지는 CV 입력성형기를 나타낸 것이다. 그런데 고유주파수보다 낮은 주파수대의 hump 크기보다 높은 주파수대의 hump 크기가 더 작을 뿐만 아니라 저지대역폭도 더 넓다. 그 이유는 ZV 입력성형기를 그려보면 Fig. 9와 같이 설계된 주파수에서 잔류진동이 0이 되고 고유주파수의 2배 간격으로 지역 최소점이 된다. 지역 최소점의 영향으로 시스템의 고유 주파수보다 낮은 주파수 저지대역폭 보다 높은 주파수 저지대역폭이 더 넓으며 hump의 크기도 작다.

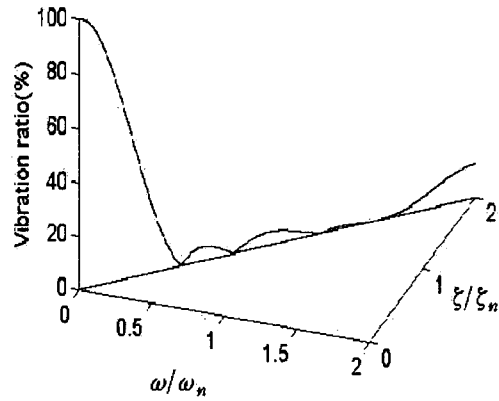


Fig. 8 3D sensitivity curve of three-hump CV shaper

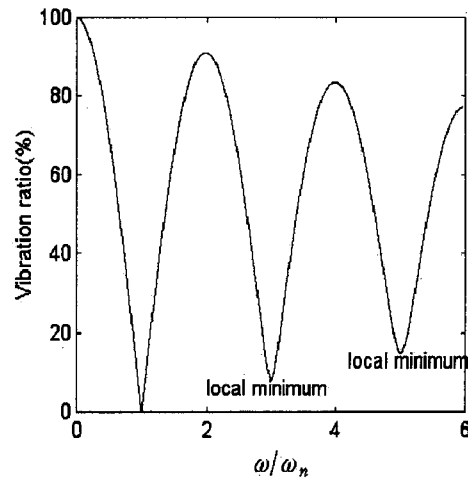


Fig. 9 sensitivity curve of ZV shaper

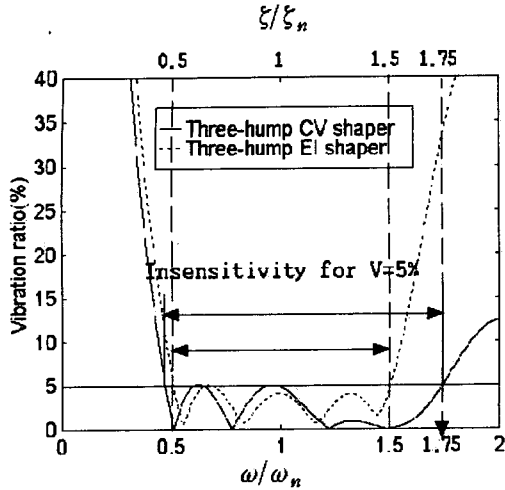


Fig. 10 sensitivity curves of three-hump CV and EI shapers

Fig. 10은 3개의 hump를 가지는 EI 입력성형기와 CV 입력성형기를 나타낸 것이다. EI 입력성형기는 주파수 변화만을 고려하여 설계되었으므로 주파수와 감쇠비 변화에 대해 민감도 선도를 그려보면 Fig. 10에서 보는 바와 같이 CV 입력성형기보다 저지 대역폭이 좁다.

다음은 one-hump CV 입력성형기의 세부적인 설계 순서이다.

- (1) 시스템의 고유주파수와 감쇠비를 구한다.
- (2) k 값을 0으로 정한다.
- (3) 2개의 ZV 입력성형필터의 설계 주파수 $\omega_{b,hi}$ 와 감쇠비 $\zeta_{b,hi}$ 를 $(1+k)\omega_n$ 와 $(1+k)\zeta_n$ 로 정한다.
- (4) 2개의 ZV 입력성형필터를 서로 킨벌루션하여 민감도 선도를 그린다. 이 때, 주파수와 감쇠비의 영역은 $[0, 2\omega_n] \times [0, 2\zeta_n]$ 로 한다.
- (5) 이 때, k 값을 0에서 점점 증가시키면서 3번과 4번을 반복한다. 그렇게 되면 hump의 크기도 점점 증가하게 된다.
- (6) 민감도 선도에서 hump의 크기가 5% 될 때, k 값을 취하면 된다.

4. 시뮬레이션

고유주파수가 4Hz이고 감쇠비가 0.03인 2차 진동 시스템에 3개의 hump를 가지는 CV 입력성형

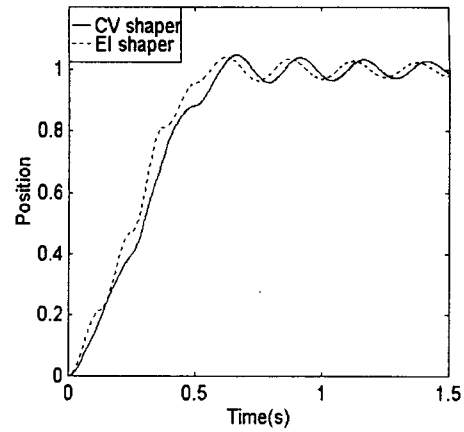


Fig. 11 Time response with three-hump CV and EI shapers for damped system ($\omega_n=4\text{Hz}$, $\zeta_n=0.03$)

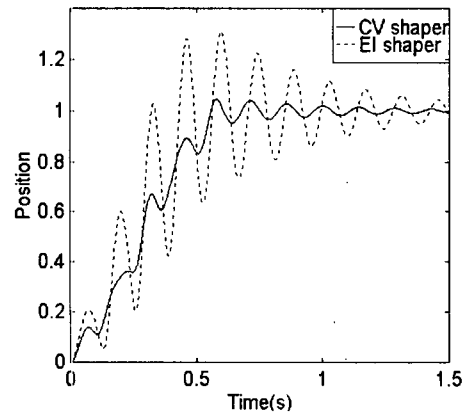


Fig. 12 Time response with three-hump CV and EI shapers for variation of frequency and damping ratio ($\omega_n=7\text{Hz}$, $\zeta_n=0.0525$)

기를 사용한다고 가정하자. Fig. 11은 시스템이 변하지 않았을 경우의 시간응답이다. Fig. 10에서 예상하는 바와 같이 잔류진동이 5%가 된다. Fig. 12는 시스템의 주파수와 감쇠비가 75% 증가되었을 때 시간응답이다. EI 입력성형기는 잔류진동이 34% 발생하고 CV 입력성형기는 5% 발생한다. EI 입력성형기는 주파수 변화만을 고려하였기 때문에 CV 입력성형기보다 잔류진동이 크게 나타난다. 이것은 Fig. 10에서 예상하는 바와 같다.

5. 결 론

Multi-hump EI 입력성형기는 주파수 변화에 강인한 입력성형기이다. 그러나 복잡한 비선형 연립방정식을 풀어야 하는 어려움이 있으며 또한 감쇠 시스템인 경우에는 해석적으로 해를 구하기가 불가능하다. 따라서 수치 해석적인 방법을 이용하여 look-up 테이블을 만들어 사용한다. 그러나 본 논문에서 제시된 CV 입력성형기는 간단히 설계할 수 있는 ZV 입력성형기의 컨벌루션을 이용하므로 비선형 연립방정식의 해를 구하는 기존의 방법보다 쉽다. 또한 주파수와 감쇠비의 동시 변화를 고려하여 설계할 수 있다. 본문에서 주파수와 감쇠비를 동시에 변화시킨 시스템에 대한 시뮬레이션으로 CV 입력성형기가 기존의 EI 입력성형기보다 더 강인하다는 것을 입증하였다. 따라서 본 논문에서 제시된 CV 입력성형기를 주파수와 감쇠비가 동시에 변하는 시스템에 적용한다면 좋은 결과를 얻을 수 있다.

참고문헌

- (1) Tallman, G. H. and Smith, O. J. M., 1958, "Analog Study of Dead-Beat Posicast Control," *Transactions on Automatic Control, Proceedings of IRE*, Vol. AC-3, pp. 14~23.
- (2) Singer, N. C. and Seering, W. P., 1990, "Preshaping Command Inputs to Reduce System Vibration," *Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 112, pp. 76~82.
- (3) Teo, C. L., Ong, C. J. and Xu, M., 1998, "Pulse Input sequences for Residual Vibration Reduction," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 211(2), pp. 157~177.
- (4) Singhose, W. E. and Singer, N. C., 1996, "Extra-Insensitivity Input Shapers for Controlling Flexible Spacecraft," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 19. No. 2.
- (5) Porter, L. J., Singhose, W. E., Tuttle, T. D. and Singer, N. C., 1997, "Vibration Reduction Using Multi-Hump Input Shapers," *Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 119, pp. 320~326.
- (6) Singhose, W. E., Seering, W. P. and Singer, N. C., 1997, "Time-Optimal Negative Input Shapers," *Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 119, pp. 198~205.
- (7) 박운환, 이재원, 임병덕, 주해호, 1999, "Z-영역에서 강인한 입력성형필터의 설계," 한국정밀공학회지 제16권 제4호, pp. 155~162.
- (8) 박운환, 이재원, 임병덕, 2000, "Z-영역에서 입력성형기의 설계와 민감도 해석," 대한기계학회 논문집 A권 제24권 제7호, pp. 1854~1862.