

외란 추정기를 갖는 슬라이딩 모드 제어기의 특성

최승복*, 함준호*, 박종성**

Characteristics of a Sliding Mode Controller with Disturbance Estimator

Seung-Bok Choi*, Joon-Ho Ham*, and Jong-Sung Park**

ABSTRACT

The conventional sliding mode control(SMC) technique requires a priori knowledge of the upperbounds of disturbances or/and modeling uncertainties to assure robustness. This, however, may not be easy to obtain in practical situation. This paper presents a new methodology, sliding mode control with disturbance estimator(SMCDE), which offers a robust control performance without a priori knowledge about the disturbance. The proposed technique is featured by an average value of the imposed disturbance over a certain period. A nonlinear spring-mass-damper system is adopted as an illustrative example, and a comparative work between the conventional technique and the present one is undertaken.

Key Words : Sliding Mode Control (슬라이딩 제어), Disturbance Estimation (외란 추정), Sampling Time (샘플링 시간), Control Robustness (제어 강건성)

1. 서론

대상제어시스템의 매개변수변화 및 외란에 대하여 강건한 제어를 위해 지난 20 여년간 슬라이딩 모드 제어(sliding mode control : SMC)에 대한 연구가 활발히 진행되어 오고 있다^(1,2). 그러나 대부분의 SMC 설계에 있어 불확실성에 대한 한계(upper-bound)를 미리 알고있다고 가정하기 때문에 과도한 설계(over-conservative design)가 이루어지고 있으며, 이로 인한 떨림(chattering) 현상 증가로 종종 시스템 제어성능의 급격한 저하를 초래한다. 따라서 이를 극복 하고자 불확실성을 예측하기 위한 여러 기법들이 제안되고 있다. 특히 제어입력과 직접 연계되어있는 외란의 정확한 예측을 위하여 여러 종류의 외란 관측기(혹은 추정기)가 사용

되고 있다. Kozek⁽³⁾ 등은 SMC 에 선형 외란 관측기를 추가하여 고속 전자기 시스템의 강건제어를 수행하였고, Lu 와 Chen⁽⁴⁾은 시스템 모델 불확실성과 외란의 예측을 위한 변화 관측기(perturbation estimator)를 제안하여 전자기 부상시스템의 강건 제어를 수행하였으며, Liu 와 Peng⁽⁵⁾은 시스템 불확실성과 변수 변환을 외란으로 간주하여 이를 예측하기 위한 관측기를 설계한 후 로봇팔 운동제어에 적용하였다. 한편 Elmali 와 Olgac^(6,7)은 모델링 불확실성과 외란의 예측을 위하여 슬라이딩 서피스의 동적운동을 고려한 SMCPE(sliding mode control with perturbation estimation)를 제안하여 효과적인 로봇의 강건제어를 수행하였다.

본 연구에서 제안한 외란 예측방법은 Elmali 와 Olgac 이 제안한 SMCPE 와 그 형태가 매우 유

접수 2001년 8월 14일
* 인하대학교 기계공학과
** 인하대학교 대학원 기계공학과

사하나 예측기법이 상이하다. SMCPE 기법은 시스템의 상태방정식에서 외란(혹은 perturbation)을 제외한 모든 항을 알고 있다고 가정하여 간단한 대수연산을 통하여 예측하는 방법으로서 다른 외란 관측 방법들과 비교하여 신뢰할 수 있는 외란 관측값에 대한 수렴시간과 위상차가 거의 없다고 볼 수 있다. 그러나 SMCPE 는 이론 전개과정에서 몇 가지 가정과 특징때문에 본 연구에서 제안하는 방법에 비해 상대적인 단점이 존재한다. 예를 들어, SMCPE 는 외란을 계산할 때 시스템의 상태 방정식에서 미분항을 알아야 하기 때문에 이로 인한 오차발생이 불가피하다. 또한 시스템 상태방정식의 미분항은 차수가 높을수록 잡음(noise)이 많아지고 불연속적인 값이 나오는 경향이 있어 오차가 더욱 더 증가하게 된다. 물론 필터를 사용하여 이에 대한 문제점을 해결할 수 있지만 이로 인한 제어성능 저하가 발생할 수 있다. 본 연구에서는 이러한 단점을 해결하기 위하여 상태 방정식의 미분항 대신 일정기간 동안의 외란 적분 평균값을 사용하여 외란을 정확히 예측하는 방법을 제안하였다. 이러한 방법을 SMCDE(sliding mode control with disturbance estimator)라 명명하였으며, 외란이 들어오는 비선형 2 차 시스템을 예제로 택해 SMCPE 와 SMCDE 의 비교연구를 수행하였다.

2. SMCDE 의 설계

외란이 들어오는 다음의 2 차 비선형 시스템을 고려한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= f(x_1(t), x_2(t)) + u(t) + d(t) \end{aligned} \quad (1)$$

상기 식에서 $u(t)$ 는 제어입력을 나타내며, $d(t)$ 는 외란을 나타낸다. 주어진 제어 시스템이 비교적 간단하지만 로봇을 비롯한 많은 물리적 시스템이 식 (1)과 같은 형태의 모델을 갖는다. 일반적인 슬라이딩 모드 제어기를 구성하기 위해 첫번째 단계는 다음과 같은 안정한 슬라이딩 서피스(이 경우 직선)를 설정한다.

$$s(t) = cx_1(t) + x_2(t) = 0, \quad c > 0 \quad (2)$$

따라서 $s(t)$ 의 동적 모델은 다음과 같이 얻어진다.

$$\dot{s}(t) = cx_2(t) + f(x_1(t), x_2(t)) + u(t) + d(t) \quad (3)$$

슬라이딩 모드 존재조건 $s(t)\dot{s}(t) < 0$ 이 만족하도록 $u(t)$ 를 설계하면 다음과 같다⁽⁸⁾.

$$\begin{aligned} u(t) &= u_{equ}(t) - k \operatorname{sgn}(s(t)), \quad k > |d(t)| \\ u_{equ}(t) &= -cx_2(t) - f(x_1(t), x_2(t)) \end{aligned} \quad (4)$$

상기식에서 k 는 불연속 제어계인이며, $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 은 부호함수를 나타내고, $|\cdot|$ 은 절대값을 나타낸다. 식 (4)에서 알 수 있듯이 제어 계인 k 의 선택을 위해서는 외란 $d(t)$ 의 한계치를 미리 알아야 하며, 이에 대한 정보가 미비할 때는 매우 큰 k 값을 사용하여 Lyapunov 안정성이 만족되도록 한다. 그러나 이 경우 제어 시스템의 과설계가 이루어져 입력의 크기가 증가하게 되며, 더욱이 떨림현상(chattering)이 증가하여 시스템 성능에 나쁜 영향을 미치게 된다. 따라서 외란 $d(t)$ 에 대한 정확한 예측이 필요하다.

우선 Elmali 와 Olgac^(6,7)이 제안한 SMCPE 를 식 (1)에 적용하여 설계하면 다음과 같다.

$$\hat{u}(t) = u_{equ}(t) - k \operatorname{sgn}(s(t)) - d_{estimated}(t) \quad (5)$$

여기서,

$$d_{estimated}(t) = \dot{x}_{2(calculated)}(t) - f(x_1(t), x_2(t)) - \hat{u}(t - \delta) \quad (6)$$

$$\dot{x}_{2(calculated)}(t) = \{x_2(t) - x_2(t - \delta)\} / \delta$$

상기 식에서 δ 는 샘플링 시간으로서 제어입력을 줄 수 있는 매우 작은 시간이며 이 크기에 따라서 제어성능이 민감하게 변할 수 있다. 식 (5)와 (6)에서 볼 수 있듯이 SMCPE 의 경우 $\dot{x}_2(t)$ 에 의존하며, 이는 $x_2(t)$ 를 매우 작은 δ 로 나누어 구하기 때문에 측정된 $x_2(t)$ 의 오차는 매우 커지게 되는 경향이 있다. 따라서 계산된 외란의 신뢰성이 떨어지게 되며, 또한 외란 추정에 사용된 값이 제어입력을 제외하고는 δ 시간 동안에 변하기 때문에 δ 가 증가하게 되면 상대적으로 오차가 크게 증가된다.

다음은 본 연구에서 제안하는 SMCDE 를 구성하기 위하여 외란 예측항이 포함된 $s(t)$ 의 동적 모델을 다음과 같이 고려한다.

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= cx_2(t) + f(x_1(t), x_2(t)) + u_{equ}(t) - \\ & k \operatorname{sgn}(s(t)) - d_{estimated}(t) + d(t) \end{aligned} \quad (7)$$

상기 식을 임의의 시간 $T - \delta$ 에서 T 동안 적분하

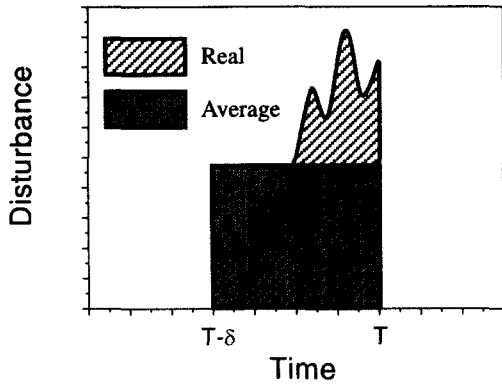


Fig. 1 Average value of the disturbance over a certain period

면 다음과 같다.

$$s(T) = s(T - \delta) + \int_{T-\delta}^T (cx_2(t) + f_1(x_1(t), x_2(t)) + u_{equ}(T - \delta) - k \operatorname{sgn}(s(T - \delta)) - d_{estimated}(T - \delta) + d(t)) dt \quad (8)$$

식 (8)에서 적분항 세번째, 네번째, 그리고 다섯번째 항은 제어입력 성분으로 $T - \delta$ 에서 T 시간 동안 상수이다 따라서, 네번째 항과 다섯번째 항을 적분구간 밖으로 빼내어 정리하면 다음과 같다.

$$\int_{T-\delta}^T d(t) dt = s(T) - s(T - \delta) + \delta \cdot k \operatorname{sgn}(s(T - \delta)) + \delta \cdot d_{estimated}(T - \delta) - \int_{T-\delta}^T (cx_2(t) + f(x_1(t), x_2(t)) + u_{equ}(T - \delta)) dt \quad (9)$$

일반적으로 상기식 좌변의 $d(t)$ 를 정확히 알아내는 것은 매우 힘들며, 이를 알 수 있다고 하여도 $T - \delta$ 에서 T 사이에 어느값을 사용하여 외란추정에 사용해야 하는가에 대한 문제가 남는다. 따라서 아래의 조건을 만족하는 $d_{average}(T)$ 를 정의한다.

$$\int_{T-\delta}^T d_{average}(T) dt = \int_{T-\delta}^T d(t) dt \quad (10)$$

식 (10)을 그래프로 표현하면 Fig. 1 과 같다. $T - \delta$ 에서 T 시간 동안의 $d(t)$ 의 적분값과 $d_{average}(T)$ 의 적분값이 같게 된다. 따라서 외란 평균값은 다음과 같이 된다.

$$d_{average}(T) = \int_{T-\delta}^T d(t) dt / \delta \quad (11)$$

식 (11)을 식 (9)의 좌변 항에 대입하여 정리하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$d_{average}(T) = \{s(T) - s(T - \delta)\} / \delta + k \operatorname{sgn}(s(T - \delta)) + d_{estimated}(T - \delta) - \int_{T-\delta}^T (cx_2(t) + f(x_1(t), x_2(t)) + u_{equ}(T - \delta)) dt / \delta \quad (12)$$

식 (12)의 우변에서 마지막 항은 δ 가 매우 작아 $u_{equ}(T - \delta)$ 와 $cx_2(t) + f(x_1(t), x_2(t))$ 가 완전히 상쇄된다고 하는 가정에서 발생하는 오차를 보정하는 역할을 하며, 이를 정확히 계산하기는 매우 어렵다. 따라서 다음과 같은 근사값을 적용한다.

$$X_c(T) = \{cx_2(T) + f(x_1(T), x_2(T)) + u_{equ}(T - \delta)\} / 2 = -(u_{equ}(T) - u_{equ}(T - \delta)) / 2 \quad (13)$$

식(13)을 식(12)에 대입하면 $d_{average}(T)$ 의 최종 형태를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$d_{average}(T) = \{s(T) - s(T - \delta)\} / \delta - X_c(T) + k \operatorname{sgn}(s(T - \delta)) + d_{estimated}(T - \delta) \quad (14)$$

이렇게 구한 $d_{average}(T)$ 값은 $T - \delta$ 에서 T 사이에 들어온 외란의 적분 평균값이라고 할 수 있으며, 이렇게 구한 $d_{average}(T)$ 로 외란의 함수형태를 예측하여 다음 시간대에 제어입력에 들어갈 외란 측정값 $d_{estimated}(t)$ 를 구할 수 있다. 여기서 외란의 예측 방법으로서 다음과 같이 Taylor 전개를 이용한

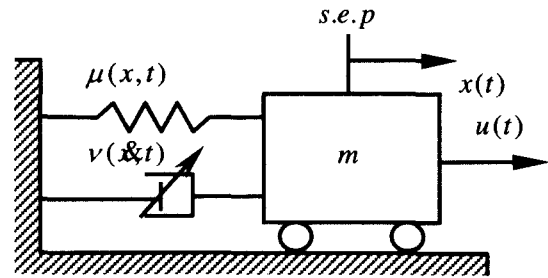


Fig. 2 A nonlinear spring-damper system

다.

$$d_{estimated}(t) = \sum_{i=0}^n \delta^i \cdot d_{average}(T)/i! \quad (15)$$

따라서 본 연구에서 제안한 SMCDE 는 식(5), (14) 그리고 (15)로 구성된다.

본 연구에서 제안된 SMCDE 는 SMCPE 에 비하여 δ 의 영향을 적게 받고, 높은 주기의 외란이 들어올 경우 추정오차가 적게 나타난다. 또한 SMCPE 가 불연속 계인을 사용하였을 경우 안정적인 외란추정이 어려운 것에 반하여 SMCDE 는 적분 평균값을 사용함으로써 불연속 계인 사용에도 매우 안정적인 외란추정이 가능하다. 나아가서 SMCDE 는 식 (15)에 의해 다음 제어시간의 외란을 예측하기 때문에 SMCPE 방법에 비해 연속적인 외란추정에 있어 정확성이 높아지는 장점이 있다.

3. 시뮬레이션 결과 및 고찰

본 연구에서 제안된 SMCDE 와 기존의 SMCPE 방법과의 제어성능 비교를 위하여 Fig. 2 와 같은 비선형 스프링-댐퍼 시스템을 고려한다. 이 시스템의 운동 방정식은 다음과 같이 주어진다⁽⁹⁾.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \sum_{i=1}^4 f_i(x,t) + bu(t) + hd(t) \\ x_1(t_0) &= x_{10}, \quad x_2(t_0) = x_{20} \end{aligned} \quad (16)$$

여기서,

$$\begin{aligned} b &= h = 1/m \\ f_1(x,t) &= -\mu_0 x_1(t)/m, \quad f_2(x,t) = -u_1 x_1^3(t)/m \\ f_3(x,t) &= -v_0 x_2(t)/m, \quad f_4(x,t) = -v_1 x_2(t)|x_2(t)|/m \end{aligned} \quad (17)$$

슬라이딩 서피스를 식 (2)와 같이 설계한 후 외란 추정기가 없는 슬라이딩 모드 제어기(SMC), Elmalı 와 Olgac 가 제안한 SMCPE, 그리고 본 연구에서 제안한 SMCDE 를 식 (16), (17)에 대하여 설계하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &1) \text{ SMC} \\ u(t) &= -\sum_{i=1}^4 f_i(x,t) - cx_2(t) - k \operatorname{sgn}(s(t)) \\ &= u_{equ}(t) - k \operatorname{sgn}(s(t)) \end{aligned} \quad (18)$$

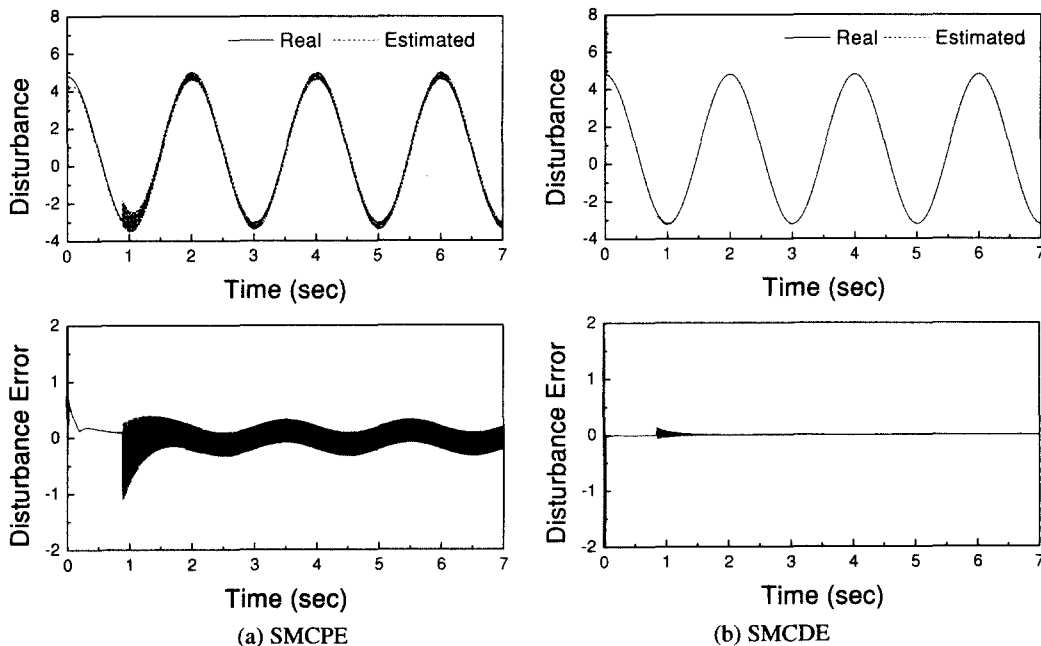


Fig. 3 Comparison of disturbance estimation with sign function in the controller

2) SMCPE

$$\hat{u}(t) = u_{equ}(t) - k \operatorname{sgn}(s(t)) - d_{estimated}(t) \quad (19)$$

$$d_{estimated}(t) = \dot{x}_{2(calculated)}(t) - \sum_{i=1}^4 f_i(x, t) - \hat{u}(t - \delta)$$

3) SMCDE

$$\begin{aligned} \hat{u}(t) &= u_{equ}(t) - k \operatorname{sgn}(s(t)) - d_{estimated}(t) \\ d_{estimated}(T) &= d_{average}(T) + \delta \cdot \dot{d}_{average}(T) \\ &= 2d_{average}(T) - d_{average}(T - \delta) \quad (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_{average}(T) &= \{s(T) - s(T - \delta)\} / \delta + k \operatorname{sgn}(s(T - \delta)) \\ &+ \{u_{equ}(T) - u_{equ}(T - \delta)\} / 2 + d_{estimated}(T - \delta) \end{aligned}$$

컴퓨터 시뮬레이션을 위하여 다음과 같은 시스템 변수와 제어변수를 사용하였다. $m=1$, $\mu_0 = \mu_1 = 4$, $\nu_0 = \nu_1 = 8$, $k = 5$, $c = 2.928$, $\delta = 0.01$, $x_{10}(0) = x_{20}(0) = 1.0$, $d(t) = 0.25 + 4 \sin(\pi \cdot t)$

Fig. 3 은 부과된 외란 추정결과를 비교한 것으로 제안된 SMCDE 가 SMCPE 에 비하여 매우 우수한 추정효과를 보이고 있다. SMCPE 의 경우 $\hat{u}(t)$ 의 sign 함수에 의한 \dot{x}_2 의 불연속으로 인하여 심한 떨림현상이 발생하였으며, SMCDE 의 경우는

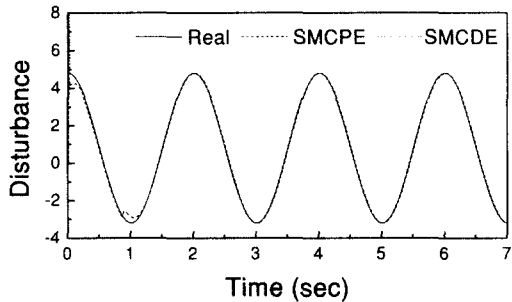
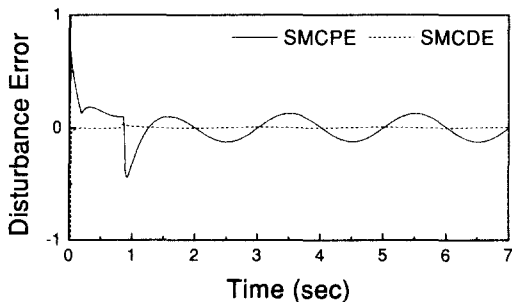


Fig. 4 Disturbance estimation with saturation function in the controller



슬라이딩 모드 리칭모드(reaching mode)에서 슬라이딩 모드(sliding mode)로의 변화 시에만 약간의 떨림 현상이 있을 뿐 전체적으로 매우 우수한 외란 추정효과를 보이고 있다.

떨림 현상을 줄이기 위해 제어기의 sign 함수 대신 포화함수(saturation function)를 사용하여 외란 추정을 하였을 때의 결과를 Fig. 4 에 도시하였다. 추정오차에서 보듯이 SMCPE 에 비하여 SMCDE 가 매우 정확한 외란추정을 보이고 있다. 제 2 장에서 언급하였듯이 SMCPE 와 SMCDE 는 샘플링 시간 δ 에 의해 외란 추정효과가 달라지게 된다. 이를 고찰하고자 δ 변화에 따른 추정오차의 평균값을 Fig. 5 에 도시하였다. 예상한 대로 동일한 δ 값 하에서는 SMCDE 가 SMCPE 에 비하여 매우 우수한 추정효과를 보이고 있으며, SMCPE 의 경우 δ 가 어느 정도 이상이 되면 오차의 갑작스러운 증가가 발생하는 것을 볼 수 있다. SMCDE 의 실험적 구현 시 샘플링 시간은 제어입력 시간과 동일하게 선정된다. 한편, 부과된 외란의 주파수에 대해서도 추정효과가 변하기 때문에 $\delta = 0.01$ 로 고정시킨 후, 외란 주파수를 10Hz 까지 증가 시키면서 외란 추정효과를 고찰하였으며 그 결과를

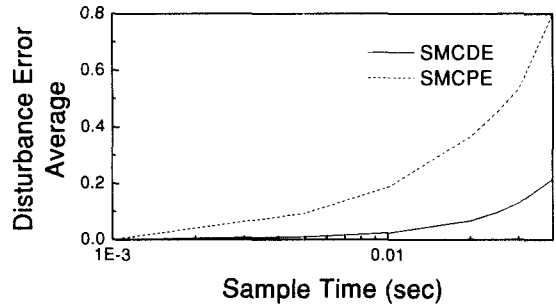


Fig. 5 Disturbance estimation effect with respect to the sampling time

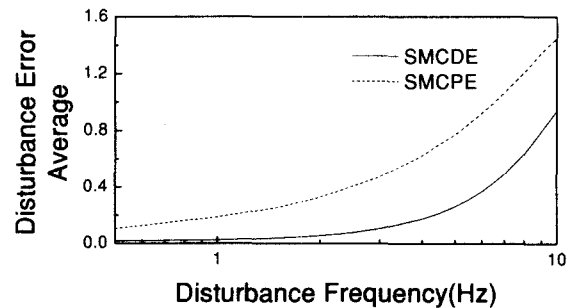


Fig. 6 Disturbance estimation effect with respect to the disturbance frequency

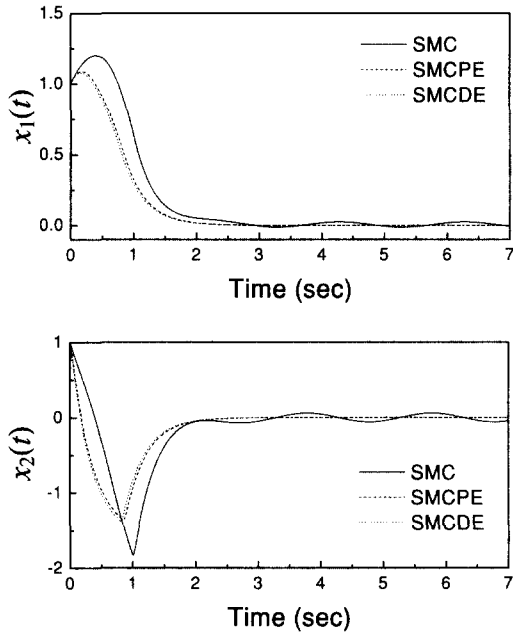


Fig. 7 State trajectory with saturation function in the controller

Fig. 6 에 도시하였다. 예상한 대로 두 경우 모두 외란 주파수 증가에 따라 추정 오차 값이 증가되는 현상을 보이고 있지만 동일한 외란 주파수 하에서 SMCDE 가 SMCPE 에 비해 적은 추정오차를 보이고 있다.

다음은 SMC, SMCPE, SMCDE 제어를 이용하여 얻은 상태변수의 제어성능을 알아보하고자 $x_1(t)$ 와 $x_2(t)$ 를 Fig. 7 에 도시하였다. 외란 추정 없이 수행된 SMC 경우 정상상태에서 외란의 영향을 뚜렷이 볼 수 있으며, SMCPE 와 SMCDE 의 경우는 비교적 정확하고 안정적인 제어성능을 보이고 있다. 그러나 본 연구에서 제안한 SMCDE 의 경우가 보다 정확한 외란추정이 이루어지기 때문에 SMCPE 에 비해 신속하고 정확하게 상태변수가 제어됨을 알 수 있다. Fig. 8 은 Fig. 7 의 결과를 얻기 위해 공급된 제어입력을 나타내는 것으로 SMC 의 경우 제어 초기에 매우 큰 제어입력이 들어가는 것을 볼 수 있으며, SMCPE 와 SMCDE 의 경우는 외란추정을 위한 제어입력이 정상상태 영역에서 계속해서 들어가는 모습을 알 수 있다.

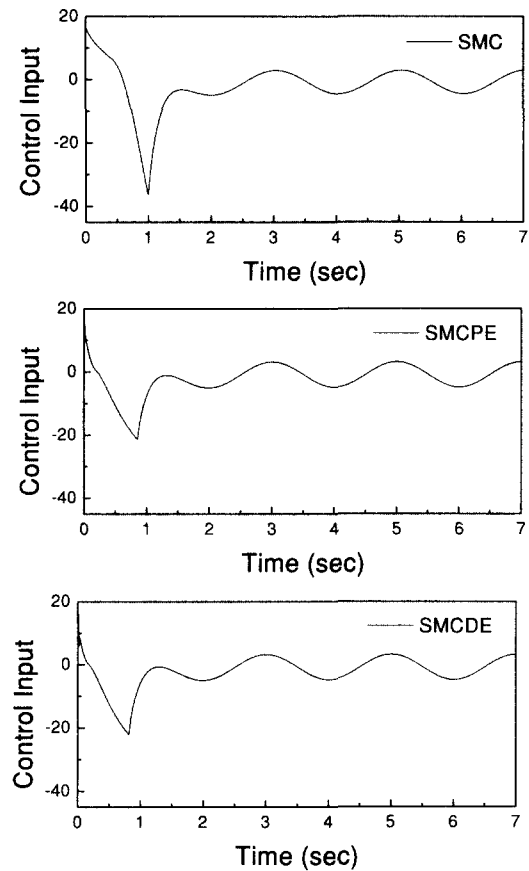


Fig. 8 Control input histories

4. 결론

본 연구에서는 외란이 들어오는 제어시스템의 강건제어를 위하여 외란 추정기를 갖는 슬라이딩 모드 제어를 제안하였다. SMCDE 로 명명된 이 제어기는 외란의 적분 평균값을 사용하고 있기 때문에 기존의 SMCPE 에 비하여 샘플링 시간에 덜 민감하며, 불연속 제어 게인 사용 시 매우 정확하고 안정적인 외란 추정이 가능하다. 이러한 장점을 보이기 위해 비선형 스프링-댐퍼 시스템을 도입하여 컴퓨터 시뮬레이션을 실시한 결과 SMCDE 를 사용함으로써 정확한 외란 추정효과와 이에 따른 우수한 제어성능을 나타내었다. 본 연구에서 제안한 외란 추정기는 각종 선형 및 비선형 제어 시스템의 변수 변동(parameter variation)과 같은 불확실성 추정에도 효과적으로 확장될 수 있어 매우 일반적이고 광범위한 적용이 가능하다.

참고문헌

1. Slotine, J. J. E. and Sastry, S. S., "Tracking Control of Nonlinear Systems Using Sliding Surfaces with Application to Robot Manipulators," *International Journal of Control*, Vol. 38, No. 2, pp. 465-492, 1983.
2. Choi, S. B. and Cheong, C. C., "A Robust Tracking Control for Robotic Manipulators Using Sliding Modes," *Journal of the Korean Society of Precision Engineering*, Vol. 9, No. 1, pp. 18-28, 1992.
3. Kozek, M., Puchhammer, G. and Jorgl, M. P., "A MIMO Sliding Mode Control for a High Speed EMS MAGLEV-Vehicle using Disturbance Estimation," *Proc. of the 1994 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 587-592, 1994.
4. Lu Y. S. and Chen J. S., "Design of a Perturbation Estimator Using the Theory of Variable-Structure Systems and Its Application to Magnetics Levitation Systems," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 42, No. 3, pp. 281-289, 1995.
5. Liu C. S. and Peng H., "Disturbance Observer Based Tracking Control," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 122, No. 2, pp. 332-335, 2000.
6. Elmali, H. and Olgac, N., "Sliding Mode Control with Perturbation Estimation (SMCPE) : A New Approach," *International Journal of Control*, Vol. 56, No. 4, pp. 923-941, 1992.
7. Elmali, H. and Olgac, N., "Implementation of Sliding Mode Control with Perturbation Estimation (SMCPE)," *IEEE Transaction on Control System Technology*, Vol. 4, No. 1, pp. 79-85, 1996.
8. Choi, S. B. and Park, D. W., "Moving Sliding Surfaces for Fast Tracking Control of Second-Order Dynamical Systems," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 116, No. 1, pp. 154-158, 1994.
9. Choi, S. B. and Park, D. W., "Fast Tracking Control via Moving Sliding Surfaces," *Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers*, Vol. 17, No. 3, pp. 624-634, 1993.