

# FEM을 이용한 스퍼기어 응력 해석에 관한 연구

이경원\*, 반재삼\*, 김규하\*, 조규종\*\*

## A Study on Stress Analysis of Spur Gear Using FEM

Kyung Won Lee\*, Jae Sam Ban\*, and Gyu Ha Kim\*, Kyu Zong Cho\*\*

### ABSTRACT

This paper is the study on stress analysis of spur gear using a finite element method. Gear drives constitute very important mechanisms in transmitting mechanical power processes compromising several cost effective and engineering advantages. The load transmission occurred by the contacting surfaces arises variable elastic deformations which are being evaluated through finite element analysis. The automatic gear design program is developed to model gear shape precisely. This gear design system developed was used by pre-processor of FEM packages. The distribution of stresses at contacting surfaces was examined when a pair of gear contact.

**Key Words** : Gear tooth(기어 이), Finite Element Method(유한요소법), Spur gear(스퍼 기어), Stress analysis(응력 해석), Contact stress (접촉응력)

### 1. 서론

기어는 이(tooth)의 직접접촉에 의해 속도의 변화나 운동방향의 변화 유무에 상관없이 매우 효과적으로 동력전달과 전환에 사용할 수 있는 기계장치의 핵심부품이다. 이러한 중요성 때문에 선진국에서는 기어에 대한 지속적인 연구 개발을 수행해 오고 있다.

기어 설계를 위해 이 뿌리부근에서 발생하는 굽힘 응력과 마찰 접촉 조건에 대한 내성 등을 고려한 인자들을 적용해야 한다. 마찰 접촉 조건은 피니언 기어의 이면 손상에 대한 저항력에 영향을 주는 반면, 큰 집중 응력은 이 뿌리 부근에서의 굽힘 응력과 피로 수명에 영향을 준다.<sup>1)</sup> 가스 터

빈의 발전으로 큰 하중의 물체를 운반하거나 속도가 빠른 운송 수단이 나오고 있으나 설계자들이 접촉하고 있는 이의 접촉 상태나 이 뿌리 부근의 응력상태를 예측할 수 없다면 쉽게 기계 고장을 일으킬 수 있다.

이를 캔틸레버(cantilever)로 생각하여 이 강도를 계산하는 식들은 현대의 고속 기어나 큰 하중이 작용하는 곳에 사용하는 기어에 적용하는 것은 적절하지 못하다.<sup>2)</sup>

현재의 경험에 의한 강도 평가나 식들의 한계와 문제점들을 개선하기 위해 많은 엔지니어들이 유한요소법을 이용하여 이 뿌리 응력을 예측하고 있다. 탁계래<sup>3)</sup>, 이강현<sup>4)</sup>, 정태형<sup>5)</sup>은 이에 대한 응력 해석을 위해 이 끝에 치형 곡선의 법선방향으로

♣ 2001년 7월 6일 접수

\* 전남대학교 대학원 기계공학과

\*\* 전남대학교 자동차공학과

하중을 주고 응력 분포를 확인 하였고, M.A.S. Arikian<sup>6)</sup>은 접촉되는 면의 node를 따라 하중을 가하여 응력 분포를 확인하였다. Wang and Chen<sup>7)</sup>은 동적 하중과 접촉력, 유체운환, 표면온도를 적용하였고 이기수<sup>8)</sup>은 스퍼기어에 대한 동접촉 해석을 하였으나 기어 이 형상의 모델링에 대한 정확성과 유한요소법적 측면에서 메쉬 정의를 더욱 정밀하게 해야 할 것으로 사료된다.

Arikan<sup>9)</sup>과 Refaat와 Meguid<sup>10)</sup>가 말한 것처럼 이 접촉면에서의 접촉 조건을 고려한 연구는 매우 한정된 상태이고 이 사이의 실제 접촉을 생각하지 않고 단지 하나의 이에 작용하는 힘과 변위를 이용하여 접촉력을 계산하는 연구가 되어 왔다<sup>11)</sup>.

따라서 본 연구에서, 먼저 기어 치 형상에 대한 모델링을 정확하게 하기 위해 기어 자동 설계 프로그램에 개발하여 유한요소 프로그램에 전처리과정에 사용하였으며, 실제 기어움직임을 구현하기 위하여 Bull 기어와 Pinion을 모델링한 다음, Bull 기어에 부하를 걸어 Bull 기어의 움직임에 따라 Pinion의 물림상태에 따른 응력 분포를 관찰하였다.

## 2. 기어 자동 설계 프로그램

개발된 기어 자동 설계 프로그램(Automatic Gear Design Program)은 범용 CAD 시스템인 AutoCAD 작업환경에서 진행되는 것으로서 먼저 프로그램을 로드(LOAD) 시킨 후에 기어형상에 영향을 미치는 잇수, 모듈, 압력각, 전위량, 클리어런스에 대한 원하는 값을 입력하여 설계하고자 하는 기어 형상을 얻을 수 있다. 또한, 본 프로그램은 표준 스퍼기어와 전위 스퍼기어, 헬리컬 기어를 변환하여 표준, 전위 상당 스퍼기어로 설계(drawing)할 수 있으므로 원하는 기어에 대한 데이터를 입력해 줌을 통해 설계 할 수 있다. Fig. 1은 입력된 제원에 대한 자동 계산된 결과를 보여주고 Fig. 2는 자동 설계된 기어의 형상을 보여 주고 있다.

## 3. 유한요소법에 의한 응력해석

기어가 맞물려 돌아갈 때 불기어의 회전력에 의해 피니언에 힘이 전달되어 기어가 돌아가게 되는데 실제적인 기어 맞물림 상태를 구현하기 위

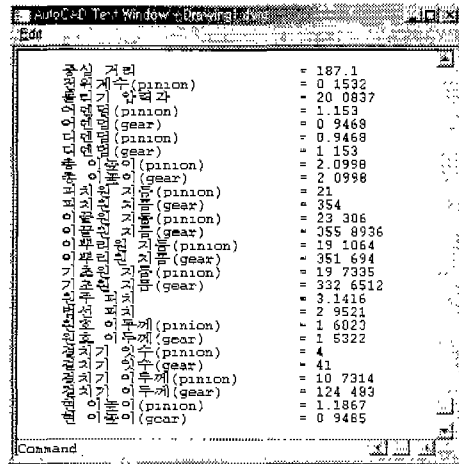


Fig. 1 Calculation result of A.G.D.P

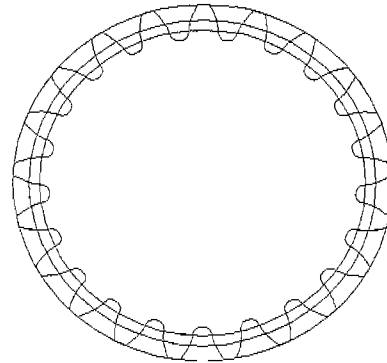


Fig. 2 Gear design by A.G.D.P

하여 불기어의 축에 회전력을 가하였다. 그리고 불기어와 피니언이 접촉하여 회전하는 상태에서 응력 분포를 관찰하였다. 이쪽 방향의 응력 분포 또한 같은 방법으로 하여 2차원 평면 응력 문제로 취급하였다.

### 3.1 모델링과 요소분할

기어 이 형상을 본 연구에서 개발한 기어 자동설계 프로그램에 의해 모델링을 한 다음 해석의 단순화를 위하여 불기어와 피니언을 각각 이 3개씩을 선택하였다. 이 응력 해석의 신뢰성 확보를 위해 사각형 요소를 사용하였다. 요소의 크

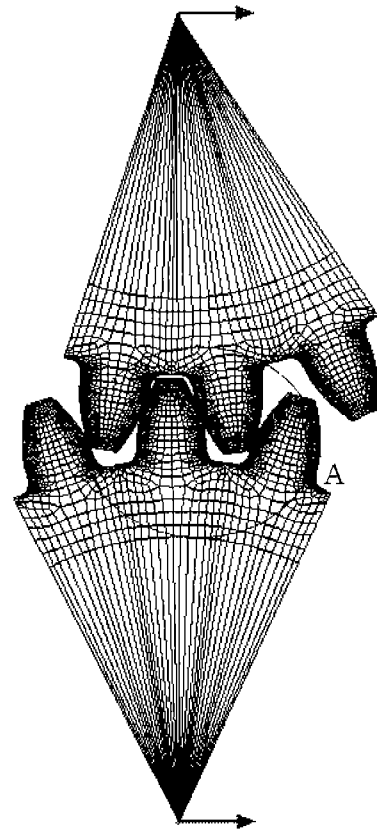
기 선정에 있어서 박계래<sup>3)</sup>는 요소수, 요소의 크기를 변화시켜 가며 응력값의 변화를 조사하였는데 요소의 크기를 이뿌리 부분에서 이 높이의 3% 이하로 하였을 때 이 뿌리 응력값이 수렴함을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서는 이 면을 따라 요소의 크기를 이 높이의 3%이하로 분할하여 해석을 하였다.

Fig. 3 은 기어 이 형상에서 해석 부분만 모델링 된 것으로 요소를 이면을 따라 이 높이의 3% 이하로 하여 사각형 요소로 분할 하였다. 그리고 해석 부분의 3개 이를 먼저 요소 분할한 다음 중심축과 연결 요소로 빔 요소를 적용하였다. 실제 볼기어의 회전력에 의해 피니언이 회전하게 되는 데, 이치릴 회전력이 전달되어 기어가 맞물려 돌아갈 때 나타나는 응력 분포를 더욱 실제적으로 시뮬레이션하기 위하여 빔 요소를 이용하였다. 이 빔 요소는 z 축 방향으로 토크를 줄 수 있다. 이 점을 이용하여 볼기어에 토크를 주어 피니언에 힘이 전달되도록 하는 방법으로, 접촉조건을 주어 해석을 수행하였다.

본 해석에서 해석을 위한 제원으로, 볼기어와 피니언의 이수는 각각 21개이며, 모듈은 1, 압력각은 20°, 그리고 클리어런스는 0.1로 각각 하여 자동 모델링 하였고, 사용된 요소 수는 5598개, 절점 수는 6052개, 빔 요소 수는 76개로 하였다. 기어의 탄성계수  $E$ 와 프아송 비  $\nu$ 는 각각  $206GPa$  ( $2.1 \times 10^4 kg_f/mm^2$ ), 0.3으로 등방성을 갖는 균일한 재료로 생각하여 해석을 수행하였다.

### 3.2 응력 해석

Fig 4는 루이스 식에 의해 구해진 응력값과 FEM 해석값과의 비교를 나타낸 것이다. 여기서  $\sigma_{EL}$ 는  $\sigma_{equ} / \sigma_L$  즉, equivalent von Mises stress를 루이스 식에 의해 구해진 응력값으로 나눈 값이다. Sn(mm)은 (위험 단면의 거리)/2 이다. 위험 단면이 시작되는 이 표면 지점에서부터 이 중심쪽으로의 거리이다. Fig. 4를 통해 루이스 식에 의해 구해진 값과 FEM 해석 결과와 차이가 있음을 알 수 있다. 그리고 Fig. 4가 보여주는 그래프 곡선은 V.G. Sfakiotakis<sup>13)</sup>가 얻은 결과값과 비슷한 곡선을 나타내고 있다.



A Part

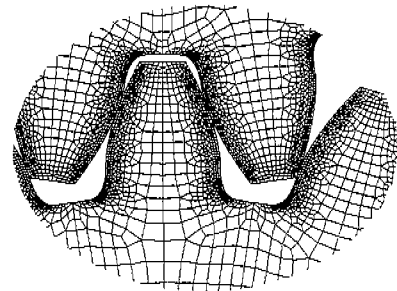


Fig. 3 Modeling and Elements of gear tooth

Fig. 5는 기어가 접촉했을 때의 응력 분포를 나타낸 것이며 Fig. 6은 접촉 지점으로부터 이 표면을 따라 양쪽으로 0.25mm되는 곳의 응력분포에

대하여 볼기어와 피니언을 비교한 그래프이다. 접촉점을 기준으로 응력의 분포는 양쪽으로 대칭적인 값의 분포를 보이고 있다.

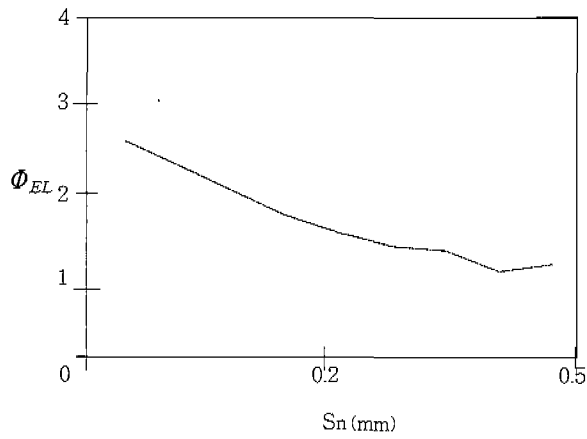


Fig. 4 Variation of equivalent von Mises stress at critical section

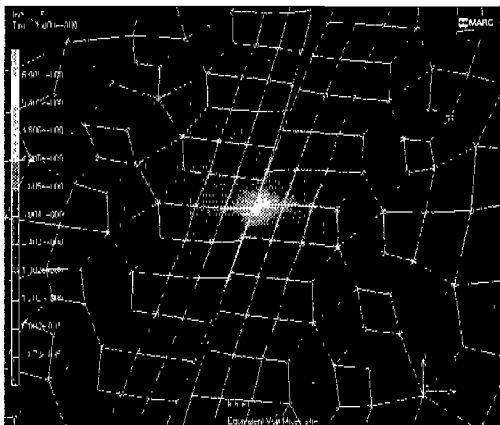


Fig. 5 Distribution of contact stress

또한 볼기어와 피니언의 접촉부위의 응력이 비슷하게 분포하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 7은 Fig. 8 처럼 볼기어 끝 부분이 닿았을 때 이 필렛 부위의 인장응력의 분포를 나타낸 것으로 이의 필렛 부분이 시작되는 지점으로부터 이 필렛 표면을 따라 인장응력이 분포하는 것을 알

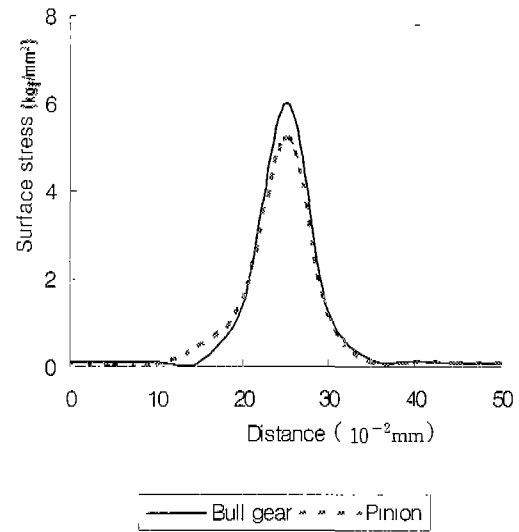


Fig. 6 Surface stress distribution at contact part

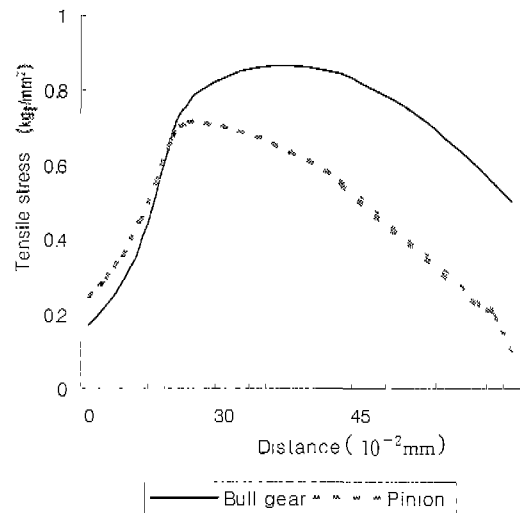


Fig. 7 Distribution of tensile stress at teeth fillets

수 있다. 피니언의 필렛 부위 응력은 초기에는 볼기어 응력분포와 비슷하게 나타나지만 필렛 부위가 위쪽으로 올라가는 지점부터는 응력이 볼기어 응력보다 더 빨리 떨어지는 것을 알 수 있다. 따라서 볼기어는 기어 축으로 부터 모멘트 영향을 더 크게 받기 때문에 피니언의 tensile stress 보다

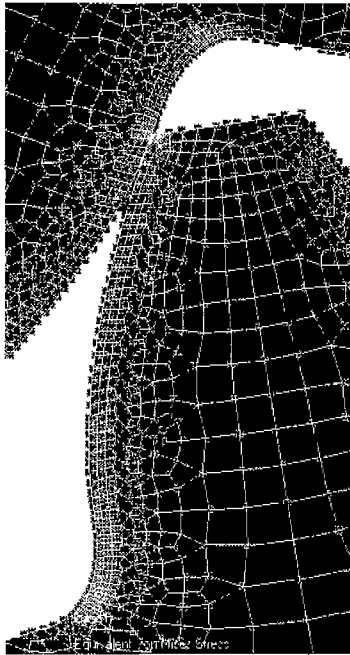


Fig. 8 Distribution of contact stress at end part of gear tooth

더 크고, 응력이 더 느리게 감소하는 것을 알 수 있다.

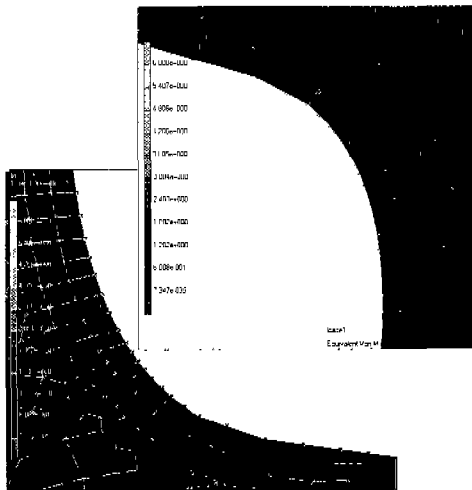


Fig. 9 Stress distribution at teeth fillets

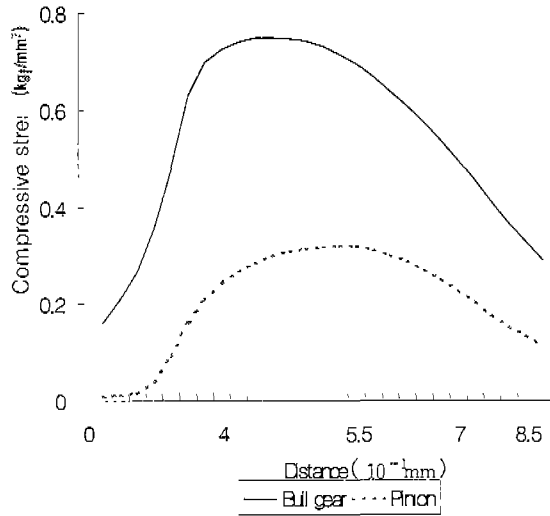


Fig. 10 Distribution of compressive stress at teeth fillets

Fig. 9는 불기어와 피니언의 필렛 부위의 응력 분포를 나타낸 것이다. Fig. 10은 Fig. 9에 나타난 이 필렛 부위의 압축응력을 필렛이 시작되는 지점으로부터 이 필렛 표면을 따라 응력을 나타낸 것이다. Fig. 10을 통해 불기어 이가 피니언 보다 더 위쪽에서 접하고 있다는 것을 알 수 있다. 이는 압축 응력이 인장응력의 영향을 받기 때문이다.

Fig. 11은 불기어와 피니언의 접촉이 시작된 지점에서부터 접촉이 떨어질 때까지 회전시켜가며, 나타나는 응력을 표시한 것이다. 이때 회전한 각도는  $24^\circ$  ( $\theta$ )이며 각각  $4^\circ$  씩 회전했을 때의 응력 값을 얻어 나타내었다. 불기어와 피니언의 접촉 응력은 비슷한 유형을 나타내고 있는데 불기어가 피니언 보다 접촉 응력이 더 크게 나타내고 있음을 알 수 있다. 그러나 맞물렸던 기어가 떨어질 즈음에는 피니언의 접촉응력이 불기어 접촉응력 보다 더 크게 나오는 것을 알 수 있다. 불기어가 피니언 보다 접촉응력이 대체로 크게 나오는데 이것은 불기어에 회전력이 가해지면 이 회전력은 전달력으로 바뀌게 되고 이때의 전달력이 가해지는 각도가 불기어를 기준으로 가해지기 때문에 나타나는 것으로 사료된다.

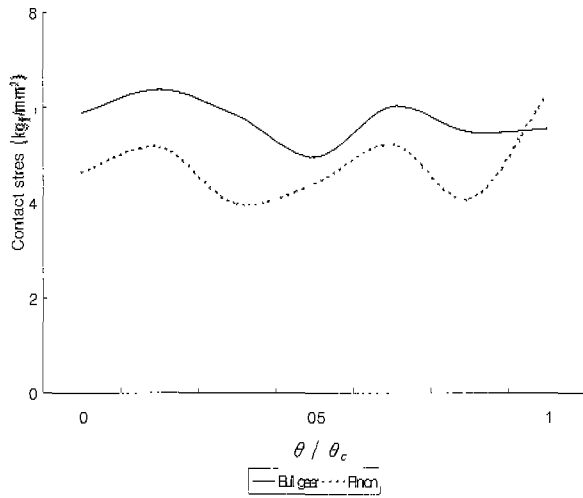


Fig. 11 Distribution of contact stress at contact points

#### 4. 결론

본 연구에서는 스퍼기어의 응력해석을 더욱 정확하게 하기 위해 기어 자동설계 프로그램을 개발하여, 설계된 기어를 해석 프로그램의 전처리기로 사용하였다. 그리고 불기어와 피니언이 맞물려 돌아갈 때 나타나는 응력 분포를 기존에는 하나의 이에 절점을 따라 힘을 나누어 가하거나 캔틸레버로 생각하여 이의 끝에 힘을 가하여 응력해석을 했는데 본 논문에서는 더욱 실제적으로 시뮬레이션하기 위해 빔 요소를 이용하여 해석을 수행하였다. 루이스식에 의해 구해진 응력값과 FEM 해석 결과의 비교를 통해 루이스식의 한계가 있음을 알 수 있었고 종래 연구된 연구결과와 비슷한 결과를 얻을 수 있었다. 불기어와 피니언을 회전시켜가며 얻은 결과를 통해 한 쌍을 이루는 불기어와 피니언을 동일한 식에 대입하여 응력값을 얻는 것은 재고되어야 한다고 사료된다. 기어가 맞물려 돌아갈 때 여러 가지 변수를 가지고 있는데 기어에 대한 해석을 더욱 실제적이고 정확하게 하기 위해서는 계속적인 연구가 요구된다.

#### 후기

본 연구는 BK21 사업에서 지원을 받아 이루어 졌

으며, 이에 관계자 여러분께 감사 드립니다.

#### 참고문헌

1. M. H. Refaat and S. A. Meguid, "On the contact stress analysis of spur gears using variational inequalities," *Computer & Structures*, Vol. 57, No. 5, pp. 871-882, 1995.
2. D. P. Townsend, *Dudley's Gear Handbook*, McGrawHill, New York (1991).
3. 탁계래, 최상훈, 윤갑영, "인벌류우트-圓弧 合成 齒形기어의 응력해석," *대한기계학회 논문집*, 제 11권 제2호, pp. 198-204, 1987.
4. 이강현, "수동 변속기용 평치차 및 헬리컬 치차 설계," *자동차공학회지*, 제12권 제6호, pp. 3-10, 1990.
5. 정태형, 최재훈, "얇은 림 평치차의 이뿌리 응력 계산법," *한국정밀공학회지*, 제8권 제2호, pp. 89-105, 1991.
6. M.A.S. Arikan, "Computer-aided dynamic modeling of spur gear", Ph.D. thesis, METU Mech. Eng. Dept., Ankara, 1987.
7. Wang LK, Chen HS, "A numerical solution to the dynamic load, film thickness, and surface temperatures in spur gears, Part I Analysis," *J. Mech Design, Trans ASME*, 103, pp. 177-187, 1981.
8. 이기수, 장태사, "평기어의 동접촉 해석," *한국정밀공학회지*, 제16권 제6호, pp. 148-159, 1999.
9. Arikan AS, "Dynamic load and contact stress analysis of spur gears," *Adv. Desing Automation, Trans ASME*, 91, pp. 85-91, 1991.
10. Refaat MH, Meguid SA, "On the contact stress analysis of spur gears using variational inequalities," *Comput Struct*, 57, pp.871-882, 1995.
11. F.M.L. Amirouche, G.C. Tafiri, and M.J. Valco, "Mathematical model of a time and position variant external load on a gear tooth using the modified Timoshenko beam equation," *Int. J. Numer Methods Engrg*, 39, pp. 2073-2094, 1996.
12. V.G. Sfakiotakis, J.P. Vaitis, N.K. Anifantis, "Numerical simulation of conjugate spur gear action," *Comput Struct*, 79, pp. 1153-1160, 2001.