

〈논 문〉

시스템식별과 최적제어를 이용한 지능형 복합적층판의 다중모드 진동제어

Multi-modal Vibration Control of Intelligent Laminated Composite
Plates Using System Identification and Optimal Control

김 정 수* · 강 영 규[†] · 박 현 철**

Jeong Soo Kim, Young Kyu Kang and Hyun Chul Park

(2001년 4월 21일 접수 : 2001년 11월 26일 심사완료)

Key Words : Intelligent Laminated Composite Plate(지능형 복합적층판), Multi-modal Vibration Control
(다중 모드 진동제어), System Identification(시스템 식별), Optimal Control(최적제어)

ABSTRACT

Active vibration control of intelligent laminated composite plates is performed experimentally. Laminated composite plate is modeled by the system identification method. For the system identification process, the laminated composite plate is excited by two piezoelectric actuators with PRBS signals. At the same time, the displacement of the laminated composite plate is measured by a gap sensor. From these excited PRBS signals and the measured displacement sequence, system parameters of the laminated composite plate are estimated using a recursive prediction error method. Model of the laminated composite plate with two piezoelectric actuators is assumed to be the form of ARMAX. From the estimated ARMAX model, a state space equation of the observable canonical form is obtained. With this state space equation, a controller and an observer for active vibration control is designed using the optimal control method. Controller and observer are implemented on a digital system. Experiments on the vibration control are performed with changing the outer layer fiber orientation of intelligent composite plates.

1. 서 론

능동 진동제어는 감지기(sensor)와 관측기(observer)에서 제어대상에 관한 신호를 감지하고 상태를 관측한 후, 제어기(controller)에서 작동기(actuator)에 가할 되먹임량(closed loop input)을 결정하여 제어대상

의 진동을 제어하는 과정을 거친다. 특히 유연 구조물은 낮은 주파수 대역에 다수의 진동모드가 존재하므로 다중의 모드를 제어하는 것이 필수적이다. 외란에 대해서 능동적으로 구조물의 진동을 제어하기 위해서는 시스템을 모델링해야 한다. 대부분의 시스템 모델링은 주로 물리적 법칙에 의한 운동방정식을 유한요소법 등의 수치적 방법을 이용했으며, 여기에는 많은 가정이 포함되어 있고 외란의 고려가 쉽지 않기 때문에 정확한 모델링이 어려웠다. 특히 유연한 판형 구조물의 경우에는 공기감쇠의 영향을 많이 받기 때문에 유한요소법을 이용한 기존의 방법으로는 공기감쇠 등의 구조물 외적인 요소들을 모델링할 수

[†] 책임저자, 정회원, 인하대학교 기계공학과
E-mail : ykkang@munhak.inha.ac.kr
Tel : (032) 860-8328, Fax : (032) 868-1716

* 현대자동차 연구소

** 포항공과대학교 기계공학과

없다. 그래서 실험을 통해서 제어대상을 모델링하는 시스템 식별의 방법과 최적제어법이 많이 사용되고 있다.⁽¹⁻⁸⁾

본 논문에서는 경량이면서 높은 비강도, 비강성을 가지는 탄소/에폭시 복합재료 외관평판의 주된 진동 모드인 첫 번째 굽힘과 첫 번째 비틀림 모드를 제어하였다. 시스템 식별의 방법으로 회귀예측오차방법(recursive prediction error method)을 이용해 지능형 복합적층판을 다중입력 시스템인 ARMAX 모델로 모델링 하였다. 그리고 구해진 다중입력 ARMAX 모델을 상태방정식으로 변환하였으며, 최적제어법을 적용하여 복합적층판의 다중모드 진동을 능동적으로 제어하는 제어기를 설계하였다. 설계된 제어기를 컴퓨터에서 디지털 방식으로 구현하였으며 제어 이득계수의 값에 따른 능동제어 효과를 실험적으로 확인하였다. 그리고 복합적층판의 적층각도에 따른 능동제어의 효과를 감쇠비(ζ)와 모드감쇠($2\zeta\omega$)의 관점에서 실험적으로 규명하였다.

2. 시스템 식별 및 제어기 설계

시스템 파라미터를 구하는 알고리즘을 적용하기 전에 먼저 모델 구조를 선택해야 한다. 시스템 식별에 쓰이는 모델의 종류는 매우 다양하다.⁽¹⁾ 본 연구에서는 복합적층판의 물리적 법칙에서 유도되는 운동방정식과 비슷한 형태인 ARMAX 모델을 선정했다. 복합적층판의 진동모드가 n 개이고 제어입력 신호가 1차원일 때 운동방정식을 이산시스템(discrete system)으로 표현하면 다음과 같다.

$$(q^{2n} + a_1q^{2n-1} + \dots + a_{2n})y(t) = (b_1q^{2n-1} + \dots + b_{2n})u(t) + (c_1q^{2n} + c_2q^{2n-1} + \dots + c_{2n})e(t) \quad (1)$$

여기서 $e(t)$ 는 독립적인 무작위수열(independant random sequence)이며, q 는 전진 시간지연 연산자(forward shift operator)이다. 후퇴 시간지연 연산자(backward shift operator) q^{-1} 를 도입하면 제어입력 신호가 2차원일 때 식 (1)은 다음과 같이 표현된다.

$$y(t) + a_1y(t-1) + \dots + a_{2n}y(t-2n) = b_1u_1(t-1) + \dots + b_{1_{2n}}u_1(t-2n) + b_2u_2(t-1) + \dots + b_{2_{2n}}u_2(t-2n) + e(t) + c_1e(t-1) + \dots + c_{2n}e(t-2n) \quad (2a)$$

본 연구에서는 시스템 파라미터를 구하는 방법으로 회귀예측오차방법을 사용하였다. 식 (2a)는 다음과 같이 바꾸어 쓸 수 있다.

$$y(t) = \left[1 - \frac{A(q^{-1})}{C(q^{-1})} \right] y(t) + \frac{B_1(q^{-1})}{C(q^{-1})} u_1(t) + \frac{B_2(q^{-1})}{C(q^{-1})} u_2(t) + e(t) \quad (2b)$$

여기서 $A(q^{-1})$, $B_1(q^{-1})$, $B_2(q^{-1})$, $C(q^{-1})$ 는 후퇴 시간지연 연산자(backward shift operator) q^{-1} 의 다항식이며 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{2n}q^{-2n} \\ B_1(q^{-1}) &= b_{1_1}q^{-1} + \dots + b_{1_{2n}}q^{-2n} \\ B_2(q^{-1}) &= b_{2_1}q^{-1} + \dots + b_{2_{2n}}q^{-2n} \\ C(q^{-1}) &= 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{2n}q^{-2n} \end{aligned} \quad (3)$$

이 때 구하고자 하는 시스템 파라미터는 θ 로 표현되며 다음과 같다.

$$\theta^T = (a_1 \dots a_{2n} \ b_1 \dots b_{1_{2n}} \ b_2 \dots b_{2_{2n}} \ c_1 \dots c_{2n}) \quad (4)$$

유한한 과거의 변위 y 와 제어신호 u 에 의해 변위의 예측값 $\hat{y}(t)$ 이 구해지며, 실제 변위값과 예측값의 오차를 다음과 같이 정의한다.

$$\varepsilon(t, \theta) = y(t) - \hat{y}(t | \theta) \quad (5)$$

정확한 파라미터 θ 란 결국 오차 $\varepsilon(t, \theta)$ 가 작게될 때로서 $\varepsilon(t, \theta)$ 의 함수인 다음의 $V(\theta)$ 를 최소화시킬 때 구해진다.

$$V(\theta) = E \left[\frac{1}{2} \varepsilon^T(t, \theta) \Lambda^{-1} \varepsilon(t, \theta) \right] \quad (6)$$

여기서 Λ 는 가중행렬이며, 본 논문에서는 단위행렬을 취하였다. 식 (6)을 최소화시키는 방법으로 확률적 뉴턴방법(stochastic Newton method)을 사용하였다.

복합적층판의 모델인 ARMAX를 상태방정식으로 바꾸어서 최적제어 이론을 적용하여 제어기를 설계하였다. ARMAX식을 관측가능한 상태방정식(observ-

able canonical form)으로 바꾸면 다음과 같이 표현된다.⁽⁶⁾

$$\begin{aligned} x_{t+1} &= Ax_t + Bu_t + Ke_t \\ y_t &= Cx_t + e_t \end{aligned}$$

$$A = \begin{bmatrix} -a_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -a_2 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & \\ -a_{2n-1} & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_{2n} & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} b1_1 & b2_1 \\ b1_2 & b2_2 \\ \vdots & \vdots \\ b1_{2n-1} & b2_{2n-1} \\ b1_{2n} & b2_{2n} \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} c_1 - a_1 \\ c_2 - a_2 \\ \vdots \\ c_{2n-1} - a_{2n-1} \\ c_{2n} - a_{2n} \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \ 0 \ \cdots \ 0 \ 0]$$

식 (7)은 일신(innovation)된 표현이기 때문에 관측기인 정상상태의 Kalman filter는 다음과 같이 간단히 구해진다.⁽⁷⁾

$$\hat{x}_{t+1} = A\hat{x}_t + Bu_t + K[y_t - C\hat{x}_t] \quad (8)$$

최적제어이론을 적용하여 제어를 설계하였으며, 다음과 같은 제어성능지수를 사용하였다.

$$J = \frac{1}{2} E \left[\sum_{k=0}^{\infty} [x(k)^T Q_w x(k) + u(k)^T R_w u(k)] \right] \quad (9)$$

식 (9)에서 Q_w 와 R_w 은 각각 상태변수와 제어입력에 대한 가중행렬(weighting matrix)로서 다음과 같다.

$$Q_w = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, R_w = \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} \quad (10)$$

Q_w 행렬을 식 (10)과 같이 설정한 이유는 식 (9)의 제어성능지수에서 고려하는 상태변수가 변위신호가 되도록 하여 최적제어기가 속도되먹임 제어가 되도록 하기 위함이다. 그리고 제어입력 u_1 과 u_2 를 동시에 같은 가중치를 갖도록 하기 위하여 R_w 를 식 (10)과 같이 설정하였다. 대수 리카티식(algebraic

Riccati equation)의 해를 구하고 최적 제어이득에 의해 식 (7)의 제어력 u_t 는 다음과 같이 표현된다.

$$u_t = -[R_w + B^T S B]^{-1} B^T S A \hat{x}_t \quad (11)$$

식 (11)에서 S 는 대수 리카티 식의 해이다.

3. 실험방법

본 연구에서 사용한 시편은 (주) 한국화이버에서 만든 탄소섬유/에폭시 프리프레그(preprag)를 $[\theta_2 / 0 / 90]_s$ ($\theta = 0, 15, 30, 45, 60, 75, 90$)로 적층한 다음 열프레스에서 온도와 압력을 가하여 제조하였다. 프리프레그의 두께는 0.125 mm이며 제조된 시편의 크기는 200 mm×200 mm×1.0 mm이다. 사용된 복합재료의 기본적인 물성을 Table 1에 나타내었다.

Table 1 Mechanical properties of carbon/epoxy laminates(CU125NS)

Property	Symbol	Value
Young's modulus(0 deg)	E_1	114.7×10^9 Pa
Young's modulus(90 deg)	E_2	7.589×10^9 Pa
Shear modulus	G_{12}	4.77×10^9 Pa
Poisson's ratio	ν_{12}	0.28
Volume density	ρ	1510 kg/m ³
Damping capacity(0 deg)	φ_{s1}	0.013966
Damping capacity(90 deg)	φ_{s2}	0.049120
Damping capacity(Shear)	φ_{s12}	0.074344

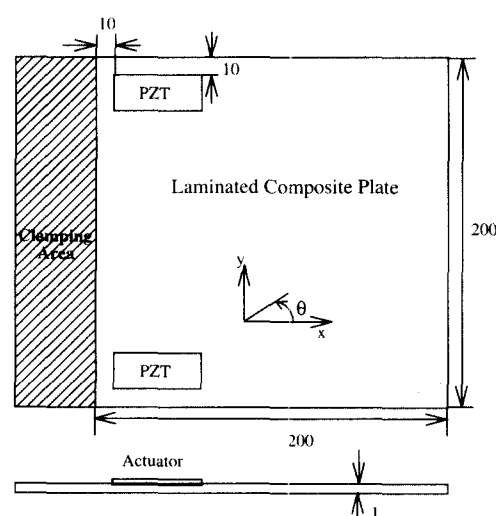


Fig. 1 Configuration of laminated composite plate

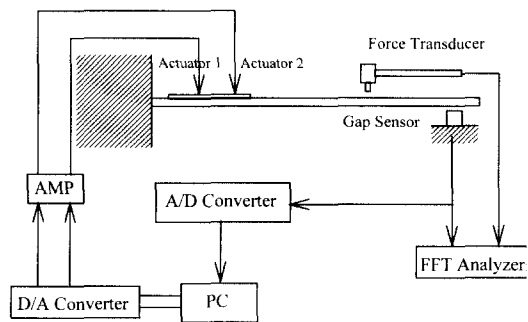


Fig. 2 Experimental setup for vibration control of laminated composite plate

감지기(sensor)로는 Ono Sokki 사의 gap sensor (VS-041)를 사용하였고 작동기(actuator)로는 일본의 Fujise라믹사의 작동기용(C-82) 압전세라믹을⁽⁹⁾ 사용하였으며 크기는 50 mm×20 mm×0.5 mm이다. 감지기는 판의 다중모드 진동을 가장 잘 측정할 수 있는 자유단 모서리에 설치하였다. 시편 및 실험장치를 각각 Fig. 1과 Fig. 2에 나타내었다. Fig. 1에서 gap sensor의 위치를 원으로 표기하였으며, 반대편 자유단에 능동제어 실험시에 외력을 가하였다.

복합적층판을 시스템 식별의 원리를 이용해서 모델링하기 위하여 복합적층판을 가진시키면서 변위를 측정하는 실험을 수행하였다. 만일 복합적층판의 고유진동수와 같은 주파수의 입력신호가 작동기에 가해지면 공진이 되어 크게 반응한다. 이때 가해진 입력신호와 복합적층판의 반응을 분석하면 복합적층판의 파라미터를 구할 수 있는 것이다. 작동기에 가해지는 입력신호로 다양한 주파수를 가진 pseudo-random binary sequence(PRBS)를 사용하였다. 그 이유는 PRBS가 무한개의 주파수를 가진 백색잡음(white noise)과 유사하기 때문이다. 시스템을 모델링 한다는 것이 결국은 ARMAX모델의 상수를 구하는 것이 되는데 본 연구에서는 회귀예측오차방법을 사용하였다. 모델차수를 2, 4, 6, 8, 10, 12로 변화시키면서 잉여예측오차(residual prediction error)의 분산을 구하였다. $[15_2/0/90]_s$ 시편에 대하여 모델차수와 잉여예측오차의 분산의 관계를 Fig. 3에 나타내었다. Fig. 3에서 잉여예측오차의 값이 작을수록 시스템의 모델이 잘 구해진 것이다. 8차 이후로는 크게 잉여예측오차 분산이 감소되지 않기 때문에 모델의 차수를 8차로 하였다.

설계된 제어기와 관측기는 IBM PC안에서 디지털

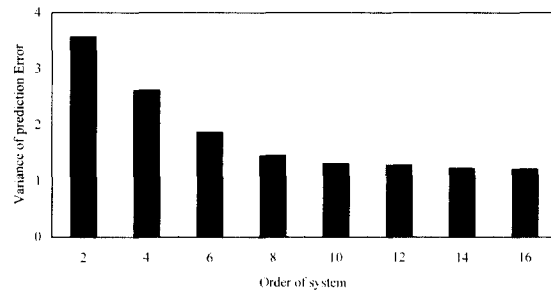


Fig. 3 Variance of residual prediction error ($[15_2/0/90]_s$ plate)

시스템으로 구현하였다. 아날로그로 제어기를 구현할 때는 전기소자를 이용해서 직접회로를 꾸며야 하지만, 이산 제어기를 구현할 때는 소프트웨어로 구현하므로 제어기의 설계가 간단하다. 시스템식별을 할 때의 샘플링 주파수는 제어하고자 하는 복합적층판의 고유진동수의 8배에서 15배 사이의 값인 400 Hz(=0.0025 sec)로 하였다. 그리고 제어기의 샘플링 주파수도 400 Hz가 되도록 하여 복합적층판의 진동제어를 행하였다.

적층각의 변화와 능동제어에 의한 고유 진동주파수와 감쇠량의 변화를 정량적으로 측정하기 위해 비접촉식 변위 센서와 가격망치(impact hammer)를 이용하는 가격시험법(impact test)을 행하였다. 가격망치로부터 검출되는 가진력은 FFT에 입력되며 판의 응답변위는 비접촉식 와전류형(eddy current type)센서를 사용하여 가속도계나 스트레인 게이지를 사용할 때의 부가적인 질량효과를 배제하였다. 본 연구에서는 감지기에서 측정되는 변위로부터 예측된 상태변수에 최적제어 이득을 곱해주어 나오는 제어신호를 전압증폭기를 거쳐서 작동기에 가해주는 경로를 따라 진동제어를 수행하였다. 진동제어의 결과를 실시간 주파수 분석기를 이용하여 시간응답과 주파수 응답으로 나타내었으며, 주파수 응답은 30회 이상불 평균을 실시한 결과이다. 감쇠비를 측정하기 위하여 반대역법(half-power point method)을 이용하였다.

4. 실험결과 및 고찰

ARMAX모델을 상태방정식으로 바꾸어서 제어기와 관측기를 설계하였다. 최적제어이득은 이산화된 리카티식을 통해서 구했다. 이산화된 리카티식을 통해

구한 최적제어이득은 가중행렬 Q_w 와 R_w 행렬의 α 와 β 의 절대값 보다는 상대적인 비율에 따라 변한다. 따라서 Q_w 와 R_w 를 고려해 주기 위해서 다음의 식을 도입하였다.

$$\beta = \alpha \cdot m \quad (12)$$

식 (12)에서 α 를 일정하게 하면 m 은 Q_w 와 R_w 행렬의 가중치를 나타내는 값으로 제어이득(control gain)에 직접적인 영향을 주는 계수이다. α 를 10000으로 일정하게 하고 이득지수(gain factor)를 나타내는 m 값을 100, 500, 1000, 5000, 10000, 50000으로 변화시켜 가면서 제어이득을 구하고 각각의 경우에 대해 진동제어 실험을 수행하였다.

적층판의 적층각도가 $[0_2/0/90]_s$ 인 시편이 가장 큰 굽힘강성을 가지며, $[30_2/0/90]_s$ 시편이 가장 큰 비틀림 강성을 가진다. Fig. 4에 $[15_2/0/90]_s$ 인 복합재료 시편의 능동제어 전후의 시간응답을 나타내었고 Fig. 5에 주파수 응답을 나타내었다. 주파수 응답에서 수직축의 높이는 진폭을 나타내고 수평축은 주파수를 나타낸다.

Fig. 4와 Fig. 5에서 보여주는 능동제어 효과는 제어 이득계수 m 값이 100인 경우에 대한 결과이다. Fig. 4의 시간응답을 보면 진동감쇠가 크게 일어났음을 알 수 있다. 또한 Fig. 5의 주파수 응답을 보면 자유진동에 비해 첫 번째 굽힘 모드(첫 번째 피크)와 첫 번째 비틀림 모드의 진폭이 동시에 크게 감소한 것을 알 수 있으며, 시스템 식별법과 최적제어 기법을 이용하여 복합적층판의 다중모드 진동을 효과적으로 제어하였음을 알 수 있다. 측정된 고유진동수의 진동모드는 유한요소법을 통하여 확인하였으며, 가격망치(impact hammer)를 사용한 고유진동수가 시스템 식별을 통하여 구한 값들과 일치함을 확인하였다. 또한

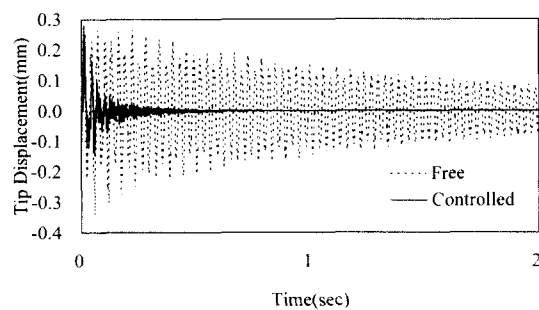


Fig. 4 Time trace of $[15_2/0/90]_s$ plate ($m = 100$)

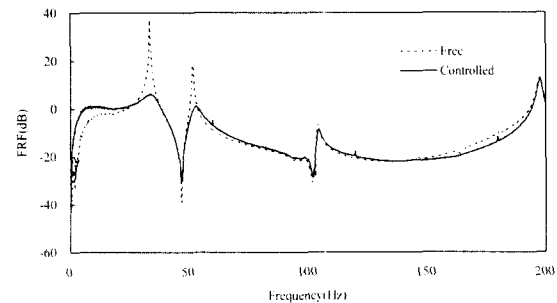


Fig. 5 Frequency response function of $[15_2/0/90]_s$ plate ($m = 100$)

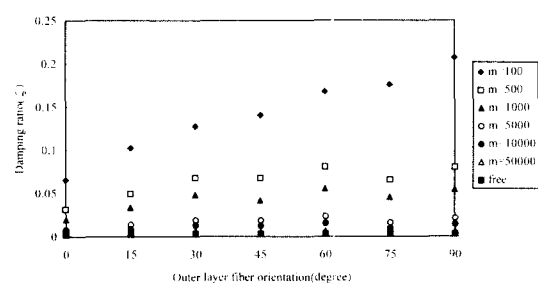


Fig. 6 Damping ratio of first bending mode with various m

Fig. 5의 결과를 보면 사용된 제어가 속도되먹임임을 알 수 있으며, 이는 기존의 연구결과와도 상통한다.⁽⁵⁾ Fig. 5에서 200 Hz 부근의 고차모드 진동제어는 현재의 작동기 위치로는 한계가 있음을 알 수 있다. m 값이 100보다 작아지면 작동기의 제어이득이 너무 커서 작동기에 가해지는 제어입력이 외란에 너무 쉽게 반응을 하여 불안정하였다.

Fig. 6에 다양한 m 값에 대한 첫 번째 굽힘모드의 감쇠비(ζ)를 복합적층판의 바깥층 각도에 대해서 나타내었다. m 값이 작은 값을 가질 때 제어효과가 더 크게 나타남을 알 수 있다. m 이 100인 경우는 제어이득이 매우 큰 경우를 나타내는데 굽힘 강성이 큰 시편보다 굽힘 강성이 작은 시편에서 능동제어의 효과가 더 크게 나타났으며, 이는 압전작동기의 굽힘모멘트 발생과 관련이 있다. Fig. 7에 m 값의 변화에 대한 첫 번째 비틀림 모드의 감쇠비(ζ)를 복합적층판의 바깥층의 각도에 대해서 나타내었다.

복합재료는 구조설계를 통하여 감쇠비와 주파수를 동시에 제어할 수 있으므로 두 가지를 동시에 고려할 수 있는 모드감쇠를 비교하는 것이 좋다.⁽¹⁰⁾ Fig. 8과 Fig. 9는 각각 m 값에 대한 첫 번째 굽힘모드와 첫

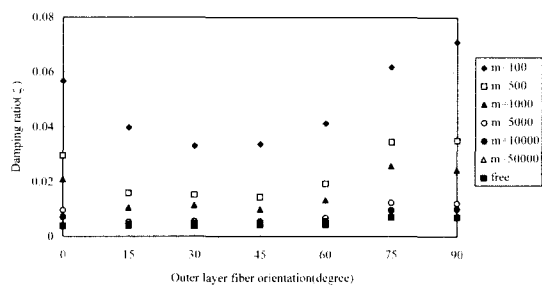


Fig. 7 Damping ratio of first torsional mode with various m

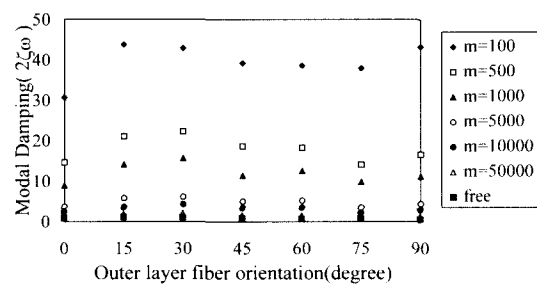


Fig. 8 Modal damping of first bending mode with various m

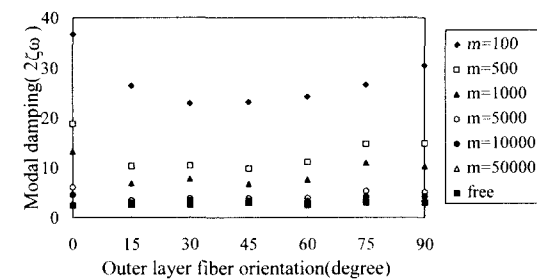


Fig. 9 Modal damping of first torsional mode with various m

번째 비틀림모드의 모드감쇠($2\zeta\omega$)를 복합적층판의 바깥층의 각도에 대해서 나타내었다. 첫 번째 굽힘모드의 모드감쇠는 감쇠비에 비해 복합적층판의 바깥층의 각도에 대해서 전체적으로 비슷한 값을 갖고 있으며 15° 시편에서 가장 큰 값을 나타내었다. 첫 번째 비틀림 모드의 모드감쇠는 감쇠비의 경우와 같이 30° 시편과 45° 시편에서 제어효과가 다른 적층각에 비해서 떨어지고 있음을 알 수 있으며, 이는 시편의 비틀림 강성과 관련됨을 알 수 있다. 마지막으로 $[15_2/0/90]_s$ 시편에 대하여 m 값의 변화에 따른 모드감쇠의 추이를 Fig. 10에 나타내었다. Fig. 10에서 보면 비틀림 모드에 비해서 굽힘 모드가 동일한 m 에 대하여 제어효과가 우수함을 알 수 있다.

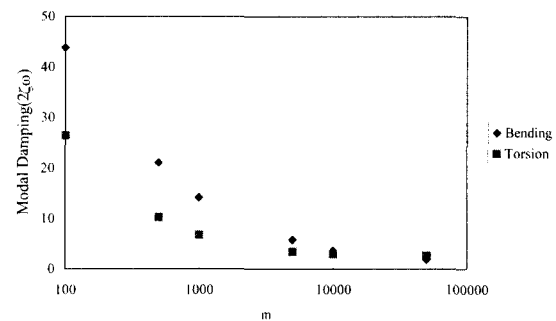


Fig. 10 Modal damping of $[15_2/0/90]_s$ plate with various m

5. 결론

시스템 식별과 최적제어법을 적용하여 복합적층판의 다중모드 진동을 능동적으로 제어하였다. 본 논문의 결론을 요약하면 다음과 같다.

(1) 시스템 식별법을 이용하여 두 개의 압전재료가 부착된 복합적층판을 실험적으로 모델링하였으며, 최적제어 이론을 이용해서 능동제어 시스템을 설계하였다.

(2) 설계된 제어기와 관측기를 컴퓨터에서 디지털 제어시스템으로 구현하였고, 복합재료 외팔평판의 다중모드 진동을 효과적으로 제어하였다.

(3) 능동제어에 의한 제어효과를 감쇠비(ζ)와 모드감쇠($2\zeta\omega$)의 관점에서 다양한 적층각도에 대해서 살펴보았다. 제어이득이 큰 경우 첫 번째 굽힘모드의 감쇠비(ζ)는 복합재료의 굽힘 강성에 반비례하는 경향을 보였으나 모드감쇠($2\zeta\omega$)는 재료의 굽힘 강성에 별 영향이 없었다.

(4) 첫 번째 비틀림 모드는 감쇠비(ζ)와 모드감쇠($2\zeta\omega$) 모두 30° 시편과 45° 시편의 제어효과가 다른 적층각의 시편에 비해서 적었다.

참고 문헌

- (1) Ljung, L., 1987, System Identification-Theory for the User, Englewood Cliffs, NJ:Prentice Hall.
- (2) Soderston, T. and Stoica, P., 1989, System Identification, Prentice Hall.
- (3) Ioan Dore landau, 1990, System Identification and Control Design using P.I.M.+software, Prentice

Hall.

(4) Natke, H. G., 1982, Identification of Vibration Structures, Springer-Verlag Wien-New York, pp. 121~145.

(5) 김 재형, 박 현철, 황 운봉, 한 경섭, 1995, "시스템 식별과 최적제어를 이용한 복합적층판의 진동제어," 대한기계학회 논문집19(11), pp. 2830~2842.

(6) Ljung, L. and Soderston, T., 1983., Theory and Practice of Recursive Identification, MIT Press.

(7) Asrom, K. J. and Wittenmark B., 1990, Computer-Controlled System Theory and Design, Prentice Hall.

(8) Liu, K. and Sun, X., 2001, "System identification and model reduction for a single-link manipulator," Journal of sound and vibration, Vol. 242, No. 5, pp. 867~891.

(9) Anon., 1994, Piezoelectric Ceramics, Fuji Ceramics Co., Ltd.

(10) Kang, Y. K., Park, H. C., Hwang, W. and Han, K. S., 1996, "Prediction and Measurement of Modal Damping of Laminated Composite Beams with Piezoelectric Sensor and Actuator," Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 7, No. 1, pp. 25~32.