

원통형 유전체에 대한 전자기파의 새로운 공진산란 이론

New Resonance Scattering Theory of Electromagnetic Waves for a Homogeneous Dielectric Cylinder

정 용 화* · 안 창 회* · 최 명 선**

Yonghwa Jung* · Chang-Hoi Ahn* · Myoungseon Choi**

요 약

기존의 공진산란이론에서는 하나의 모드에 대한 부분파 산란장이 주파수에 대하여 급격히 변하는 공진성분과 서서히 변하는 배경성분의 합으로 이루어졌다고 가정하고 적당한 배경성분을 제거하여 공진성분을 추출했다. 최근에 음향학 분야에서 산란 S-함수의 곱셈전개에 근거를 둔 새로운 공진 산란이론이 개발되어왔다. 산란장이 공진성분과 배경성분 이외에 이들의 상호간섭성분으로 구성되어 있다고 제안한 이 이론은 공진성분의 크기뿐만 아니라 위상스펙트럼을 정확하게 얻게 해 주었다. 전자기파 분야에서는 유전체로 코팅된 도체 구 혹은 원통의 산란문제에 이 이론이 성공적으로 적용되었다. 본 논문에서는 유전체 실린더의 전자기파의 산란문제에 이 이론을 확장하고 수치계산으로 그 유효성을 검증했다.

Abstract

The previous RST postulates that the scattering field, within each modal partial wave, comprise of the resonance and the background components. The new RST is recently developed by the product expansion of the scattering functions in the field of acoustics. The new formulation suggests that the scattering coefficients consist of resonance, non-resonance, and their interactional portions. In the scattering problems of acoustic waves, the moduli and phase of the resonance coefficient are obtained correctly by the new RST. In our recent works the new RST was successfully applied to the scattering problem of electromagnetic waves for coated conducting cylinder and sphere. In this paper, the new RST is extended to the 2-dimensional scattering problem of electromagnetic waves for a homogeneous dielectric cylinder, and the numerical results are compared with the previous RST.

Key words : resonance scattering theory, dielectric cylinder.

I. 서 론

지난 수십 년 동안 음파, 전자기파 및 탄성파에 의한 산란장의 예측, 측정 그리고 이를 이용하려는 수많은 이론적, 수치적, 실험적 방법들이 개발되어

왔다. 해석 주파수 영역에 따라 Rayleigh 정규모드, Watson Sommerfeld의 적분법^[1], Keller method 등이 개발되어 왔지만, 이들 이론은 주파수와 물체의 형상에 의존해 산란장 해석에 제한이 있었다. 한편 내부 공진이 일어나는 주파수 영역에서 산란장은 매

「이 논문은 2001학년도 영남대학교 학술연구조성비 지원에 의한 것임」

* 영남대학교 전자정보공학부 (School of EECS, Yeungnam University)

** 영남대학교 물리학과 (Department of Physics, Yeungnam University)

· 논문 번호 : 20011103-14S

· 수정완료일자 : 2001년 12월 3일

우 복잡하기 때문에 이 영역에서 산란장 해석을 위해서 RST(Resonance Scattering Theory)^[2]와 SEM(Singularity Expansion Method)^[3]등의 방법이 사용되었다. 특히 Uberall 등에 의해서 확립된 RST는 입사파와 산란체가 강하게 상호 작용하는 주파수 영역에서 발생하는 매우 복잡한 산란장을 물리적으로 정확하게 해석할 수 있게 하는 획기적인 수단을 제공해 왔다. 핵산란이론의 수식체계와 유사한 RST는 산란장이 주파수에 따라 급격히 변하는 공진성분과 비교적 천천히 변하는 비공진성분인 배경성분으로 구성되어 있다고 가정한다. 음향학 분야에서는 원통, 구형 및 적층셀에 이르기까지 다양한 모델에 대해서 RST의 적용이 이루어져 왔고, 또한 공진성분을 추출하기 위한 MIIR라는 실험적 방법도 개발되어 왔다^[4]. 한편 산란장에서 적당한 배경성분을 제거하여 산란체의 공진스펙트럼을 얻는 기존의 RST에서는 추출한 공진성분이 그 크기는 잘 일치하나, 위상은 바르지 못했다.

최근 음향학 분야에서 새로운 RST를 개발하여 크기뿐만 아니라 위상도 정확하게 구했다^[5]. 이 방법은 유전체 코팅된 원통형 도체 및 구형 도체의 전자기파 공진산란 해석에 성공적으로 확장되었다^{[6],[7]}. 본 논문에서는 새로운 RST를 원통형 유전체에 의한 산란장의 해석에 적용했다.

II. 원통형 유전체의 산란계수

원통, 구형등의 간단한 구조에 의한 산란장 해석은 중요하고 기본적인 문제로써 Mie 등 여러 연구자들에 의해 연구되어 왔고, 이론적으로 정확한 해가 알려져 있다^[8].

그림 1은 반지름이 a 인 원통형 유전체(ϵ_1)를 향해 원통축(z)에 수직으로 전자기파가 -x방향으로 입사하는 경우로 원통축에 대하여 TM모드와 TE모드로 나눌 수 있다. 시간항은 $e^{-i\omega t}$ 를 기준으로 하였다.

TM모드와 TE모드의 산란장은 각각 식 (1)과 식 (2)와 같이 Rayleigh 정규모드 (혹은 부분파)로 각각 표현된다.

$$E^s = E_0 \sum_n c_n (-i)^n R_n^{TM} H_n^{(1)}(k_0 r) \cos n\phi \quad (1)$$

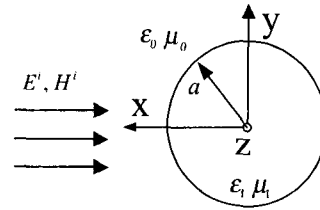


그림 1. 원통형 유전체에 수직으로 입사하는 전자기파.

Fig. 1. Geometry for a homogeneous dielectric cylinder.

$$H^s = H_0 \sum_n c_n (-i)^n R_n^{TE} H_n^{(1)}(k_0 r) \cos n\phi \quad (2)$$

여기서, c_n 은 모드 $n=0$ 일 때 1이고, $n > 0$ 일 때 2이다. $k_0 (= \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0})$ 는 공기의 파수이고, $H_n^{(1)}$ 은 원통형 1종 Hankel 함수이다. R_n^{TM}, R_n^{TE} 은 경계조건에 의해 구해지는 Mie산란계수로서 TM모드와 TE모드에서 식 (3)과 식 (4)로 각각 표현된다.

$$R_n^{TM} = - \frac{m_1 J_n(k_0 a) J_n'(k_1 a) - J_n'(k_0 a) J_n(k_1 a)}{m_1 H_n^{(1)}(k_0 a) J_n'(k_1 a) - H_n^{(1)}(k_0 a) J_n(k_1 a)} \quad (3)$$

$$R_n^{TE} = - \frac{m_2 J_n(k_0 a) J_n'(k_1 a) - J_n'(k_0 a) J_n(k_1 a)}{m_2 H_n^{(1)}(k_0 a) J_n'(k_1 a) - H_n^{(1)}(k_0 a) J_n(k_1 a)} \quad (4)$$

여기서 $m_1 = k_1 \mu_0 / k_0 \mu_1$ 이고, $m_2 = k_1 \epsilon_0 / k_0 \epsilon_1$ 이며, 각각의 식을 정규 임피던스와 어드미턴스가 포함된 식으로 표현하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$R_n^{TM} = - \frac{J_n(k_0 a) - iZ_n J_n'(k_0 a)}{H_n^{(1)}(k_0 a) - iZ_n H_n^{(1)}(k_0 a)} \quad (5)$$

$$R_n^{TE} = - \frac{J_n(k_0 a) - iY_n J_n'(k_0 a)}{H_n^{(1)}(k_0 a) - iY_n H_n^{(1)}(k_0 a)} \quad (6)$$

식 (5), 식 (6)에서 정규화된 임피던스 iZ_n 와 어드미턴스 iY_n 는 식 (7)과 식 (8)로 주어진다.

$$iZ_n = \frac{k_0 \mu_1}{k_1 \mu_0} \frac{J_n(k_1 a)}{J_n'(k_1 a)} \quad (7)$$

$$iY_n = \frac{k_0 \epsilon_1}{k_1 \epsilon_0} \frac{J_n(k_1 a)}{J_n'(k_1 a)} \quad (8)$$

μ_1 ($\mu_1 = \mu_0$)과 $k_1 (= \omega \sqrt{\mu_1 \epsilon_1})$ 는 각각 유전체의 비투과율과 파수이다. 그리고 J_n 은 1종 Bessel 함수이고, J_n' 는 그 인수 $k_0 a$ 또는 $k_1 a$ 에 대한 미분을 나타낸다.

III. 기존의 공진산란 이론

전계의 전체장을 입사장과 산란장의 합으로 나타낼 때 TM모드인 경우 식 (9)와 같이 표현된다.

$$E^t = E^i + E^s = E_0 \sum_{n=0}^{\infty} c_n (-i)^n \times [J_n(k_0 r) + R_n^{TM} H_n^{(1)}(k_0 r)] \cos n\phi \quad (9)$$

전체장을 내부로 향하는 파와 밖으로 향하는 파의 합으로 표현하면 다음 식과 같다.

$$E^t = E_0 \sum_{n=0}^{\infty} c_n \frac{(-i)^n}{2} \times [H_n^{(2)}(k_0 r) + S_n^{TM} H_n^{(1)}(k_0 r)] \cos n\phi \quad (10)$$

여기서 S_n^{TM} 는 부분파 산란함수(partial wave scattering function)로서 산란계수 R_n^{TM} 과의 관계는 식 (9)와 식 (10)의 관계에 의해서 다음과 같이 주어진다.

$$S_n^{TM} = 1 + 2R_n^{TM} \quad (11)$$

한편, 원거리에서 전계의 산란장은 Hankel함수의 근사식 (12)를 이용하여 식 (13)과 같이 표현된다.

$$H_n^{(1)}(k_0 r) \approx \left(\frac{2}{i\pi k_0 r} \right) i^n e^{ik_0 r} \quad (12)$$

$$E^s \approx E_0 \left(\frac{a}{2r} \right)^{1/2} e^{i(k_0 r - \omega t)} \sum_{n=0}^{\infty} f_n(\phi, x_0) \quad (13)$$

여기서 $x_0 = k_0 a$ 이고, $f_n(\phi, x_0)$ 은 부분파형태함수(partial wave form function)라 불리며 다음과 같이 나타내어진다.

$$f_n(\phi, x_0) = c_n (S_n^{TM} - 1) (i\pi x_0)^{-1/2} \cos n\phi \quad (14)$$

한편, 전자기파가 내부로 전파하지 못하는 원통형 완전도체의 산란계수와 산란함수는 TM모드의 경우 각각 식 (15)와 식 (16)으로 주어지는데, 이를 배경성분으로 생각할 수 있다.

$$R_n^{TM(PEC)} = R_n^{TM(b)} = -\frac{J_n(x_0)}{H_n^{(1)}(x_0)} \quad (15)$$

$$S_n^{TM(PEC)} = S_n^{TM(b)} = -\frac{H_n^{(2)}(x_0)}{H_n^{(1)}(x_0)} \quad (16)$$

식 (14)의 부분파형태함수에서 $S_n^{TM} - 1$ 성분을 식 (16)의 원통형 완전도체의 부분파산란파함수를 이용하여 나타내면 다음 식과 같다.

$$S_n^{TM} = S_n^{TM(b)} \frac{z_n^{(2)} - 1/iZ_n}{z_n^{(1)} - 1/iZ_n} \quad (17)$$

여기서 $z_n^{(l)}$ ($l=1,2$)는 식 (18)과 같이 실수성분과 허수성분으로 나타낼 수 있다.

$$z_n^{(l)} = r_n^{TM} + i\Delta_n^{TM} \quad (18)$$

여기서 $l=1$ 일 때 ‘+’이고, $l=2$ 일 때는 ‘-’이다. 식 (18)을 이용하여 식 (17)을 전개하면 핵산란의 공진수식 체계와 유사한 공진성분 $G_n(\phi)$ 함수와 비공진성분인 배경성분 $F_n(\phi)$ 함수의 합으로 표현할 수 있다.

$$S_n^{TM} - 1 = G_n(\phi) + F_n(\phi) = 2ie^{2i\xi_n^{TM}} \times \left(\frac{\Delta_n^{TM}}{1/iZ_n - r_n^{TM} - i\Delta_n^{TM}} + e^{i\xi_n^{TM}} \sin \xi_n^{TM} \right) \quad (19)$$

여기서 공진주파수는 물리적으로 실수이므로, 공진성분함수의 분모성분이 0이 되는 조건 즉, $1/iZ_n = r_n^{TM}$ 의 조건에서 결정된다. TE모드의 경우에도 식 (20)에 의해 산란계수 R_n^{TE} 를 부분파산란함수 S_n^{TE} 로 표현하여 원거리에서 산란장의 부분파형태함수를 식 (21)과 같이 얻을 수 있다.

$$S_n^{TE} = 1 + 2R_n^{TE} \quad (20)$$

$$f_n(\phi, x_0) = c_n (S_n^{TE} - 1) (i\pi x_0)^{-1/2} \cos n\phi \quad (21)$$

여기서 $(S_n^{TE} - 1)$ 를 공진성분과 배경성분의 합으로 표현한다면 식 (22)와 같다.

$$S_n^{TE} - 1 = G_n(\phi) + F_n(\phi) = 2ie^{2i\xi_n^{TE}} \times \left(\frac{\Delta_n^{TE}}{iY_n - r_n^{TE} - i\Delta_n^{TE}} + e^{i\xi_n^{TE}} \sin \xi_n^{TE} \right) \quad (22)$$

기존의 공진산란이론에서는 식 (19), 식 (22)와 같이 산란계수가 공진성분항과 배경성분항의 합으로 되어 있다고 가정하고, 적당한 배경성분을 제거하여 공진성분을 추출했다.

IV. 새로운 공진산란이론

부분파산란함수 S_n 은 unitarity 조건에 의해 식 (23)과 같이 배경성분과 공진성분의 곱으로 표현할 수 있다^[9].

$$S_n = S_n^{(b)} S_n^{(reso)} \quad (23)$$

배경성분의 부분파산란함수 $S_n^{(b)}$ 는 식 (24)와 같이 표현한다.

$$S_n^{(b)} = 1 + 2R_n^{(b)} \quad (24)$$

본 연구에서는 배경성분의 산란계수 $R_n^{(b)}$ 및 부분파 산란함수 $S_n^{(b)}$ 는 TM모드인 경우는 식(15), (16)과 같고, TE모드인 경우는 다음 식과 같이 표현되는 원통형 완전도체의 산란계수를 사용했다.

$$R_n^{TE(b)} = -\frac{J_n'(x_0)}{H_n^{(1)}(x_0)} \quad (25)$$

$$S_n^{TE(b)} = -\frac{H_n^{(2)}(x_0)}{H_n^{(1)}(x_0)} \quad (26)$$

한편 부분파 산란함수 S_n 는 식 (16)과 식 (26)으로 표현되는 배경성분 부분파 산란함수 $S_n^{(b)}$ 를 이용하여 정리하면 TM모드와 TE모드는 각각 식 (27), 식 (28)과 같이 표현된다.

$$S_n^{TM} = S_n^{TM(b)} \frac{z_n^{(2)} - 1/iZ_n}{z_n^{(1)} - 1/iZ_n} \quad (27)$$

$$S_n^{TE} = S_n^{TE(b)} \frac{1/z_n^{(2)} - iY_n}{1/z_n^{(1)} - iY_n} \quad (28)$$

여기서 S_n^{TM}, S_n^{TE} 은 각각 TM모드 TE모드의 부분파 산란함수를 나타내며, $z_n^{(1)}$ 과 $z_n^{(2)}$ 은 식 (29)와 같다.

$$z_n^{(1)} = \frac{H_n^{(1)}(x_0)}{H_n^{(1)}(x_0)}, \quad z_n^{(2)} = \frac{H_n^{(2)}(x_0)}{H_n^{(2)}(x_0)} \quad (29)$$

공진성분의 부분파 산란함수는 식 (30)과 같이 주어진다.

$$S_n^{(reso)} = 1 + 2R_n^{(reso)} \quad (30)$$

여기서 공진산란계수 $R_n^{(reso)}$ 은 식 (27)과 식 (28), 그리고 식 (30)에 의해서 구할 수 있다.

$$R_n^{TM(reso)} = \frac{-i \Delta_n^{TM}}{z_n^{(1)} - 1/iZ_n} \quad (31)$$

$$R_n^{TE(reso)} = \frac{-i \Delta_n^{TE}}{1/z_n^{(1)} - iY_n} \quad (32)$$

여기서 $R_n^{TM(reso)}$ 과 $R_n^{TE(reso)}$ 은 각각 TM모드와 TE모드의 공진 산란계수를 나타내며, Δ_n^{TM} 는 $z_n^{(1)}$ 의 허수성분을, Δ_n^{TE} 는 $1/z_n^{(1)}$ 의 허수성분을 나타낸다. 한편 각각의 산란함수와 산란계수의 관계식을 이용하여 산란함수 S_n 을 산란계수 R_n 으로 표현하면 식 (33)과 같이 표현된다.

$$R_n = R_n^{(b)} + R_n^{(reso)} + 2R_n^{(reso)} R_n^{(b)} \quad (33)$$

식 (33)에서는 전체 산란계수 R_n 이 배경성분 산란계수, 공진성분 산란계수, 그리고 이들의 곱으로 표현되는데 기존의 공진 산란이론과 다름을 알 수 있다. 한편 우변의 첫째항의 배경산란계수 $R_n^{(b)}$ 을 좌변으로 옮긴 후 절대값으로 표현하면, 식 (34)의 unitarity 조건에 의해 식 (35)와 같이 표현된다.

$$|S_n^{(b)}| = |2R_n^{(b)} + 1| = 1 \quad (34)$$

$$|R_n - R_n^{(b)}| = |R_n^{(reso)}| \quad (35)$$

식 (35)에서 우변의 $R_n^{(reso)}$ 는 새로운 공진산란이론에서 구한 공진성분 산란계수로서, 배경성분을 제거하여 공진성분을 추출하는 좌변과 그 크기가 같다. 한편 위상은 공진성분과 배경성분의 상호간섭항에 의해 기존의 RST와는 다름을 알 수 있다.

V. 계산결과

본 연구에서는 새로운 공진 산란이론을 확장하여 원통형 유전체에 의한 전자기파의 산란과문제에 적

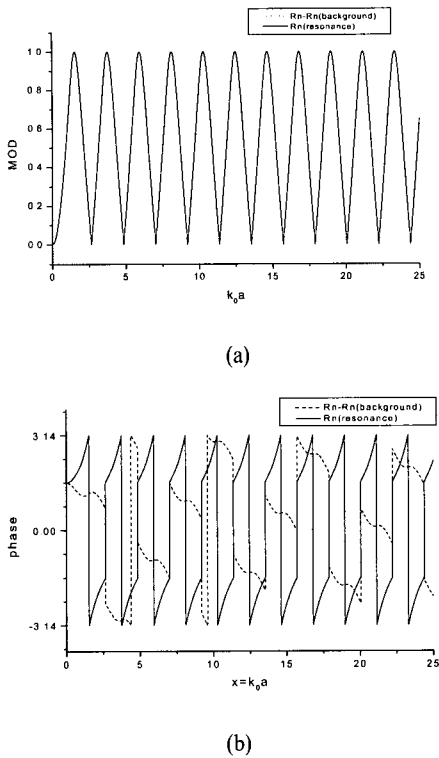


그림 2. 기존의 공진산란이론(점선)과 새로운 이론에서 구한 산란계수(실선)의 비교 (TM 모드, $n=1$).
(a) 산란계수의 크기, (b) 산란계수의 위상
Fig. 2. Comparison of the moduli and the phase of the new RST(solid line) and the previous RST (dotted line) of the scattering coefficient (TM mode, $n=1$).
(a) Moduli of scattering coefficient,
(b) Phase of scattering coefficient.

용했다. 수치계산에서 전체산란장에서 적당한 배경성분을 제거하는 기존의 공진산란이론과, 직접 공진산란계수를 이용하여 구한 새로운 이론을 비교하였다. 그림 2와 그림 3은 각각 TM모드와 TE모드인 경우로 산란계수의 공진성분의 크기와 위상을 나타낸다. 여기서 모드는 $n=1$, 원통형 유전체의 비유전율은 2.1을 사용하였다. 그림 2(a)와 그림 3(a)에서 알 수 있듯이 공진성분의 크기에서는 기존의 이론과 새로운 이론이 정확히 일치함을 보여준다. 한편 그림 2(b)와 그림 3(b)에서 나타난 바와 같

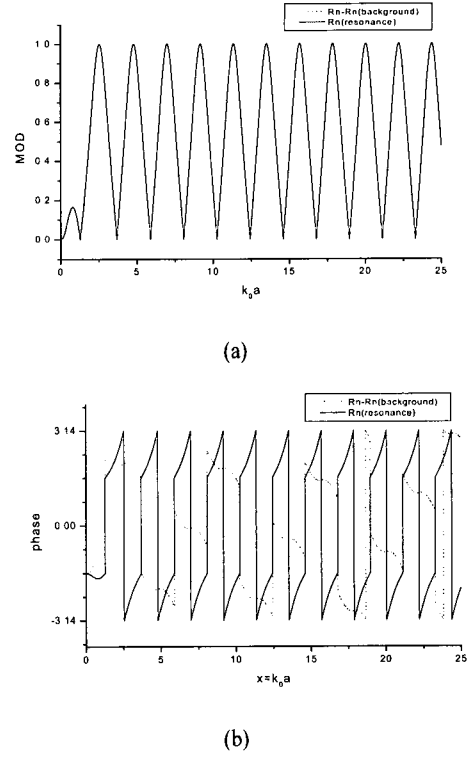


그림 3. 기존의 공진산란이론(점선)과 새로운 이론에서 구한 산란계수(실선)의 비교. (TE모드, $n=1$). (a) 산란계수의 크기, (b) 산란계수의 위상
Fig. 3. Comparison of the moduli and the phase of the new RST(solid line) and the previous RST (dotted line) of the scattering coefficient (TE mode, $n=1$). (a) Moduli of scattering coefficient, (b) Phase of scattering coefficient.

이 기존의 RST와 새로운 RST로 구한 산란계수의 위상이 서로 다른데 이는 새로운 RST에서는 공진성분과 배경성분의 상호간섭항이 포함되었기 때문이다. 위상도약이 기존의 공진이론에서는 공진영역 이외에서도 나타나지만, 새로운 공진이론으로 구한 위상에서는 공진영역에서만 위상도약(2π)이 나타나므로 물리적으로 타당하다고 볼 수 있다. 그림 4는 TM 모드에서 공진조건($1/iZ_n = r_n^{TM}$)에 의한 특성방정식의 해(A, B, C)를 보여준다. 해의 위치는 RST로 구한 공진주파수와 잘 일치한다. 따

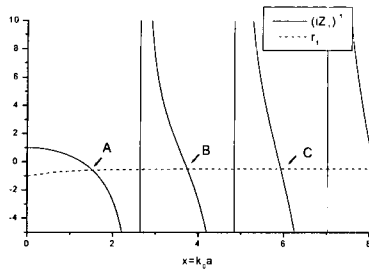


그림. 4. 공진조건에 의한 해(A, B, C).
Fig. 4. Graphical positions(A, B, C) of the characteristic equation.

라서 원통형 완전도체의 산란계수가 배경성분으로 적절하다는 것을 알 수 있다.

VI. 결 론

유전체 실린더에 대한 전자기파의 공진산란 문제를 해석하기 위해 새로운 RST를 적용하여 산란계수의 크기와 위상을 올바르게 얻었다. 기존의 RST와는 달리 공진성분과 배경성분뿐 아니라 상호간섭항이 추가되어야 함을 수치계산 결과를 통해 검증하였다. 향후 역산란등의 문제에 이 이론을 적용할 수 있으리라 사료된다.

참 고 문 헌

[1] Jin Au Kong, *Electromagnetic Wave Theory*,

John Wiley & Sons, Inc. 1990.

- [2] L. Flax, L. R. Dragonette, and H. Uberall, "Theory of elastic resonance excitation by sound scattering", *J. Acoust. Soc. Am.* 63, pp. 723-731, 1978.
- [3] H. Uberall et al., "Application of the singularity expansion method to elastic wave scattering", *Appl. Mech. Rev.* 43, 235-249 1990.
- [4] H. Uberall, *Acoustic Resonance Scattering*, Gordon and Breach Science, 1992.
- [5] M. S. Choi, "New formulation of the resonance scattering theory", *J. Acoust. Soc. Am.* 101, pp. 2491-2495, 1997.
- [6] 정용화, 안창희, 최명선, "유전체 코팅된 원통형 도체에 대한 전자기파의 공명산란 이론", 전자파 기술 학술대회, pp. 109-112, 2000.
- [7] 정용화, 안창희, 최명선, "유전체 코팅된 도체 구에 대한 새로운 공명산란이론", 추계 마이크로파 및 전파학술 대회, pp. 407-410, 2000.
- [8] D. E. Barrick, *Radar Cross Section Handbook*, PLENUM Press. Vol. 1, New York, 1970.
- [9] P. L. Marston, "Product expansion of the S function for scattering from elastic spheres having multiple resonance", *J. Acoust. Soc. Am. Suppl.* 84, pp. 185. 1988.

정 용 화



1994년 2월: 영남대학교 전기공학과 (공학사)
1996년 2월: 영남대학교 전기공학과 (공학석사)
1996년 3월~현재: 영남대학교 전기공학과 박사과정
[주 관심분야] 전자파이론

안 창 희



1985년 2월: 서울대학교 전기공학과 (공학사)
1992년 2월: 한국과학기술원 (공학박사)
1992년 8월~1993년 2월: KAIST 정보전자연구소
1997년 2월~1998년 2월: 미국 Illinois University 방문교수
1993년 3월~현재: 영남대학교 전자정보공학부 부교수
[주 관심분야] 전자장론 및 수치해석, 마이크로파

최 명 선



1983년 2월: 연세대학교 물리학과
(이학사)

1985년 2월: 한국과학기술원 물리
학과 (이학석사)

1992년 2월: 한국과학기술원 물리
학과 (이학박사)

1985년 3월~1998년 2월: 한국 원
자력연구소 선임 연구원

1999년 3월~현재: 영남대학교 자연과학부 교수
[주 관심분야] 전자 초음파 물리학