

## 유전체 공진기 필터의 결합창 특성해석

### Analysis of Coupling Windows of the Dielectric Resonator Filter

김 병 옥 · 윤 두 일 · 윤 상 원

Byung-Wook Kim · Du-Il Yun · Sang-Won Yun

#### 요 약

본 논문에서는 결합창으로 결합을 구현한 유전체 공진기 필터의 결합창 특성을 해석하였다. 결합창의 특성을 결합계수로 표현하였으며, 간단한 표현식으로 유도하였다. 결합창의 크기를 변화시키면서 해석 방법을 적용하여 결합계수를 계산하였고, 측정결과와 비교하여 해석의 유효성을 증명하였다. 본 논문에서 제안한 방법은 적용이 간단할 뿐 아니라, 결합창의 제작 및 측정오차 범위에서 정확한 결과를 보였다. 본 논문에서 제안한 방법은 유전체 공진기 필터의 설계 및 유전체 공진기와 Varactor diode로 이루어지는 동조필터가 동조주파수 대역에서 일정한 통과대역폭을 가지기 위한 최적화된 결합창의 설계 적용이 가능하다.

#### Abstract

In this paper, the coupling windows of the dielectric resonator filter have been analyzed. The coupling factor which has been used to characterize the coupling window is represented by closed form expressions. The deviation of the coupling factor as the size of coupling window has been compared between calculated by presented method and measured ones. There are very closed agreements. The presented method can be applied not only to design dielectric resonator but also to design varactor tuned dielectric resonator filter so as that the passband bandwidth is constant within tuned ranges.

#### I. 서 론

유전체 공진기에 결합창을 제작하여 구현한 대역 통과 필터가 개발되어 사용되고 있는데<sup>[2],[3]</sup>, 이와 같은 필터의 설계에서 결합창의 특성을 예측하는 것이 중요하다. 비교적 좁은 통과대역폭을 가지는 대역필터의 결합창의 특성은 결합계수로 표현될 수 있는데, 필터설계이론으로부터 요구되는 결합계수를 계산할 수 있으므로<sup>[1]</sup>, 요구되는 결합계수를 얻을 수 있도록 결합창을 설계하여야 한다. 결합창의 결합계수를 얻는 방법으로 크기가 같은 두 개의 유전체 공진기로 이루어진 2단 필터를 제작하고 공진

기 사이에 제작된 결합창의 변화에 따른 두 개의 공진점 관계로부터 결합계수를 계산하는 방법을 사용할 수 있는데<sup>[1]-[3]</sup>, 두 개의 공진점을 실측으로 측정하는 방법이 사용되어왔고<sup>[2],[3]</sup>, 유한요소법이나 시간영역 유한차분법과 같은 수치해석 방법의 적용이 가능하다. 하지만 전자의 경우 원하는 특성을 얻기 위한 반복 실험이 필요하고, 동조필터의 구성과 같이 낮은 Q인자로 공진부가 구성될 경우 손실에 의하여 공진점의 정확한 측정이 어렵고<sup>[4]</sup>, 후자의 경우 많은 계산시간이 필요하며<sup>[5]</sup>, 유전체 공진기의 개방면의 경계조건을 정확하게 표현하기 어려워 정확한 결과를 얻기가 어렵고, 동조필터와 같이 유전

서강대학교 전자공학과 초고주파 연구실(Microwave and Millimeter Wave Laboratory, Dept. of Electronics Eng., Sogang Univ.)  
 · 논문 번호 : 20011103-16S  
 · 수정완료일자 : 2001년 12월 4일

체 공진기에 집중소자가 연결된 경우 적용에 제한점이 있다. 본 논문에서는 유전체 공진기에 제작된 결합창의 특성을 Bethe's small aperture<sup>[6],[7]</sup>를 적용하여 간단한 표현식을 유도하였으며, 동조필터와 같이 유전체 공진기에 집중소자가 연결된 경우에도 적용 가능함을 보였다. 계산결과와 측정 결과를 비교하여 계산값이 제작 및 측정 오차 범위내에서 매우 일치하는 결과를 얻을 수 있음을 보였다. 본 논문에서 제안한 방법은 결합창으로 결합을 구현하는 유전체 공진기 필터에 적용이 가능할 뿐 아니라, 유전체 공진기와 Varactor diode로 구성되는 동조필터에 적용하여 동조 주파수 범위에서 일정한 통과대역폭을 얻기 위한 결합창의 설계에 적용될 수 있다<sup>[4]</sup>.

## II. 결합창 해석

그림 1은 결합창의 특성을 계산하기 위한 기본구성으로, 유전체 공진기와 Varactor diode와 같은 집중소자로 공진부가 구성된 2단 대역통과 필터 형태이다. 초단과 마지막단은 낮은 결합을 구현하기 위해 유전체 공진기의 단락면쪽에 가깝게 위치시킨 용량성 결합으로 구성되었고, 중간단의 결합은 결합창으로 이루어진다. 그림에서와 같이 입력단과 출력단의 결합을 작게 구현할 경우, 주파수 축에 투과계수를 나타내면 두 개의 공진점이 나타나게 되는데 이때 공진주파수를 각각  $f_1$ ,  $f_2$ 라 할 때 결합계수  $k$ 는 식 (1)과 같다<sup>[1]</sup>.

$$k = \frac{f_2 - f_1}{\sqrt{f_2 * f_1}} \quad (1)$$

그림 2 (b)는 그림 2 (a)에서 유전체 공진기와 결합창 부분에 Bethe's small aperture theory<sup>[6],[7]</sup>를 적용하고 단락면에 Image theory<sup>[7]</sup>를 적용한 등가구성이다. 여기서 전기적 dipole moment  $\vec{P}$ 와 자기적 dipole moment  $\vec{M}$ 은 각각 식 (2), (3)과 같다<sup>[6],[7]</sup>.

$$\vec{P} = -\epsilon a_e [\vec{n} \cdot \vec{E}_g + \vec{n} \cdot \vec{E}_{1r} - \vec{n} \cdot \vec{E}_{2r}] \vec{n} \quad (2)$$

$$\vec{M} = -a_m [\vec{H}_g + \vec{H}_{1r} - \vec{H}_{2r}]_t \quad (3)$$

여기서,  $\vec{E}_g$ ,  $\vec{H}_g$ 는 유전체 공진기의 기본모드

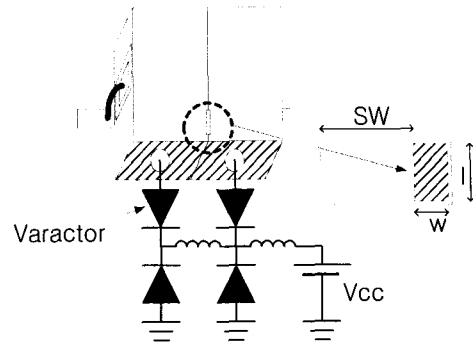


그림 1. 결합창의 특성을 계산하기 위한 기본구성.

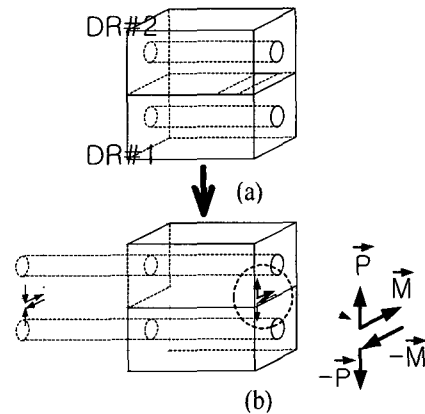


그림 2. 결합창 부분에 Bethe small aperture theory와 Image theory를 적용한 등가구성도.

- a) 결합창을 가지는 유전체 공진기
- b) 등가구성도

로 그림 2의 구조에서 결합창이 없을 때 입사파이고,  $\vec{E}_{1r}$ ,  $\vec{H}_{1r}$ 은  $\vec{P}$ ,  $\vec{M}$ 에 의하여 그림 2의 유전체 공진기 #2에 발산되는 전기장과 자기장이고,  $\vec{E}_{2r}$ ,  $\vec{H}_{2r}$ 은  $-\vec{P}$ ,  $-\vec{M}$ 에 의하여 그림 2의 유전체 공진기 #1에 발산되는 전기장과 자기장으로 Reaction 항이며,  $\vec{n}$ 은 결합창에 수직인 단위 벡터,  $a_e, a_m$ 은 각각 electric polarizability, magnetic polarizability 이다. 본 논문에서 제작한 결합창은 그림 2에서와 같이 직사각형 구조로  $a_e, a_m$ 의 계산이 불가능하여 이미 발표된 측정값을 표현하는 3차 근사방정식을 사용하였다<sup>[1],[4]</sup>.

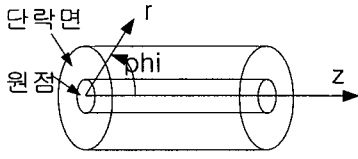


그림 3. 계산에 사용된 좌표계.

여기서 해석을 간단히 하기 위해 유전체 공진기는 동축선로의 형태라고 가정한다. 즉 내경과 외경 모두 완벽한 원형으로 가정하면, Maxwell's 식으로부터 무한히 긴 동축선로의 단면에서 전기장과 자기장의 Source free 해는 식 (4), (5)와 같다<sup>[7]</sup>.

$$E = \frac{e^{j\beta z}}{r} \vec{a}_r \quad (4)$$

$$H = -Y_0 \frac{e^{j\beta z}}{r} \vec{a}_\phi \quad (5)$$

여기서,

$$\frac{1}{Y_0} = Z_0 = \sqrt{\frac{1.0787}{\epsilon_r}} \log\left(1.0787 \frac{b}{a}\right)^{[3]}, \beta \text{는 전파상수}$$

이고,  $a, b$ 는 각각 유전체 공진기의 내경과 외경의 평균값,  $r, \phi, z$ 는 그림 3에서와 같다.

단락면에서  $z$ 축으로  $z$ 만큼 떨어진 곳에서 전기장의 크기가  $C$ 인 입사파가 그림 2의 DR #1에 입사된다고 가정하면 단락면에서 반사파가 발생하게 되므로, 단락면의 경계조건을 인가하면 식 (4), (5)의 기본모드에 해당하는 전기장과 자기장은 식 (6), (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$E_x = \left( C \frac{e^{j\beta z}}{r} - C \frac{e^{-j\beta z}}{r} \right) \vec{a}_r = C \frac{2j \sin \beta z}{r} \vec{a}_r \quad (6)$$

$$H_x = CY_0 \frac{-2 \cos \beta z}{r} \vec{a}_\phi \quad (7)$$

그림 2(a)의 결합창의 중심의 위치를  $r = b, z = d$ 라 하고, 그림 2(a)의 DR #2에 전기적 dipole moment  $\vec{P}$ 에 의하여  $+z$  방향으로 발산되는 전기장의 크기를  $A_{11}$ ,  $-z$  방향으로 발산되는 전기장의 크기를  $A_{12}$ , 그림 2(b)에서와 같이 Image theory<sup>[7]</sup>을 적용하여 얻은  $r = b, z = -d$ 에 위치한 전기적 dipole moment  $-\vec{P}$ 에 의하여  $+z$  방향으로 발산되는 전기장의 크기를  $A_{21}$ ,  $-z$  방향으로 발산되는 전

기장의 크기를  $A_{22}$ 라 하면  $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$ 는 Lorentz's reciprocal theorem<sup>[7]</sup>에 의하여 각각 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$A_{11} = -\frac{jwP_r}{Pb} e^{j\beta d} \quad (8)$$

$$A_{12} = \frac{jwP_r}{Pb} e^{-j\beta d} \quad (9)$$

$$A_{21} = -A_{12} \quad (10)$$

$$A_{22} = -A_{11} \quad (11)$$

여기서,  $P_r$ 은  $\vec{P}$ 의  $r$ 방향 성분이고,  $P = 4\pi Y_0 \ln \frac{b}{a}$ 이고,  $w$ 는 각속도이다. 같은 방법으로  $r = b, z = d$ 의 자기적 dipole moment  $\vec{M}$ 에 의해  $+z$  방향으로 발산되는 전기장의 크기를  $A_{31}$ ,  $-z$  방향으로 발산되는 전기장의 크기를  $A_{32}$ 라 하고,  $r = b, z = -d$ 의 자기적 dipole moment  $-\vec{M}$ 에 의하여  $+z$  방향으로 발산되는 전기장의 크기를  $A_{41}$ ,  $-z$  방향으로 발산되는 전기장의 크기를  $A_{42}$ 라 하면  $A_{31}, A_{32}, A_{41}, A_{42}$ 는 각각 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$A_{31} = \frac{jw\mu_0 Y_0}{Pb} e^{j\beta d} M_\phi \quad (12)$$

$$A_{32} = \frac{jw\mu_0 Y_0}{Pb} e^{-j\beta d} M_\phi \quad (13)$$

$$A_{41} = -A_{32} \quad (14)$$

$$A_{42} = -A_{31} \quad (15)$$

여기서,  $M_\phi$ 는  $\vec{M}$ 의  $\phi$ 방향 성분이다.

그러므로, 식 (2)의 Reaction 항인  $\vec{a}_r \cdot (\vec{E}_{1r} - \vec{E}_{2r})$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$E_{1rr} - E_{2rr} = -(A_{11} + A_{12} + A_{31} + A_{32})E^+ \cdot \vec{a}_r - (A_{21} + A_{41})E^- \cdot \vec{a}_r - (A_{12} + A_{32})E^+ \cdot \vec{a}_r \quad (16)$$

여기서,  $E^+$ 는 결합창의 중간위치인  $r = b, z = d$ 에서  $+z$  방향으로 진행하는 전기장이고,  $E^-$ 는  $-z$  방향으로 진행하는 전기장이며 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$E^+ = \frac{e^{j\beta d}}{b} \vec{a}_r \quad (17)$$

$$E^- = \frac{e^{j\beta d}}{b} \vec{a}_r \quad (18)$$

같은 방법으로 식 (3)의 Reaction 항인  $H_{1rr} - H_{2rr}$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$H_{1rr} - H_{2rr} = -(A_{11} + A_{12} + A_{31} + A_{32})H^+ \cdot \vec{a}_\phi - (A_{21} + A_{41})H^- \cdot \vec{a}_\phi - (A_{12} + A_{32})H^+ \cdot \vec{a}_\phi \quad (19)$$

여기서  $H^+$ ,  $H^-$ 는 각각 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$H^+ = Y_0 \frac{e^{-j\beta d}}{b} \vec{a}_\phi \quad (20)$$

$$H^- = -Y_0 \frac{e^{j\beta d}}{b} \vec{a}_\phi \quad (21)$$

식 (8)~식 (15)과 식 (17), 식 (18)을 식 (16)에 대입하고 식 (8)~식 (15)과 식 (20), 식 (21)를 식 (19)에 대입 정리하면 다음과 같이  $P_r$ 과  $M_\phi$ 의 표현식을 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} P_r \\ M_\phi \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{2j\sin\beta d}{b} \\ -\frac{2\cos\beta d}{b} \end{bmatrix} \quad (22)$$

여기서,

$$a_{11} = \frac{2w\sin\beta d e^{-j\beta d}}{Pb^2} - \frac{jw}{Pb^2}(1 - e^{-2j\beta d}) - \frac{1}{\alpha_r \epsilon}$$

$$a_{12} = -2j \frac{w\mu_0 Y_0 \cos\beta d}{Pb^2} e^{-j\beta d} - \frac{jw\mu_0 Y_0}{Pb^2} \cdot (1 - e^{-2j\beta d})$$

$$a_{21} = \frac{2w\sin\beta d e^{-j\beta d}}{Pb^2} + \frac{jw}{Pb^2}(1 + e^{-2j\beta d})$$

$$a_{22} = -Y_0 \frac{2jw\mu_0 \cos\beta d e^{-j\beta d}}{Pb^2} - Y_0 \frac{jw\mu_0}{Pb^2}(1 + e^{-2j\beta d}) - \frac{1}{\alpha_m Y_0}$$

이고,  $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ ,  $\epsilon_r$ 은 유전체 공진기의 유전률이다.

입사파와  $P_r$ ,  $M_\phi$ 에 의하여 발산되는 전기장과의 관계로부터 산란계수를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$S_{21} = S_{12} = (A_{11} + A_{12} + A_{31} + A_{32})e^{-2j\beta l} = \left( \frac{2w\sin\beta d}{Pb} P_r - 2j \frac{w\mu_0 Y_0 \cos\beta d}{Pb} M_\phi \right) e^{-2j\beta l} \quad (23)$$

$$S_{11} = S_{22} = -e^{-2j\beta l} - S_{21} \quad (24)$$

결합창의 크기가 작을 경우 Reaction 항을 무시할 수 있으며, 이 경우 그림 2의 산란계수를 식 (25), (26)와 같이 나타낼 수 있다.

$$S_{21} = S_{12} = \frac{4jw\cos\beta d}{4\pi Y_0 \ln(b/a) b^2} \times (\alpha_r \epsilon \sin\beta d - Y_0^2 \alpha_m \mu_0 \cos\beta d) e^{-2j\beta l} \quad (25)$$

$$S_{11} = S_{22} = -e^{-2j\beta l} - S_{21} \quad (26)$$

결합창의 산란계수를 이용하여 그림 2의 입·출력단의 전체 산란계수를 계산하면 그림 2 구조의 결합계수 계산이 가능하다<sup>[4]</sup>. 저자는 그림 2와 같이 개방면 쪽에 집중소자가 연결된 경우에도 본 논문에서의 결과를 적용하여 전체 결합계수의 계산이 가능함을 보였다<sup>[4]</sup>.

### III. 적용의 예

그림 4는 본 논문에서의 계산 방법을 유전체 공진기의 결합창에 적용한 예이다. 측정 및 제작오차 내에서 잘 일치함을 알 수 있다. 유전체 공진기의 길이는 15.33 mm이고 내경은 2.7 mm, 외경의 평균은 8 mm, 유전률은 37이다. 유전체 공진기의 개방면으로

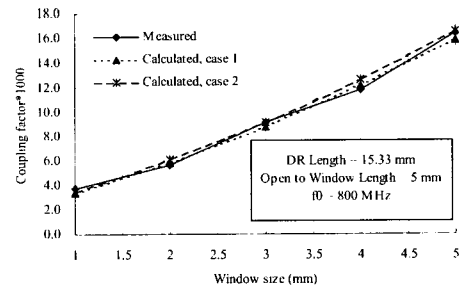


그림 4. 결합창의 크기 변화에 따른 결합계수의 변화.

Case 1: Reaction 항을 고려한 경우

Case 2: Reaction 항을 고려하지 않은 경우

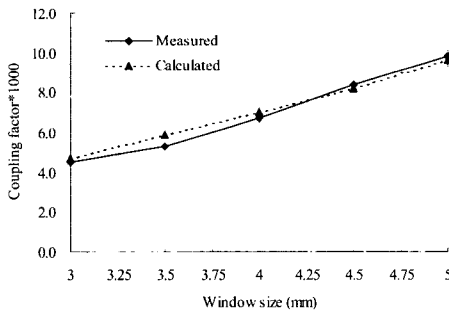


그림 5. 결합창의 크기에 따른 결합계수의 변화.

부터 5 mm 떨어진 곳에서부터 단락면쪽으로 결합창의 크기를 키우면서 계산 및 측정된 결과이다.

그림 5는 유전체 공진기의 크기는 12.44 mm이고, 유전체 공진기의 개방면쪽에 리드선을 이용하여 39 pF의 Chip C를 연결하고 다시 직렬로 3 pF Chip C를 연결한 경우이다. 결합창은 유전체 공진기의 개방면으로부터 1 mm 떨어진 곳에서부터 단락면쪽으로 결합창의 크기를 키우면서 계산 및 측정된 결과이다. 개방면 쪽에 집중소자를 연결한 경우에도 적용이 가능함을 알 수 있다. 여기서는 리드선의 영향을 고려하기 위해<sup>[4]</sup>, 유전체 공진기의 길이를 실측 길이보다 0.5 mm 길게 하여 계산하였다.

#### IV. 결 론

본 논문에서는 유전체 공진기 필터의 결합창의 결합계수를 간단한 표현식으로 표현 가능함을 보였고, 측정결과와 계산결과를 비교하여 계산결과가 제작 및 측정오차 범위 내에서 거의 일치함을 보여 해석방법의 유효성을 증명하였다. 본 논문에서 제안한

#### 김 병 욱



1994년 2월: 서강대학교 전자공학과 (공학사)  
 1996년 2월: 서강대학교 전자공학과 대학원 (공학석사)  
 1996년 3월~2001년 5월: 한국표준 과학연구원 전자기표준부  
 2001년 8월~현재: 서강대학교 전자공학과 대학원 박사과정

[주 관심분야] 초고주파대역 소자, 전자기장 수치해석

방법은 유전체 공진기 필터의 설계 뿐 아니라, 유전체 공진기와 Varactor diode를 이용한 동조필터에 적용하여 동조대역에서 일정한 대역폭을 얻기 위한 최적화된 결합창의 설계에 응용될 수 있다<sup>[4]</sup>.

#### 참 고 문 헌

- [1] G. L. Matthaci, L. Young, and E. M. T. Jones, *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures*. Norwood, MA: Artech House, 1980.
- [2] M. Sugawara, M. Makimoto and S. Yamashita, "A design method of bandpass filters using dielectric filled coaxial resonators", *IEEE Trans. on Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-33, pp. 152-157, Feb. 1985.
- [3] 최주영, "소형 세라믹 동축 공진기를 이용한 대역통과 여파기의 설계", 서강대학교 석사학위 논문, 1997.
- [4] B. W. Kim, D. I. Yun and S. W. Yun, "A varactor tuned rf bandpass tunable filter with constant band-width", *Journal of the Korea Electromagnetic Engineering Society*, nov. 2001.
- [5] Jianming Jin, *The finite element method in electro-magnetics*, John Wiley & Sons, Inc., 1997.
- [6] H. A. Bethe, "Theory of Diffraction by Small Holes", *Phys. Rev.*, vol. 66, pp. 163-182, 1944.
- [7] R. E. Collin, *Foundation for microwave engineering*, Second Edition, McGraw-Hill, Inc., 1992.

#### 윤 두 일



2001년 2월: 서강대학교 전자공학과 (공학사)  
 2001년 2월~현재: 서강대학교 전자공학과 대학원 석사과정  
 [주 관심분야] 초고주파대역 여파기

윤 상 원



1977년 2월: 서울대학교 전자공학과 (공학사)

1979년 2월: 서울대학교 전자공학과 대학원 (공학석사)

1984년 2월: University of Texas at Austin (공학박사)

1984년~현재: 서강대학교 전자공학과 교수

1988년 1월~12월: University of Texas at Austin 방문교수

[주 관심분야] 초고주파대역 소자 및 회로