

방향성을 고려한 일반화된 공작기계의 입체오차 모델링

안경기*, 조동우**

A Generalized Volumetric Error Modeling Considering Backlash in Machine Tools

Kyoung-Gee Ahn*, Dong-Woo Cho**

ABSTRACT

In this paper, an extended volumetric error model considering backlash in a three-axis machine tool was proposed and utilized for calculating the volumetric error of the machine tool at any position in three-dimensional workspace. Backlashes are interrelated; i.e. the angular backlash affects the straightness errors which then affect the calculated squareness errors. Therefore, a new concept was introduced to define the backlash of squareness errors to incorporate the backlash of squareness error into the volumetric error, and the characteristics of the backlash of squareness error were investigated. The effects of backlash errors were assessed, by experiments, for 21 geometric errors of a machine tool. The backlash error was shown to be one of the systematic errors of a machine tool. And a generalized volumetric error model formulator for three-axis machine tools was developed, which allowed us to formulate machine tool synthesis error models for all possible machine tool configurations only with machine tool topology information. Based on these volumetric error model and model formulator, a computer-aided volumetric error analysis system was developed for a three-axis machine tool in this paper. Then the volumetric error at an arbitrary position can be obtained, and displayed in a three-dimensional graphic form.

Key Words : Backlash error (백래시 오차), Squareness error (직각도 오차), Generalized volumetric error model formulator (일반화된 입체오차 모델 합성모듈), Topology model (위상기하학적 모델)

기호설명

x, y, z = the nominal positions in x, y and z directions, respectively

$\Delta V_x, \Delta V_y, \Delta V_z$ = the 3 components of the volumetric errors, in x, y and z directions, respectively

$\delta_{xx}, \delta_{yy}, \delta_{zz}$ = the positional errors along the x, y and z directions, respectively

$\delta_{yx}, \delta_{zx}, \delta_{xy}, \delta_{zy}, \delta_{xz}, \delta_{yz}$ = the straightness errors, where the first subscript represents the error direction and the second refers to the moving direction

$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yx}, \varepsilon_{zx}, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zy}, \varepsilon_{xz}, \varepsilon_{yz}, \varepsilon_{zz}$ = the angular errors, where the first subscript represents which axis the rotation error is around, and the second refers to the moving direction

S_{xy}, S_{xz}, S_{yz} = the squareness errors between each

2001년 9월 13일 접수
* S.M.Wu Manufacturing Research Center (WuMRC)
** 포항공과대학교

pair of axes

Z_4 = the nominal tool dimension in the z direction

1. 서론

최종적으로 가공되어지는 공작물의 가공오차는 공작기계, 공구, 그리고 공작물이라는 각각의 구성요소에 의한 오차와 이들간의 상호작용에서 기인되어지는 오차의 결과이다. 공작기계의 오차는 크게 준 정적오차와 동적오차로 나누어진다. 준 정적오차는 공작기계의 공구와 공작물 간의 상대적인 위치오차로 정의되어진다. 이러한 준 정적 오차는 매우 느리게 변화하며 공작기계 자체의 구조와 관련되어 발생하는 오차로서, 공작기계의 기하학적 오차, 열 변형 오차, 정직 하중오차가 이에 속한다. 그리고 전체 공작기계 오차의 70%정도가 이와 같은 준 정적오차로 인하여 발생되어진다.^[1] 공작기계의 기하학적 오차는 공작기계의 기구학적 링크 시스템들의 치수오차와 형상오차, 그리고 이들간의 각도 및 위치의 잘못된 정렬에 기인하여 발생하는 공구 끝 단에서의 오차이다. 공작기계는 구조적으로 이러한 공작기계의 축들간의 올바르지 못한 정렬과 각 축에서의 위치오차와 진직도 오차를 항상 지니고 있다.^[2] Ehmann^[3] 등은 임의 형상을 가진 다축 공작기계에 대한 오차 모델을 제시하였으며, Mou 와 Liu^[4]는 공작기계의 오차를 운동학적 기법을 이용하여 모델링 하였고, Yang^[5] 등은 공작기계의 측정오차로 기준 좌표계를 설정하는 오차 합성모델을 개발하였다. 또한 Dorndorf^[6] 등은 공작기계의 정적오차를 구하기 위해서 오차 예산(error budgeting) 및 비용 최소화(cost minimization)의 개념을 이용하였으며, Chen^[7] 등은 가공영역내의 임의의 위치에서 준 정적오차를 예측하기 위해서 유한요소법에서 사용되어지는 메시(mesh) 개념을 제안하였다.

입체오차 모델은 공작기계와 3 차원측정기(CMM)의 3 차원 공간상에서의 기하학적 오차를 나타내기 위해서 사용되어져 왔다. 이러한 모델은 공구 또는 탐침(probe)과 공작물 사이의 최종적인 상대오차를 계산하기 위해서 사용되어진다. 또한 이렇게 계산되어진 오차는 오차 보상 시스템을 통하여 공작기계의 성능을 향상시키는 데에 사용되어질 수 있다. 이와 같은 일들을 수행하기 위하여 입체오차의 모델들은 그때 그때의 필요에 따라 임

의로 유도되어져 왔으며, 모델링 하는 사람이 손으로 직접 유도하는 경우가 대부분이었다. 그리고 이러한 모델링은 공작기계의 형상(configuration)이 변화하고, 복잡해짐에 따라서 모델링 하는 과정에서 오차가 발생할 확률이 높아진다. 또한 유도하는 사람마다 나름대로의 방법으로 유도를 수행하기 때문에 오차 모델들의 부호와 형태가 일관성이 없는 것이 사실이다. 이러한 이유로 최근까지도 3 축 공작기계에 대한 입체오차의 모델링 자체가 중요한 이슈가 되어지고 있다.^[8] 따라서 본 연구에서는 3 축 공작기계에 대한 위상기하학적 모델(Topology Model)과 동차 변환 기법(Homogeneous Transformation Method)을 기초로 하여, 공작기계의 모든 형상들에 대해서 체계적인 공작기계의 입체오차 모델링 기법이 제시되어졌고, 이를 바탕으로 한 일반화된 입체오차 모델 합성모듈이 개발되어졌다.

한편, 백래시 오차는 공작기계의 정밀도의 향상을 저해하는 요소로 작용하여 왔다.^[9,10,11,12,13,14,15] 따라서 공작기계의 오차를 줄이기 위해서는 백래시 오차에 대한 연구가 반드시 필요하다. 그러나 공작기계의 백래시 오차에 대한 연구는 그 중요성에 비해서 소홀히 다루어져 온 것이 사실이다. Kao^[9] 등은 공작기계의 백래시 오차를 정적 백래시 오차와 동적 백래시 오차로 분류하였다. 그리고 Ahn^[13] 등은 공작기계의 입체오차 모델에 21 개 기하학적 오차에 대한 백래시 오차를 도입하였다.

본 논문에서는 공작기계의 기하학적 오차를 연구의 대상으로 하였다. 3 축 수직형 공작기계와 레이저 측정장치를 사용하여 공작기계의 21 개의 기하학적 오차 성분들을 측정하고, 이를 각각에 대한 백래시 오차를 평가하였다. 그리고 본 연구에서 개발 되어진 일반화된 입체오차 모델 합성모듈을 사용하여 백래시 오차를 고려한 공작기계의 입체오차 모델링을 수행하였고, 이를 실제 공작기계에 적용하여 공작기계의 가공공간상의 임의의 위치에서의 입체오차를 구하고 이를 3 차원 그래프로 나타내었다.

2. 공작기계의 백래시 오차 해석

백래시 오차는 공작기계가 정해진 공칭위치로 움직일 때 후진 방향으로 접근할 때와 전진 방향

으로 접근할 때의 차이로 정의되어진다. 공작기계의 각각의 백래시 오차는 서로 연관되어 영향을 미치고 있다. 즉, 각도 오차의 백래시는 진직도 오차에 영향을 주고, 진직도 오차와 진직도 오차의 백래시는 각각도 오차에 영향을 준다. 따라서 각각도 오차에 대한 백래시도 존재하게 된다. 공작기계의 각각도 오차에 대한 백래시 오차는 후진 방향과 전진방향의 각각도 오차의 차이라고 정의되어질 수 있다. 그리고 각각도 오차는 두개의 축으로부터 정의되어지므로 두개의 백래시 성분을 갖는다. 즉, 기준 축의 전진방향으로 측정한 진직도를 나타내는 이상직선에 대한 다른 한 축의 후진 방향으로 측정한 진직도를 나타내는 이상직선으로 구해지는 각각도와 전진 방향으로 측정한 진직도를 나타내는 이상직선으로 구해지는 각각도의 차이로 정의되어질 수 있다. 이와 유사한 방법으로, 다른 하나의 백래시 오차 성분은 기준 축의 후진 방향으로 측정한 진직도를 나타내는 이상직선으로 구해지는 각각도와, 전진 방향으로 측정한 진직도를 나타내는 이상직선으로 구해지는 각각도의 차이로 정의되어질 수 있다.^[13] Fig. 1에서는 각각도 오차의 백래시에 대한 정의를 보여주고 있다.

Fig. 2 의 (a), (b) (c)는 각각 x-y, x-z, y-z 축 사이의 각각도 오차를 보여주고 있다. Fig. 2(a)에서 x 축의 전진 방향과 y 축의 전진 방향, 그리고 x 축의 후진 방향과 y 축의 전진 방향으로부터 측정한 값으로부터 구한 각각도 오차가 나머지 두 경우에서 구한 각각도 오차보다 크게 나타남을 볼 수 있다. 그리고 앞의 두 경우의 오차의 크기는 나머지 두 경우에서의 오차의 크기는 각각 서로 유사하게 나타난다. 이는 y 축 방향으로의 수평 진직도의 백래시 오차에 의해서 나타나는 현상이라고 해석되어질 수 있다. 즉, 보다 큰 각각도 오차를 갖는 경우들과 보다 작은 각각도 오차를 갖는 경우들의 각각도 오차의 차이는 y 축을 따라 측정된 수평 진직도 오차의 백래시 오차에 기인한다. Fig. 2(b)와 (c)에서도 이와 유사한 현상을 보여주고 있다. 즉, Fig. 2(b)에서는 x 축 방향으로의 수직 진직도 오차의 백래시 오차에 의한 각각도 오차의 차이를 보여주고 있고, Fig. 2(c)에서는 y 축 방향으로의 수직 진직도 오차의 백래시 오차에 의한 각각도 오차의 차이를 보여주고 있다.

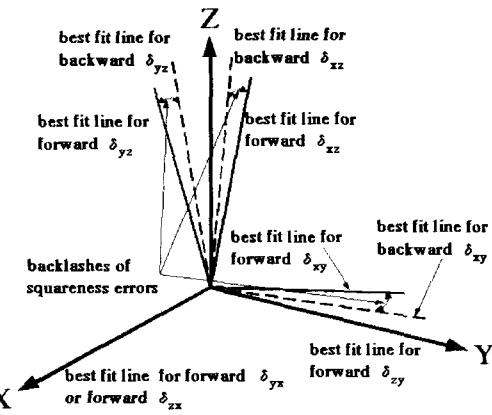


Fig. 1(a) Backlash of squareness errors with respect to the best-fit lines of the forward straightness of the reference axes

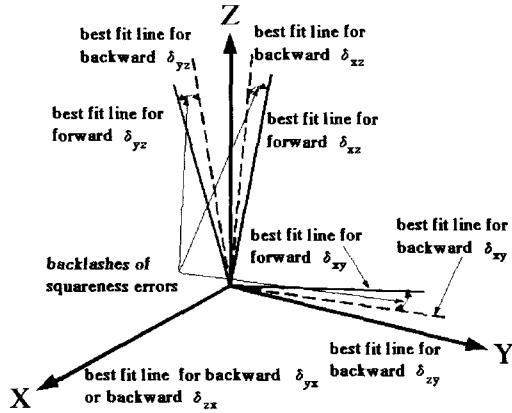


Fig. 1(b) Backlash of squareness errors with respect to the best-fit lines of the backward straightness of the reference axes

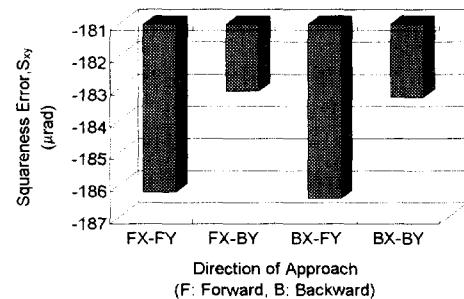


Fig. 2(a) Squareness errors between x- and y- axes

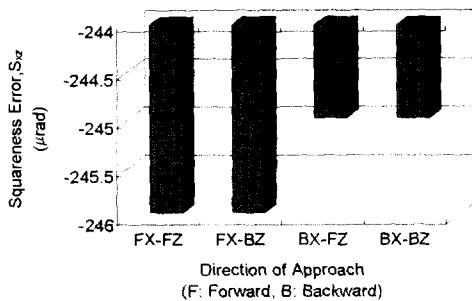


Fig. 2(b) Squareness errors between x- and z- axes

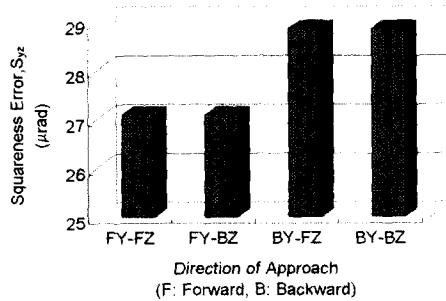


Fig. 2(c) Squareness errors between y- and z- axes

Fig. 3 의 (a), (b), (c)는 각각 x 축의 공칭 좌표가 250mm 일 때 x 축을 따라 얻어지는 y-z 평면에서의 백래시 오차와 y 축의 공칭 좌표가 150mm 일 때 y 축을 따라 얻어지는 x-z 평면에서의 백래시 오차, 그리고 z 축의 공칭 좌표가 -150mm 일 때 z 축을 따라 얻어지는 x-y 평면에서의 백래시 오차를 나타낸다. 그리고 백래시 오차는 공작기계의 공구가 x, y, z 축의 전진 방향으로 움직일 때와 후진 방향으로 움직일 때의 차이 값으로부터 구하여 진다.

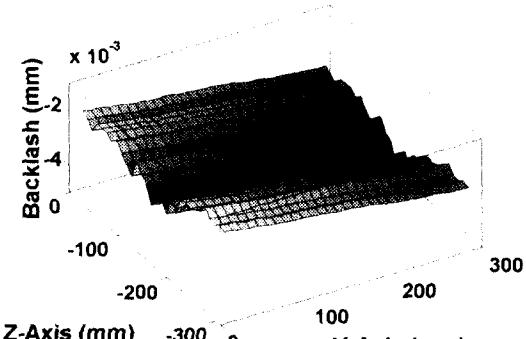


Fig. 3(a) Backlash errors on the yz-plane at x = 250mm

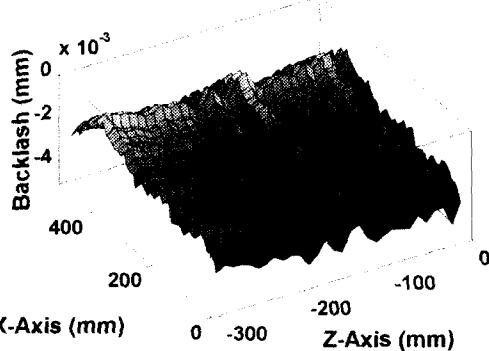


Fig. 3(b) Backlash errors on the xz-plane at y = 150mm

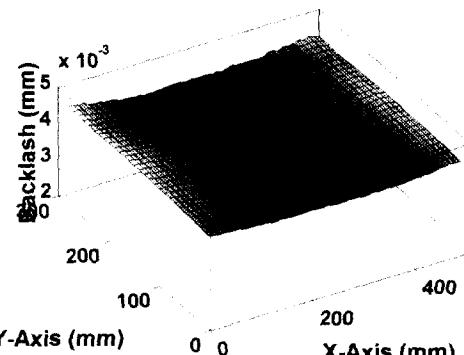


Fig. 3(c) Backlash errors on the xy-plane at z = -150mm

Fig. 3 에서 보여지는 바와 같이 백래시 오차는 측정되어지는 위치에 따라서 그 크기가 변하고, 측정되어지는 축에 따라서도 그 크기와 형태가 변한다. 따라서 공작기계의 입체오차를 모델링 할 때 각 축에 대하여 공구가 움직이는 방향에 따라 변화하는 오차 값을 반드시 고려해야 함을 알 수 있다.

3. 일반화된 입체오차 모델링 기법

3 축 공작기계의 위상기하학적 모델 (topology model)은 공구와 공작물, 그리고 x, y, z 각각의 방향으로 움직이는 공작기계 구조물들의 3 개의 축들을 성분으로 하여 구성되어지므로 모두 24 가지의 종류가 존재할 수 있다. 이러한 24 가지 위상기하학적 모델의 종류는 Fig. 4 에서와 같이 나타내어질 수 있다.

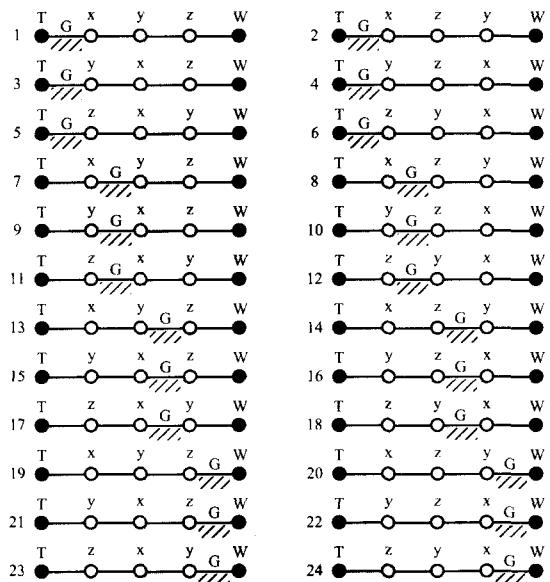


Fig. 4 Topology models for 3-axis machine tools (T: Cutting Tool, G: Ground, W: Workpiece)

그리고 공작기계 오차 측정 시 불필요한 혼동을 제거하고 부호의 일관성을 유지하기 위하여 다음과 같은 규칙을 따른다.

1. 기준 좌표계(Global Coordinate)의 방향과 부호는 공작기계 안내면의 방향과 부호에 일치하여야 한다.
2. 오차 성분들은 기준 좌표계에 의하여 표현되어져야 한다.
3. 각도오차 성분들의 부호는 기준 좌표계가 오른손 좌표계이건 원손 좌표계이건 상관없이 항상 오른손 법칙을 따라야 한다.
4. 오차측정 시 측정 좌표계의 원점은 공구의 끝 단으로 한다.
5. 오차측정 시 전진방향은 공작기계 안내면의 축의 양의 방향과 일치하여야 한다.

위와 같은 규칙을 따라서 공작기계의 입체오차를 모델링 하면, 입체오차의 모델에서 x, y, z 세 방향으로의 오차(ΔV_x , ΔV_y , ΔV_z)의 부호는 공작기계 안내면의 부호와 일치하게 된다. 따라서 공작기계의 오차를 보상할 필요가 있을 때에는 공작기계의 형상이나 좌표계에 상관없이 구하여진 입체

오차의 각 방향 성분에 음의 부호만 더하여 주면된다. Fig. 5는 개발되어진 일반화된 3축 공작기계의 입체오차 모델 합성모듈을 개략적으로 표현하여주고 있다.

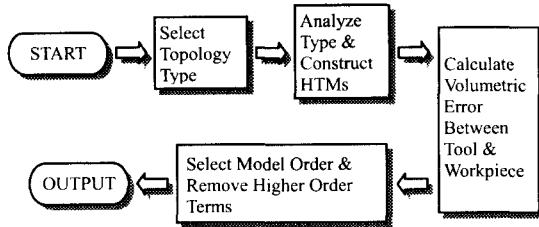


Fig. 5 Layout of the generalized volumetric error model formulation

본 논문에서는 강체 운동 모델과 동차 변환 기법을 사용하여 입체오차를 구하였다. 사용되어진 공작기계의 구조와 좌표계들은 Fig. 6과 같다.

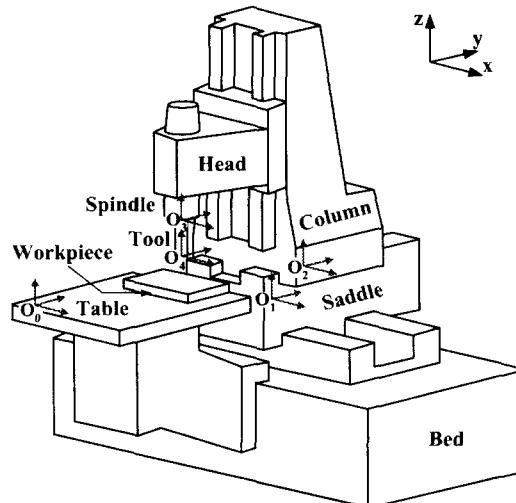


Fig. 6 The mechanical structure and the assigned coordinate systems of the machine tool

그리고 수직형 3축 공작기계를 대상으로 하여 21개의 기하학적 오차 성분들을 측정하고 이 값들을 일반화된 입체오차 모델 합성모듈을 이용하여 구한 입체오차 모델에 대입하여 모델을 완성하였고, 공작기계 입체오차의 x, y, z 방향으로의 오차 성분은 각각 다음과 같다.^[13]

$$\begin{aligned}\Delta V_x &= \delta_{xx} + \delta_{xy} + \delta_{xz} - y\delta_{zx} - yS_{xy} + z\delta_{yx} + z\delta_{yy} \\ &\quad - zS_{xz} + Z_4\delta_{yx} + Z_4\delta_{yy} + Z_4\delta_{yz} + \delta_{zy}\delta_{yx} \\ &\quad + \delta_{zz}\delta_{yx} + \delta_{zz}\delta_{yy} - \delta_{yy}\delta_{zx} - \delta_{yz}\delta_{zx} - \delta_{yz}\delta_{zy} \\ &\quad + z\delta_{xy}\delta_{zx} + z\delta_{zx}S_{yz} + z\delta_{zy}S_{yz} + Z_4\delta_{xy}\delta_{zx} \\ &\quad + Z_4\delta_{xz}\delta_{zx} + Z_4\delta_{xz}\delta_{zy}\end{aligned}\quad (1)$$

$$\begin{aligned}\Delta V_y &= \delta_{yx} + \delta_{yy} + \delta_{yz} - z\delta_{xx} - z\delta_{xy} - zS_{yz} - Z_4\delta_{xx} \\ &\quad - Z_4\delta_{xy} - Z_4\delta_{xz} - \delta_{zy}\delta_{xx} - \delta_{zz}\delta_{xx} - \delta_{zz}\delta_{xy} \\ &\quad + \delta_{xy}\delta_{zx} + \delta_{xz}\delta_{zx} + \delta_{xz}\delta_{zy} + z\delta_{yy}\delta_{zx} - y\delta_{zx}S_{xy} \\ &\quad - z\delta_{zx}S_{xz} - z\delta_{zy}S_{xz} + Z_4\delta_{yy}\delta_{zx} + Z_4\delta_{yz}\delta_{zx} \\ &\quad + Z_4\delta_{yz}\delta_{zy}\end{aligned}\quad (2)$$

$$\begin{aligned}\Delta V_z &= \delta_{zx} + \delta_{zy} + \delta_{zz} + y\delta_{xx} + \delta_{yy}\delta_{xx} + \delta_{yz}\delta_{xx} \\ &\quad + \delta_{yz}\delta_{xy} - \delta_{xy}\delta_{yx} - \delta_{xz}\delta_{yx} - \delta_{xz}\delta_{yy} \\ &\quad + y\delta_{yx}S_{xy} - z\delta_{xx}\delta_{xy} - z\delta_{yx}\delta_{yy} + z\delta_{yx}S_{xz} \\ &\quad + z\delta_{yy}S_{xz} - z\delta_{xx}S_{yz} - z\delta_{xy}S_{yz} - Z_4\delta_{xx}\delta_{xy} \\ &\quad - Z_4\delta_{xx}\delta_{xz} - Z_4\delta_{xy}\delta_{xz} - Z_4\delta_{yx}\delta_{yy} \\ &\quad - Z_4\delta_{yx}\delta_{yz} - Z_4\delta_{yy}\delta_{yz}\end{aligned}\quad (3)$$

4. 공작기계의 입체오차 해석

2 장에서 공작기계의 기하학적 오차 성분은 접근 방향에 따라서 다르고, 위치에 따라서 백래시 오차가 변화한다는 것을 확인하였다. 따라서 위치의 함수인 백래시 오차를 고려하여 공작기계의 입체오차를 구할 때 전진 방향과 후진 방향으로 나누어 구하여야 한다. 3 장에서 구한 입체오차 모델을 이용하여 공작기계의 가공공간상의 임의의 위치에서의 입체오차를 구할 수 있게 되었다. 그리고 Fig. 7 에서 Fig. 9 는 이러한 입체오차를 3 차원 그래프로 보여주고 있다. Fig. 7 은 x 축의 공칭 좌표가 250mm 일 때, y 축과 z 축 방향을 따라 x 축 방향으로의 입체오차를 보여주고 있다. 이 그림은 x 축 방향으로의 입체오차가 y 축과 z 축을 따라 증가함을 보여주고 있다. Fig. 8 은 y 축 방향의 공칭 좌표가 150mm 일 때, x 축과 z 축 방향을 따라 y 축 방향으로의 입체오차를 보여주고 있다. 이 그림은 y 축 방향으로의 공작기계의 입체오차가 z 축 방향을 따라서 감소하고, x 축 방향으로는 증가함을 보여주고 있다. 이러한 결과는 x 축 방향으로의 수평 진직도 오차와 요(yaw) 오차의 결과와 경향

이 일치한다.

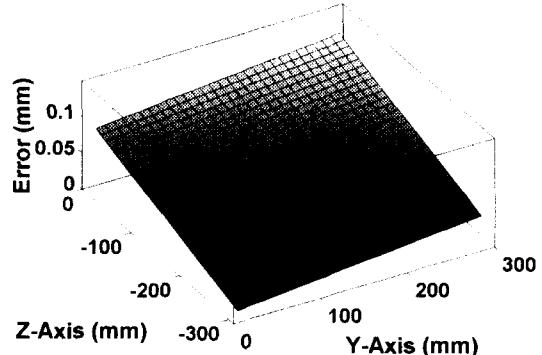


Fig. 7(a) Volumetric error map on the yz-plane in forward direction at x = 250mm

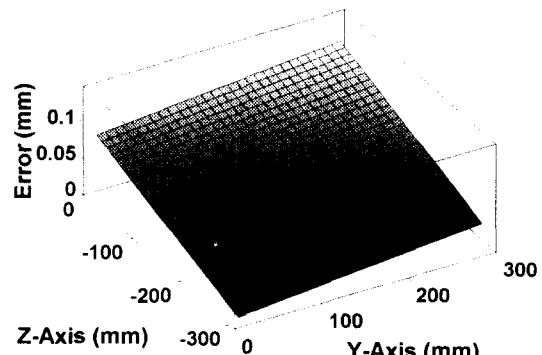


Fig. 7(b) Volumetric error map on the yz-plane in backward direction at x = 250mm

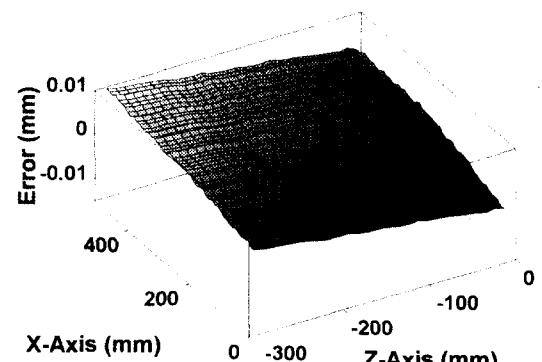


Fig. 8(a) Volumetric error map on the xy-plane in forward direction at y = 150mm

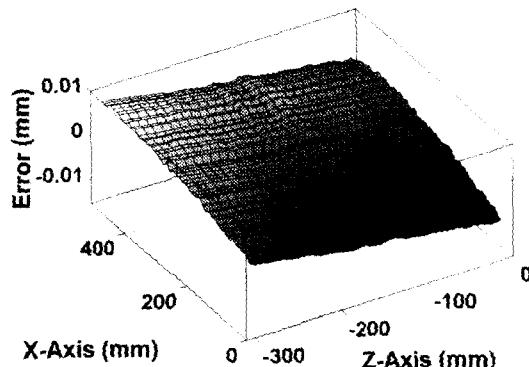


Fig. 8(b) Volumetric error map on the xy-plane in backward direction at $y = 150\text{mm}$

Fig. 9 는 z 축의 공칭 좌표가 -150mm 일 때, x 축과 y 축 방향을 따라 z 축 방향으로의 입체오차를 보여주고 있다. 이 그림에서 보여주고 있는 x 축과 y 축을 따라 변화하는 입체오차의 결과는 각각 x 축과 y 축을 따라 변화하는 수직 진직도 오차와 피치(pitch) 오차의 결과와 그 경향이 일치한다. 그리고 이 그림에서 z 축 방향으로의 양의 백래시 오차가 뚜렷이 나타남을 볼 수 있다. 이는 z 축이 중력방향과 일치하므로 z 축을 따라서 움직이는 안내면의 백래시 오차가 다른 축 들에 비해서 크게 나타나기 때문이다. 이와 같이 공작기계의 입체오차를 3 차원 그래프로 나타내고, 이를 토대로하여 공작기계의 기하학적 오차에 의해서 발생되어지는 입체오차를 최소화 할 수 있는 가공영역을 쉽게 선정할 수 있다.

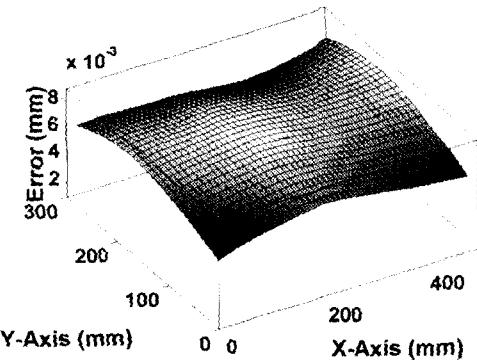


Fig. 9(b) Volumetric error map on the xy-plane in backward direction at $z = -150\text{mm}$

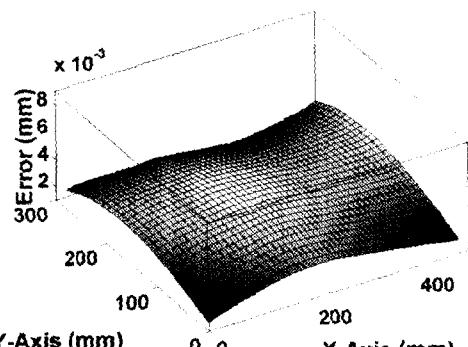


Fig. 9(a) Volumetric error map on the xy-plane in forward direction at $z = -150\text{mm}$

5. 결론

공작기계 오차를 분석하는 가장 주된 목적은 공작기계를 재설계하거나 가공과정을 제어함으로써 원하는 정밀도를 얻는 것이다. 이제까지 기하학적 오차에 대하여는 상당히 많은 연구가 진행되어 왔지만 백래시 오차는 계통 오차(systematic error)임에도 불구하고 충분한 연구가 이루어지지 못하고 있는 설정이다. 따라서 본 연구에서는 백래시 오차를 고려한 새로운 입체오차 모델을 제시하고, 이 모델을 실제 공작기계에 적용하기 위하여 3 축 수직형 공작기계의 21 개 기하학적 오차 성분들을 측정하고 21 개 오차 성분들 각각에 대한 백래시 오차를 평가하였다. 이러한 실험을 통하여 공작기계의 백래시 오차는 계통 오차임을 확인하였고, 이 외에도 백래시 오차의 몇 가지 중요한 특성을 알아 내었다. 또한, 공작기계의 백래시 오차는 서로 밀접하게 연관되어있다. 따라서 각각의 오차 성분에 대한 백래시가 정의되어져야 하며, 각각도 오차에 대한 백래시도 존재하게 된다. 이에 따라 공작기계의 직각도 오차의 백래시를 정의하고 이를 실제 공작기계에 적용하여 그 특성을 알아보았다. 본 연구에서 제시한 입체오차 모델은 공작기계의 기하학적 오차에 대한 보다 정확한 해석에 도움을 줄 것으로 기대된다. 한편, 3 축 공작기계의 위상기하학적 모델(topology model)을 기반으로 하여 3 축 공작기계가 가질 수 있는 모든 형상(configuration)에 대해서 입체오차 모델을 체계적이고 간단하게 구할 수 있는 일반화된 3 축 공

작기계의 입체오차 모델 합성모듈을 개발하였다. 본 연구에서 개발되어진 공작기계의 입체오차의 모든 요소에 백래시 오차를 고려한 모델과 일반화된 입체오차 모델 합성모듈을 기초로 하여, 3 축 공작기계에 대한 컴퓨터 원용 입체오차 해석 시스템을 구현하여 공작기계의 가공공간상의 임의의 위치에서의 입체오차를 구 할 수 있도록 하였으며, 이를 3 차원 그래프로 나타내었다.

후 기

이 논문은 한국과학재단의 해외 Post-doc. 연수 지원에 의하여 연구되었음.

참고문헌

1. Kreng, V. B., Liu, C. R., and Chu, C. N., "A Kinematic Model for Machine Tool Accuracy Characterisation," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 9, pp. 79-86, 1994.
2. Ferreira, P. M., Liu, C. R., "An Analytical Quadratic Model for the Geometric Error of a Machine Tool," *Journal of Manufacturing Systems*, Vol. 5, No. 1, pp. 51-63, 1986.
3. Ehmann, K. F., Wu, B. T., "A Generalized Geometric Error Model for Multi-Axis Machines," *Annals of the CIRP*, Vol. 36, No. 1, pp. 253-256, 1987.
4. Mou, J., Liu, C. R., "A Method for Enhancing the Accuracy of CNC Machine Tool for On-Machine Inspection," *Journal of Manufacturing Systems*, Vol. 11, No. 4, pp. 229-237, 1992.
5. 양승한, 이철수 "5 축 CNC 공작기계의 오차 합성모델링 및 보정 알고리즘," *한국정밀공학회지*, 제 16 권, 제 8 호, pp. 122-129, 1999.
6. Dorndorf, U., Kiridena, V. S. B., and Ferreira, P.M., "Optimal budgeting of Quasistatic Machine Tool Errors," *Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry*, Vol. 116, pp. 42-53, February, 1994.
7. Chen, X. B., Geddam, A., and Yuan, Z. J., "Accuracy Improvement of Three-axis CNC Machining Centers by Quasi-Static Error Compensation," *Journal of Manufacturing Systems*, Vol. 16, No. 5, pp. 323-336, 1997.
8. Okafor, A. C., Ertekin, Y. M., "Derivation of machine tool error models and error compensation procedure for three axes vertical machining center using rigid body kinematics," *International Journal of Machine tools and Manufacture*, Vol. 40, No. 8, pp. 1199-1213, 2000.
9. Kakino, Y., Ihara, Y., and Nakatsu, Y., "The Measurement of Motion Error NC Machine Tools and Diagnosis of Their Origins by Using Telescoping Magnetic Ball Bar Method," *Annals of the CIRP*, Vol. 36, No. 1, pp. 377-380, 1987.
10. Knapp, W., "Accuracy of Length Measurement and Positioning: Statistical Measurement and Contouring Mode," *Annals of the CIRP*, Vol. 37, No. 1, pp. 511-514, 1988.
11. Kao, J. Y., Yeh, Z. M., Tarn, Y. S., and Lin, Y. S., "A Study of Backlash on the Motion Accuracy of CNC Lathes," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 36, No. 5, pp. 539-550, 1996.
12. Pahk, H. J., Kim, Y. S., and Moon, J. H., "A New Technique for Volumetric Error Assessment of CNC Machine Tools Incorporating Ball Bar Measurement and 3D Volumetric Error Model," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 37, No. 11, pp. 1583-1596, 1997.
13. Ahn, K. G., Cho, D. W., "Proposition for a Volumetric Error Model Considering Backlash in Machine Tools," *The International Journal of Advanced manufacturing Technology*, Vol. 15, pp. 554-561, 1999.
14. Hale, L. C., and Slocum, A. H., "Design of anti-backlash transmissions for precision position control systems," *Precision Engineering*, Vol. 16, No. 4, pp. 244-258, 1994.
15. Weck, M., "Handbook of Machine Tools, Volume 3: Automation and Controls," translated into English by Bibring, H., John Wiley & Sons, 1984.