대한수학교육학회지 <학교수학> 제 4 권 제 2 호
Journal of Korea Society of Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol.4, No.2, 247-260. June 2002

제7차 초등학교 수학에 새롭게 등장한 용어 '약속'의 재음미 -기하 영역을 중심으로-

조영미*

I. 서론

제7차 교육과정 개정에 따라 최근 발간된 초등학교 수학 교과서에는 외형 면에서 적지 않은 변화가 있다. 그 중 한 가지로, 교과서를 기술하는 데 '생활에서 알아보기', '준비물', '활동', '구하는 방법', '공부한 것을 알아보기', '활동으로 알게 된 것', '익히기' 등 새롭고 신선한 용어들이 등장한다는 점을 들 수 있다. '약속', '약속하기', '약속한 것으로 생각하기', '약속 익히기' 등도 그러한 용어 중에 하나이다.

'약속'은 정의(定義)라는 학문적인 용어를 초등학생들이 이해하기 쉽도록 변환하는 과정에서 선택된 용어이다. 중학교 수학에서 용어 정의를 본격적으로 도입하고 나서 '즉, 정의는 용어의 뜻에 대한 약속이다'라는 설명을 덧붙이고 있다. 이는 중학생들의 이해를 돕기 위한 문장으로 볼 수 있다. 이러한 중학교 수학의 사례를 감안하더라도, 초등학교 수학에서 정의를 도입하고자 할 때, 그 용어 대신에 '약속'을 선택한 것은 매우 자연스러운 일로 보인다.

그런데, 한 용어를 다른 비슷한 용어로 대체하는 경우, 원래의 용어와 새로운 용어 사이에는 어떤 점에서든지 차이가 생기기 마련이다. '약속'과 '정의'는 동의어(同義語)이긴 하지만, 그 두 용어 사이에 차이가 있다. 본 논문에서는 이 점에 착안하여, 정의와 약속의 차이를 보이고, 초등학교 수학에서 약속이라는 용어를 사용할 때 유의하여야 할 점을 생각해 보고자 하였다.

이를 위해 먼저 정의의 기능의 뜻과 여러 측면을 이론적으로 살펴보았다. 본문에서 밝혀지겠지만, 이러한 이론적 고찰을 통해 우리는, 약속은 정의의 여러 가지 기능 중 한 기능일 뿐이며(그렇다고 해서 중요하지 않다는 것은 아니다), 정의 문장을 다룰 때 고려될 수 있는 기능들이 여러 가지로 가능하다는 것을 알 수 있다. 다음으로, 초등학교 수학교과서와 교사용 지도서에 각 정의의 기능이 등장하는 사례를 조사, 분석하며, 가능한 경우에 한해 분석된 내용을 바탕으로 그 정의의 기능을 드러내는 방안을 제안하였다. 마지막으로, 초등학교 수학에서 약속이라는 용어를 사용하고 그와 관련된 활동을 구성할 때 어떤 점에서 신중을 기해야 하는지를 지적하고자 하였다.

II. 정의의 기능의 뜻과 여러 가지 측면

영어 낱말 definition의 어원은 de와 finis의 합성으로 이는 '한계를 정하여 기술하다'라는 의미를 가지고 있다. 이런 점을 고려할 때, 어떤

* 이화여대 교육과학연구소

용어를 정의한다는 것은, 그 용어가 가리키는 의미를 특정한 측면에서 한계를 정하여 기술하는 것이다. 여기서 주목할 점은, 정의하기 위해서 용어의 한계를 정하여 기술할 때, 특정한 방식 혹은 방향을 선택하게 되며 그 선택에는 정의를 내리는 사람의 의도가 수반된다는 것이다. 다시 말해, 정의를 내리는 사람이 달성하고자 하는 목적, 의도, 문제 의식 등에 따라 정의를 선택하는 방향이 정해진다. 이 글에서는 이와 같이, 정의를 통하여 달성하고자 하는 목적, 의도 등을 정의의 기능이라고 명명하고자 한다.

정의에 수반되는 맥락은 다양하다. 정의를 발명하거나 선택할 때, 정의를 내리는 사람이 처한 상황, 문제 의식, 목적, 의도 등이 다양하기 때문이다. 맥락에 따라 정의의 기능이 달라질 수 있으므로, 맥락이 다양할수록 정의의 기능 역시 다양해질 가능성도 커진다.

필자는 몇몇 학자들이 분류해 놓은 것을 토대로 수학에서의 정의의 기능을 다음과 같이 다섯 가지로 구분한 바 있다. 첫째, 대상에 새로운 용어나 기호를 부여하는 약정 기능, 둘째, 수학적으로 엄밀하게 개념의 예인 것과 예 아닌 것을 구별하기 위한 판별 기능, 셋째, 뭉뚱그려져 있던 개념을, 정의를 통하여, 하위 구성요소들로 분해하려는 분석 기능, 넷째, 좀더 우수한 정의로 대체하려는 개선 기능, 다섯째, 일련의 성질이나 정리들을 연역하기 위한 고리로서의 논증 기능 등이다(조영미, 2001, pp.35-53). 이하에서는 이러한 각 정의의 기능에 대해 간략하게 살펴본다.

1. 약정 기능

용어와 의미 사이에 새로운 관계를 세우기 위해 정의할 때, 약정이라는 정의 기능이 수행된 것이다. 약정 활동의 특징을 고의성, 임의성, 의식성으로 표현할 수 있다. 용어와 의미 사이에 새로운 관계를 세울 때, 기존의 의미와는 무관하게, 또는 그 의미에서 의도적으로 일탈하여 새로운 규칙을 부여한다. 이를 두고 고의성이라고 표현한다. 또한 새로운 규칙을 부여할 때 용어나 의미 모두 임의대로 선정될 수 있다는 것을 임의성이라고 한다. 마지막으로, 정의가 내려진 후에는 그 규칙을 의식적으로 따라야함을 의식성이라고 한다(Robinson,1954, p.60).

예를 들어, 수학에서는 용어 '작도'를 '눈금 없는 자와 컴퍼스만을 사용하여 도형을 그리는 것'으로 정의하고 있다. 수학 이외의 영역에서 '작도'는 '그림, 지도, 설계도 등을 그린다'라는 뜻을 지니고 있다. '눈금 없는 자와…그리는 것'이라는 의미와 '작도'를 연결시킨 것은, 작도의 기존의 의미, 즉 '그림…그리는 것'이라는 의미에서 일부러 일탈하여 임의대로 규칙을 부여한 것이다. 그리고 이 규칙은 수학에서 이후의 내용 전개를 위해 의식적으로 따라야 할 사항이 된다.

약정 활동의 대표적인 경우로, 어떤 대상이나 의미를 이러이러한 용어로 부르기로 정하는 이름짓기를 들 수 있다. 앞서 언급한 고의성, 임의성, 의식성이 이 이름짓기에도 적용될 수 있다. 그런데, 대상이나 의미에 용어를 대응시킬 때, 의도적으로, 임의대로, 관계를 설정하기는 하지만, 수학자들이 이러한 관계를, 아무렇게나 설정하는 것은 아니라고 보아야 할 것이다. 이름을 붙일 때, 가급적이면 대상이나 의미가 반영되도록 이름을 정하려고 한다. 이를테면, '밑면의 모양이 삼각형인 기둥'이라는 의미가 살아나도록 '삼각기둥'이라는 용어를 선택한다. '원소를 나열하는 방법'이라는 의미에 '원소나열법'라는 이름을, '부채 모양의 도형'이라

는 의미에 '부채꼴'이라는 이름을 붙여 주는 경우도 비슷한 경우로 볼 수 있다.

이름짓기는 중요한 수학적 활동이다. 예컨대, 로가리즘은 비(ratio)와 수(number)의 합성어로서 '비를 계산하는 수'를 뜻한다고 한다. 이러한 뜻을 지닌 이 용어는 Napier가 로가리즘을 만든 역사 발생적 과정을 반영하고 있다(우정호, 1998, p.61-64). 약정 기능과 관련하여, 이름에 담겨 있는 대상이나 의미, 더 나아가서 사고를 가르치는 방안을 연구할 필요가 있다.

2. 판별 기능

대부분의 경우 주어진 대상이 특정 개념에 속하는지 여부를 직관적으로 판별할 수 있지만, 사안이 복잡하거나 미묘할 경우, 직관적인 판별이 가능하지 않은 경우도 적지 않다. 이러한 경우에 우리는 그 개념의 정의에 비추어 판별하게 된다. 직관에 의존하지 않고 엄밀하게 대상을 판별하는 일이 정의에 기초하여 가능하게 되는 것이다. 뒤집어 말하면, 우리는 판별이 가능해지도록 정의를 내리고, 수정하고 변형한다. '어떤 개념을 왜 이와 같은 방식 혹은 방향으로 정의하였는가?'라는 물음에 대해 '좀더 판별을 용이하고 효과적으로 하기 위해서'라는 식의 답변이 가능한 것이다.

Lakatos의 '괴물 배제법'을 보자(Lakatos, 1976, pp.66—86). 초기에 수학자는 다면체를 '표면이 다각형인 면으로 둘러싸인 입체도형'으로 정의하고, 이 정의에 해당하는 다면체를 대상으로 하여 '다면체 정리 [다면체에 대하여 v-e+f=2가 성립한다]'를 유도해 낸다. 이 때 사용된 정의는 상당히 소박하며 직관적인 것이다. 그런데, 이 정의에 합당하면서도 '다면체의 정리'를 만족시키지 않는 '괴물' 다면체가 등장한다. 수학자는 이러한 상황에서 다양한 반응을 보이는데, 그 중 하나가 '괴물' 다면체를 포함하지 않도록 다면체의 정의를 수정하는 것이며, 그 결과 수정된 정의는 '다각형 체계로 이루어진 곡면'이라는 것이다. 계속적으로, 정의에 대해 '괴물' 다면체가 등장하고, 수학자들은 그것을 배제하도록 정의를 또 다른 방향으로 수정해 간다. 이러한 과정에서 우리는 다면체의 정의를 수정하여 다면체의 예인 것과 예가 아닌 것을 명확히 구분하려는 수학자들의 노력을 볼 수 있다. 직관적인 정의가 새로운 반례가 등장하면서 수정되고 개선되어 점점 엄밀한 정의로 변형되며, 그럼으로써 정의의 판별 기능이 제대로 수행될 수 있도록 하려는 것이다.

한편, 개념 지도를 중요시하는 학교교육에서는 판별이 교수학적으로 독특한 기능을 수행하고 있다. 대표적으로 다음과 같은 경우를 들 수 있다. 먼저 학습자가 변별 능력을 지니고 있는가를 점검하고, 다음으로, 예와 예 아닌 것을 제시하여 개념을 학습시킨 후에, 마지막으로, 전혀 사용되지 않았던 새로운 예를 분류하도록 요구한다. 이 마지막 단계는 새로운 예를 '판별'하도록 하는 것이다. 제대로 판별한다면, 학습자는 새로운 개념을 학습한 것으로 간주된다. 이 때 사용되는 판별은 개념학습을 위한 판별이라고 볼 수 있으며, 이 판별과 앞서 설명한 수학적 정의 기능으로서의 판별 사이에는 구분되는 점이 있다. 예컨대, 직관과 정의 사이의 갈등이, 전자에서는 크게 두드러지지 않을 수 있는 반면에, 후자에서는 정의를 변형하게 하는 요인으로 작용하며, 그렇기 때문에 후자를 그러한 갈등을 극복하거나 조종하는 능력을 가르칠 수 있는 계기로 사용할 수 있다.

3. 분석 기능

우리는 원을 동그란 모양을 지닌 여러 가지

구체물을 통하여 인식할 수 있다. 이 원은 ○ 모양으로, 사물의 전체로서의 외관이 인식된 것이다. 우리는 여기에서 그치지 않고 '전체로서의 외관'을 이루는 구성 요소들을 알아내고자 한다. 이를 두고 전체로서의 외관을 '분석'한다고 말한다. 동그란 모양인 원을 분석하여 '한 점에서 일정한 거리에 있는 점으로 이루어진 도형'이라는 성질을 얻어내며 이 성질을 원을 정의하는 데 사용한다. 이를 두고, 정의를 하는 의도가 기존에 이미 인식된 대상을 분석하기 위함이라고 말할 수 있을 것이다.

정의에서 분석 기능의 중요성에 대해서는 여러 학자들이 거론한 바 있다. Poincaré는 분석하여 얻은 정의와 비교하여 이전에 인식한 '전체로서의 외관'인 원은 '어떤 논증에도 쓰일 수 없으며, 학생들에게 자신들의 개념을 분석하는 건강한 습관을 제공하지 못하며, 원시적인 개념으로 조잡하다'라고 기술한 바 있다(1902, pp.122—123). Whitehead와 Russell 역시 분석의 중요성을 '피정의항이 기수나 서수와 같이 이미 친숙한 어떤 것일 때, 이 정의는 일상적인 아이디어를 분석하고 있는 것이며 그럼으로써 주목할 만한 진보를 표현하고 있는 것이다(Robinson, 1954, p.194, 재인용)'라고 말한 바 있다.

4. 개선 기능

정의를 개선한다는 것은, 기존의 정의와 특정 측면에서 관련을 맺고 있으면서 동시에 좀 더 나은 정의로 대체하는 것이다. 예를 들어, '도대체 함수가 무엇인가?'라고 묻는 것은, '기존의 함수 정의가 마땅치 않다. 함수에 대해 좀더 정확하고, 예리하고, 포괄적인 통찰은 과연 어떤 것일까?'라고 묻는 것이다. 마치 '질문을 좀더 명확히 해 보아라'라고 말할 때 그 의도는 현재의 질문을 유사하면서도 좀더 나은 질문으로 대치하려는 것처럼, 기존의 어떤 것을 다시 '정의'하고자 할 때 그 의도는, 현재의 정의를 개선하여 재 정의하는 데에 있다.

정의의 개선 기능으로는 세 가지 정도를 생각해 볼 수 있다. 첫째, 좀더 일반화된 정의를 두고 정의가 개선되었다고 할 수 있다. 정의가 일반화되었다는 것은, 달리 말하면, 이전에 포괄하였던 예는 물론, 새로운 예까지 포괄하는 경우를 가리킨다. 예로 역사적으로 변천해온 함수의 정의를 들 수 있다. 둘째, 원래 모순을 안고 있던 정의가 모순이 없는 정의로 전환되는 것을 두고 정의가 개선되었다고 말할 수 있다. 예컨대, 음수가 수학자들에게 18세기에 수로 받아들여지는 과정을 들 수 있다. 셋째, 마지막으로, 좀더 훌륭하고 큰 체계에 적합하다면, 그 정의는 개선된 것이다. 17, 18세기의 '극한'의 정의를 둘러싼 수학자들의 노력에서 그 예를 찾아 볼 수 있다.

5. 논증 기능

연역적 방법의 모태이자 전형인 수학에서는 공리, 공준, 정의 등 기본전제로부터 일련의 정리들을 연역하여 논리적 체계를 구축한다. 또한 가능한 기본전제의 수를 적게 만들고자 한다. 즉, 적은 수의 공리로부터 가능한 많은 정리를 증명하고자 하며, 적은 수의 무정의 용어로 가능한 많은 용어를 정의하고자 한다. 이와 같은 연역에서 기본전제로 사용되는 정의는 논증 기능을 지닌다고 말할 수 있다.

Freudenthal은 수학화 활동의 하나로 정의하기를 거론한 바 있다. 학생들은 정의하는 법과 정의는 대상의 여러 성질에 대한 연역적 조직화의 수단이라는 것을 경험해야 한다는 것이다. 그가 제시한 구체적인 지도 과정은 대략

다음과 같다. 학생들로 하여금 먼저 평행사변형이 지닌 여러 가지 성질을 발견하도록 한다. 그리고 나서 이러한 성질들을 조직화할 필요성을 깨닫도록 하여, 평행사변형의 여러 성질들은 서로 관련되어 있으며, 이들 중 어느 하나가 다른 것을 이끌어 내는 기본 성질이 됨을 알게 한다. 이 기본 성질이 평행사변형의 정의가 된다(우정호, 2000, p.416). Freudenthal의 이러한 주장은 정의의 (약화된) 논증 기능을 지도하려는 것으로 볼 수 있다.

Pascal의 다음의 인용문은 논증에서 정의를 대하는 태도의 독특함을 압축적으로 표현하고 있다고 생각된다. '논증할 때에는 언제나 머릿속으로 피정의항에 정의항을 대치시켜 생각해야 한다'(이환, 1974, p.23). 이를 수학적으로 세련되게 표현하면, '피정의항과 정의항은 필요충분조건'임을 인식하는 것이다. 이는, 논증에서 정의는 암기의 대상이라는 말로 해석될 수 있다. 정의는 용어의 의미를 한정한다. 사실 우리는 각각의 용어에 대해 개인 나름의 의미, 표상, 이미지, 관념 등을 부착시키고 있다. 이는 자연스럽게 형성된 것이기도 하고 인위적으로 부과된 것이기도 하다. 어떻든지 간에, 논증에서는 정의를 통하여 용어의 의미를 특정한 방향으로 고정시키며 이 의미만을 사용할 것을 강요한다. 따라서 논증하기 위해서 우리는 정의를 암기해야 한다.

III. 정의의 기능 측면에서 '약속'과 연관된 활동의 특성 분석과 제안

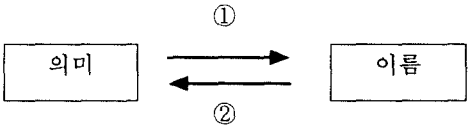
이 절에서는 앞에서 살펴본 정의의 기능이 실제로 제7차 수학교육과정에 따른 초등학교 수학에 반영되어 있는지, 만약 그러하다면 어떻게 반영되어 있는지를 살펴보고자 하였다. 이를 위해 교사용 지도서를 참조하여 각 정의의 기능에 해당하는 사례들을 한데 모아 그 특징을 분석하였다. 또한, 가능한 경우에 한해, 정의 기능이 제대로 살아나기 위한 방안을 제안하였다.

한편, 앞에서 살펴본 정의의 기능 중에서 논증이나 개선 기능은 중학교 수학 이상에서 등장하기 때문에, 초등학교 수학만을 대상으로 하는 본 논문에서는 약정, 판별, 분석 기능에 한정하여 다루었다. 또한, 다른 내용 영역과 비교해 볼 때 기하 내용 영역에서 다양한 정의의 기능을 찾아 볼 수 있기 때문에 기하 내용 영역에 한정하여 살펴보았다.

1. 약정 기능

가. 분석 내용

초등학교 교사용 지도서를 조사해 본 결과, 정의의 기능 중에서 약정 기능이 가장 두드러진다. 약정 기능은, 달리 말하면, 용어와 의미 사이에 관계를 맺어주는 것이다. 이 관계를 맺어 줄 때, 그림과 같이 두 방향을 생각할 수 있다. 어떤 의미가 먼저 있고 이에 용어를 맺어주는 경우(①)와, 용어가 먼저 있고 이에 의미를 맺어주는 경우(②)이다.



[그림1]

약정 기능의 사례에서 찾아 볼 수 있는 특징은 다음과 같다. 먼저, 이 두 방향 중에서 대부분이 '의미→용어'의 ① 방향이다. 이를 '이름 짓기'라고 표현할 수 있을 것이다. 다음의 예를 보자.

◎ 초등학교 교사용 지도서 4-나, p.174

각형에서 세 개의 선분으로 둘러싸인 것, 네 개의 선분으로 둘러싸인 것, 다섯 개의 선분으로 둘러싸인 것, …의 순서로 이름을 붙여 보게 하고, 변의 수에 따라 삼각형, 사각형, 오각형, … 등으로 부르기로 약속한다.

또한, 이러한 이름짓기의 과정에서 일정한 경향성을 발견할 수 있다. 먼저 예를 보자.

◎ 초등학교 교사용 지도서 4-가, p.140

[1] 교사 : 두 변의 길이가 같은 삼각형만 모아 봅시다.

학생 : …

[2] 교사 : 두 변의 길이가 같은 삼각형의 이름을 무엇이라고 정하면 좋을까? (그렇게 생각한 까닭도 이야기하게 한다)

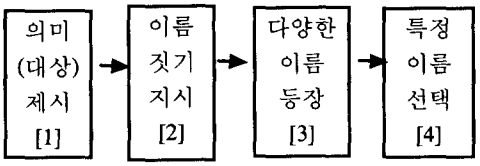
[3] 학생 : (자기가 생각한 이름을 이야기한다)

두 변의 길이가 같으므로 '두 변이 같은 삼각형'이라고 해요.

두 변의 길이가 같으므로 '이등변삼각형'이라고 해요.

[4] 교사 : 이와 같이, 두 변의 길이가 같은 삼각형을 이등변삼각형이라고 합니다.

이 수업 진행 과정을 다음과 같이 도식화 할 수 있다.



[그림2]

다음은 위의 도식에 포함될 수 있는 사례이다.

<사례1> 초등학교 교사용지도서 2-가, pp.102

…완성된 다음 동그란 모양이 그려진 모양을 보고 이름을 붙이도록 한다. 동그라미, 원 등 여러 가지 이름이 등장하게 되는데, 이 때 원이라는 것을 약속하여 용어 도입을 시도한다.

<사례2> 초등학교 교사용지도서 4-가, p.144

…그런 다음, 세 변의 길이가 같은 삼각형을 무슨 삼각형이라고 이름을 붙여 주면 좋을지 이야기해 보게 한다. 이 때, 학생들이 자유스럽게 이야기할 수 있도록 하고 왜 그런 이름을 붙였는지 이유도 이야기하게 한다.

(예)

· 세 변의 길이가 같으므로 ' 세 변이 같은 삼각형'이라고 했으면 좋겠습니다.

· 두 변의 길이가 같은 삼각형을 이등변삼각형이라고 했으므로, 세 변의 길이가 같은 삼각형은 '삼등변삼각형'이라고 했으면 좋겠습니다.

· 세 변의 길이가 같으므로 '정삼각형'이라고 했으면 좋겠습니다.

여러 가지 발표를 하게 한 다음, 세 변의 길이가 같은 삼각형을 정삼각형이라 함을 알게 한다.

<사례3> 초등학교 교사용지도서 4-나, p. 166

마주 보는 변이 서로 평행인 사각형에 이름을 붙여 보도록 한다. 여러 가지 의견을 자유롭게 말하도록 한 다음, 이와 같은 사각형을 '사다리꼴'이라고 이름 붙이기를 약속한다.

약정 기능에 해당하는 사례들의 또 다른 특징을 엿볼 수 있는 것으로, 다음은 약정을 하는 목적이 기술된 사례들이다.

<사례1> 초등학교 교사용지도서 3-가, p.123

여러 가지 사각형 중 네 각이 모두 직각인 사각형이 직사각형임을 알게 한다. 사각형은 모두 변, 꼭지점, 각 등이 4개씩이라는 공통점을 알고 있다. 여기에다 네 각이 모두 직각이라는 사실을 추가하면 직사각형이 된다는 것을 알게 한다. 이처럼 네 각이 모두 직각인 사각형은 다른 사각형과 그 모양이 분명하게 구분됨을 인

식시키고, 그 이름을 특별하게 구분지어 주어야 될 필요성을 인식시키고, 그 이름을 직사각형으로 정하여, 네 각이 직각이라는 점이 이 도형의 특징이 됨을 알게 한다.

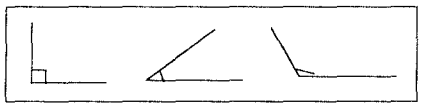
<사례2> 초등학교 교사용지도서 3-가, p.125
정사각형 알아보기 / …네 각이 모두 직각이면서 네 변의 길이가 모두 같으면 정사각형이 됨을 알게 하고, 이와 같은 사각형은 다른 사각형과 명확히 구분되므로 정사각형이라는 이름으로 부르는 것을 약속하고 있음을 알게 한다.

새롭게 주어진 대상에 이름을 붙이는 목적, 즉 약정을 하는 목적은 그 대상을 다른 대상과 분명히 구분하기 위함인 것이다.

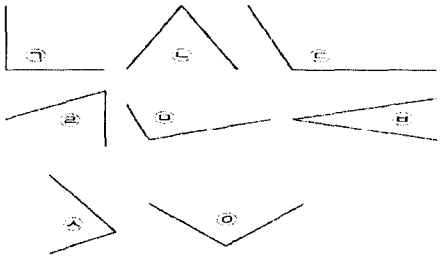
나. 제안

앞에서 우리는 이름을 짓는 과정에 '의미(대상) 제시→ 이름짓기 지시→다양한 이름 등장→특정 이름 선택'이라는 일정한 순서가 있음을 살펴보았다. 이 과정대로 학습할 경우, 학습자는 다음과 같은 질문을 가질 수 있다. '우리가 제시한 여러 가지 이름 중에서 왜 그 이름을 택할까?'. 사실, 가능한 여러 가지 이름 중에서 특정한 이름을 선택한 이유를 그럴 듯하게 말해 줄 수 있는 경우는 그리 흔하지 않다. 따라서, 교사가 앞의 질문에 설득력 있는 대답을 하기가 쉽지 않다. 이를 보완하는 데 다음과 같은 교과서 구성 방식을 고려해 볼 수 있을 것이다.

다음의 각을 재어 보고 크기를 비교해 보자.



다음에 주어진 각을 위의 세 가지 경우와 비슷한 것끼리 짝지어 보고, 각 소집단별로 세 가지로 분류한 각의 특징에 대하여 말하여 보자.



분류 기준은 무엇일까?
그 기준에 따라 세 가지로 나누어 보자. 각각에 해당하는 각은 어떤 것일까?
세 종류의 각의 특징은 무엇일까?
세 종류의 각에 각각 이름을 붙여 보자.
수학자들은 90° 보다 작은 각을 '예각', 90° 보다 큰 각을 '둔각'이라고 하였다. 왜 그들은 이와 같은 이름을 붙였을까 이야기해 보자. 여러분이 붙인 각의 이름과 비교해 보아라. (황혜정, 임재훈, 1999, p.304)

이 지도 과정은 밑줄친 부분과 같이 수학자 혹은 수학교과서에서 왜 그런 식으로 이름을 붙였는지 배경을 이해해 보는 기회를 설정하고 있다. 현재 교사용 지도서에서 이름 붙이기로서의 약정 기능을 보여주고 있는 사례에 이런 식의 단계를 삽입하게 되면, 학생들은 이름이 '우연적으로' 결정된다는 인상을 덜 갖게 될 것이고, 더 나아가서 이름 이면의 사고를 추적해 보는 기회를 가질 수 있을 것이다. 또한, 앞 절의 분석 내용 중 약정의 목적과 관련하여, 기하 영역에서는 '다른 대상과 분명히 구분하기 위함'의 경우만이 있음을 확인할 수 있었는데, 방금 제시한 수업을 시행함으로써 약정의 목적을 좀더 풍부하게 학생들에게 보여줄 수 있을 것이다.

[그림 1]에서 보듯이, 약정을 하기 위해 정의를 내릴 때 두 방향을 생각할 수 있다. 현행 교사용 지도서에서는 '의미→이름'의 ① 방향이 두드러진다. 이를테면, '세 변의 길이가 같은

삼각형', '마주 보는 한 쌍의 변이 서로 평행인 사각형' 등의 의미가 먼저 주어지고 나서 각각에 '정삼각형', '사다리꼴' 등의 이름을 짓는 경우가 대부분이다. 그런데, ①뿐만이 아니라 그 반대 방향인 ②도 고려할 수 있다. 가상으로 다음과 같은 경우를 생각해 보자.

<1> 정삼각형에 속하는 여러 가지 삼각형을 보여준다.
<2> 각 삼각형의 이름이 정삼각형임을 알려준다.
<3> 정삼각형을 설명해 보도록 한다.
<4> 학생들은 여러 가지 성질들을 사용하여 정삼각형을 설명한다.
<5> 이 중에서 한 성질, 즉 세 변의 길이가 같은 삼각형을 택해 정삼각형을 설명하기로 정한다.

이러한 지도 과정은 '이름 → 의미'로 나아가는 것이라고 볼 수 있다. 이 과정의 장점은 학생들로 하여금 도형의 성질에 보다 주목하도록 한다는 점이다. 위의 <4> 단계에서 학생들은 정삼각형의 여러 가지 성질들을 말할 것이다. 이를 통해 '세 변의 길이가 같은 삼각형'이라는 성질 외에 정삼각형이 가지고 있는 다른 성질들을 살펴보는 기회를 갖게 될 것이다.

한편, 이 과정에서도 여전히 남아 있는 문제는, 여러 가지 성질 중에서 하필이면 특정 성질을 정의로 선택하는가에 대한 설명이 명확하게 될 수 없다는 점이다. 그런데, 이런 한계는, 앞에서 지적한 대로, '의미→이름'으로 나아가는 경우에도 비슷한 식으로 존재한다. '세 변이 같은 삼각형', '삼등변 삼각형', '정삼각형' 등과 같은 여러 가지 가능한 이름 중에서 하필이면 '정삼각형'이라는 이름을 선택하였는지에 대해서는 명확하게 설명할 수 없다.

'이름→의미', '의미→이름'으로 나아가는 두 과정 모두에서 한계가 존재한다면, 어느 쪽이 더 장점을 가지고 있는가가 지도 과정을 결정하는 기준이 될 수 있을 것이다. 필자가 보기에는, '의미→이름'으로 나아가는 과정을 지금보다는 조금 약화시키고, '이름→의미'로 나아가는 과정을 고려하는 방안에 대해 구체적으로 생각해 보아할 것 같다. 나귀수는 증명 지도와 관련하여, 중학교 수준에서 증명이 학습자에게 용이하게 학습되기 위해서는 그 전 단계에서 학습자에게 도형의 성질을 분석해 보는 다양한 경험을 제공할 필요가 있다는 점을 지적한 바 있다(1998, p.139). 이러한 점을 고려하더라도 초등학교 수학에서 '이름 → 의미'로의 과정을 좀더 고려할 필요가 있다.

2. 판별 기능

가. 분석 내용

학교수학에서는 개념 학습을 매우 중요하게 여기며 학습자의 개념 학습 여부를 판단하는데 판별하는 활동을 사용하는 경향이 있다. 앞장에서 살펴본 대로, 수학적 정의의 기능으로서의 판별과 이러한 개념 학습과 관련하여 이루어지는 판별 활동은 구분되는 점이 있다. 이하에서는 개념 학습 여부를 판단하는데 판별을 사용하는 사례를 먼저 제시하고, 다음으로 수학적 정의 기능으로서의 판별에 해당하는 사례를 제시하고자 한다.

ㄱ. 개념 학습 여부를 판단하기 위한 판별

초등학교 수학에서 가르치고자 하는 개념은 대부분 엄밀한 성격의 것이 아니다. 이를테면, 원으로 가르쳐지는 개념은 '한 점에서 일정한 거리에 있는 점들로 이루어진 도형'이라는 식의 엄밀한 성격의 것이 아니라 '동그란 모양으로 이루어진 도형'이라는 시각적, 혹은 직관적인 성격의 것이다. 따라서 개념 학습 여부를

판단하기 위한 판별에서는 판별에 사용되는 그 개념이 반드시 엄밀한 성격의 것일 필요는 없다. 이하에서 ①은 그러한 사례 중에 대표적인 것이다. 한편, ②는 도형의 성질, 즉 내포에 의존하여 판별하는 경우이다.

① 이미지에 기초하여 판별한다.

◎ 초등학교 교사용 지도서 1-가, p. 105
활동 2 …여기서 주의할 점은 주어진 모양과 비슷한 것들을 생각하는 일인데, 이 과정은 이미 진전된 추상화 과정이 있다고 볼 수 있다. 아동은 주어진 모양을 나름대로 상상하면서 기준이 되는 사항들을 머릿속에서 정하고, 이 기준에 알맞은 모양을 다른 모양과 변별하게 된다. 이 때, 기준은 아동마다 약간 다를 수 있다. 이와 같은 생각의 훈련은 종류가 다른 상황에서도 활용하여 용어의 정의에 대한 감각을 익히게 한다. 만일 아동이 주어진 모양에 거의 비슷하지 않은 모양을 가져왔다면 교사는 그 학생의 마음 속에 있는 기준을 재확인하여 그릇된 점을 환기시켜 주어야 한다.

② 내포적 정의에 기초하여 판별한다.

◎ 초등학교 교사용 지도서 3-가, p.122
직각삼각형을 찾기 위해서는 직각삼각형이 어떤 도형인지 먼저 확인하고, 다음 순서에 따라 식별하도록 한다.
① 직각삼각형의 정의를 알아본다 → 직각이 있는 삼각형이다.
② 식별 기준을 정한다 → 삼각형 중에 직각이 있는 것을 찾는다.
③ 식별하는 방법을 알아본다 → 삼각자의 직각 부분을 갖다 대 보고 찾는다.

한편, 수학교과서에서는 아래의 밑줄친 부분과 같이 종전에 볼 수 없었던 새로운 질문 형식이 사용되고 있다.

◎ 초등학교 교사용 지도서 4-가, p.144
세 각이 모두 예각인 삼각형을 예각삼각형이라고 한다. 한 각이 둔각인 삼각형을 둔각삼각형이라고 한다. 예각삼각형, 직각삼각형, 둔각삼각형을 찾아보아라.
[활동2]
점판에서 세 점을 이어 예각삼각형을 만들어 보아라.
만든 삼각형은 예각삼각형이라고 할 수 있는가?
왜 그렇게 생각하는가?

이 질문의 대답을 찾는 과정에서 정의, 특별히 내포적 정의를 참조하게 될 것이다.

ㄴ. 수학적 정의 기능으로서의 판별

앞서 언급한 대로, 개념 학습 여부를 판단하기 위한 판별에서는 정의가 반드시 엄밀할 필요는 없다. 이에 대해 수학적 정의 기능으로서 판별이 수행되기 위해서라면 그 정의는 엄밀할 필요가 있다.

평행사변형이나 사다리꼴의 경우, 그 이미지가 강하게 작용하기 때문에 (엄밀한) 정의를 따로 생각하지 않을 경우 직사각형이 평행사변형이나 사다리꼴이 된다는 생각을 하는데 어려움이 따를 수 있다. 이렇게 이미지의 간섭으로 인해 판별하는 데 갈등이 일어날 소지가 있는 경우에, 이를 올바로 판별하기 위해서는 '의식적으로' 평행사변형이나 사다리꼴의 정의를 떠올리는 과정이 필수적이라고 할 수 있다.

◎ 초등학교 교사용 지도서 4-나, p. 172
[활동1] 직사각형에서 마주 보는 변을 알아보아라.
• 변 ㄱㄹ과 ㄴㄷ은 평행인가?
• 왜 그렇게 생각하는가?

• 변 ㄱㄴ과 ㄹㄷ은 평행인가?
• 직사각형은 평행사변형인가?
• 왜 그렇게 생각하는가?
• 직사각형은 사다리꼴인가?
• 왜 그렇게 생각하는가?

다음은 교사용 지도서에서 '수업의 한 장면'으로 제시하고 있는 내용이다.

◎ 초등학교 교사용 지도서 4-나, p. 162,
① 교사 : 여러분 앞에 놓여 있는 사각형은 어떤 사각형인지 말하여 봅시다.
② 승재 : 선생님, 이것은 정사각형입니다.
③ 예진 : 아니야, 그건 마름모야! 이 쪽에서 보니까 마름모라고.
④ 형윤 : 내가 보기에는 평행사변형인데….
⑤ 연주 : 직사각형이라고도 할 수 있어.
⑥ 승재 : 그렇다면, 사다리꼴이라고 말할 수 있지 뭐.
⑦ 교사 : 모두들 맞는 대답입니다. 그러면, 이제부터 여러분이 말한 것에 대한 이유를 말해 보세요. 말로 설명하기 어려우면 (OHP를 가리키며) 여기에 있는 그림을 가리키며 설명해도 좋습니다. 승재부터 설명해 볼까요? 정사각형이라고 할 수 있는 이유는 무엇입니까?
⑧ 승재 : 네 변의 길이가 같고 네 각이 모두 직각이기 때문입니다.
⑨ 교사 : 그렇군요. (OHP에서 정사각형의 변과 각을 차례로 가리키며) 이 사각형은 네 변의 길이가 같고, 네 각이 직각이니 정사각형이군요. 잘 설명했어요. 그런데, 이 사각형은 어째서 마름모인가요?
⑩ 예진 : 이 쪽에서 보면 지난 겨울에 만들어서 날리던 연 모양으로 보여요. 그런 모양이 마름모잖아요.
⑪ 교사 : 예진이가 말한 이유를 여러분은 어떻게 생각합니까?
⑫ 승재 : 보는 방향에 따라 도형이 달라지는 것은 아니라고 생각합니다. 네 변의 길이가 같은 사각형을 마름모라고 하니까 마름모라고 생각합니다. …

②~⑥에서 학생들은 주어진 한 도형(정사각형)이 어디에 속하는지를 판별한다. 이 때 '이 쪽에서 보니까③', '내가 보기에는④' 등의 지문으로 미루어보건대, 가상의 학습자들이 사용한 판별 기준은 이미지에 가까운 것으로 볼 수 있을 것 같다. 다음으로, ⑦~⑫에서 교사는 학생들에게 판별의 근거를 제시하라고 발문하고 있다. 이 때, 예진이의 대답⑩에 이은 교사의 질문⑪을 보면, 교사는 이미지와는 다른, 엄밀한 내포에 해당하는 근거를 답으로 생각하고 있음을 짐작할 수 있다. 이 '수업의 한 장면' 역시, 학생들이 이미지에 근거하여 판별할 지도 모를 상황에서 그렇게 하지 않고 '의식적으로' 정의에 근거하여 판별하는 활동을 다루고자 한 것으로 해석할 수 있다.

나. 제안

현행 교육내용에서 수학적 정의의 기능으로서의 판별을 지도하거나 지도할 수 있는 사례는 그렇게 흔하지 않다. 따라서, 그러한 사례를 가르칠 때에는, 소중한 기회이니 만큼, 교사나 교과서 저자의 특별한 경각심이 필요하다고 여겨진다.

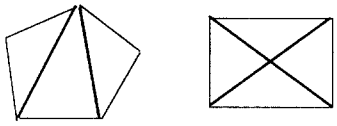
◎ 초등학교 교사용 지도서 4-나, p.168
마주 보는 두 쌍의 변이 서로 평행인 사각형을 평행사변형이라고 한다.
약속한 것으로 생각하기
평행사변형은 마주 보는 두 쌍의 변이 평행이므로 사다리꼴임을 알 수 있다.

위의 사례에서 밑줄 친 부분을 '마주 보는 두 쌍의 변이 평행인 평행사변형은 또한 마주 보는 한 쌍의 변이 평행이므로 사다리꼴이다'라는 식으로 수정해야 할 것이다. 평행사변형을 사다리꼴로 판별하는 근거는, 마주 보는 '두' 쌍의 변이 평행인 평행사변형은 마주 보는

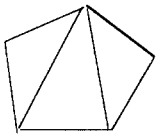
'한' 쌍의 변이 평행이라는 점이다. 교과서의 문장으로는 이러한 사실이 명확하게 드러나 있지 않다.

한편, 판별 기능과 관련하여 다음과 같은 지도 과정을 생각해 볼 수 있다.

교사 : 다음 그림에서 굵은 선을 모두 **대각선**이라고 부르죠.



교사 : 그러면, 한번 생각해 봅시다. 이 굵은 선을 어떻게 말로 설명할 수 있을까요?
학생 : 두 꼭지점을 이은 선분이요!
학생 : 마주 보는 꼭지점을 이은 선분이요!
교사 : 그런데, 이런 경우는 대각선이 아닌데.. ..…



학생 : 이웃하지 않은 두 꼭지점을 이은 선분이요! (학생들이 생각해 내지 못한 경우에는 교사가 직접 일러주며, 이 때 '이웃하지 않은'이라는 용어를 선택한 이유를 생각해 보도록 하여, 이는 대각선과 대각선 아닌 것을 엄밀하게 판별하기 위함이라고 생각할 수 있음을 지적해 준다)

이와 같이, 판별하는 데 정의가 사용되고 또한 판별을 잘 하기 위해 정의가 조정된다는 내용을 지도하는 수업을 초등학교 고학년에서 시도해 볼 만하다.

3. 분석 기능

가. 분석 내용

다음의 예는 이전에는 전체로서의 외관으로 지도된 사각형을 새로운 학년에서 선분이라는 구성 요소로 분석하여 재 정의하는 경우이다. 다시 말해, '네모'로서의 사각형을 분석하여 '4개의 선분으로 둘러싸인 도형'으로 재 정의한 것으로 볼 수 있다.

<사례1>초등학교교사용지도서 2-가, pp. 102-104
먼저, 사각형에서는 여러 가지 물건 중에서 네모 모양을 찾아보았던 직관적 관찰의 수준에서 한 단계 발전하여 선분을 정의하고, 선분으로 둘러싸인 도형 중에서 선분 4개로 된 것을 사각형이라고 정의하고 그려보는 활동이다. 선분으로 둘러싸인 여러 가지 도형을 제시하고 몇 개의 선분으로 되어 있는지 세어 보게 한 후, 그 중에서 4개의 선분으로 둘러싸인 도형을 사각형이라고 한다는 것을 이해시킨다.

마찬가지로, 이하의 예도 '모난 부분', '뾰족한 부분'으로서의 각을 분석하여 '한 점에서 그은 두 직선으로 이루어진 도형'으로 정의하고 있는 것이다.

<사례2> 초등학교 교사용 지도서 3-가, p.118
○약속하기 / 점과 두 직선이 하나의 각을 이루는 방식으로 각을 정의한다.
…학생들이 흔하게 사용하고 있는 삼각자나 종이를 접는 가운데 나타나는 모양의 변화를 이용하여 각을 도입한다. 교과서의 그림과 같이 삼각자의 뾰족한 부분을 대고 본을 떠 그려보게 한 다음, 그려진 도형이 어떤 모양인지 알아보게 한다. 학생들이 그려 본 도형이 두 개의 직선으로 이루어져 있고, 이 두 직선은 한 점에서 만나며, 각각의 두 방향으로 뻗어져 있음을 이해시킨다.

나. 제안

약정, 판별 기능과 비교할 때, 분석 기능은 현재 교사용 지도서에서 가장 미흡하게 드러나고 있는 정의의 기능이다. 학교수학에서 사용

하는 용어 중에는, 학년을 달리 하여, 두 차례 이상 등장하는 용어들이 있다. 이 때, 이 용어들은 동일한 방식으로 정의되기보다는 다른 방식으로 재 정의되며, 그 중 많은 경우가 이전의 것을 분석하여 재 정의한 것으로 볼 수 있다. 이러한 경우들을 포착하여, 지도에 반영할지 여부와, 또는 반영한다면 어떻게 반영할 것인지에 대한 연구가 필요하다고 여겨진다.

IV. 요약 및 제언

이 논문에서는, 정의의 기능이라는 개념을 도입하여, 제7차 교육과정 개정에 따른 초등학교 수학에 새로이 도입된 '약속'이라는 용어와 관련된 활동들을 분석해 보았다. 상술하면, 먼저 정의의 기능의 뜻과 그것의 여러 가지 측면을 살펴보았다. 다음으로, 교과서와 교사용 지도서에서 각 정의의 기능, 특히 약정, 판별, 분석 기능에 해당하는 사례들을 모아 그 특징을 추출해 보았으며, 가능한 경우에 한해서는 그러한 기능이 드러날 수 있는 방안들을 제안하였다.

본문의 초등학교 수학의 분석 내용에서 보듯이, 약정, 판별, 분석 기능 중에서 가장 높은 비율을 점한 것은 단연 약정 기능이며 판별이나 분석 기능은 미약하게 다루어지고 있다. 한편, 교사용 지도서에서 인용한 다음의 내용 중에서 밑줄 친 ㉠부분에 주목해 보면, 교과서 저자는 수학적인 측면에서 정의를 약정의 기능을 지닌 것으로 파악하고 있음을 알 수 있다.

> 수학적인 개념들은 수학에서 가장 기초가 되기 때문에 아무리 강조해도 지나치지 않는다. 그런데 이 개념들은 추상적으로 생각하는 아이디어이기 때문에 학생들에게는 그 용어가 어렵게 느껴지는 것이다. ㉠ 이 개념들은 순수 수학적인 면에서 살펴보면, 단지 정의에 의하여 약속되는 것으로 볼 수 있다. 수학교육적인 면에서 살펴보면, 구체물이나 반구체물을 통하여 추상적으로 정의하는 것이기 때문에 추상적으로 약속하는 것으로 이해할 수 있으므로 ㉡ 학생들의 이해하기 쉬운 용어인 '약속하기'를 택한 것이다. 이때, '약속하기'에서는 개념을 정의한다는 것임에 유의하여야 하며, ….(교육인적자원부, 2001a. p.48)

이와 같이, 우리는 정의는 약정, 또는 약속이라는 관념을 가지고 있다. 물론 정의는 용어의 뜻에 대한 약속이다. 그러나, 여기서 우리는 한 걸음 나아간 질문을 던질 수 있다. '용어의 뜻을 약속하는 방식은 여러 가지로 있을 수 있는데, 왜 그 방식을 선택하였는가?'. 이 질문에 대한 대답을 찾는 데에는 약정(약속)의 기능으로는 불충분하여 판별, 분석, 논증, 개선, 또는 본문에서 미처 밝히지 못한 또 다른 정의의 기능을 고려해야만 가능한 경우들이 있다. 예컨대, 중학교나 고등학교 수학에서는 정의의 다양한 기능—이를테면, 논증과 개선 기능—이 등장한다. 정의는 약정 또는 약속 이외에도 여러 가지 기능을 가질 수 있다는 점을 교과서 저자나 교사, 연구자들은 인식할 필요가 있다.

수학적 정의에는 약정 이외에 여러 가지 기능이 더 있을 수 있다는 점을 고려할 때, 우리는 초등학교 수학에서 정의를 '약속'으로 변환에 따른 오개념이 학생들에게 형성될 수 있다는 점을 충분히 유추해 볼 수 있다. 위의 인용문㉡ 에서 확인되듯이, '정의' 대신에 '약속'이라는 용어를 선택한 이유가 학생들이 이해하기 쉬운 용어이기 때문임을 알 수 있다. 본문에서 우리는 '정의'와 '약속'이라는 두 용어 사이에는 어떤 차이가 있는지를 정의의 기능이라는 개념을 매개로 하여 살펴보았다. 정의에는 여

러 가지 기능이 있고 약속(약정)하기는 그러한 여러 가지 기능 중에 중요한 하나일 뿐이다. 그런데, 약속이라는 용어를 수학교과서에서 공공연히 사용함으로써, 약정 기능과 관련된 활동—특히 의미→이름의 방향—을 강조함으로써, 학생들에게 어느 순간 정의는 곧 약속이고, 약속은 곧 정의라는 관념이 강력하게 자리잡게 되어, 판별, 분석, 개선, 논증 등 정의의 여러 가지 기능이 들어서기가 힘들 수 있다.

초등학교는 물론 중학교, 고등학교 수학을 거치면서, 정의에 대한 학생들의 관념을 적절히 조정(調整)해 주지 않는다면, 학생들은 수학적 정의의 특정 측면만을 아는 데 그칠 수 있다. 이를 피하기 위한 한 가지 방법은, 여러 가지 정의의 기능에 관해 좀더 연구하고 이를 학습-지도에 적절히 반영할 수 있는 방법을 연구하는 것이다.

참 고 문 헌

교육인적자원부(2000a). 초등학교교사용지도서 수학 1-가. 대한교과서주식회사.

_____(2000b). 초등학교교사용지도서 수학 1-나. 대한교과서주식회사.

_____(2000c). 초등학교교사용지도서 수학 2-가. 대한교과서주식회사.

_____(2000d). 초등학교교사용지도서 수학 2-나. 대한교과서주식회사.

_____(2001a). 초등학교교사용지도서 수학 3-가. 대한교과서주식회사 .

_____(2001b). 초등학교교사용지도서 수학 3-나. 서울: 대한교과서주식회사

_____(2001c). 초등학교 교사용지도서 수학 4-가. 대한교과서주식회사

_____(2001d). 초등학교교사용지도서 수학 4-나. 대한교과서주식 회사

_____(2002a). 초등학교교사용지도서 수학 5-가. 대한교과서주식회사

_____(2002b). 초등학교교사용지도서 수학 6-가. 대한교과서주식회사

나귀수(1998). 증명의 본질과 지도 실제의 분석 - 중학교 기하 단원을 중심으로-. 서울대학교 박사학위 논문.

박선화(1998). 수학적 극한 개념의 이해에 관한 연구. 서울대학교 박사학위 논문.

우정호(1986). 어떻게 문제를 풀 것인가. 서울: 천재교육.

_____(1998). 학교수학의 교육적 기초. 서울: 서울대학교 출판부.

_____(2000). 수학학습-지도 원리와 방법. 서울: 서울대학교 출판부.

이환(1974). Pascal 소품집. 서울: 정음사.

조영미(2001). 학교수학에 제시된 정의에 관한 연구. 서울대학교 박사학위논문.

황혜정, 임재훈(1999). 구성주의가 수학 교과용 도서에 주는 시사점. 대한수학교육학회논문집, 9(1), 295-309.

Borsodi, R.(1966). *Definition of definition.* Boston: Porter Sargent Publisher.

Gagne, R. M.(1985). *The conditions of learning and theory of instruction.* 전성연, 김수동 (역) (1998). 교수-학습 이론. 서울: 학지사.

Lakatos, I.(1976). *Proofs and refutations.* 우정호(역)(1991). 수학적 발견의 논리. 서울: 민음사.

Poincaré, H.(1902). *Science and method.* New York: Dover.

Robinson, R.(1954). *Definition.* Oxford: Clarendon Press.

Investigation a Newly Introduced Word 'Stipulation' In Recent Elementary School Mathematics - In the Area of Geometry

Cho Young Mi(Research Institute for the Science of Education, Ewha Womans Uni.)

In recent elementary school mathematics a word 'stipulation' newly appears. The word is used instead of definition. However, there seems to be some differences between definition and stipulation. So, in this paper we investigate those differences through the concept 'function of definition'.

In school mathematics textbooks there are definitions which carry out special functions in mathematical contexts or situations. We can say that we understand those definitions, only if we also understand the functions of definitions in those contexts or situations. Functions of definition are classified as, stipulation-function, discrimination-function, analysis-function, demonstration-function, improvement-function. With these analyses we made a frame for investigating the characteristics of the definitions in recent elementary school mathematics textbooks.

As a result of analysing functions of definition we found that generally speaking, stipulation-function is excessively emphasized and the other functions of definition are not explained adequately in school mathematics textbooks. So it is required that the textbook authors should be careful not to miss an opportunity for the functional understanding and the mathematics teachers should be aware of the functions of definitions. Finally, we comment that textbook author, teacher, and researcher should be careful in using the word 'stipulation' instead of definition, because, although there are various functions of definitions, students might learn only stipulation-function.