大韓數學教育學會誌 數學教育學硏究 第 12 卷 第 2 號
The Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. XII, No.2, 181-191, May 2002

교과서에 나타난 '수학적 귀납법'에 대한 남 · 북한 비교

박 문 환*

Ⅰ. 서론

수학적 명제를 증명하는 방법에는 여러 가지가 있다. 학교 수학에서 가르치고 있는 중요한 증명 방법 중 하나가 바로 수학적 귀납법이다. 수학적 귀납법은 현재 고등학교 수학 I에서 다루고 있다. 수학적 귀납법은 이름에 귀납이라는 말이 들어있기는 하지만 귀납 추론이 아닌 연역 추론이다. Polya(1957, p. 128)에 의하면 수학적 귀납법은 종종 귀납적 연구의 마지막 단계, 혹은 완성 단계에서 사용된다. 전형적인 예에서 수학적 귀납법이 귀납적 추론을 완성하기 때문에, 수학적 귀납법은 마치 '귀납에 대한 수학적 보충'인 것처럼 보인다. 따라서, 수학적 귀납법이라는 용어에는 귀납에 대한 수학적 보충의 의미가 생략되어 있다고 보는 것이 적절할 것이다.

수학적 귀납법과 비수학적 귀납법은 구체적 사례에서 일반화로 나아간다는 점을 공유하지만, 수학의 다른 영역이 그러하듯이, 수학적 귀납법은 비수학적 추론에서는 맛볼 수 없는 결과의 절대적인 정확성을 보장한다. 이러한 양면성으로 인하여 당대 최고의 석학인 포앙카레는 수학적 귀납법을 수학자가 수학적 지식의 총체를 확장하는 유일한 도구로 보았다. "우리는 오직 수학적 귀납법에 힘입어 전진할 수 있다. 수학적 귀납법만이 뭔가 새로운 것을 가르쳐줄 수 있다"(Young, 1977, p. 152에서 재인용)는 포앙카레의 주장에 동의하거나 동의하지 않거나, 포앙카레가 분명히 수학적 귀납법을 통하여 가장 가치 있는 업적들 대부분을 이루었다는 것과, 수학적 추론의 밑바닥에 수학적 귀납법이 암암리에 깔려 있다는 것에는 모두들 동의할 것이다.

그러나, 많은 학생들이 수학적 귀납법에 의한 증명을 이해하는데 어려움을 느끼고 있는 것도 또한 사실이다. 이러한 문제를 해결하기 위해서는 여러 측면에서 분석이 이루어져야 할 것이다.

본 연구는 남한과 북한에서 수학적 귀납법을 다루는 방법을 비교해 보고, 이를 통해 수학적 귀납법의 지도에 대한 시사점을 얻고자 한다. 실제로 수학적 귀납법을 다루는 방법에 있어서 남 · 북한 사이에는 커다란 차이를 보이고 있다. 이러한 차이는 "지식이란 무엇인가?"에 대한 문제와 "지식을 어떻게 가르칠 것인가?"에 대한 문제에 그 뿌리를 두고 있다(박문환, 2001).

따라서, 본고에서는 먼저 북한에서의 인식의 문제와 학습심리의 문제에 대해 간략히 살펴보고, 이를 바탕으로 실제 남 · 북한 수학 교과서에 나타난 지도 실제를 비교하고 조사할 것이다. 남 · 북한의 지도방법에는 나름대로의 장단

* 인천교육대학교

점이 있을 수 있으며, 서로에게 시사하는 바가 적지 않을 것이다. 남 · 북한 비교 연구를 통해 우리의 부족한 점을 보완하고 수학적 귀납법의 지도 방법에 대한 시사점을 얻고자 한다.

Ⅱ. 북한 수학 교육의 배경

공산체제에서는 지식의 준거를 유물론적 기초 위에서 체계화하고 있으며, 북한에서는 이를 '사회주의 교육에 관한 테제'[1]에서 구체화하고 있다. 테제에서 "리론교육과 실천교육을 결합하는 것은 학생들을 쓸모있는 산 지식을 가진 공산주의 혁명인재로 키우는 중요한 방도이다. 책에서 배운 리론은 실천을 통하여 그 진리성이 검증되고 응용 능력과 결부되어야 혁명 실천에 써먹을 수 있는 산 지식으로 된다"라고 주장하듯이 북한 교육에서 이론과 실천의 결합을 중시하고 있다.

여기서 '실천'의 의미에 대해 구체적으로 살펴볼 필요가 있다.

> 사람은 자주성과 창조성을 가진 사회적 존재입니다. 사람은 목적 의식적이며 능동적인 활동을 통하여 세계를 자기의 의사와 요구에 맞게 개조해 나가는 가장 발전되고 힘있는 존재입니다. 자연과 사회를 개조하는 것도 사람이며 과학과 기술을 발전시키는 것도 사람입니다. 그러므로 사람은 세계를 지배하는 주인으로 되며 모든 것을 결정하는 요인으로 됩니다. (최희열, 1979)

즉 인식의 목적이 사람들을 자주적이고 창조적인 생활을 위한 것이며, 자주성과 창조성을 가진 사회적 존재로서 세계를 인식하고 그에 기초하여 세계를 개조하는 것이라는 것이다. 특히 "혁명 운동과 공산주의 운동에 있어서 지도의 문제는 인민 대중에 대한 당과 수령의 지도 문제와 다를 바 없습니다. 노동계급의 당은 혁명의 참모부이며, 노동계급의 수령은 혁명의 최고 영도자입니다"(김정일, 주체사상에 대하여)라는 주장에서 알 수 있듯이 당과 수령은 '실천'에 있어서 주도적 역할을 한다는 점에 대해 정당성을 부여하고 있으며, 다음에서 알 수 있듯이 공산주의 사회에서의 '실천'은 공산 사회의 목적에 합당한 경우에만 그 의미를 인정받을 수 있다.

> McFadden은 실용주의와 마르크스주의를 비교하면서 양자는 진리의 기준으로 실천을 드는 점은 같으나 전자의 실천은 주관적이고 후자의 실천은 객관적이라고 주장한 바 있다. 실용주의자인 제임스에 의하면 진리의 기준은 실천이며 그 실천은 '나에게 작용하는 것', '나에게 매력적으로 보이는 것'에 치중하는 다분히 주관적인 입장이다. 그러나 마르크스에 있어서 실천의 기준은 공산 사회라는 목표를 향해 나아가는 과정이며 공산주의 사회로의 과정은 생산의 진보 즉 물질의 객관적 발전이라는 객관적인 것이다. (박진환, 1990, pp. 59~60)

이러한 점에서 '인식'과 '실천'의 문제에 대해 남 · 북한은 매우 다른 입장을 취하고 있으며, 이러한 입장의 차이는 수학교육에서도 그대로 반영된다. '인식'의 주체는 남한에서는 개인이며, 북한에서는 인민 대중이다. 그러므로 수학교육에서 남한은 연역적, 학문적 접근을 중시하며 지식 위주, 문제해결 등의 교육방법을 택하나 북한은 공산주의적 혁명관에 입각한 기술자 양성을 위해 직관적 접근을 강조한다.

이러한 철학을 그대로 반영한 교육방법론으로서 북한에서는 '깨우쳐주는 교수교양'을 제

1) 1977년 9월에 북한 교육의 장기적 종합지침서에 해당하며, 현재의 북한 교육과정에까지 영향을 미치고 있다. 앞으로는 이것을 줄여서 '테제'라고만 하겠다.

시하고 있다. '깨우쳐주는 교수교양'에 대해서는 '테제'에서 제시하고 있으며, 깨우쳐 주는 교수의 본질로는 "학생들의 자각성과 적극성을 높이 발양시키고 능동적 사유활동을 힘있게 추동하여 그들 자신이 객관 세계의 본질을 파악하고 그것을 써먹을 수 있는 창조적 능력을 키워주는 교수 방법이다"라고 규정하여, 학생들의 활동을 통한 학습과 이를 실제적으로 활용할 수 있도록 하는 능력의 배양을 목표로 하고 있다. 깨우쳐 주는 교수의 심리 특성으로는 두 가지의 구조로 이루어진다.

첫째는 학습에 대한 주인다운 태도로서의 자각성과 적극성이다. 자각성이란 학습 목적이 궁극적으로 혁명과 투쟁에 직결되는 원칙을 스스로 이해해야 한다는 뜻이고, 적극성이란 두 번째의 능동성과 함께 학생이 이러한 궁극 목표를 수행하려는 의욕을 갖는다는 것이다. 또한 "사람들이 자각적으로 동원되고 하자고 달라붙으면 못할 것이 없습니다." 그리고 "학생들의 높은 정치적 자각, 혁명적인 학습 관점과 입장을 떠나서는 사물 현상의 본질에 대한 파악과 지식의 창조적 적용을 기대할 수 없다"고 함으로써 학습 이론의 원칙에서도 정치와 혁명이라는 이데올로기를 주입시키고 있다.

두 번째의 특성으로는 객관 세계의 본질을 파악하기 위한 수단으로서의 능동적 사유 활동이라고 한다. 능동적 사유 활동이란 교수 과정에서 교사는 학생들의 인식 부족점을 제때에 포착하여 그것을 문답법으로 해결하도록 유도한다고 설명하고 있다.

여기서 '활동'에 대한 의미를 구체적으로 살펴볼 필요가 있다. 남한에서는 활동을 '개인에 의한 구성'이라는 측면으로 파악하고 있어서 과정을 중시하고 있으나, 북한에서는 '유기체와 사회적 환경과의 관련' 속에서 공산주의라는 절대진리를 추구한다는 점에서 결과를 중시하고 있다. 그러므로 교수 방법에 있어서도 교사의 역할이 달라지게 된다. 북한에서 사용하는 '깨우쳐주는 교수방법'에서는 기성 지식의 전달자로서의 교사의 역할을 생각하고 있으며, 교사는 기성 지식을 전달하는데 있어서 절대적 권위를 가진다고 할 수 있으며 다루는 소재도 다분히 실제적이다. 그러나 남한에서는 학생이 지식을 구성하는 데 있어서의 조력자의 역할을 강조하고 있으며 다분히 이론적이다. 이러한 점에서 남한과 북한에서 제시하는 교수 방법은 일면 비슷한 점이 있지만 근본적으로는 서로 다르다.

이것은 수학교과서에서도 그대로 나타나는데 남한의 수학교과서는 형식적 지식체계를 다루면서도 발견의 맥락을 강조하고 있다. 이에 비해, 북한은 발견의 맥락을 중요하게 다루지 않으며 형식체계로서의 수학은 그대로 전달하고 이를 학생들이 효율적으로 학습할 수 있도록 하는데 초점을 맞추고 있다. 또한 문장제 문제의 경우 실제적[2)]이고 사상적[3)]인 소재를 많이 도입하고 있다. 전반적으로 북한에서는 매우 어려운 수학적 개념이나 문제는 남한에 비해 많이 다루지 않는데, 이것은 북한 고등중학교까지의 의무교육의 목적이 일반기술자 양성이며, 이러한 측면에서 복잡한 개념을 도입할 필요를 느끼지 못할 것이고, 마찬가지로 형식적인 개념은 발견의 과정을 생략한 채 있는 그대로 받아들이도록 하는 것으로 해석된다.

---

2) 예를 들면, 선반공이 한해동안에 깎은 부속품의 개수에 대한 문제, 자동차로 시멘트 전주를 나르는 문제, 통나무를 쌓는 문제, 제품을 쌓아두는 방법을 묻는 문제 등이 나오며, 남한에서 다루는 대부분의 문장제 문제보다는 더 실제적이다.

3) "경제적으로 쓸모있는 나무를 많이 심을데 대하여 주신 위대한 수령님의 교시와 친애하는 지도자선생님의 말씀을 높이 받들고 …"와 같은 문제를 통하여 김일성, 김정일의 우상화가 시도되고 있음을 알 수 있다.

Ⅲ. 수학적 귀납법의 지도에 대한 남·북한 비교 — 교육과정과 교과서를 중심으로 —

1. 남한의 6차 교육과정에서 수학적 귀납법의 위치와 역할

남한의 6차 교육과정에 따르면, 고등학교 수학 Ⅰ의 대수 영역은 행렬, 수열의 두 소영역으로 구성되어 있으며, 수열은 장차 극한과 미적분을 학습하는 데 기초가 된다. 이번 장에서 남·북한을 비교하여 분석하고자 하는 수학적 귀납법은 수열에서 다루어진다. 수열에 대한 교육과정상의 내용과 해설은 다음과 같다(교육부, 1995, pp.119-120).

2. 수열

(1) 내용

① 수열의 뜻

수열의 뜻과 항, 유한수열, 무한수열, 일반항, 공차의 뜻을 알게 하고, 일반항을 a_n으로, 수열을 $\{a_n\}$으로 나타냄을 알게 하며, 수열을 함수로 표현할 수 있음을 알게 한다.

② 등차수열

등차수열, 공차, 등차중항의 뜻을 알게 하며, 등차수열의 일반항과 합을 구할 수 있게 한다. 이를 이용하여 등차수열과 관련된 문제를 해결할 수 있게 한다. 이 때, 특히 실생활과 관련된 소재를 많이 이용하는 것이 바람직하다.

③ 등비수열

등비수열, 공비, 등비중항의 뜻을 알게 하며, 등비수열의 일반항과 합을 구할 수 있게 한다. 이를 이용하여 등비수열과 관련된 문제를 해결할 수 있게 한다. 이 때, 특히 실생활과 관련된 소재를 많이 이용하는 것이 바람직하다.

④ 여러 가지 수열

합의 기호 $\sum$의 성질을 알게 하고, 이를 이용할 수 있게 한다. 또, $\sum_{k=1}^{n} k$, $\sum_{k=1}^{n} k^2$, $\sum_{k=1}^{n} k^3$을 구할 수 있게 하고, 이와 관련된 여러 문제를 해결할 수 있게 한다.

계차수열의 뜻을 알게 하고, 계차수열이 등차수열이나 간단한 등비수열인 경우의 수열 문제를 해결할 수 있게 한다.

⑤ 수학적 귀납법[4)]

수학적 귀납법의 뜻을 알고, 수학적 귀납법에 의한 증명 과정을 이해하게 한다. 이 때, 증명을 지나치게 강조할 필요는 없다.

⑥ 알고리즘과 순서도

알고리즘과 순서도의 뜻을 알게 하며, 알고

4) 교육과정에서는 '수학적 귀납법'만 언급하고 있는데, 실제로 모든 교과서에서는 '수학적 귀납법'과 '수열의 귀납적 정의'를 함께 다루고 있다. 교육과정에 명시하지 않은 '수열의 귀납적 정의'와 '점화식'을 모든 교과서에서 다루고 있다는 점은 특기할 만하다. 교육과정에 들어 있지 않은 내용을 교과서에 실은 교과서 집필자 모두에게 문제가 있는 것인지, 모든 교과서 집필자들이 그토록(교육과정에 나오지 않아도 교과서에 실을 정도로) 중요하게 생각하는 '수열의 귀납적 정의'를 교육과정 집필자가 실수로 빠뜨린 것인지는 알 수가 없다. 그런데, 제 7차 고등학교 수학과 교육과정에도 '수열의 귀납적 정의'는 들어 있지 않다. 이 부분에서 교육과정이 교과서 집필자들의 지침 역할을 제대로 하고 있지 못하다는 인상을 받는다. 다른 한편으로 내용 제시의 순서를 살펴 보면, 어떤 교과서(예를 들면, 우정호(2001))는 1. 수학적 귀납법, 2. 귀납적 정의의 순서로 되어 있고, 다른 교과서(예를 들면, 김연식·김흥기(2001))는 1. 수열의 귀납적 정의, 2. 수학적 귀납법의 순서로 되어 있다. 이러한 불일치는 교육과정 부재의 당연한 결과라고 할 수 있겠다.

리즘을 이해하기 쉽도록 나타내는 순서도를 그릴 수 있게 하고, 주어진 순서도가 무엇을 구하기 위한 알고리즘을 나타내는지를 알게 한다. 이 때, 가능하다면 컴퓨터 프로그래밍에 의해 그 결과를 검증하고 순서도를 수정하게 할 수도 있다.

(2) 해설

교육과정에 따르면, 자연수의 거듭제곱의 합은 항등식을 이용해서 구할 수밖에 없다.[5] $\sum$를 이용한 여러 가지 문제를 경험한 다음에 비로소 수학적 귀납법이 제시되기 때문이다. 또한 교과서에는 교육과정에 없는 수열의 귀납적 정의가 수학적 귀납법과 함께 나온다.

수열의 귀납적 정의를 먼저 도입하고 나서 수학적 귀납법을 소개하는 경우를 살펴 보자(김연식, 김홍기, 2001, pp.66-72). 이 교과서에서는 수열의 귀납적 정의에서 점화식을 제시하고, 점화식의 n에 1, 2, 3, …을 차례로 대입하는 활동을 하도록 유도한다. 이러한 활동에 이어서 다음과 같은 예제를 통하여 일반화를 시도한다.

$a_1=5,\ a_{n+1}=2a_n+3\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$
에 의하여 정해지는 수열 $\{a_n\}$의 n째항 a_n을 구하여라.

'수학적 귀납법'에서는 주어진 점화식의 일반항을 추정한 후, 추정한 일반항이 모든 자연수 n에 대해 항상 옳다고 단정할 수 없으므로 이에 대한 증명의 필요성을 제기하면서 수학적 귀납법에 의한 증명법을 제시한다. 그런 다음 예제와 문제를 통해 수학적 귀납법으로 증명하는 활동을 하게 된다.

수학적 귀납법이 수열의 귀납적 정의보다 먼저 나오는 경우에는(우정호, 2001, pp.59-64), 발견의 맥락을 제공하면서 귀납을 통해 얻어진 법칙은 단지 잠정적인 것이며, 엄밀한 증명을 거치지 않는 한 수학적인 법칙으로 받아들여질 수 없기 때문에, 귀납적으로 얻은 결과를 증명하는 방법으로서 수학적 귀납법을 소개하고 있다(p.61). 이러한 접근은 Polya가 말한 '귀납에 대한 수학적 보충'으로서의 수학적 귀납법과 관련이 깊다. 그러나, 부등식의 증명을 제외한 나머지 대부분의 증명은 이미 앞에서 다른 방법으로 증명을 끝낸 상태이기 때문에 학생들은 수학적 귀납법에 의한 증명의 필요성을 인식하기 어려울 수 있다. 또한, 예제와 문제가 부등식을 제외하고는 거의 대부분이 수열의 합과 관련된 증명이기 때문에 학생들은 수학적 귀납법의 폭넓은 쓰임새나 증명 도구로서의 강력한 힘을 깨닫지 못한다.

2) 북한 교과서에서 수학적 귀납법의 위치와역할

북한의 교육과정을 입수하지 못했기 때문에, 수학적 귀납법을 다루고 있는 고등중학교 6학년 수학 교과서를 중심으로 수학적 귀납법의 위치를 살펴보고자 한다. 먼저 교과서의 내용을 차례대로 정리하면 다음과 같다.(서기영, 김룡호, 1990, pp 49-74)

---

5) 자연수의 거듭제곱의 합에 관한 공식은 항등식의 성질을 이용해서 구한다. 예를 들면, 항등식 $(k+1)^3-k^3=3k^2+3k+1$을 사용해서 $1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$이 성립함을 밝히고 있다(김연식, 김홍기, 2001, p.58).

제 3 장. 수렬[6]

제 1 절. 수렬의 의미[7]

제 2 절. 같은차수렬[8]

1. 같은차수렬과 그 일반마디[9]
2. 같은차수렬의 합

제 3 절. 같은비수렬[10]

1. 같은비수렬과 그 일반마디
2. 같은비수렬의 합

제 4 절. 수학적 귀납법

1. 수학적 귀납법
2. 합기호 Σ

제 5 절. 수렬의 극한

1. 수렬의 극한의 의미
2. 수렬의 극한계산

제 6 절. 무한같은비수렬[11]

위 내용을 통해서 알 수 있듯이, 북한에서는 남한과 달리 합기호 Σ보다 수학적 귀납법을 먼저 다루고 있다. 따라서, 자연수의 거듭제곱의 합 공식을 수학적 귀납법을 사용하여 증명하는 흐름이 무척 자연스럽고, 학생들은 수학적 귀납법을 사용하는 것이 당연하다는 생각을 하게 된다. 또 하나 다른 점은 수열의 귀납적 정의를 다루지 않는다는 것이다. 수학을 형식적인 연역 체계로 바라보는 관점에서는 학생들이 귀납적 정의에 따라 수열을 직접 구성해 나가는 활동이 수학의 범주에서 가치가 한 단계 떨어지는 것으로 여겨질 수도 있을 것이다.

수학적 귀납법에 대한 접근을 교과서를 통하여 자세히 살펴보자(서기영, 김룡호, 1990, pp 59-62).

물음. $f(n)=(n^2-5n+5)^2$이면

$$f(1)=(1^2-5\cdot1+5)^2=1$$
$$f(2)=(2^2-5\cdot2+5)^2=1$$
$$f(3)=(3^2-5\cdot3+5)^2=1$$

이다. 이로부터 $f(5)=1$이 옳다고 말할 수 있는가?

일반적으로 자연수 n에 관계되는 어떤 명제 $P(n)$이 몇 개의 자연수에 대하여 옳다고 하여 이 명제가 다른 모든 자연수에 대해서도 옳다고 결론할 수는 없다. 그렇다고 하여 끝없이 많은 모든 자연수에 대하여 하나하나 다 따져보는 방법으로 명제가 옳다는 것을 확인할 수도 없다.

자연수에 관계되는 명제 $P(n)$에 대하여 다음 두 사실이 증명되면 명제 $P(n)$은 모든 자연수 n에 대하여 옳다고 결론한다.

① $P(1)$이 옳다.
② $P(k)$가 옳으면 $P(k+1)$도 옳다.

사실 ①에 의하여 $P(1)$이 옳기 때문에 ②에 의하여 $P(2)$가 옳다. 또한 $P(2)$가 옳기 때문에 ②에 의하여 $P(3)$이 옳다. 이러한 과정을 계속하면

$$P(1),\ P(2),\ P(3),\ \cdots,\ P(n),\ \cdots$$

이 다 옳다는 것이 나온다.

이러한 증명방법을 수학적 귀납법이라고 부른다.

수학적 귀납법을 이렇게 소개한 다음에는 자연수의 거듭제곱의 합과 이항정리, 부등식의

6) '수렬'은 남한 용어로 '수열'이다.
7) 북한에서는 수렬을 '일정한 규칙에 따라 늘어놓은 수들의 렬'로 정의하는 반면에, 남한에서는 수열을 '자연수 전체의 집합 N을 정의역, 실수 전체의 집합 R을 공역으로 하는 N에서 R로의 함수 $f:N\to R$'로 정의하고 있다(김연식, 김흥기, 2001, p. 40). 우정호(2001, p. 38)의 경우에는 '어떤 규칙에 따라 늘어놓은 수의 열'을 수열이라고 정의한 다음, 함수를 이용한 정의를 다시 제시하고 있다.
8) '같은차수렬'은 남한 용어로 '등차수열'이고, 남한의 '공차'는 북한 용어로 '공통차'라고 한다.
9) '일반마디'는 남한 용어로 '일반항'이다.
10) '같은비수렬'은 남한 용어로 '등비수열'이다.
11) '무한같은비수렬'은 남한 용어로 '무한등비수열'이다.

증명과 같은 예제와 문제를 제시한다. 특히, 주목할 점은 련습문제(p. 64)와 복습문제(p. 74)에서 수학적 귀납법을 이용하여 증명할 수 있는 다양한 문제[13]를 상당히 많이 제시하고 있다는 것이다. 반면에, 수학적 귀납법에 대한 발견의 맥락이나 귀납에서 수학적 귀납법으로 넘어가는 과정은 전혀 고려하지 않고 있다.

이러한 점으로 미루어 보아 북한에서는 수학을 형식적인 연역 체계, 기성 지식의 산물로 보면서 그것의 도구적 가치를 주로 추구한다는 것을 알 수 있다. 물론, 남한에서도 형식적인 연역 체계로서의 수학은 수학 교육이 지향하는 최종 목적지이기는 하지만, 형식주의의 결함을 극복하고 학생들이 그러한 수학적 지식을 유의미하게 받아들일 수 있도록 하기 위해서는, 수학을 '발생된 것'으로 파악하고 그 '발생'을 학습 과정에서 재성취할 수 있도록 하는 발생적인 교재 구성을 고려하지 않을 수 없다(우정호, 2000, pp.131-132).

3) 남 · 북한 교과서에 대한 비교 분석

남북한 교과서에서 다루어지는 수학적 귀납법과 관련이 있는 내용을 비교해보면 다음과 같다.

먼저 북한에서는 수렬을 '일정한 규칙에 따라 늘어놓은 수들의 렬'로 매우 직관적으로 정의하는 반면에, 남한에서는 수열을 "자연수 전체의 집합 N을 정의역, 실수 전체의 집합 R을 공역으로 하는 N에서 R로의 함수 $f: N \to R$"로 정의하고 있다. 이러한 정의는 매우 형식적이고 다분히 학문적인 것이다. 북한에서는 수학을 형식적인 연역 체계로 보면서도 고등중학교의 교육을 통해 기술자를 양성하는 것을 목표로 하기 때문에, 경우에 따라서는 형식적이고 학문적인 접근보다는 직관적이고 학생들에게 쉬운 접근을 시도하기도 한다. 이러한 고민의 결과로, 우정호(2001, p.38)의 경우에는 "어떤 규칙에 따라 늘어놓은 수의 열"을 수열이라고 직관적으로 정의한 다음, 함수를 이용한 형식적 정의를 다시 제시하고 있다. 물론, 이 때 학생들이 수열에 대한 학문적인 정의의 필요성을 제대로 인식하는지는 매우 의문시된다.

다음으로 등차수열의 경우, '등차수열'과 '같은차수렬'이라는 용어가 서로 다르다. 등차수열의 경우, 등차(等差)라는 한문의 뜻을 알지 못하면 학생들에게는 별다른 의미가 없는 어려운 용어에 불과하다. 등차수열의 합은 남한과 북한 모두 일명 '가우스방법'[14]으로 구한다. Hanna는 이러한 증명에 '설명하는 증명(proof that explain)'이라는 표현을 쓰고 있으며, 그러한 증명은 어떤 명제가 참인 이유에 대한 통찰을 제공하도록 기대된다고 말한다[15]. 등차수열의 합을 유도하는 남한의 예는 다음과 같다(김연식, 김흥기, 2001, p.46).

$$S_n = a + (a+d) + \cdots + (l-d) + l$$
$$S_n = l + (l-d) + \cdots + (a+d) + a$$
$$2S_n = (a+l) + (a+l) + \cdots + (a+l) = n(a+l)$$
$$\therefore\ S_n = \frac{1}{2}n(a+l)$$

---

13) 예를 들면, 안같기식(부등식) $|\sin nx| \le n|\sin x|$이 선다는(성립한다는) 것의 증명이나, 볼록 n각형의 아낙각(내각)들의 합이 $(n-2)180°$라는 것의 증명, 그리고 n이 정(양)의 짝수일 때 $x^n - y^n$이 $x+y$로 완제된다(나누어 떨어진다)는 것의 증명 등이 있다.

14) 남한의 다른 교과서에서는 가우스(Carl Friedrich Gauss, 1777~1855)의 일화를 싣고 있는 반면에, 북한 교과서에는 가우스에 대한 언급이 전혀 없으며, '가우스방법'이라는 특정한 명칭도 보이지 않는다.

15) 서동엽, 1999, 27쪽에서 재인용.

그리고 등비수열의 경우, '공비'와 '공통비', '등비수열'과 '같은비수렬'이라는 용어가 서로 다르다. 또한, 남한에서는 공비를 r로, 북한에서는 공통비를 q로 나타낸다. 남한에서 공비를 r로 나타내는 것은 r이 'ratio(비)'의 머릿글자이기 때문인 것으로 추측된다. 북한에서는 공통비를 왜 q로 나타내는지는 현재로서 알 수 없다. 등비수열의 합을 구하는 방법은 남한과 북한이 서로 같다. 남한의 예는 다음과 같다(김연식, 김홍기, 2001, pp.51-52).

$$
\begin{array}{rl}
S_n = & a + ar + \cdots\cdots + ar^{n-1} \\
-)\, rS_n = & \quad\;\; ar + \cdots\cdots + ar^{n-1} + ar^n \\
\hline
(1-r)S_n = & a \qquad\qquad\qquad\qquad\quad - ar^n
\end{array}
$$

이상에서 수열에 대해서는 도입방식에 있어서 차이를 보이며, 등차수열과 등비수열의 경우 대동소이하다고 할 수 있겠다. 그러나 수학적 귀납법에 대한 접근은 남한과 북한이 상당히 많은 차이를 보이고 있다.

첫째, 교과서에서 수학적 귀납법을 소개하는 순서가 다르다. 남한의 경우에는 이미 다른 방법으로 증명이 완료된 것을 다시 수학적 귀납법으로 증명하기 때문에, 비록 수학적 귀납법이 '증명하는 증명'으로서의 가치가 있을지라도, 학생들이 수학적 귀납법의 필요성을 느끼기 어렵다. 북한의 경우에는 자연수의 거듭제곱의 합을 구할 때 필요성에 의해서 수학적 귀납법이 도입되기 때문에 학생들이 매우 자연스럽게 받아들일 수 있는 순서로 되어 있다.

둘째, 수학적 귀납법의 적용 범위가 다르다. 남한은 부등식의 증명과 수열의 합 공식을 증명하는 정도에서 그치기 때문에 학생들이 수학적 귀납법의 폭넓은 적용 가능성을 제대로 인식하지 못한다. 북한의 경우에는 수열의 합뿐 아니라 다양한 부등식, 기하(각의 크기, 대각선의 수)나 가분성(divisibility) 등 수학적 귀납법의 쓰임새를 풍부하게 제시하고 있다.

셋째, 발견의 맥락 혹은 귀납에 대한 접근이 다르다. 남한에서는 발견의 맥락 혹은 귀납에서 수학적 귀납법으로의 이행에 적어도 2~3쪽 분량을 안배하고 있으나, 북한에서는 거의 언급하지 않고 있다. 이러한 접근 방법의 차이는 앞에서 언급한 '인식'과 '활동'을 바라보는 시각의 차이에서 비롯되었음을 알 수 있다. 즉 남한에서는 학생이 지식을 '구성'한다는 입장에서 수학적 규칙의 발견 상황을 설정하고 귀납하는 훈련을 하도록 유도함으로써, 지식을 확립하는데 있어서 개인의 활동과 개인의 구성이라는 측면을 강조하고 있다. 북한은 수학적 귀납법을 순수한 형식적 연역 체계로 제시하며, 이것을 여러 문제 상황에 적용해 보는 '활동'을 통해 완전한 지식을 익혀가도록 하는 의도가 반영되어 있다고 해석할 수 있다.

Ⅳ. 결론 및 시사점

이상의 비교 분석 결과를 토대로 다음과 같은 결론을 이끌어낼 수 있다.

첫째, 북한에서는 수학을 형식적인 연역 체계, 기성 지식의 산물로 보면서 그것의 도구적 가치를 주로 추구한다는 것을 알 수 있다. 물론, 남한에서도 형식적인 연역 체계로서의 수학은 수학 교육이 지향하는 최종 목적지이기는 하지만, 형식주의의 결함을 극복하고 학생들이 그러한 수학적 지식을 유의미하게 받아들일 수 있도록 하기 위해서는, 수학을 '발생된 것'으로 파악하고 그 '발생'을 학습 과정에서 재성취할 수 있도록 하는, 보다 근본적인 측면에서의 발생적인 교재 구성을 모색하여야 할 것이다

둘째, 북한에서는 수렬을 "일정한 규칙에 따라 늘어놓은 수들의 렬"로 매우 직관적으로 정의하는 반면에, 남한에서는 수열을 "자연수 전체의 집합 N을 정의역, 실수 전체의 집합 R을 공역으로 하는 N에서 R로의 함수 $f: N \to R$"로 정의하고 있다. 이러한 정의는 매우 형식적이고 다분히 학문적인 것이다. 북한에서는 수학을 형식적인 연역 체계로 보면서도 고등중학교의 교육을 통해 기술자를 양성하는 것을 목표로 하기 때문에, 형식적이고 학문적인 접근보다는 직관적이고 학생들에게 쉬운 접근을 시도하기도 한다. 이러한 고민의 결과로, "어떤 규칙에 따라 늘어놓은 수의 열"을 수열이라고 직관적으로 정의한 다음, 함수를 이용한 형식적인 정의를 다시 제시하고 있다. 물론, 이 때 학생들이 수열에 대한 학문적인 정의의 필요성을 제대로 인식하는지는 매우 의문시된다.

셋째, 등차수열의 합은 남한과 북한 모두 일명 '가우스방법'으로 구한다. 등비수열의 합을 구하는 방법도 남한과 북한이 서로 같다.

넷째, 교과서에서 수학적 귀납법을 소개하는 순서가 다르다. 남한의 경우에는 이미 다른 방법으로 증명이 완료된 것을 다시 수학적 귀납법으로 증명하기 때문에, 비록 수학적 귀납법이 '증명하는 증명'으로서의 가치가 있을지라도, 학생들이 수학적 귀납법의 필요성을 느끼기 어려울 수 있다. 북한의 경우에는 자연수의 거듭제곱의 합을 구할 때 필요성에 의해서 수학적 귀납법이 도입되기 때문에 학생들이 자연스럽게 받아들일 수 있는 순서로 되어 있다.

다섯째, 수학적 귀납법의 적용 범위가 다르다. 남한은 부등식의 증명과 수열의 합 공식을 증명하는 정도에서 그치기 때문에 학생들이 수학적 귀납법의 폭넓은 적용 가능성을 제대로 인식하지 못한다. 북한의 경우에는 수열의 합뿐 아니라 다양한 부등식, 기하(각의 크기, 대각선의 수)나 가분성(divisibility) 등 수학적 귀납법의 쓰임새를 풍부하게 제시하고 있다.

여섯째, 발견의 맥락 혹은 귀납에 대한 접근이 다르다. 남한에서는 발견의 맥락 혹은 귀납에서 수학적 귀납법으로의 이행에 적어도 2~3쪽 분량을 안배하고 있으나, 북한에서는 거의 언급하지 않고 있다. 이러한 접근 방법의 차이는 앞에서 언급한 '인식'과 '활동'을 바라보는 시각의 차이에서 비롯되었음을 알 수 있다. 즉 남한에서는 학생이 지식을 '구성'한다는 입장에서 수학적 규칙의 발견 상황을 설정하고 귀납하는 훈련을 하도록 유도함으로써, 지식을 확립하는데 있어서 개인의 활동과 개인의 구성이라는 측면을 강조하고 있다. 북한은 수학적 귀납법을 순수한 형식적 연역 체계로 제시하며, 학생은 이것을 여러 문제 상황에 적용해보는 '활동'을 통해 완전한 지식을 익혀가도록 하는 의도가 반영되어 있다고 해석할 수 있다.

이상에서 남북한에서 지식을 바라보는 관점과 '활동 및 실천'에 대한 관점의 차이는 수학적 귀납법의 지도방법 및 계열 등에 있어서도 그대로 반영되고 있음을 알 수 있다. 즉 교과서에 나타난 '수학적 귀납법'에 대한 남북한 사이의 전개방법은 나름대로의 타당성이 있음을 인정하면서, 남북한 교과서의 분석 통해 다음과 같은 문제점 및 시사점을 얻을 수 있을 것이다.

첫째, 교과서에서 수학적 귀납법을 소개하는 순서에 대해 고려할 필요가 있다. 남한의 경우에는 이미 다른 방법으로 증명이 완료된 것을 다시 수학적 귀납법으로 증명하기 때문에, 비록 수학적 귀납법이 자연수에 대한 전칭명제를 '증명하는 증명법'으로서의 가치가 있을지라도, 학생들이 수학적 귀납법에 의한 증명의 필요성을 느낄지는 의문이다. 즉 남한의 학생들은 수학적 귀납법을 아마도 수열의 합에 대한 '불필

요한(이미 다른 방법으로 증명이 완결되었으므로)' 증명 방법으로 알고 있는 것은 아닐까하는 의문이 든다. 그런 점에서 수학적 귀납법의 도입 순서를 재고할 필요가 있다. 북한의 예를 통하여 그런 가능성을 확인할 수 있다. 북한에서는 수학적 귀납법을 먼저 소개하고, Σ를 다루면서 자연수의 거듭제곱의 합의 공식을 수학적 귀납법을 이용하여 증명하도록 하고 있어서, 수학적 귀납법의 도입 이유가 자연스럽게 설명될 수 있다는 장점이 있다. 그러나 북한의 경우 '발견의 맥락'이 기대되기는 어렵다는 단점이 있기 때문에 이에 대한 보완이 필요하다. 그러므로 이항전개식에 의한 증명방법과 수학적 귀납법에 의한 증명방법을 이용했을 때 나타날 수 있는 교육적 장단점을 면밀히 검토할 필요가 있다.

둘째, 수학적 귀납법에 의한 증명이 적용되는 풍부한 맥락을 제시할 필요성이 요구된다. 남한은 부등식의 증명과 수열의 합 공식을 증명하는 정도에서 그치기 때문에 학생들이 수학적 귀납법의 폭넓은 적용 가능성을 제대로 인식하지 못한다는 단점이 있다. 그러나 수학적 귀납법의 중요성에 대한 인식은 학자에 따라 차이가 있을 수 있다. "매우 중요한 증명법이므로 충분히 공부해야 한다"(김연식, 김흥기, 2001, p.38)고 생각할 수도 있고, 교육과정 해설서에서와 같이 "증명을 지나치게 강조할 필요가 없다(교육부, 1995, p.120)"고 볼 수도 있다. 수학적 귀납법의 중요성에 대한 인식의 불일치는 충분한 수학교육학적 분석과 함께 교육과정 개발자와 교과서 집필자 사이의 의사소통의 필요성을 제기한다.

마지막으로 남한에서의 교육과정과 교과서 사이의 불일치를 언급할 수 있다. 남한 교육과정에서는 '수학적 귀납법'만 언급하고 있는데, 실제로 모든 교과서에서는 '수학적 귀납법'과 '수열의 귀납적 정의'를 함께 다루고 있다. 교육과정에 명시하지 않은 '수열의 귀납적 정의'와 '점화식'을 모든 교과서에서 다루고 있다는 점은 특기할 만하다. 교육과정에 들어 있지 않은 내용을 교과서에 실은 교과서 집필자 모두에게 문제가 있는 것인지, 모든 교과서 집필자들이 그토록(교육과정에 나오지 않아도 교과서에 실을 정도로) 중요하게 생각하는 '수열의 귀납적 정의'를 교육과정 집필자가 실수로 빠뜨린 것인지는 알 수가 없다. 그런데, 제 7 차 고등학교 수학과 교육과정에도 '수열의 귀납적 정의'는 들어 있지 않다. 교육과정에 들어 있지 않은 내용을 교과서에서 다루는 것은 적절하지 않다. 컴퓨터 프로그램에서의 반복 계산 알고리즘의 중요성에 비추어 귀납적 정의를 교육과정에 포함시키는 것이 세계적인 조류에 부합되는 방향이라고 생각된다.

참 고 문 헌

교육부 (1995). 제 6차 고등학교 수학과 교육과정 해설. 서울: 대한 교과서 주식회사.

김동규 (1990). 북한의 교육학. 서울: 문맥사.

김연식, 김흥기 (2001). 고등학교 수학 Ⅰ. 서울: (주)두산.

김일성(1977). 사회주의 교육에 관한 테제. 조선 로동당 중앙위원회 제 5기 제 4차 전원회의에서 발표.

김형찬 (1990). 북한의 교육. 서울: 을유문화사.

리병모 (1988). 사회주의 교육학(공통과용). 평양: 김형직사범대학.

문용린 (1988). 북한교육에 반영된 주체사상, 철학연구 제23집 1988(봄). 철학연구회.

박문환 (2001). 남북한 중등학교 수학교육 비교분석. 서울대학교 대학원 박사학위 논문.

박진환 (1990). 지식과 정치. 서울: 일신사.
서기영, 김룡호 (1990). 수학 고등중학교 6. 평양: 교육도서출판사.
서동엽 (1999). 증명의 구성 요소 분석 및 학습-지도 방향 탐색 — 중학교 수학을 중심으로. 서울대학교 대학원 박사학위 논문.
안상헌 (1996). 초기 마르크스의 실천적 사회인식론연구(I), 충북대학교 인문과학 인문학지 제14집.
우정호 (2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울: 서울대학교출판부.
우정호 (2001). 고등학교 수학 I. 서울: 지학사.
이장원 (역) (1989). 마르크스·레닌주의 교육학 방법론. 서울: 거름.
이학주 (1989). 실천적 행위의 교육적 의미 -마르크스와 듀이를 중심으로-. 서울대학교 대학원 박사학위 논문.
임채완 (1989). 북한 주체사상의 인식론적 기초분석. 호남정치학회보 1집.
최희열 (1979). 주체사상에 의하여 밝혀진 인식활동의 본질. 북한: 과학백과사전출판사.
Polya, G. (1957). *How to solve it.* 우정호 (역) (1991). 어떻게 문제를 풀 것인가. 서울: 천재교육.
Polya, G. (1954). *Mathematics and plausible reasoning.* Princeton: Princeton University Press.
Young, J. W. A.(1977). On mathematical induction. *Selected Papers on Precalculus.* 151-159

Comparative Study on Teaching of 'Mathematical Induction' in South and North Korea

Park Moon-Hwan(Inchon National University of Education)

There are various methods of proving a proposition. Among these, 'mathematical induction' is treated in school mathematics weightly. But many students have difficulty with the proof by 'mathematical induction'. To solve this problem, analysis needs to be attempted in various aspects.

This study attempts to compare the teaching methods of 'mathematical induction' in South and North Korea and to acquire the implication. In fact, many differences between South and North Korea are found. These differences are caused by epistemological and psychological premise. Therefore this study investigates the epistemological and psychological aspects in North Korea and compares the textbooks in South and North Korea. Through this study, some implications are found. First, the sequence of introducing the 'mathematical induction' needs to be considered. Second, the rich context of applying the 'mathematical induction' is needed. Finally, disagreement between curriculum and textbook in South Korea needs to be reconsidered.