

모자형 단면부재의 압괴특성 연구

A Study on Crushing Characteristic of Hatted Section Tube

김 천 옥*, 한 병 기**, 김 병 삼***
Chonwook Kim, ByoungKee Han, Byeongsam Kim

ABSTRACT

In the frontal collision of cars, front parts of cars such as engine rail and side members that are composed of hatted section tubes should absorb most of the collision energy for the passenger compartment not to be deformed. For these reasons the study on the collapse characteristics, maximum crushing load and energy absorption capacity of hatted section tubes are needed. In this study, top hatted section tubes and double hatted section tubes are investigated. The maximum crushing load of hatted section tubes is induced from plastic buckling stress of plates by considering that the hatted section tubes are composed of plates with each different boundary conditions and that its material has a strain hardening effect. On this concept maximum crushing load equations of hatted section tubes are derived and verified by experiments. From the results of experiment, the differences of collapse characteristics between top hatted section tube and double hatted section tube are analyzed. And mean crushing loads of hatted section tubes from experiments are compared with other theory.

주요기술용어 : Top-hatted section(단일모자형), Double-hatted section(이중모자형), Maximum crushing load(최대압괴하중), Plastic buckling stress(소성좌굴응력), Mean crushing load(평균압괴하중)

Nomenclature

$E(E_s, E_t)$: young's modulus(secant, tangent)	ϵ	: normal strain
P_{max}, P_{mean}	: maximum, mean crushing load	η	: plasticity reduction factor
e	: normalized strain	ν, ν_e, ν_p	: poisson's ratio(elastic, plastic)
k	: elastic buckling coefficient of a rectangular plate	σ_1	: secant yield strength
m_1, n	: constant for inelastic modulus	σ_{cr}	: critical stress, buckling stress
s	: normalized stress	σ_y, σ_u	: yield, ultimate strength
t	: thickness of hatted section tube	σ_{max}	: maximum crushing strength
		σ_{mean}	: mean crushing strength

* 회원, 연세대학교 기계공학과

** 회원, 홍익대학교 기계·시스템디자인공학과

*** 회원, 연세대학교 기계공학과 대학원

1. 서론

자동차의 수적 증가는 사람에게 편의성을 증

가시킬 뿐만 아니라 사고에 의한 인명의 손상을 초래하였다. 그리하여 자동차의 충돌안전성에 대한 요구가 발생하였다. 미국의 경우, FMVSS는 자동차의 생산과 판매 또는 수입에 있어 최소한의 안전기준이며 특히 정면 충돌에서 승객의 상해치에 대한 제한을 규정하는 FMVSS 208¹⁾ 규정은 1972년 1월에 공표되었다. 또 NHTSA에서는 이를 기반으로 NCAP²⁾ test를 1979년부터 시행하여 1993년에는 차량충돌 안전도 등급제(star rating system)를 도입하여 일반소비자가 쉽게 차량의 충돌안전성에 대하여 파악할 수 있도록 하였다.

유럽의 경우, 도로사정의 특수성을 고려하여 오프셋(Offset) 충돌에 대한 자동차 안전기준을 마련하였으며 EU Directive 96/97 EC³⁾는 오프셋충돌에 대한 자동차 안전기준으로 1996년 11월에 법제화되었고 2003년 10월부터 전 차종에 대하여 적용될 것이다. 이 밖에도 각 국은 자국의 특성에 맞는 자동차 충돌기준을 마련하고 있다.

자동차의 정면 충돌 시에는 자동차의 전면부는 자동차의 충돌에너지 대부분 흡수하여야 하므로 충돌에너지 흡수를 위한 최적의 설계가 필요하다. 자동차의 전면부 구조 중 점용접 되어 모자형 단면으로 구성된 엔진레일, 사이드멤버 등은 정면 충돌에서 에너지 흡수의 대부분을 담당하는 주요 구조요소로 박판을 성형하여 박스모양을 하고 있다. 이에 따라 정면 충돌에서 이들 부재는 충돌에너지를 좌굴거동 및 연속적인 주름을 형성하면서 흡수하며, 이 박판 상형부재의 좌굴은 판의 좌굴문제로 귀착된다.

Timoshenko⁴⁾는 박판 정4각 튜브의 좌굴은 단순지지된 4각 판의 좌굴과 같은 결과를 얻을 수 있다고 하였다. Bleich⁵⁾는 4각 튜브의 좌굴에 구속판과 좌굴판 개념을 도입하였고, Gerald⁶⁾는 판의 좌굴을 탄성영역을 뛰어 넘어 소성좌굴에 까지 확장하였다.

박판상형부재의 에너지 흡수능력에 대한 연구는 크게 3가지로 나누어진다. 첫째는 압괴실험을 기초로 하여 반실험적인 공식을 유도하는

연구⁷⁾이며, 두 번째는 압괴하중을 판의 좌굴이론과 연계시켜 후좌굴(Post buckling)의 개념과 유효폭의 개념을 사용하여 압괴하중을 구하는 것⁸⁾이고, 나머지 하나는 압괴시 연속적으로 주름이 생긴다는 가정 하에 주름 형성 메커니즘에 대한 연구이다.⁹⁾

본 연구에서는 자동차 차체에서 주로 사용되는 단일모자형 부재와 이중모자형 부재의 압괴특성을 연구한다. 최대압괴하중은 소성 좌굴응력에 기초하였고 모자형 단면의 경계조건을 고려하여 박판 상형부재가 다양한 경계조건으로 구성되는 판의 집합으로 생각한다. 이 개념에 기초하여 최대압괴하중 공식을 유도하며 실험을 통하여 이를 검증한다. 또한 평균압괴하중을 실험을 통하여 구하고 현재 제시된 이론과 비교해 보고자 한다.

2. 이론

2.1 평판의 소성좌굴

힘과 모멘트의 평형관계로부터 하중을 받는 평판에 대한 평형 방정식은 다음과 같다

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = - \left(N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

이 평형방정식으로부터 미소변위이론(small deflection theory)으로부터 평판의 처짐을 가정하여 한 방향으로 σt 의 하중으로 압축을 받는 직사각 판의 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{\sigma t}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (2)$$

식(2)를 소성 좌굴이론⁶⁾을 고려하여 다시 쓰면

$$\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \frac{E_t}{E_s} \right) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{\sigma t}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (3)$$

을 얻는다.

Gerard⁶⁾는 소성좌굴시의 응력-변형률 관계를 식으로 표현하고, 끝단이 단순 지지된 평판에 대

Table 1 Compressive buckling coefficients for long plate with various boundary conditions

경계조건	k
단순-단순	4.00
고정-고정	6.98
단순-자유	0.43
고정-자유	1.28

Table 2 Plasticity reduction factor with various boundary conditions

경계조건	η
단순-자유	$\frac{E_s}{E}$
고정-자유	$\frac{E_s}{E} \left(0.428 + 0.572 \sqrt{\nu_r^2 + (1 - \nu_r^2) \frac{E_t}{E_s}} \right)$
단순-단순	$\frac{E_s}{E} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\nu_r^2 + (1 - \nu_r^2) \frac{E_t}{E_s}} \right)$
고정-고정	$\frac{E_s}{E} \left(0.352 + 0.648 \sqrt{\nu_r^2 + (1 - \nu_r^2) \frac{E_t}{E_s}} \right)$

한 소성 좌굴응력을 구하였다.

축방향으로 하중을 받는 평판에서 축하중을 받는 평판에 대한 소성 좌굴응력은

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 k \eta E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (4)$$

여기서, η 는 소성 효과를 받는 항들의 변화를 모두 포함하고 있기 때문에 다른 값들은 항상 탄성 값이다.

경계조건이 자유, 단순지지, 고정 이 세 가지의 조합으로 이루어지는 경우에 대한 k 의 값을 표 1에 표시하였다. 또한 Stowell¹⁰⁾은 각 경계조건에 대한 η 값을 구하였으며 그 값을 Table 2에 표시하였다.

2.2 가공경화 효과

Ramberg-Osgood¹¹⁾의 식을 이용하여 접선계수를 구하면,

$$\frac{E_t}{E} = \frac{1}{1 + \frac{n(1-m_1)}{m_1} \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_1} \right)^{n-1}} \quad (5)$$

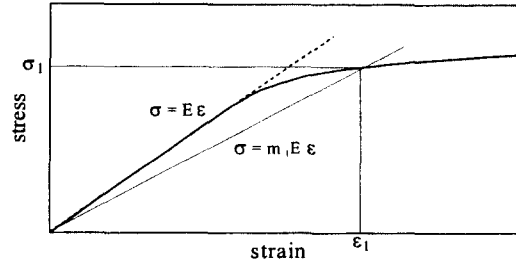


Fig 1 Determination of secant yield strength, σ_1

여기서, σ_{cr} 는 임계응력 혹은 수직응력을 의미한다. 시컨트 계수(secant modulus)는 다음과 같다.

$$\frac{E_s}{E} = \frac{\sigma_x}{\epsilon_x E} = \frac{1}{1 + \frac{(1-m_1)}{m_1} \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_1} \right)^{n-1}} \quad (6)$$

Fig. 1은 이상화된 응력 변형률선도를 도시한 것이다.

한 예로 4변이 단순지지된 판에 대한 소성 좌굴응력은 식(5)와 식(6)을 η 에 대입하고 4변이 단순지지되었을 때의 k 값 4를 식 4에 대입하여 다시 쓰면 아래와 같다.¹²⁾

$$\sigma_{cr} = \left(\frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \right) \frac{m_1}{\left[m_1 + (1-m_1) \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_1} \right)^{n-1} \right]} \times \left[2 + 2 \left(\nu_r^2 + (1-\nu_r^2) \frac{m_1 + (1-m_1) \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_1} \right)^{n-1}}{m_1 + n(1-m_1) \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_1} \right)^{n-1}} \right)^{1/2} \right] \quad (7)$$

2.3 모자형 단면부재의 소성좌굴

모자형 단면부재의 소성 좌굴응력은 다양한 경계조건을 가진 판의 조합에 대하여 각각의 판의 압괴강도(cripling strength)의 합은 전체의 압괴강도의 합으로서 구할 수 있다는 가정을 통하여 모자형 단면 부재의 최대 압괴하중을 구하였다.^{13,14)}

Fig. 2와 3는 모자형 단면 부재의 치수를 나타낸 것이다.

Fig. 4와 5는 각각 단일모자형 단면부재와 이중모자형 단면부재를 판 요소로 나누었을 때의 모양을 도식화시킨 것으로 \bigcirc 은 단순지지를 \otimes

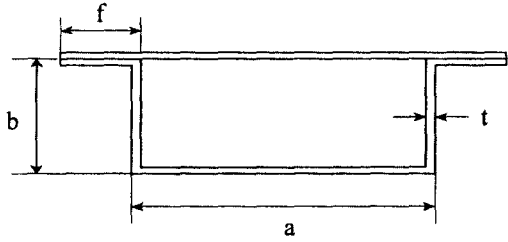


Fig. 2 Section of single hat type tube specimen

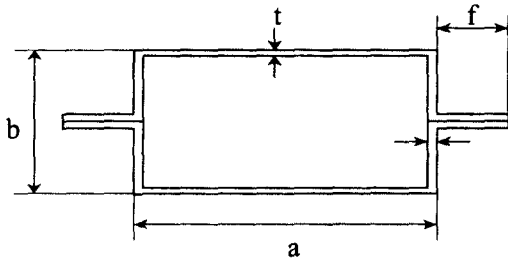


Fig. 3 Section of double hat type tube specimen

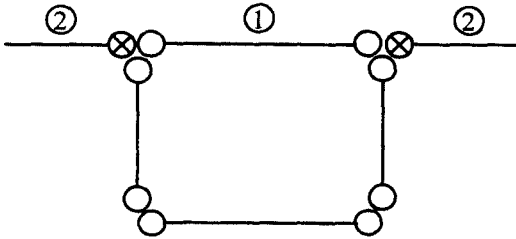


Fig. 4 Panel element of single hat type member

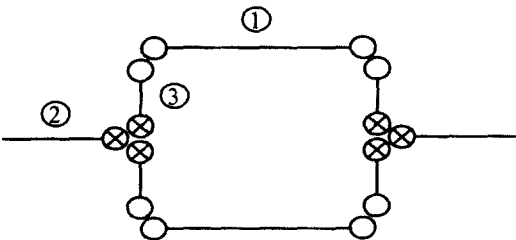


Fig. 5 Panel element of double hat type member

은 고정을 나타내고 아무것도 표시하지 않은 부분은 자유단을 의미한다.

①, ②, ③번 판의 좌굴응력은 Fig. 8로부터 각 판의 t/b 에 해당하는 그래프를 따라 응력(σ_{cr})을 구한다. 이로부터 구해진 판의 소성 좌굴응력은

식(7)과 Table 1, 2를 통하여 표현할 수 있으며 여기에 단면적을 곱하여 P_{max} 를 구하는데 단일모자형의 경우는 다음과 같다.

$$P_{max} = 4 \times A_1 \times \sigma_{cr,1} + 2 \times A_2 \times \sigma_{cr,2} \quad (8)$$

또한 이중모자형의 경우는 다음과 같다.

$$P_{max} = 2 \times A_1 \times \sigma_{cr,1} + 2 \times A_2 \times \sigma_{cr,2} + 4 \times A_3 \times \sigma_{cr,3} \quad (9)$$

2.4 모자형 단면부재의 압괴특성

Bleich⁵⁾는 단순 지지된 plate의 중앙부에 보강판(stiffener)에 의해 보강된 판의 좌굴 모드(mode)를 대칭(symmetric)모드와 비대칭(antisymmetric)모드로 나누었다. 그는 보강판과 판의 굽힘 강성(flexural rigidity)의 비와 면적의 비를 통하여 좌굴 모드의 분기 값을 다음의 식으로 제시하였다.

$$\gamma_0 = \frac{(16/\pi^2)(a/n)^3}{\frac{1}{x_1 b} \tanh \frac{x_1 b}{2} + \frac{1}{x_2 b} \tanh \frac{x_2 b}{2} + 16(\frac{a}{n})^2 \delta} \quad (10)$$

여기서, $x_1 = \frac{n\pi}{ab} \sqrt{\mu+1}$, $x_2 = \frac{n\pi}{ab} \sqrt{\mu-1}$ $a=l/d$,

$\mu = b \frac{\alpha}{n\pi} \sqrt{\frac{\sigma_{cr} t}{D}}$, $\delta = 2f/b$, $\gamma = \frac{EI}{bD}$, 그리고 D는 굽힘 강성이다.

식(10)은 이중모자형 단면부재의 플랜지부가 있는 판과 플랜지에 의하여 결정되는 값으로 $\gamma > \gamma_0$ 일 경우 붕괴모드는 비대칭모드이고 단일모자형 단면부재의 붕괴모드는 항상 대칭모드이다. Fig. 6은 이중모자형 단면부재의 대칭모드와 비대칭모드의 예를 나타낸 것이다.

3. 실험 및 결과

3.1 최대압괴하중

본 연구에 사용된 시험편은 SCP1 냉간 압연강판이다. 시험편의 치수는 아래 표 3와 같다.

Fig. 7은 실제 실험한 인장시험결과로부터 소성감소계수(η)를 고려하여 얻은 결과이다.

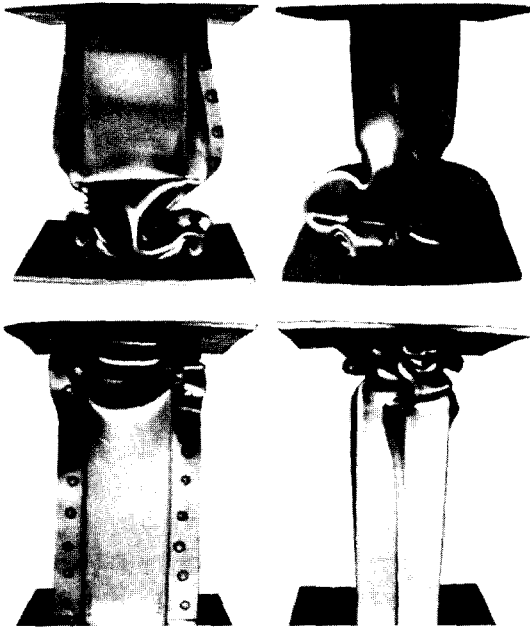


Fig. 6 Photograph of a symmetric and antisymmetric buckling mode of double hatted section tube

Table 3 Dimensions of hatted type specimens

Specimen type	a(mm)	b(mm)	t(mm)	f(mm)	l(mm)	A(mm ²)
SH 50-10	50	50	1.2	10	250	288
SH 50-20	50	50	1.2	20	250	336
SH 60-10	60	60	1.2	10	250	336
DH 50-10	50	50	1.2	10	250	288
DH 50-20	50	50	1.2	20	250	336
DH 60-10	60	60	1.2	10	250	336

Table 4는 다양한 경계조건에 대하여 P_{max} 를 구한 것이다. 이 P_{max} 를 이용하여 모자형 단면에 대한 P_{max} 를 구하면 Table 5와 같다.

Table 6은 이러한 과정을 거쳐 구한 이론 값과 실험 값을 비교한 것이다.

Fig. 8와 9에서 같은 치수를 가지는 단일모자형과 이중모자형을 비교해 보면 단면적이 같음에도 불구하고 P_{max} , σ_{cr} 모두 이중모자형의 경우가 더 큰 값을 갖는다. 플랜지 길이 $f=20$ 일 때

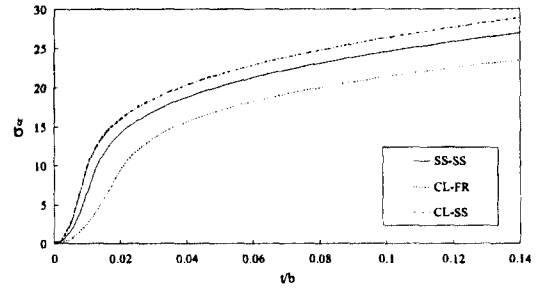


Fig. 7 The Plastic buckling stress to thickness to width ratio for plate($E=18326\text{kgf}$, $\sigma_y=19.17\text{kgf/mm}^2$, $\sigma_x=31.1\text{kgf/mm}^2$, $m_1=0.01$, $n=7.5$)

Table 4 Critical stress and load of plate to various boundary condition

B.C	t(mm)	b(mm)	t/b	$\sigma_{cr}(\text{khf/mm}^2)$	$P_{max}(\text{kgf})$
SS-SS	1.2	50	0.024	15.54	932.40
	1.2	60	0.020	14.23	1024.56
CL-FR	2.4	10	0.240	27.30	655.20
	2.4	20	0.120	22.53	1081.44
CL-SS	1.2	25	0.048	21.46	643.80
	1.2	30	0.040	20.33	731.88

Table 5 Maximum load of each specimen and the process

Specimen	Process	$P_{max}(\text{kgf})$
SH 50-10	$4 \times 932.4 + 2 \times 655.2$	5040.0
SH 50-20	$4 \times 932.4 + 2 \times 1081.44$	5892.5
SH 60-10	$4 \times 1024.56 + 2 \times 655.2$	5408.6
DH 50-10	$2 \times 932.4 + 2 \times 655.2 + 4 \times 643.8$	5750.4
DH 50-20	$2 \times 932.4 + 2 \times 1081.44 + 4 \times 643.8$	6602.9
DH 60-10	$2 \times 1024.56 + 2 \times 655.2 + 4 \times 731.88$	6287.0

가 $f=10$ 일 때에 비해 단면적이 더 넓으므로 P_{max} 은 더 크지만, 이를 단면적으로 나누어 응력으로 환산했을 경우에는 그 값의 차이가 거의 없다.

Fig. 10와 11는 $a=50$, $b=50$, $f=10$ 인 모자형 단면 부재에서 두께 t 에 따른 최대압괴하중과 좌굴 응력의 이론값을 그래프로 표시하고 이를 실험 값과 함께 비교한 것이다.

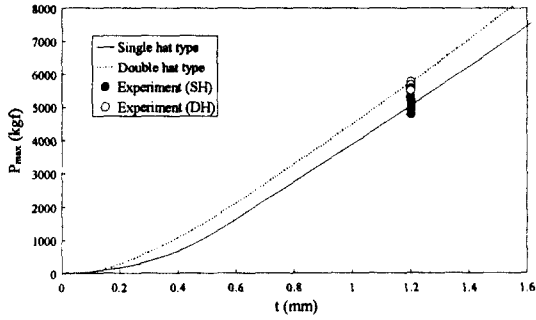


Fig. 8 Maximum load, P_{max} , versus flange length, f , for 50×50 type

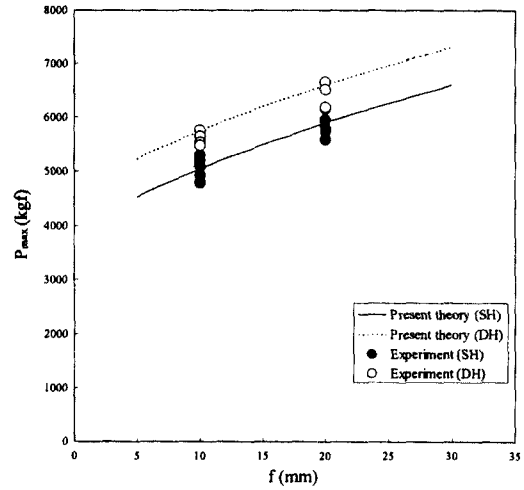


Fig. 9 Critical stress, σ_{cr} , versus flange length, f , for 50×50 type

Table 6 Comparison of maximum load of hat type members

Specimen	a (mm)	b (mm)	t (mm)	f (mm)	P_{max} (kgf)		Dev (%)
					Exp.	Theory	
SH50-10	50	50	1.2	10	4931	5040.0	-2.16
	50	50	1.2	10	5200	5040.0	3.17
	50	50	1.2	10	4791	5040.0	-4.94
	50	50	1.2	10	5294	5040.0	5.04
SH50-20	50	50	1.2	20	5950	5892.5	0.98
	50	50	1.2	20	5775	5892.5	-1.99
	50	50	1.2	20	5594	5892.5	-5.07
	50	50	1.2	20	5803	5892.5	-1.52
SH60-10	60	60	1.2	10	5453	5408.6	0.82
	60	60	1.2	10	5265	5408.6	-2.66
	60	60	1.2	10	5409	5408.6	0.01
	60	60	1.2	10	5335	5408.6	-1.36
DH50-10	50	50	1.2	20	5759	5750.4	0.15
	50	50	1.2	20	5647	5750.4	-1.80
	50	50	1.2	10	5541	5750.4	-3.64
	50	50	1.2	10	5484	5750.4	-4.63
DH50-20	50	50	1.2	20	6659	6602.9	0.85
	50	50	1.2	20	6531	6602.9	-1.09
	50	50	1.2	20	6163	6602.9	-6.66
	50	50	1.2	20	6194	6602.9	-6.19
DH60-10	60	60	1.2	10	5884	6287.0	-6.41
	60	60	1.2	10	6053	6287.0	-3.72
	60	60	1.2	10	6197	6287.0	-1.43
	60	60	1.2	10	6128	6287.0	-2.53
	60	60	1.2	20	6088	6287.0	-3.17

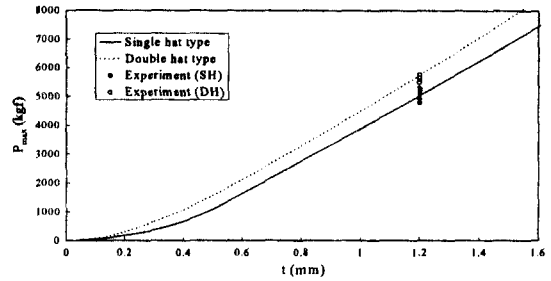


Fig. 10 Maximum load, P_{max} , versus thickness, t , for $50 \times 50 \times 10$ type

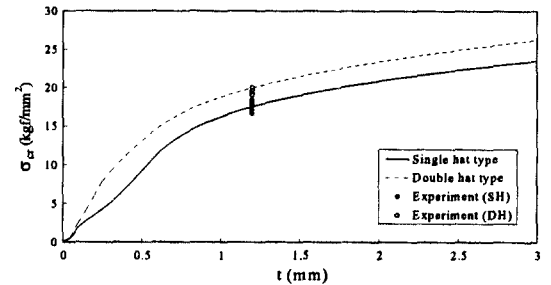


Fig. 11 Critical stress, σ_{cr} , versus thickness, t , for hatted section tubes

두께 t 가 증가하면 P_{max} 는 급격하게 증가하게 된다. 그러나 응력의 입장에서 보면 처음에는 급격하게 증가하다가 두께가 어느 정도 이상이 되

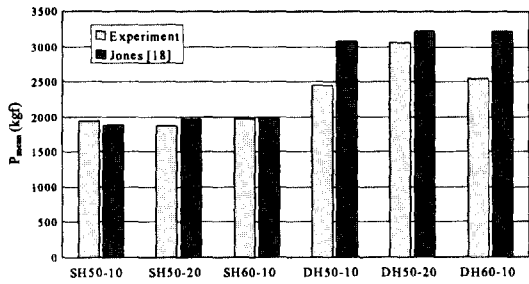


Fig. 12 Comparison of theory and experiment of mean load

면 거의 증가하지 않게 된다. 이는 4각 튜브의 소성좌굴 연구에서와 비슷한 현상이다.

3.2 평균압괴하중

Fig. 12는 실험한 모든 시편에 대한 실험 값과 Jones¹⁵⁾가 제시했던 평균압괴하중과 소성좌굴에 의하여 구한 평균압괴하중을 비교한 그래프이다.

Jones는 SE(Suprefolding Element) 및 가공경화를 고려하여 단일 모자형과 이중모자형의 평균 압괴하중을 구하였다. Jones는 모자형 단면부재의 주름이 연속적인 경우에는 유용하게 사용할 수 있으나 불규칙한 주름이 형성될 때는 오차가 커진다. 그러므로 모자형 단면부재의 압괴는 후폭비에 따른 탄성좌굴 또는 소성좌굴에의 가부와 특히 이중모자형의 경우 플랜지와 폭과의 비에 의하여 좌굴 모드가 결정되므로 이 좌굴 모드에 대한 명확한 고찰이 이루어지지 않는 한 그 이론의 유용성은 제한적이다. 또한 이 그림은 소성좌굴이론을 사용하였을 경우보다 정확한 값을 나타냄을 보여주고 있다.

4. 결론

본 논문에서는 박판 상형부재의 대표적 부재인 단일모자형 단면부재와 이중모자형 단면부재의 압괴에 대하여 연구하였다. 모자형 단면부재의 최대압괴하중은 부재의 소성좌굴에서 발생한다고 가정하였으며 모자형 단면을 이루는 각 판 요소의 경계조건을 고려하여 소성좌굴 하중식을 유도하였다. 본 모자형 단면부재의 소성

좌굴 하중을 검증하기 위하여 실험을 실시하였으며 이론과 잘 일치한다. 또한 본 연구에 의하면 모자형 단면의 압괴 모드는 후폭비와 플랜지와 폭과의 관계에 의하여 결정지어지며 Jones의 이론은 이중 한정된 부분에서의 평균압괴하중을 구할 수 있을 뿐이다. 본 연구를 요약하면, 1) 단일 모자형의 플랜지는 최대압괴하중을 증가시키는 하지만 4각 튜브의 압괴거동과 거의 일치하며, 2) 이중 모자형 단면부재의 압괴는 플랜지부가 하중을 더할 뿐만 아니라 사각튜브의 경계조건에도 영향을 주어 압괴모드에도 영향을 미치며, 3) 본 연구에서 측정된 이중모자형 단면부재의 평균압괴 하중은 규칙적인 주름이 형성된다고 가정한 Jones 등의 이론 값의 제한적 유효성을 보여준다.

후 기

본 논문은 1999년도 한국학술진흥재단의 대학교수 해외파견 연구지원에 의하여 연구되었으며 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

- 1) 49 CFR, Part 571, FMVSS 208, Occupant Crash Protection, DOT, NHTSA, USA.
- 2) C. J. Kahane, "Correlation of NCAP Performance with Fatality Risk in Actual Head-On Collision," Report No. DOT HS 808 061, Washington.
- 3) Directive 96/79/EC, The Protection of Occupants of Motor Vehicles, Official Journal of the European Communities, 1996.
- 4) S. T. Timoshenko, J. M. Gere, Theory of Elastic Stability, 2nd Edition, McGraw-Kill Book Co., New York, 1961.
- 5) F. Bleich, Buckling Strength of Metal Structures, McGraw-Hill Book Co., New York, 1952.
- 6) G. Gerard, Introduction to Structural Stability Theory, McGraw-Hill Book Co., New York, 1962.
- 7) C. L. Magee, P. H. Thornton, "Design Considerations in Energy Absorption by Structural Col-

- lapse," SAE 780434, 1978.
- 8) N. Aya, K. Takahashi, "Energy Absorption Characteristics of Vehicle Body Structure," Transactions of the Society of Automotive Engineers of Japan, No.7, 1974.
 - 9) W. Abramowicz, "The Effective Crushing Distance in Axially Compressed Thin-Walled Meta Columns." Int J. Impact Eng., Vol.1, No.3, pp. 309-317, 1983.
 - 10) E. Z. Stowell, "A Unified Theory of Plastic Buckling of Columns and Plates," NACA Technical Note, No.1556, 1948.
 - 11) W. Ramberg, W. R. Osgood, "Description of Stress-Strain Curves by Three Parameters," NACA TN 902, 1943.
 - 12) 김천욱, 한병기, 김종민, "압축하중을 받는 박판4각튜브의 소성좌굴 연구," 대한기계학회 2000년 춘계학술대회, 2000.
 - 13) M. Tani, A. Funahashi, "Energy Absorption by the Plastic Deformation of Body Structural Members," SAE 780368, 1978.
 - 14) 김종민, "모자형 단면부재의 압괴특성 연구," 연세대학교 대학원 석사학위 논문, 2000.
 - 15) M. D. White, N. Jones, W. Abramowicz, "A theoretical Analysis for the Quasi-static Axial Crushing of Top-hat and Double-hat Thin-walled Sections," International Journal of Mechanical Sciences 41, pp.209-233, 1999.