

## 論文

### 다분야 층별 이론에 기초한 원통형 압전적층 켈의 공력열탄성학적 해석

오일권\*, 신원호\*\*, 이인\*\*\*+

### Aerothermoelastic Analysis of Cylindrical Piezolaminated Shells Based on Multi-field Layerwise Theory

Il-Kwon Oh\*, Won-Ho Shin\*\*, In Lee\*\*\*+

#### ABSTRACT

For the aerothermoelastic analysis of cylindrical piezolaminated shells, geometrically nonlinear finite elements based on the multi-field layerwise theory have been developed. Applying a Han Krumhaar's supersonic piston theory, supersonic flutter analyses are performed for the cylindrical piezolaminated shells subject to thermal stresses and deformations. The possibility to increase flutter boundary and reduce thermoelastic deformations of piezolaminated panels is examined using piezoelectric actuations. Results show that active piezoelectric actuations can effectively increase the critical aerodynamic pressure by retarding the coalescence of flutter modes and compensating thermal stresses.

#### 초 록

압전재가 부착된 원통형 패널의 공력열탄성학적인 해석을 수행하기 위하여, 다분야 층별 이론에 기하학적 비선형 유한 요소를 개발하였다. Han Krumhaar의 초음속 피스톤 이론을 적용하여 압전재가 부착된 원통형 패널에 대하여 열하중과 열변형에 따른 초음속 플러터 해석을 수행하였다. 플러터 임계동압을 증가시키고, 압전재 층의 열탄성학적 변형을 줄이는 가능성에 대하여 압전 작동기를 사용하여 검토하였다. 이 논문의 해석 결과들은 압전 작동기가 플러터 모드의 병합을 늦추고, 열하중을 상쇄하여 임계 동압을 효과적으로 증가시킬 수 있음을 보였다.

#### 1. 서 론

정적 및 동적 안정성을 향상 시키는 스마트 관련 기술의 개발은 시스템의 능동, 반 능동 제어로의 응용을 유발하였다. 실제 공기 중을 고속으로 비행하는 항공기나 전투기 같은 경우, 고온에 의한 열응력이나 열변형에 의해 정적 및 동적 안정성을 크게 저하시킬 수 있는 것으로 알려져 있고, 이러한 열 변형이나 열응력을 상쇄시키기 위하여 고온용 압전재나 기억형상합금의 적용하려는 시도들이 있었다. 그러나 여러 가지 스마트 재료 중에 특히 압전 재료

는 진동 및 형상제어를 위한 많은 모델링에 대한 연구가 이루어졌음에도 불구하고, 열압전탄성 거동에 대한 연구 사례는 아직 미비한 편이다. 기존의 연구 사례들을 살펴보면, Meressi와 Paden[1]은 보의 효과적인 좌굴 제어를 위해 LQR 제어기를 설계하였고, Tompson과 Loughlan[2]은 표면에 압전재를 접착한 보의 능동 좌굴 제어 실험을 수행하였다. Faria와 Almeida[3]는 압전재 작동기를 사용하여 형상적 결함을 가지는 복합재 보의 전좌굴(pre-buckling) 거동을 향상시키는 연구를 수행하였다. Oh와 Han과 Lee[4,5]는 층별 비선형 유한 요소를 사용하여 압전재가 부착된 평판에 대

\* LG전자 DA연구소

\*\* 한국과학기술원 기계공학과 항공우주공학전공

\*\*\*+ 한국과학기술원 기계공학과 항공우주공학전공, 교신저자(E-mail:inlee@asdl.kaist.ac.kr)

하여 압전열탄성학적인 좌굴 후(post-buckling) 거동과 스냅-스루(snap-through) 현상을 보고하였다. 그들은 열적 좌굴 변형을 억제 위한 과도한 압전 작동에 기인하는 스냅-스루 같은 2차 불안정성이 발생할 수 있음을 처음으로 규명하였다.

압전재를 사용한 공력탄성학적인 안정성 향상에 대한 연구 사례들을 살펴보면, Ehlers와 Weisshaar[6]는 변형율로부터 유발된 압전 이방성을 적용하여 발산과 양력 효율을 공력탄성학 거동으로 바꾸었다. Song과 Librescu, Rogers[7]는 횡 방향 전단응력과 2차 굽힘을 고려하여 능동 충돌로 보강된 얇은 복합재 보의 날개 모델을 연구하였고, Lin과 Crawley[8]는 LQR 제어기와 변형율 유발 압전 작동력으로 공력탄성학적 제어를 연구하기 위해 Rayleigh-Ritz 접근법에 기초한 해석 모델을 개발하였다. Scott과 Weisshaar[9]는 압전 작동기와 센서를 사용한 선형 패널 플러터 제어를 제안하였고, Zhou[10] 등은 비선형 패널 플러터의 효과적인 억제에 대하여 연구하였다.

Frampton과 Clark, Dowell[11]은 천음속과 아음속 전 영역에 대하여 적합한 선형 포텐셜 공력 이론을 포함하는 패널 플러터의 능동제어에 대하여 연구하였고, Dongi와 Dinkler, Kroplin[12]은 공력 강성의 능동적인 상쇄를 통해 패널 플러터를 억제할 목적으로 센서 기능을 겸비한 압전 작동기로부터 출력 되먹임 제어를 사용하였다. 최근 Suleman[13]은 압전재를 사용하여 복합재 켈에 대하여 초음속 플러터 억제와 소음 제어에 대하여 연구하였다. 열하중을 받는 곡률을 가진 외피 구조물에 대한 능동 플러터 억제가 보다 현실적인 적용성을 가지고 있지만 대부분의 스마트 구조물의 공력탄성학적인 향상에 대한 연구 사례들은 평판에 국한되어 있다. 본 연구에서는 다분야 층별 이론을 사용하여 열하중을 받고 있는 압전재가 부착된 원통형 패널의 초음속 플러터에 대한 연구를 수행하였다.

## 2. 층별 변위 압전적층판 모델

### 2.1 유한요소 정식화

압전재의 선형 구성 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{ij}E_k - \hat{\alpha}_{ij}\Delta T \quad (1)$$

$$D_i = e_{ikl}\varepsilon_{kl} + \varepsilon_{ik}E_k + p_i\Delta T \quad (2)$$

여기서  $\varepsilon_{kl}$ ,  $E_k$ ,  $\Delta T$ 는 각각 변형율, 전기장, 온도 변화량이고,  $C_{ijkl}$ ,  $e_{kl}$ ,  $\varepsilon_{ik}$ 는 각각 강성, 압전 상수, 유전율 계수를 의미한다. 그리고  $\hat{\alpha}_{ij}$ ,  $p_i$ 는 열-기계(thermal-mechanical) 상수와 열-압전(thermal-piezoelectric) 상수를 나타낸다. 여기서, 전기장  $E_k$ 는 전기 포텐셜(electric potential)  $\Phi$ 와 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$E_i = -\Phi_i \quad (3)$$

여기서 가상 변위와 전기 포텐셜을 사용하여 다음과 같은 압전재의 변분된 에너지 방정식을 얻을 수 있다.

$$\int_V (\sigma_{ij,j} + f_i - \rho\ddot{u}_i) \delta u_i dV + \int_V (D_{i,i} - q) \delta \varphi dV = 0 \quad (4)$$

식 (4)에 부분 적분을 수행하고 다이버전스 이론(divergence theorem)을 적용하면 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$\underbrace{-\int_V \rho\ddot{u}_i \delta u_i dV - \int_V (\sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} - D_i \delta E_i) dV}_{\delta I (Kinetic Energy)} + \underbrace{\int_V f_i \delta u_i dV + \int_S \tau_i \delta u_i dS - \int_V q \delta \varphi dV - \int_S Q_E \delta \varphi dS}_{\delta W (External Works)} = 0 \quad (5)$$

여기서  $\tau_i$ 와  $Q_E$ 는 표면 마찰과 표면 전기 총전량(electric surface charge)이다.

다분야 층별 이론에 기초하여 Fig. 1의  $x-\phi-z$  좌표계의 탄성 변위( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ), 전기 포텐셜과 온도장을 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

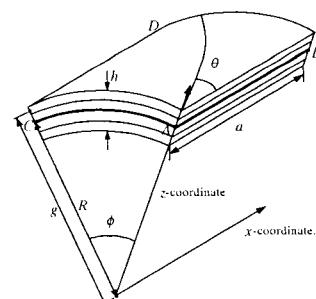


Fig. 1 Geometry of cylindrical composite shell.

$$u_1 = u(x, \phi, z, t) = \sum_{J=1}^{N_i} U^J(x, \phi, t) \Phi^J(z) \quad (6)$$

$$\gamma_{\phi z} = \frac{\partial w}{g \partial \phi} + \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{v}{g} = \frac{\partial W}{g \partial \phi} + \sum_{J=1}^{N_i} V^J \frac{d \Phi^J}{dz} - \sum_{J=1}^{N_i} \left( \frac{V^J}{g} \right) \Phi^J \quad (14)$$

$$u_2 = v(x, \phi, z, t) = \sum_{J=1}^{N_i} V^J(x, \phi, t) \Phi^J(z) \quad (7)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial W}{\partial x} + \sum_{J=1}^{N_i} U^J \frac{d \Phi^J}{dz} \quad (15)$$

$$u_3 = w(x, \phi, z, t) = W(x, \phi, t) \quad (8)$$

$$\Delta T(x, \phi, z, t) = \sum_{J=1}^{N_i} \Delta T^J(x, \phi, t) \Phi^J(z) \quad (9)$$

$$\varphi(x, \phi, z, t) = \sum_{J=1}^{N_i} \varphi^J(x, \phi, t) \Phi^J(z) \quad (10)$$

여기서  $U^J$ ,  $V^J$ ,  $\Delta T^J$  와  $\varphi^J$  는 각각  $J$ 번째 층에서의 축방향과 원주 방향의 변위, 온도 변화량, 전기 포텐셜을 의미한다;  $N_i$ 는 요소  $i$ 에서의 두께 방향에 따른 면내 변위의 자유도수를 의미하고,  $\Phi^J(z)$ 는 라그랑지 보간 함수(Lagrange interpolation function [14])이다. 현재의 다분야 층별변위이론은 면내 변위, 온도분포 그리고 전기 포테셜을 층별로 기술할 수 있어 스텝된 구조나 이종재료로 이루어진 하이브리드 패널의 거동을 정교하게 기술할 수 있는 모델이며 또한 다양한 하중들의 복잡한 형태도 고려할 수 있는 장점을 가지고 있다.

공력과 압전열탄성 하중에 의한 대변형을 고려하여 변형율과 변위 간의 von-Karman의 비선형 관계식을 적용하면 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 = \sum_{J=1}^{N_i} \frac{\partial U^J}{\partial x} \Phi^J + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial W}{\partial x} \right)^2 \quad (11)$$

$$\epsilon_{\phi\phi} = \frac{\partial v}{g \partial \phi} + \frac{w}{g} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{g \partial \phi} \right)^2 = \sum_{J=1}^{N_i} \frac{\partial V^J}{g \partial \phi} \Phi^J + \frac{W}{g} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial W}{g \partial \phi} \right)^2 \quad (12)$$

$$\gamma_{\psi\psi} = \frac{\partial u}{g \partial \phi} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{g \partial \phi} = \sum_{J=1}^{N_i} \left( \frac{\partial U^J}{g \partial \phi} + \frac{\partial V^J}{\partial x} \right) \Phi^J + \frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial W}{g \partial \phi} \quad (13)$$

원통형 구조물의 곡률의 효과를 고려한 Hans Krumhaar's 보완된 초음속 피스톤 이론[15]에 기초하여 공력 강성과 감쇠 행렬을 다음 식과 같은 공력 하중  $\Delta P$ 에 의한 가상 일 정리로부터 유도할 수 있다.

$$\Delta P = -\frac{\kappa P_\infty M^2}{\sqrt{M^2 - 1}} \left\{ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{Ma_\infty} \left( \frac{M^2 - 2}{M^2 - 1} \right) \frac{\partial w}{\partial t} - \frac{1}{2R\sqrt{M^2 - 1}} w \right\} \\ = -\beta \frac{\partial w}{\partial t} - \mu \frac{\partial w}{\partial t} + \gamma w \quad (16)$$

여기서  $M$ 은 마하 수,  $u$ 는 자유 유동 속도이다.  $\beta$ 와  $\mu$ ,  $\gamma$ 는 각각 동압 변수, 감쇠 변수, 반경 계수이다.  $w$ 는 패널의 표면의 횡 방향 변위이다. 여기서, 유한 요소의 노드 변위에서의 공기력을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\mathbf{F}^{\Delta P} = -\beta \mathbf{A}_\beta \mathbf{u} - \mu \mathbf{A}_\mu \dot{\mathbf{u}} + \gamma \mathbf{A}_\gamma \mathbf{u} \quad (17)$$

두께 방향으로 선형의 전기 포텐셜을 가정하면, 유도된 포텐셜(induced potential)은 무시할 수 있게 되고, 전기-역학 간의 상관 함수가 편도 함수가 된다. 특히, 단순 작동기 모델에 대해서는 전기장의 변화가 없고 전기 충전량이 대개 고려되지 않기 때문에 선형 포텐셜을 가정한 압전열탄성 방정식은 기존의 헤밀턴의 원리(Hamilton's principle)를 사용하면 쉽게 얻어진다. 라그랑지 형상함수와 유한요소 조합과정을 거치면 다음과 같은 전체 비선형 유한 요소 지배방정식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mu \mathbf{A}_\mu \dot{\mathbf{u}} + \begin{pmatrix} \mathbf{K0} + \beta \mathbf{A}_\beta - \gamma \mathbf{A}_\gamma - \mathbf{K}^{\Delta T} \\ -\mathbf{K}^P + \frac{1}{2} \mathbf{KN1} + \frac{1}{3} \mathbf{KN2} \end{pmatrix} \mathbf{u} = \mathbf{F}^{\Delta T} + \mathbf{F}^P \quad (18)$$

공력압전열탄성 변위와 선형 플러터 경계를 해석하기 위해 식 (18)의 해를 다음과 같이  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_s + \mathbf{u}_t$ , 시간-종속적

인 해와 시간-독립적인 해의 합으로 가정한다. 여기서  $\mathbf{u}_s$ 는 정적 대변형이고,  $\mathbf{u}_t$ 는 작은 진폭을 가지는 시간 종속적인 해이다. 공력압전열탄성 변위를 계산하기 위하여 Newton-Raphson 반복법을 사용하였다. ( $i+1$ )번째에서의 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{K}\mathbf{0} + \beta\mathbf{A}_\beta - \gamma\mathbf{A}_\gamma - \mathbf{K}^{\Delta T} - \mathbf{K}^P \\ + \mathbf{K}\mathbf{N1}(\mathbf{u}_s^i) + \mathbf{K}\mathbf{N2}(\mathbf{u}_s^i) \end{pmatrix} \Delta\mathbf{u}_s^{i+1} = \Delta\mathbf{F}^i \quad (19)$$

여기서

$$\Delta\mathbf{F}^i = \mathbf{F}^{\Delta T} + \mathbf{F}^P - \begin{pmatrix} \mathbf{K}\mathbf{0} + \beta\mathbf{A}_\beta - \gamma\mathbf{A}_\gamma - \mathbf{K}^{\Delta T} - \mathbf{K}^P \\ + \frac{1}{2}\mathbf{K}\mathbf{N1}(\mathbf{u}_s^i) + \frac{1}{3}\mathbf{K}\mathbf{N2}(\mathbf{u}_s^i) \end{pmatrix} \mathbf{u}_s^i \quad (20)$$

식 (19)을 풀면, ( $i+1$ )번째의 변위는 다음과 같이 결정된다.

$$\mathbf{u}_s^{i+1} = \mathbf{u}_s^i + \Delta\mathbf{u}_s^{i+1} \quad (21)$$

여기서  $\mathbf{u}_s^{i+1}$ 와  $\Delta\mathbf{u}_s^{i+1}$ 는 ( $i+1$ )번째 반복 계산에서의 정적 변위와 증분 변위를 나타낸다.

비대칭 공기력 행렬의 전체의 방정식은 높은 자유도와 많은 계산 시간 및 비용이 소요된다. 계산시간과 비용을 줄이기 위해서, 본 연구에서는 선형 플러터 속도를 찾기 위하여 모드 축약을 적용하였다. 모드 벡터는 아래의 고유치 방정식으로부터 계산하였다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}\mathbf{0} - \mathbf{K}^{\Delta T} - \mathbf{K}^P - \omega^2\mathbf{M} \\ + \mathbf{K}\mathbf{N1}(\mathbf{u}_s) + \mathbf{K}\mathbf{N2}(\mathbf{u}_s) \end{bmatrix} \Psi = \mathbf{0} \quad (22)$$

모드 접근법을 사용한 축약된 플러터 방정식은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{M}^* \ddot{U} + \mathbf{K}(\beta, \mathbf{u}_s)^* U = \mathbf{0} \quad (23)$$

여기서

$$\mathbf{M}^* = \Psi^T \mathbf{M} \Psi \quad (24)$$

$$\mathbf{K}(\beta, \mathbf{u}_s)^* = \Psi^T \begin{pmatrix} \mathbf{K}\mathbf{0} + \beta\mathbf{A}_\beta - \gamma\mathbf{A}_\gamma - \mathbf{K}^{\Delta T} - \mathbf{K}^P \\ + \mathbf{K}\mathbf{N1}(\mathbf{u}_s) + \mathbf{K}\mathbf{N2}(\mathbf{u}_s) \end{pmatrix} \Psi \quad (25)$$

해석 결과의 표기 용이성을 위해서 다음과 같이 무차원 변수들을 정의하였다.

$$\beta^* = \beta \frac{a^3}{D}, \quad \omega^* = \omega_i \sqrt{a^4 \frac{\rho c}{D}} \quad (26)$$

여기서  $\beta^*$ 과  $\omega^*$ 은 무차원 동압과 무차원 주파수를 의미한다.  $a$ 와  $h$ 는 축 방향의 길이와 패널의 두께를 나타내고,  $D$ 는 이방성 재료의  $D = E_2 h^3$  경우 형태로 표시되는 패널의 강도이다.

## 2.2 유한요소 해석 프로그램의 검증

한쪽 면에 PZT-4층이 부착된 [P/45/-45/0]s로 적층된 원통형 복합재 외팔 보에 대하여 해석을 수행하였다. 해석에 사용된 물성치들은 Table 1에 정리하였다. 각 층의 두께는 0.24mm, 압전재 층의 두께도 0.24mm로 정의하였다. 원주 방향의 길이( $b = R\phi = 0.314m$ )를 정의하고 종횡 비( $b/a=5$ )를 일정하게 유지하였다. 쉘의 거동에 미치는 곡률의 영향을 고찰하기 위해서 적층 패널 중간면까지의 거리, 반경  $R$ 을 변화시키면서 해석을 수행하였다. 쉘의 형상은 Fig. 2에서처럼 원통형 좌표계를 갖는다.

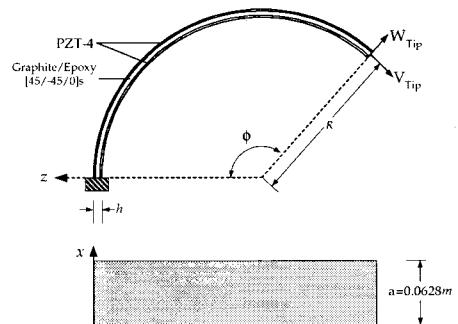


Fig. 2 Circular cantilever shell with piezoelectric active layers.

압전재의 자유면에 100V의 전압을 걸어주어 유발된 응답은 결국은 out-of-phase 상태가 된다. 쉘 끝 단의 변위에 미치는 곡률( $h/R$ )의 영향을 Fig. 3에 도식화 하였다. Saravacos [16]의 MPST(Mixing layerwise electric Potential field with first order Shear displacement Theory) 해석 결과와 본 해석 결과들을 비교하였다.

다분야 총별 이론으로 해석한 본 결과들이 Saravacos의

해석 결과들과  $0.0 \leq h/R \leq 0.006$ 의 구간에서 잘 일치하고 있음을 보여준다. 그러나 곡률이 더 증가하게 되면 면내 및 횡 방향 변위 모두 MPST의 결과보다 현재의 결과가 더 유연한 값을 주고 있음을 알 수 있다. 현재의 유한요소모델은 지그-재그 면내 자유도를 고려하고 있어 하이브리드 적층구조에 적합하며 기존 단일층 이론에 근거한 Saravacos의 결과보다 정확하다고 할 수 있다.

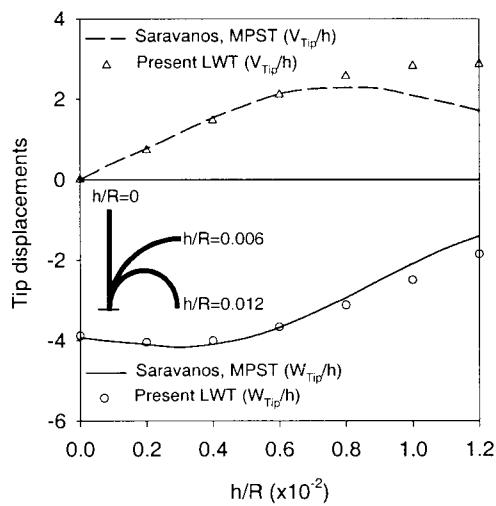


Fig. 3 Effect of curvature on the tip displacements of a piezolaminated shell.

Table 1 Material properties of Graphite-Epoxy, Titanium and PZTs

Properties	Graphite-Epoxy	PZT-5A	Titanium	PZT-4
$E_1(\text{GPa})$	150	63	114	81.3
$E_2(\text{GPa})$	9.0	63	114	81.3
$E_3(\text{GPa})$	9.0	63	114	64.5
$G_{12}(\text{GPa})$	7.1	24.2	43.846	30.6
$G_{13}(\text{GPa})$	7.1	24.2	43.846	25.6
$G_{23}(\text{GPa})$	2.5	24.2	43.846	25.6
$\nu_{12}$	0.3	0.3	0.3	0.329
$\nu_{13}$	0.3	0.3	0.3	0.43
$\alpha_1(10^{-6}/^\circ\text{C})$	1.1	0.9	-	-
$\alpha_2(10^{-6}/^\circ\text{C})$	25.2	0.9	-	-
$d_31(10^{-2}\text{m/V})$	-	$d_{31} = 254$	$\epsilon_{31} = -5.20$	-
or $\sigma_3(C/m^2)$	-	$d_{32} = 254$	$\epsilon_{32} = 15.06$	$\sigma_3 = 12.72$
$\rho(\text{kg/m}^3)$	1600	2600	2768	2600
Room Temp.( $^\circ\text{C}$ )	20	20	20	20

Heyliger[17]등은 압전재가 부착된 원통형 고리에  $(x, \phi, z)$  대하여 연구하였다. Heyliger가 해석한 모델을 Fig. 4에 좌표계에 도식화하였다. 고리의 높이  $H=0.3048\text{m}$ , 내부 반지름  $R_i=0.289\text{m}$ , 전체 두께  $h_t=0.004\text{m}$ 로 설정하였다. 적층은 Titanium과 PZT-4, 두 개의 층을 가지는 것으로 가정하고, Titanium과 PZT-4의 두께 비는 3으로 고정하였다.

형상과 하중이 대칭이므로 셀의 1/4만 유한요소 해석을 수행하였다. 대칭 모델에 대하여  $20 \times 4$ 개의 9절점 요소를 사용하였다. 능동 정적 거동에 대한 검증을 위하여, 두 면 사이의 전압을 다음과 같이 걸어주었다.

$$\text{Case (a)} \quad \varphi(\phi) = 100 \sin |\phi|, \quad 0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{2} \quad (27)$$

$$\text{Case (b)} \quad \varphi(\phi) = 100 \cos |2\phi|, \quad 0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{2} \quad (28)$$

두 경우 모두 내부의 면의 전압은 0으로 고정하였다. Fig. 5에 나타난 것처럼 각각의 경우에 대하여 Heyliger[17]의 결과와 매우 잘 일치함을 알 수 있다. 동적 거동에 관한 검증은 이전 연구[14]에서 이미 수행하였으므로 본 논문에서는 생략한다.

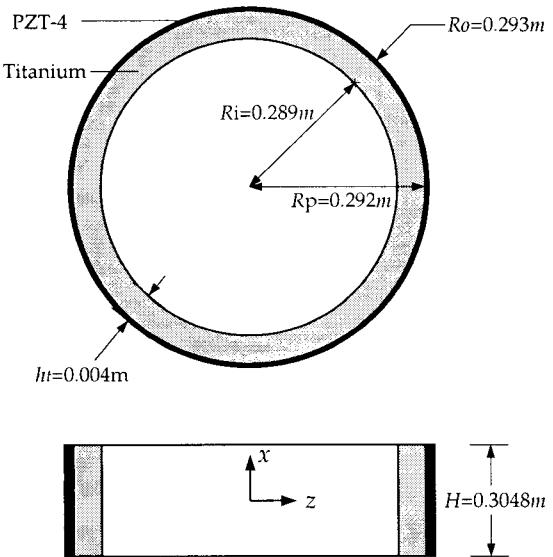


Fig. 4 Domain and geometry of circular cylindrical piezolaminated ring.

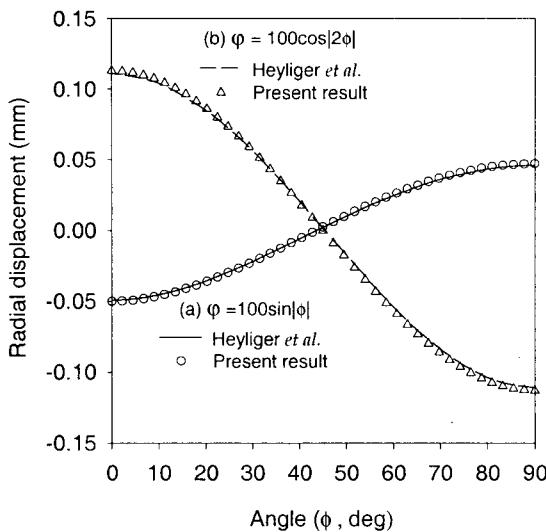


Fig. 5 Radial displacement distributions for applied surface potentials in circular cylindrical piezolaminated ring.

### 3. 압전공력열탄성학적 안정성 해석

본 절에서는 압전재를 이용한 원통형 복합재 패널의 반동 플러터 억제에 대하여 다루고자 한다. Fig. 6과 같이 압전재가 부착된  $[(90_2/0_2)/P]$ 의 적층을 가지는 원통형 패널에 대하여 해석을 수행하였다. 여기서 부착된 압전 작동기에 의한 공기 흐름의 변화를 피하기 위해서, 능동 압전재 층은 원통형 복합재 패널 안 쪽에만 부착시키는 것으로 하 고, 축 방향 길이  $a=1m$ , 반경  $R=0.5m$ , 사잇각  $\phi=60^\circ$ 로 설정하였다. 경계조건으로 AB와 CD는 고정지지를 하고 AC와 BD는 단순지지를 하였다. 해석에 사용된 graphite/epoxy 와 PZT-5A의 물성치는 Table 1에 정리하였다. 복합재 한 층의 두께는  $0.125mm$ 이고 PZT의 두께는  $0.2mm$ 이며, 전체 두께는  $1.2mm$ 이다.

우선, 인가전압이 없는 경우의 압전재 층이 부착된 원통형 패널에 대하여 선형 플러터 특성을 살펴보았다. Fig. 7 을 보면  $\beta^*$ 가 대략 13200인 근방에서 (2, 4) 모드와 (1, 4) 모드 사이의 모드 병합이 발생하고 흔히 패널 플러터라고 부르는 자려진동 현상을 유발하는 것으로 나타났다. 사용된 무차원 동압의 계산에는 압전재 층의 제외한 복합재의 두께만을 계산한 휨 강성 ( $D=E_2 h_{BASE}^3$ )을 사용하였다.

인가전압에 따른 저차 5개 모드의 고유 진동수 변화를 Fig. 8에 도식화하고, Fig. 9에 인가전압에 따른 플러터 발생 임계동압의 변화를 도식화하였다. 여기서 압전재가 원

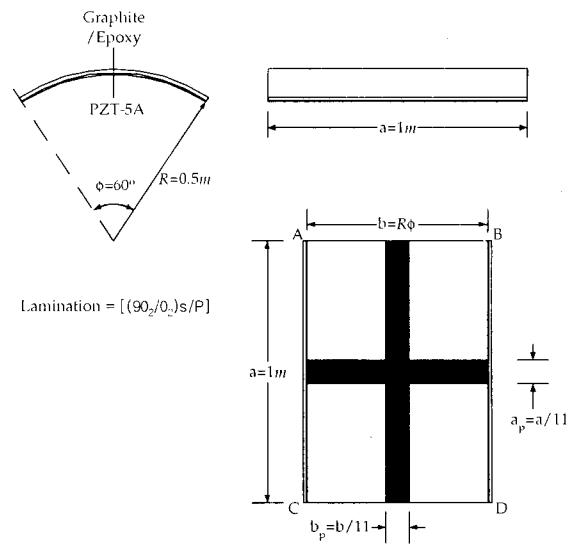


Fig. 6 Geometry of piezolaminated cylindrical panel.

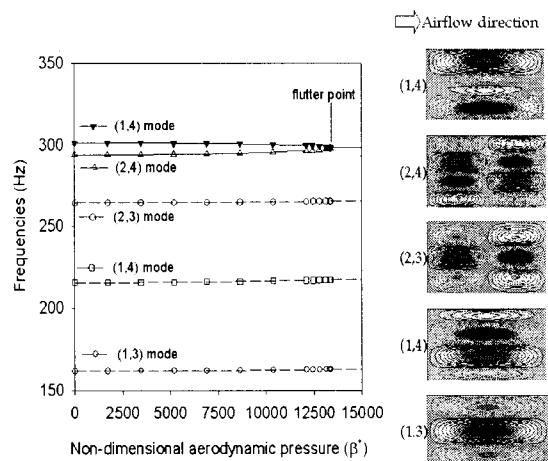


Fig. 7 Mode coalescence and mode shapes of piezo-laminated cylindrical panels without active actuation.

통형 패널의 안쪽에만 부착된 비대칭 구조임으로 같은 크기의 인가전압이더라도 부호가 다르면 변형 형상이 다르게 나타나게 되며 이는 식 (22)와 (25)의 비선형 강성에 영향을 미치고 또한 면내 압전 작동력에 의해 강성의 변화가 발생하여 진동수의 변화를 유발하게 된다.

고유진동수의 경우, 저차 5개의 모드를 서로 비교해보면, 압전 작동 전압  $\varphi$ 를 100와 -100Volts로 걸어준 경우

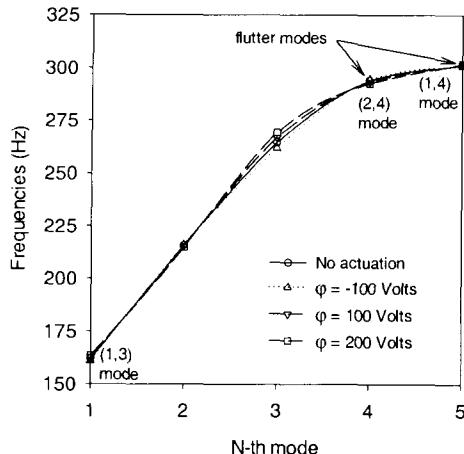


Fig. 8 Frequency variations of cylindrical panels for lower five modes according to piezoelectric actuation.

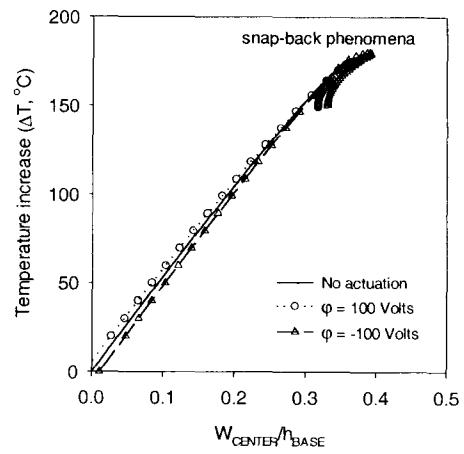


Fig. 10 Thermoelastic deflection of piezolaminated cylindrical panels with snap-back phenomena.

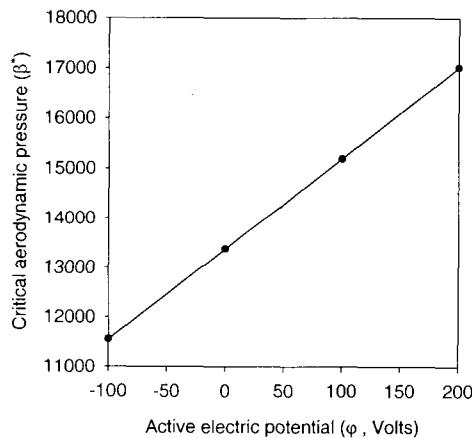


Fig. 9 Linear flutter boundary of piezolaminated cylindrical panels by active actuation.

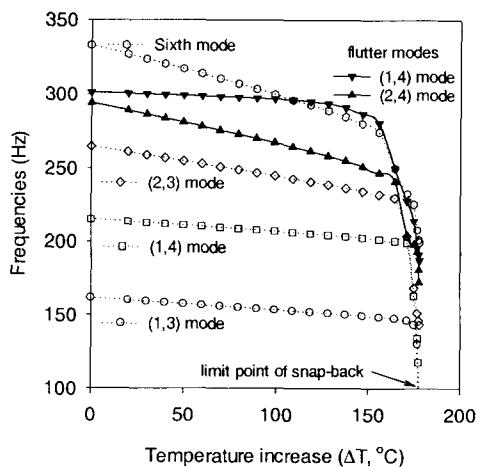


Fig. 11 Frequency history of piezolaminated cylindrical panel according to temperature increase.

고유 진동수의 변화는 극히 미미한 것으로 나타났고, 를 200Volts로 걸어준 경우에도 (2, 4) 모드와 (1, 4)모드 사이의 플러터 구간에서 약간의 고유 진동수 증가만이 관찰되었다. 그러나, 플러터 발생 임계동압의 경우에는 Fig. 9에서처럼  $\varphi$  따라 크게 변화하는 것으로 나타났다.

즉, 십자 형태의 압전재 부착한 모델에 능동 제어 전압을 걸어 주었을 때, 고유진동수의 증가는 미비하나, 임계동압 영역은 (1, 4) 모드와 (2, 4) 모드의 병합을 억제함으로 인해 플러터 발생 동압을 크게 증가시키는 것을 관찰할 수 있었다.

위의 해석 모델에 열응력이 가해지는 경우에 대한 열탄

성 거동 및 압전공력열탄성 안정성에 대하여 살펴보도록 하자. 압전재가 부착된 원통형 복합재 패널의 열탄성 거동은 압전재가 없는 경우의 거동과는 전혀 다르다. 열탄성 거동은 진동 특성과 플러터 특성을 모두 포함하는 것으로 한다. 여기서 온도 분포가 두께방향과 면에서 모두 균일하다고 가정한다.

열탄성 거동 해석 결과를 Fig. 10에 도식화하였고, 온도 변화에 따른 고유 진동수의 변화를 Fig. 11에 도식화하였다. 그리고 Fig. 12에는 온도 변화에 따른 플러터 발생 임계 동압의 변화를 도식화하였다.

Fig. 10에 나타난 열탄성 거동의 결과들을 보면, 온도 증가가 커짐에 따라 비선형 거동인 스냅-백(snap-back) 현상이 발생하는 것을 확인할 수 있다. 압전 작동기를 사용한 정적 변형의 제어는 가능하지만 스냅-백 현상을 억제하는 것은 어렵다고 알려져 있다[14].

Fig. 11의 플러터 모드들을 살펴보면 온도의 증가에 따라 (2, 4)모드의 진동수는 급격히 떨어지지만 (1, 4)모드의 진동수는 변화가 미미하여 온도가 증가함에 따라 두 플러터 모드의 진동수 차이가 증가하는 현상이 나타났다. 이러한 현상은 Fig. 12에서처럼 열응력에 따라 임계동압이 증가하는 현상을 초래한다. 압전재가 부착되지 않은 평판이나 켈의 공력열탄성 연구[14]에서는 온도가 올라감에 따라 열응력에 의해 고유진동수와 임계동압이 크게 떨어지는 결과들이 보고되었으나 본 연구에서는 압전재가 부착된 경우, 온도가 올라감에 따라 정적 변형 형상에 기인한 비선형 강성이 변하면서 플러터 모드의 진동수 차이에 영향을 미쳐 두 모드 사이의 병합을 자연시킴으로 오히려 플러터 임계동압을 증가시킬 수 있음을 보여준다. 또한, 열응력을 받고 있는 복합재 패널에 압전 작동력을 인가하여 열응력을 상쇄하면서 플러터 모드의 병합을 자연함으로써 플러터 임계동압을 증가시킬 수 있음을 보이고 있다.

본 연구에서는 압전재가 부착된 원통형 복합재 모델에 대하여 열응력을 받는 원통형 패널의 플러터 임계동압을 증가시키는 연구를 수행하였다. 삼자형의 압전재를 부착시킴으로 압전 작동력으로 정적 변형량을 억제할 뿐 아니라 플러터 임계동압을 증가시킬 수 있었다.

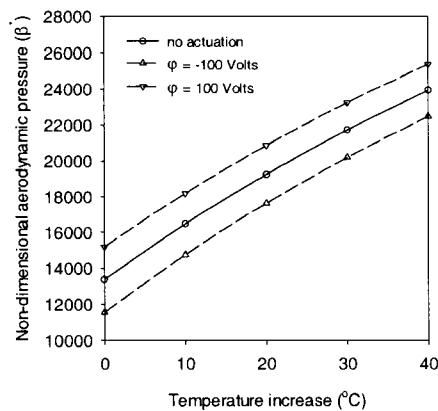


Fig. 12 Flutter boundaries of piezolaminated cylindrical panels subject to thermal stresses according to piezoelectric actuations.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 압전재가 부착된 복합재 켈에 대한 열탄성학적 변형과 초음속 플러터 특성의 향상을 위하여 다분야 층별 변위장 이론에 기초하여 기하학적 비선형성을 고려한 유한 요소 해석 프로그램을 개발하였다. 압전재가 부착된 원통형 복합재 패널의 능동 압전 작동은 열응력을 상쇄하면서 정적 변위를 감소시키고 플러터 임계 동압을 증가시킬 수 있음을 보여준다.

#### 후 기

본 연구는 국가지정연구실 사업(No. 2000-N-NL-01-C-250)의 일환으로 수행되었고, 아낌없는 지원에 진심으로 감사드립니다.

#### 참고문헌

- 1) Meressi, S., and Paden, B., "Buckling Control of a Flexible Beam Using Piezoelectric Actuators," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 16, 1993, pp. 977-980.
- 2) Thomson, S.P., and Loughlan, J., "The Active Buckling Control of Some Composite Column Strips Using Piezoceramic Actuators," *Composite Structures*, Vol. 32, Nos 1-4, 1995, pp. 59-67.
- 3) Faria, A.R., and Almeida, S.F.M., "Enhancement of Pre-buckling Behavior of Composite Beams with Geometric Imperfections using Piezoelectric Actuators," *Composites Part B: Engineering*, Vol. 30, 1999, pp.43-50.
- 4) Oh, I.K., Han, J.H., and Lee, I., "Postbuckling and Vibration Characteristics of Piezolaminated Composite Plate Subject to Thermopiezoelectric Loads," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 233, No. 1, 2000, 19-40.
- 5) Oh, I.K., Han, J.H. and Lee, I., "Thermopiezoelectric Snapping of Piezolaminated Plates Using Layerwise Nonlinear Finite Elements," *AIAA Journal*, Vol. 39, No. 6, June 2001, 1188-1198.
- 6) Ehlers, S. M. and Weisshaar, A., "Static Aeroelastic Behavior of an Adaptive Laminated Piezoelectric Composite Wing," *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 4, 1990, pp. 1611-1623.
- 7) Song, O., Librescu, L., and Rogers, C. A., "Application of Adaptive Technology to Static Aeroelastic Control of Wing

- Structures," *AIAA Journal*, Vol. 30, No. 12, 1992, pp. 2882-2889.
- 8) Lin, C. Y. and Crawley, E. F., "Toward Optimal Aeroelastic Control Using Elastic and Induced Strain Anisotropy," *Proceeding of the 38th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Material Conference*, 1994, Vol. 3, pp. 1781-1792.
- 9) Scott, R. C. and Weisshaar, T.A., "Controlling Panel Flutter using Adaptive Materials," *Journal of Aircraft*, Vol. 31, 1994, pp. 213-222.
- 10) Zhou, R. C., Lai, Z., Xue, D. Y., Huang, J. K. and Mei, C., "Suppression of Nonlinear Panel Flutter at Elevated Temperature with Piezoelectric Actuators," *AIAA Journal*, Vol. 33, 1995, pp. 1098-1105.
- 11) Frampton, K. D., Clark, R. L., and Dowell E. H., "Active Control of Panel Flutter with Piezoelectric Transducers," *Journal of Aircraft*, Vol. 33, No. 4, 1996, pp. 768-774.
- 12) Dongi, F., Dinkler, D., and Kroplin, B., "Active Panel Flutter Suppression Using Self-Sensing Piezoactuators," *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 6, 1996, pp. 1224-1230.
- 13) Suleman, A., "Adaptive Composites Modelling and Applications in Panel Flutter and Noise Suppression," *Computers & Structures*, Vol. 76, 2000, pp. 365-378.
- 14) Oh, I.K. and Lee, I., "Thermal Snapping and Vibration Characteristics of Cylindrical Composite Panels Using Layerwise Theory," *Composite Structures*, Vol. 51, No. 1, 2001, pp. 49-61.
- 15) Hans Krumhaar, "The Accuracy of Linear Piston Theory When Applied to Cylindrical Shells," *AIAA Journal*, Vol. 1, No. 6, 1963, pp. 1448-1449.
- 16) Saravanos, D. A., "Mixed Laminated Theory and Finite Element for Smart Piezoelectric Composite Shell Structures," *AIAA Journal*, Vol. 35, No. 8, 1997, pp. 1327-1333.
- 17) Heyliger, P., Pei, K. C. and Saravanos, D., "Layerwise Mechanics and Finite Element Model for Laminated Piezoelectric Shells," *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 11, 1996, pp. 2353-2360.
- $h$  = maximum thickness of panels  
 $\sigma_{ij}$  = Cauchy stress tensor  
 $f_i$  = body forces  
 $\tau_i$  = surface traction  
 $\rho$  = density of structures  
 $\rho_a$  = density of airflow  
 $u_i$  = displacements  
 $D_i$  = electric displacement vector  
 $q$  = electric body charge  
 $C_{ijkl}$  = elastic material properties  
 $\epsilon_{ik}$  = dielectric constant  
 $e_{kij}$  = piezoelectric coefficient  
 $\hat{\alpha}_j$  = thermal-mechanical expansion coefficient  
 $p_i$  = pyroelectric constants  
 $E_k$  = electric field vector  
 $\Delta T_k$  = temperature rise in  $k$ -th layer  
 $\varphi$  = electric potential  
 $U^J, V^J$  = in-plane displacement at the  $J$ -th interface  
 $W$  = transverse displacement  
 $\Phi^J(z)$  = linear Lagrangian interpolation  
 $R$  = radius of cylindrical shells  
 $g$  = distance from x-axis to arbitrary point  
 $\phi$  = shallowness angle  
 $\theta$  = fiber angle  
 $Q_{ij}$  = elastic modulus  
 $\bar{Q}_{ij}$  = reduced elastic modulus  
 $\bar{e}_{ij}$  = reduced piezoelectric constant  
 $\bar{\Psi}_k$  = shape function  
 $\mathbf{u}$  = unknown displacement D.O.F. vector  
 $\mathbf{M}$  = mass matrix  
 $\mathbf{K0}$  = linear stiffness matrix  
 $\mathbf{KN1}$  = first order nonlinear stiffness matrix

## NOMENCLATURE

a,b = panel length, width

- 
- KN2** = second order nonlinear stiffness matrix  
**K**<sup>T</sup> = thermal geometric matrix  
**K**<sup>P</sup> = piezoelectric geometric stiffness  
**F**<sup>T</sup> = thermal loading  
**F**<sup>P</sup> = piezoelectric actuation forces  
 $\lambda_T$  = thermal load level  
 $\lambda_P$  = piezoelectric load level  
 $\Delta T_{cr,G}$  = thermal buckling temperature under grounding  
 $\Theta$  = buckling mode shape  
**q** = out-of-balance vector  
 $\Delta l$  = arc-length  
 $\omega$  = frequency  
 $\beta$  = aerodynamic pressure parameter  
 $\mu$  = aerodynamic damping parameter  
 $\gamma$  = curvature term of Hans Kurnhaar's piston theory