

# Epipolar 기하학을 이용한 2차원 투영 데이터의 3차원 표현에 관한 연구

論 文

51D-5-6

## A Study on the 3D Representation of 2D Projection Data using Epipolar Geometry

俞善國\* · Ge Wang\*\* · 金南鉉\*\*\* · 金容旭§ · 金熙中§§  
(Sun-Kook Yoo · Ge Wang · Nam-Hyun Kim · Yong-Oock Kim · Hee-Jung Kim)

**Abstract** - In this paper, the epipolar geometry, generally used as a pin-hole camera model, is newly adapted to our proposed method that enables the affine reconstruction of the 3D object from two projected views. The proposed method models the projective projection of inherent X-ray imaging system, obviates the need to attach artificially constructed material on the body, and requires none of the prior-knowledge regarding to intrinsic and extrinsic parameters of two X-ray imaging systems. The optimum numerical solution is obtained by applying the least mean square estimator to corresponding points on two projected X-ray planes. The performance of this proposed method is quantitatively analyzed using computer synthesized model of Cochlear implantation electrodes. In simulated experiments, the proposed method is insensitive to the added random noise, the scaling factor change, the center point change, and rotational angular change between two projection planes, as well as enables the stable 3D reconstruction in least square sense even in worst testing cases.

**Key Words** : Epipolar Geometry, Two projections, 3D reconstruction, Least Square

### 1. 서 론

전산화 단층 촬영기(CT : Computerized Tomography)와 같은 의료영상장치는 3차원적인 인체기관의 해부학적 정보를 연속적인 2차원 단면 영상의 집합으로 비침습적으로 영상화한다. 이러한 2차원 단면영상들은 컴퓨터내에서 이를 다시 3차원으로 재구성이 가능하며, 재구성된 정보는 컴퓨터상에서의 모의 수술, 3차원적인 진단, 정량적인 치료의 정량화와 같이 다양한 응용이 가능하다 [7]. 특히 최근의 다중검출기 전산화단층 촬영기(multi-detector spiral CT)의 출현은 고분해능 영상화를 가능하게 하여 미세인체기관의 진단 및 치료에의 활용이 가능하게 되었다.

그러나 이러한 고분해능 영상화 시스템과 비교하면 기존의 X-선 촬영기와 같은 단면영상 시스템은 환자의 촬영시 가격이 저렴하며, 실시간 영상이 가능하며, 다중 검출 전산화 단층 촬영기보다 고분해능의 영상이 가능한 장점을 갖고 있으나, 투영된 2차원 영상 정보의 획득만이 가능하며, 실제 인체기관을 구성하는 3차원 영상 정보를 제공하지 못하는 단점이 있다[7]. 따라서 전산화 단층촬영기와 X-선 장치는 서로 보

완적인 관계가 있으며, 최근에는 1개의 단면이 아닌 2개의 단면을 사용하여 X-선 장치의 장점을 살리며, 동시에 3차원 정보를 제공하려는 연구가 진행되어 왔다. 이러한 응용의 대표적인 예는 X-선 단면을 3차원 단면 영상에의 영상정합(image registration) 연구, 단면으로부터 혈관을 재구성하는 조영영상 재구성 분야, 두 개 단면 단면으로부터의 3차원 정보의 추출에 관한 세팔로메트리(cephalometry) 분야, 인공와우 전극의 이식 단면으로부터의 개별전극의 3차원 재구성에 관한 연구분야가 있다 [1][4-7][7]. 특히, 인체기관의 와우(cochlea)는 평균길이가 36 mm 정도의 아주 작은 기관이며, 이러한 외우에 삽입된 인공귀 전극의 위치 파악은 인공귀 수술후 평가하는 중요한 척도이다 [3][8]. 그러나 고분해능 다중검출기 전산화 단층 촬영기를 사용한다고 하여도 공간 분해능의 한계와 전극의 아티팩트(artifact)로 인하여 전극위치의 개별적인 인식은 불가능하다[3]. 따라서 서로 다른 각도와 거리에서 촬영한 2개의 2차원 X-선 영상으로부터의 개별전극의 위치 파악은 2단면 X-선 영상으로부터 3차원 재구성을 위한 좋은 예가 된다.

Kelsall [1] 등은 X-선 영상을 수동으로 조작하여 3차원 재구성영상에 정합하였다. 이러한 수동적인 방법은 전문적인 지식과 반복된 조작에 의하여 해부학적으로 정합하여야 하나, 실질적으로는 수동정합에 따른 많은 오차가 수반된다. Wang 등 [3]은 2개의 X-선 단면영상을 이용하여 컴퓨터로 자동 계산이 가능한 Stereophotogrammetry 방법을 제안하였다. 그러나 이 방법은 공간 좌표를 계산하기 위한 3개의 수직 바를 갖는 인공 부착물을 안면부에 부착하고 촬영해야 하는 단점이 있다. 또한 2단면 X-선 영상으로부터 3차원 영상의 좌표를 계산하는 많은 방법이 제안되어왔으나 이러한 방법은 평

\* 正 會 員 : 延世大學 醫學工學敎室 副敎授 · 工博

\*\* 非 會 員 : The Univ. of Iowa, Radiology, 副敎授 · 工博

\*\*\* 正 會 員 : 延世大學 醫學工學敎室 副敎授 · 工博

§ 非 會 員 : 延世大學 成形外科學敎室 助敎授 · 醫博

§§ 非 會 員 : 延世大學 診斷放射線學敎室 副敎授 · 工博

接受日字 : 2002年 2月 26日

最終完了 : 2002年 3月 23日

행투영(parallel projection)를 적용하여 X-선 촬영기의 원근 투영(perspective projection) 성질을 반영하지 못하였거나, X-선 촬영장치의 조정(calibration) 파라미터를 미리 알고 있어야 하였다 [6]. 그러나 많은 경우에서 조정 파라미터의 획득이 어려운 경우가 많으며, 측정시 많은 오차와 번거로움을 수반한다.

위의 단점을 개선하기 위하여 본 연구에서는 X-선 촬영의 원근 투영을 반영하며, 인위적인 부착물을 전혀 사용하지 않고, X-선 촬영기로부터 환자 와 X-선 필름까지의 거리, 확대의 정도를 결정하는 조정 파라미터 및 투영된 2개의 X 선 필름간의 회전, 이동 파라미터를 모르는 상태에서 주어진 대응점으로부터 3차원 좌표를 계산하는 방법을 Epipolar 기하학을 이용하여 새로이 제안하였다. 즉 제안한 알고리즘은 2개의 서로 다른 X-선 촬영 장치의 Intrinsic, Extrinsic 조정 파라미터 연관 행렬을 계산하여 이로부터 Affine 영역에서의 3 차원 위치를 계산하는 최소사승 오차를 최소화 하는 자동 최적 방법이다. 알고리즘의 성능은 실제 인공귀 이식에 사용되는 22개 전극을 컴퓨터로 합성하여 본 연구에서 제시한 방법의 성능을 정량적으로 분석하였다.

## 2. 2차원 단면 영상의 기하학적 표현

### 2.1 X-선 촬영 원근투영 모델

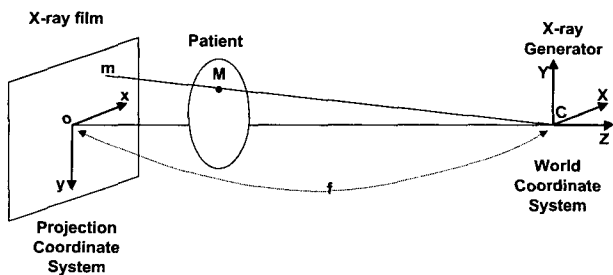


그림 1 X-선 영상화 시스템의 원근 투영 모델  
Fig. 1 Perspective projection model of X-ray imaging system

기존의 근사적인 평행 투영 모델에 보다 실질적으로 X-선 촬영 시스템은 그림 1.과 같이 원근 투영 모델로 표현된다. 원근 투영 모델의 중심점(C)은 X-선 발생장치가 되며, 환자 몸에 위치한 임의의 점( $M_i; i=1,2, \dots, n$ )들에 대한 X-선 필름에 투영된 데이터( $m_i; i=1,2, \dots, n$ )들을 역투영하게 되면 중심점에 모이게 된다. 실질적인 X-선의 투영은 X-선이 투영되는 모든 점의 선적분이나 임의의 점(M)의 X 선 감쇄계수가 선상의 다른 조직에 대한 상대적인 절대값이 크다고 하면, 임의의 점은 영상 분할(image segmentation)에 의하여 추출할 수 있으므로 위의 조건이 성립된다 [3]. 따라서 X 선 촬영 시스템의 좌표시스템은 서로 다른 2개의 좌표 시스템으로 구성된다. 즉 원점 C에 대한 3차원 전체좌표계(World Coordinate System)와 원점 o에 대한 X-선 필름에 대한 2차원 투영 좌표계(Projection Coordinate System)이다. 환자몸의 임의의 점  $M_i$ 는 전체 좌표계에서의 ( $X_i, Y_i, Z_i$ )이며, 이의 투영 데이터  $m_i$ 는 투영좌표계에서의 ( $x_i, y_i$ )로 표현되므로 원

근 투영에서의 두 좌표계의 관계는 원점 C에서 원점 o까지의 거리를 f 라고 하면,

$$\frac{x_i}{X_i} = \frac{-y_i}{Y_i} = \frac{-f}{-Z_i} \quad (1)$$

또한 투영좌표계의 원점이 C의 투영에 대하여 ( $x_0, y_0$ ) 만큼 이동이 되었으며, 영상장치의 특성에 의하여 x 방향의 확대량(scaling factor)과 y 방향의 확대량을  $k_u, k_v$ 라 하면

$$m_i = H M_i \quad (2)$$

여기서 행렬 H는

$$H = \begin{bmatrix} f k_u & f k_v & x_0 & 0 \\ 0 & -f k_v & y_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

### 2.2 2개의 촬영단면에 대한 Epipolar 기하학

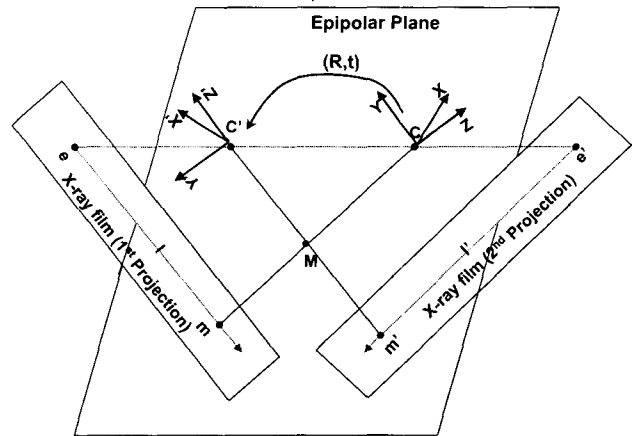


그림 2 투영된 2단면 X-선 시스템에 대한 Epipolar 기하학  
Fig. 2 Epipolar geometry regarding to 2 projective X-ray system

입의각도, 입의거리에서 환자에 대하여 촬영한 2개의 X-선 단면 영상은 첫 번째 X-선 장치에 대한 전체 좌표계 ( $X, Y, Z$ )를 임의의 회전행렬 R 만큼 회전시킨후, 임의의 이동행렬 t 만큼 이동시킨 두 번째 X-선 좌표시스템 ( $X', Y', Z'$ )로 표현된다. 첫 번째 X-선 발생기의 원점 C 와 투영점 m과 두 번째 X-선 발생기의 원점 C'와 투영점 m'를 연결하는 두 선은 환자 몸의 점 M을 교차하게 되므로 C, C, m, m'는 평면을 구성하며, 이는 카메라 모델의 Epipolar 평면과 동일하게 되며, Epipolar 기하학의 특성을 이용할 수 있다. 그림 2.에서와 같이 e, e'는 C와 C'가 2개의 투영평면에 투영된 epipole이며, l, l'는 투영점과 epipole을 연결하는 epipolar line이다 [10].

$$sm = H \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$s'm' = H \begin{bmatrix} R & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

식 (3)과 (4)로부터 2개의 X 선 단면에 대한 상관 관계는 Epipolar 기하학에 대한 기본방정식(fundamental equation)으로 표현된다.

$$m'^T F m = 0 \tag{5}$$

$$F = H^{-T} (tXR) H^{-1}$$

여기서 F는 기본행렬(Fundamental Matrix) 이며, Epipolar 평면 조건을 만족하게 되면  $\det(F)=0$  조건이 성립한다 [4].

### 2.3 원근투영 모델의 위크원근투영 근사화

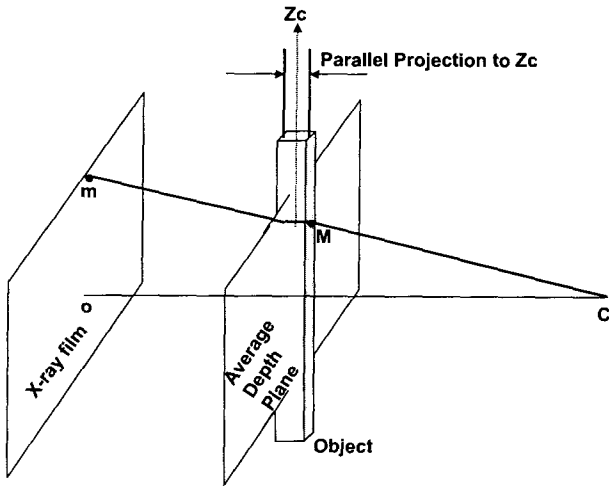


그림 3 X-ray 영상화 시스템의 위크원근투영 근사화  
Fig. 3 Approximation of X-ray imaging system to weak perspective projection

촬영 하고자 하는 인체기관의 두께가 방사선 발생장치와의 거리에 비하여 상당히 작다면 그림 3과 같이 원근 투영 모델은 위크원근투영(weak perspective projection) 모델로 근사화하여 X-선 투영 시스템의 기본행렬을 간단화 한다. 즉 위크원근투사란 작은 두께를 갖는 기관은 평균깊이가  $Z_c$ 인 평균 깊이평면(average depth plane)로 평행투영이 되고 나머지 부분은 원근 투영되는 투영방법이다. 원근투영( $m_p$ )의 위크원근투영 근사화( $m_{wp}$ )에 따른 오차( $m_{error}$ )는 식(6)과 같다 [2].

$$m_{error} = m_p - m_s = -\frac{1}{Z} \frac{\Delta Z}{Z_c} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \tag{6}$$

본 연구에서 모의 적용하고자 하는 와우의 경우, 전체 평균길이가 36 mm, 평균높이 2.5 mm이므로 최악의 경우  $X < 20$  cm,  $Y < 20$  cm 다. 일반적인 와우촬영시 X-선 필름에서 발생장치까지의 거리가 116 cm, 와우와 X-선 필름 간에 약 20 cm 떨어져 있으므로[3]  $Z_c=90$  cm,  $Z=110$  cm,  $\Delta Z=1$  cm에 대한 오차는 0.002 cm 미만의 작은값을 갖는다.

따라서 위크원근투영 근사화에 대한 기본 방정식은  $m$ 의 좌표를  $(x, y)$ ,  $m'$ 의 좌표를  $(x', y')$ , F 행렬의 요소를  $f_{ij}$  라 하면 식 (7)과 같다.

$$m'^T F m = u_i^T f + f_{33} = 0 \quad i=1, \dots, n \tag{7}$$

여기서  $u_i = [x_i \ y_i \ x'_i \ y'_i]^T$ ,

$f = [f_{13} \ f_{23} \ f_{31} \ f_{32}]^T$  이다.

### 3. 3차원 재구성

#### 3.1 기본행렬추정

자유도(degree of freedom) 4를 갖는 식 (7)로부터 기본 행렬값을 해석적으로 계산하기 위해서는 두 개의 X-선 필름으로부터의 4쌍의 대응점(corresponding points)을 갖고 있어야 한다. 그러나 실질적인 경우, 측정이 가능한  $n > 4$  ( $n$ 은 대응점 개수)에 대하여 식 (7)은 과결정(over-determined) 집합 방정식이 된다 [10]. 또한 전극쌍들의 위치는 X-선 시스템에서의 잡음, 좌표값의 정수화에 따른 근사화(round-off) 오차, 영상분할 오차와 같은 잡음성분이 포함되게 되므로 식 (7)은 0가 되지 않는다. 따라서 잡음이 혼입된 과결정 집합 방정식에서의 파라미터 계산은 선형 최소자승오차 방법(linear least-square technique)으로 코스트함수(cost function)  $C_1$ 을 최소화함으로써 추정(estimation) 한다.

$$C_1 = \sum_n \epsilon_i^2 = \sum_n (m'^T F m)^2 = \sum_n (u_i^T f + f_{33})^2 \tag{8}$$

$C_1$ 의 최소화 대신에 정규화 한 코스트 함수  $C_2$ 의 최소화는  $C_1$ 에서  $f$ 에 의존적인 영향을 줄일 수 있으며, 이는 각각의 점  $u_i$ 와  $u_i^T f + f_{33} = 0$ 인 하이퍼평면(hyper plane)과의 거리의 합,  $C_2$ 를 최소화 하는 것이다 [10].

$$C_2 = \sum_n \frac{\epsilon_i^2}{\|u_i\|^2} = \sum_n \frac{(u_i^T f + f_{33})^2}{f^T f} \tag{9}$$

$C_2$ 를 최소화 하는  $f$ 에 대한 최적해는 W행렬에 대한 최소 고유값(eigen value)에 대한 고유벡터(eigen vector)이므로, 고유벡터는 W 행렬의 유일값분해(singular value decomposition) 방법으로 계산한다.

$$W = V_n^T V_n$$

$$V_n = \begin{bmatrix} x_1 - x_0 & y_1 - y_0 & x'_1 - x'_0 & y'_1 - y'_0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_n - x_0 & y_n - y_0 & x'_n - x'_0 & y'_n - y'_0 \end{bmatrix} \tag{10}$$

여기서  $x_0, y_0, x'_0, y'_0$ 는 모든  $x_i, y_i, x'_i, y'_i$ 의 평균값이다.

#### 3.2 3차원 재구성

3차원 재구성이란 식(9)에 의하여 추정된 기본행렬, F로부터 투영되는 X-선 시스템의 intrinsic 파라미터로 구성된 H와 H'를 분해하여야 한다. H와 H'의 분해는 기본 행렬로부터 2개의 투영단면을 만들기 위한 X-선 시스템의 투영 행렬값의 추출을 의미한다. 기본 행렬로부터의 H, H'의 분리는 Zhang의 방법 [9]을 적용하여 결정하였다.

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} f_{31} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_{32} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$\hat{H}' = \begin{bmatrix} -f_{13} & 0 & f_{32} & -f_{33}/f_{31} \\ 0 & -f_{23} & -f_{31} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\hat{H}$  와  $\hat{H}'$ 가 결정되면, 재구성 하고자 하는 3차원 공간상의 좌표값 (X,Y,Z)에 대한 점 M의 추정된 투영 행렬  $\hat{H}$  와  $\hat{H}'$ 로 2개의 단면에 투영된 점  $\hat{m}$ 과  $\hat{m}'$ 는 식 (12)와 같다.

$$\hat{m} = \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{31}X \\ f_{32}Y \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\hat{m}' = \begin{bmatrix} \hat{x}' \\ \hat{y}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f_{13}X + f_{32}Z - f_{33}/f_{31} \\ -f_{23}Y - f_{31}Z \end{bmatrix}$$

따라서 3차원 물체의 재구성의 좌표값  $\hat{M}$ 추정은 원래의 2개의 2차원 단면에 투영된 m과 m'와 추정된 투영값  $\hat{m}$  과  $\hat{m}'$  의 거리 (코스트 함수  $C_3$ )를 최소화하여 계산한다. 최적  $\hat{M}$ 추정은 Affine영역에서의 스케일을 고려하지 않은 3차원 Affine 영역에서의 재구성이다.

$$C_3 = \|m - \hat{m}\|^2 + \|m' - \hat{m}'\|^2 \quad (13)$$

#### 4. 컴퓨터 모의실험

##### 4.1 실험데이터의 모의합성

3차원 재구성 알고리즘의 성능을 실험하기 위하여, 미세 기관이며, 인위적인 부착물이 없는 3차원 재구성 방법이 제시되지 않은 인공 이식귀 전극을 대상으로 합성하여 실험하였다.

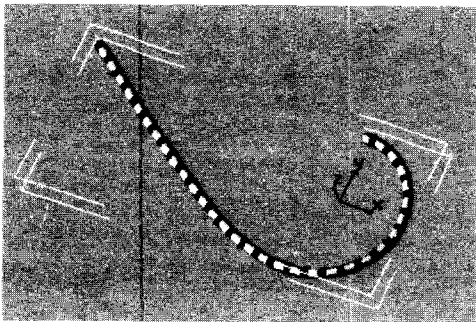


그림 4 합성된 인공 이식 와우 전극  
Fig. 4 Synthesized Cochlear implantation electrodes

인공와우 전극의 모의 합성은 가장 많이 사용하는 22개의 이식 전극과 10개의 지지전극으로 구성된 Nucleus인공귀를 대상으로 그림 4.와 같이 합성하였다 [8]. 전극간의 간격은 0.75 mm이며, 전극의 궤적은 Cohen의 인공 이식 전극 모델을 3차원으로 확장한 방법을 사용하였으며, 궤적에 대한 극좌표계에서의 궤적 합성 방정식은 식 (14)와 같으며, Round window로 부터의 이식 수술 방법을 적용하여  $\theta_0$ 는  $10.3^\circ$  로 하여 전체 길이가 16.5 mm 가 될 때까지 합성하였다. 보조 전극의 합성은  $10.3^\circ$  에서 직선으로 연결하여 10개의 보조전극으로 합성되었다. 전극의 궤적은 B-spline 곡선으로 나타내었다. 실제 모의 실험에서 사용한 22개 각각의 전극좌표는 궤적의 아크길이(arc length)가 0.75 mm 가 되도록 끝점으로부터 궤적을 길이를 균등샘플링 하여 결정하였다.

$$R = 3.762(e^{-0.001317})^\theta \quad \theta \geq 100^\circ$$

$$R = 7.9664\{1 - 0.12869 \log(\theta - \theta_0)\} \quad \theta < 100^\circ \quad (14)$$

$$h = 2.75\theta$$

##### 4.2 컴퓨터 모의실험 결과

표 1 2 단면에 투영된 22개 전극 좌표값과 추정된  $m'^T \hat{F} m$   
Table 1 22 electrode positions projected on 2 planes and their estimated  $m'^T \hat{F} m$

전극	m	m'	$m'^T \hat{F} m$
1	(104.7, 283.7)	(54.5, 269.5)	-0.000908
2	(124.3, 295.0)	(79.4, 287.1)	-0.000372
3	(141.8, 305.1)	(101.4, 302.7)	0.000012
4	(157.0, 313.9)	(120.5, 316.4)	0.000277
5	(174.8, 324.8)	(142.7, 333.2)	0.000523
6	(191.3, 333.2)	(163.5, 346.3)	0.000619
7	(213.3, 340.3)	(191.5, 358.5)	0.000556
8	(229.3, 342.8)	(212.4, 363.6)	0.000409
9	(249.8, 342.3)	(239.3, 365.4)	0.000143
10	(268.8, 337.9)	(264.7, 361.7)	-0.000137
11	(286.3, 331.5)	(288.3, 355.0)	-0.000372
12	(301.7, 322.0)	(309.5, 344.1)	-0.00053
13	(317.1, 305.8)	(331.2, 324.0)	-0.000569
14	(325.6, 290.3)	(343.9, 304.2)	-0.000467
15	(331.0, 269.3)	(352.8, 276.7)	-0.000214
16	(330.4, 248.2)	(353.9, 248.3)	0.000089
17	(325.8, 232.4)	(349.1, 226.5)	0.000297
18	(315.6, 215.0)	(336.9, 201.9)	0.000441
19	(301.4, 201.6)	(318.8, 182.2)	0.000414
20	(284.4, 193.0)	(296.5, 168.7)	0.000225
21	(266.1, 189.7)	(271.9, 162.1)	-0.000066
22	(248.0, 191.8)	(246.9, 162.7)	-0.000371

2개의 X-선 단면에 대하여 Epipolar 기하학 모델의 성립성과 워크윈드투영 근사화의 오차 한계의 타당성을 검증하기 위하여 이상적으로 합성된 모의 데이터에 대하여 식 (5)로 주어진 기본 방정식이 0 이 되는 조건과  $\det(F)=0$ 이 되는 조건과 3차원 재구성 좌표값의 오차를 모의실험 하였다. 실제 임상에서 이식된 인공귀 전극위치를 수술후 평가하기 위하여 X-선 촬영시 사용하는 Modified Stenver's view [3][8] 의 이상적인 각도에 환자의 방향을 정합하는 것은 실제로 불가능하다. 이를 모의 실험에 반영하기 위해서 이상적인 데이터를 전체 좌표계에 대하여 X, Y, Z축에 대하여 ( $5^\circ, 10^\circ, 5^\circ$ )를 회전하여 Z축에 대하여 X-선 발생기로부터 X 선 필름을 향하여 80 cm 이동하여 22개의 전극을 위치 시켰다. 첫 번째 X-ray 시스템에서 f는 100 cm, 확대량은  $k_u, k_v$ 를 동일하게 20으로 하였으며, 원점에서의 이동량 ( $x_0, y_0$ )는 (256, 256)으로 설정하였다. 두 번째 X-선 시스템은 첫 번째 X-선 발생장치를 X, Y, Z축에 대하여 ( $0^\circ, -22^\circ, 5^\circ$ )의 회전후, (300 mm, 0 mm, -90 mm) 이동하였으며, f는110 cm,  $k_u, k_v$ 는 동일한 20, ( $x_0, y_0$ )는 (250, 250)으로 설정하였다. 위의 조건에 대하여 이상적으로 2개의 X 선 필름에 투영된 22개의 전극의 궤적과 전극의 위치는 표 1.과 같으며, 이에 대하여 식(3)과 (4)의 투영행렬과, 식(9)의 코스트함수를 최소화하여 추정된 워크윈드투영 근사화 기본 행렬( $\hat{F}$ )는 아래와 같다.

$$H[I\ 0] = \begin{bmatrix} 20000 & 0 & 256 & 0 \\ 0 & -20000 & 256 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H[R\ t] = \begin{bmatrix} 20414.8 & 1786.0 & -8009.5 & 6577500.0 \\ 2010.7 & -21908.1 & 231.8 & -22500.0 \\ 0.37318 & 0.032649 & 0.927184 & -90.0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{F} = \begin{bmatrix} 0. & 0. & -0.000085 \\ 0. & 0. & 0.008101 \\ -0.000835 & -0.010899 & 1.0 \end{bmatrix}$$

위의 식으로부터 추정된  $\hat{F}$ 는  $\det(\hat{F})=0.$ 을 만족하였으며, 표 1.에서와 같이 22개 전극에 대한 추정된  $m'^T \hat{F} m$  값은 이상적인 0인 조건에 대하여 절대값 오차가 최소 0.000066에서 최대 0.000619 까지의 작은 오차의 범위내에서 식(5)의 조건을 만족함을 알 수 있다.

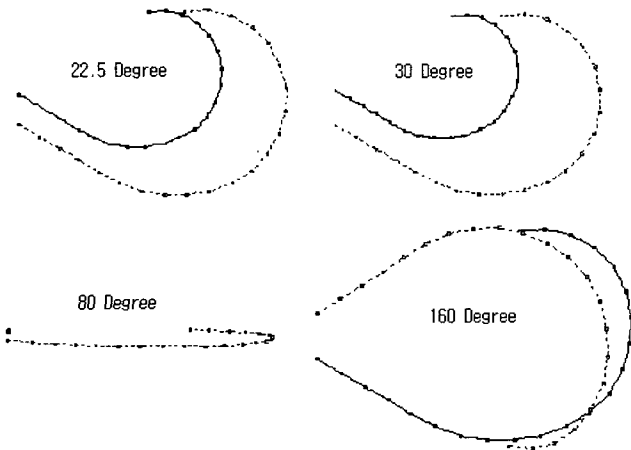


그림 5 2개의 투영 표면의 회전각에 따른 2개의 투영평면에서의 전극궤적  
Fig. 5 Electrodes trajectories on 2 planes with respect to their angular difference

그림 6.은 두 개의 투영 평면 사이의 회전각에 따른 Epipolar 기하학 조건을 만족하는 것을 투영된 좌표 값( $m, m'$ )이 실수로 표현된 경우와 실제 경우인 정수로 근사화한 경우를 모의 실험하여 식(5)의 추정된 계산값 ( $m'^T \hat{F} m$ )을 비교하였다. 그림 6에서와 같이 정수인 경우나 실수인 경우나 모두 회전각에 따른 절대평균오차의 형태는 동일한 형태를 유지 하였으나, 정수로 표현된 경우의 오차가 실수로 표현된 경우의 오차보다 최대 0.002963 크게 나왔다. 이는 두 개의 대응점들이 이상적인 값에 비하여 근사화 과정에서 오차로 작용하였기 때문이다. 회전각이 80°에서 최대의 오차가 발생하는 이유는 그림 5.에서와 같이 회전각이 80°에서 두 개의 X-선 영상화 시스템의 f 값의 차이가 첫 번째 투영단면과 두 번째 투영단면의 크기비가 가장 크게되며, 이러한 경우에 작은 대응점 좌표오차는 재구성시 큰 오차로 작용한다. 또한 20° -30° 근처에서 상대적인 오차 값이 커지는 이유는 그림 5.의 22.5° 와 30° 인 경우에서와 같이 두 개의 단면에 투영된 단면의 상대적인 형태가 유사하게 (비례적으로) 투영되었음을 알 수 있다. 이는 평형투영의 특성을 의미하며, 원근투영 모델을 적용한 Epipolar 기하학 조건에 대한 오차로서 작용한

다. 이러한 오차가 큰 경우를 포함하더라도 그림 6.에서와 같이 오차의 정도는 모든 회전각도 0° - 180°에서 거의 0의 값(최대 0.01 미만)의 작은 값을 가지므로, 2개의 투영단면이 이루는 각도와 투영좌표값의 정수 근사화에 상관없이 3차원 재구성이 가능한 Epipolar 조건을 만족하고 있다.

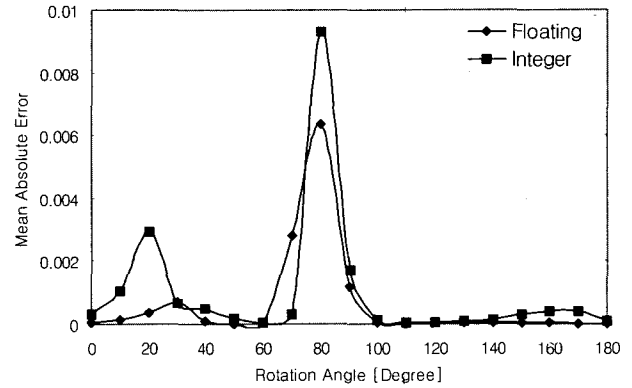


그림 6 투영점의 실수, 정수 표현과 2단면간의 회전각에 따른  $m'^T \hat{F} m$ 의 평균절대 오차

Fig. 6 Mean absolute error of  $m'^T \hat{F} m$  for floating and integer representation of projected points with respect to rotation angle of two planes.

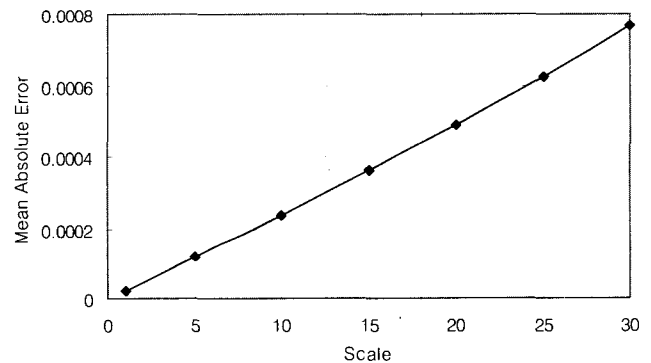


그림 7 2단면의 동일한 확대량(ku, kv) 변화에 대한 추정된  $m'^T \hat{F} m$ 의 평균절대 오차

Fig. 7 Mean absolute error of estimated  $m'^T \hat{F} m$  with respect to the same amount of scale( $k_u, k_v$ ) changes of two projected planes.

그림 7.은 X-선 촬영 시스템과 위치에 따라 변화하게 되는 확대량을  $k_u, k_v$  값을 동일하게 1에서부터 30 까지 변화한 경우의 이상적인  $m'^T \hat{F} m=0$ 에 한 계산된 값의 평균절대오차를 나타낸다. 최대 확대량 30에 대하여 최대 오차 0.000765의 작은 값을 갖게 되므로 확대량의 조건에 영향을 거의 받지 않으며 Epipolar 조건을 만족하고 있다. 특히 확대량이 커짐에 따라 오차 값이 증가하게 되는 이유는 작은 인체 기관의 위치차가 위크원근투영에서 오차의 범위가 크게 확대된다. 이는 위크원근투영 모델에서의 평균깊이평면으로의 평형 투사가 오차의 원인이다.

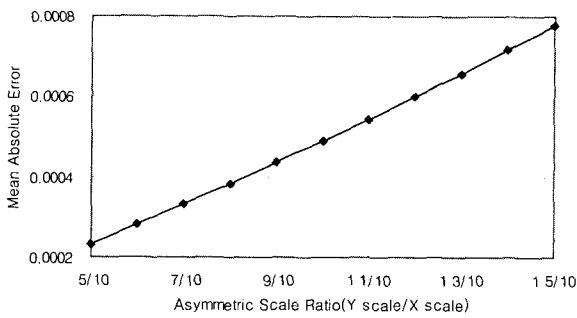


그림 8 2단면의 확대량 변화비(Ku/Kv)의 변화에 대한 추정된  $m'^T \hat{F}m$ 의 평균절대오차

Fig. 8 Mean absolute error of estimated  $m'^T \hat{F}m$  with respect to the changes of scale ratio (Kv/Ku) of two projected planes.

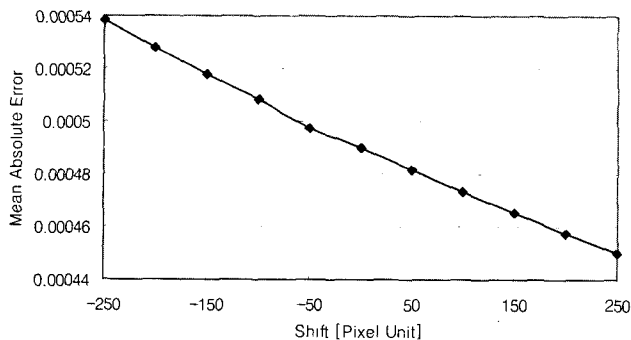


그림 9 투영원점의 변화에 대한 추정된  $m'^T \hat{F}m$ 의 평균절대오차

Fig. 9 Mean absolute error of estimated  $m'^T \hat{F}m$  with respect to center changes

그림 8은 X-선 촬영 시스템의 종류와 위치에 따라 x, y 방향으로 비대칭적으로 왜곡되는 상황을 모의 실험하기 위하여 x축의 변화량을  $k_u=20$ 으로 고정하고  $k_v$  값 20에 대하여 비례적으로 변화 하여 추정된  $m'^T \hat{F}m$  평균절대오차를 표시 하였다. 최대 확대량 30에 대하여 최대 오차 0.000765의 작은 값을 갖게 되므로 확대량의 조건에 영향을 거의 받지 않으며 Epipolar 조건을 만족하고 있음을 알 수 있다. 특히 확대량이 커짐에 따라 오차 값이 증가하게 되는 이유는 작은 인체 기관의 위치차가 크게 확대되게 되므로 이는 워크원근 투영 모델에서의 평균깊이평면으로의 평형투사 모델에서의 근사화 오차를 증가시키게 되며, 이는 추정오차 증가의 원인이 된다. 확대량의 비대칭에 따라 오차는 최소 0.000232에서 0.000779까지 선형적으로 변화 하였으나, 최대 비대칭(1.5)에 대한 오차인 경우에도 거의 0에 근접하게 되므로 3차원 재구성은 확대량의 비대칭의 영향을 거의 받지 않았다. 그림 9은 X-선 촬영 시스템의 위치에 따라 원점 o가 이동되는 상황을 모의 실험하기 위하여 2번째 단면에서 x 축은 고정 ( $x_0' = 256$ ) 하고 y축의 이동량  $y_0'$  값을 256으로부터 250 작은 값으로부터 +250 큰값까지 변화 시켜가며 측정하였다. 이동량

250에서 최대의 오차 값 0.000538은 이동량의 변화에 무관하게 3차원 재구성이 가능함을 확인할 수 있으며, 양의 방향으로 이동시 오차값이 작아지는 이유는 최초 첫 번째 투영면에 대한 두 번째 투영면의 위치가  $t=(300 \text{ mm}, 0 \text{ mm}, -90 \text{ mm})$ 에 근접하게 됨에 따라 워크원근투사 오차의 감소에 기인함을 알 수 있었다.

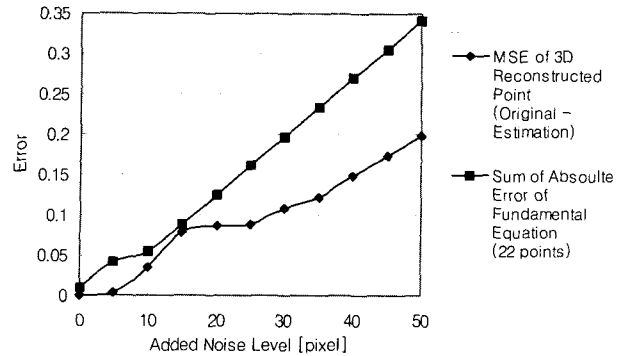


그림 10 두단면에 첨가된 랜덤잡음의 크기에 대한 22개 전극의  $m'^T \hat{F}m$ 의 절대오차 합과 3차원 재구성 좌표점의 평균자승오차(원래좌표값-추정좌표값)

Fig. 10 Summed absolute error of estimated  $m'^T \hat{F}m$  of projected 22 points and mean square error of reconstructed 3D points with respect to added random noise level.

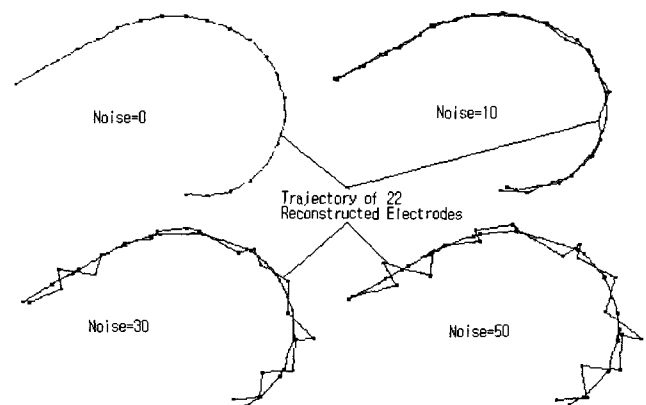


그림 11 원래궤적(중심선)에 대한 3차원 재구성 좌표

Fig. 11 3D reconstructed coordinates and their trajectory with respect to original trajectory(center line).

X-선 필름에 선정된 대응점은 X 선 영상화 시스템에 혼입되는 잡음(quantum, scattering 잡음), 정수 근사화 효과에 의한 잡음, 대응점의 영상분할에 의한 오차의 영향에 의한 잡음의 영향을 받게 된다. 이를 모의 실험하기 위하여 2개의 단면 영상에 랜덤 잡음을 혼입하여 이에 대한 기본 방정식을 추정하여 3차원 재구성 하였다. 추정된 재구성 값과 원래의 알고있는 값과의 차 ( $M - \hat{M}$ )에 대한 MSE(Mean Square Error) 값과 22개의 전극에 대한 추정된  $m'^T \hat{F}m$ 의 오차값

의 합을 그림 10.에서와 같이 비교하였다. 3차원 재구성의 오차, MSE는 Epipolar 기하학에 의한 기본 방전식의 추정 오차인  $\sum m'^T Fm$  의 값에 비례하여 증가하였으며, MSE는 거의 혼입된 랜덤 잡음의 크기에 비례하여 증가하였다. 그러나 잡음 혼입이 없는 최상의 경우의 오차는 거의 0으로 완벽한 재구성이 가능하였으며, 최악의 50 픽셀 크기의 잡음이 혼입된 경우라 하더라도  $\sum m'^T Fm$  의 값이 0.341 보다 작은 값과 MSE값이 0.1977 보다 작은 값으로 안정된 3차원 재구성이 가능하였다. 그림 11.은 그림 10에 대하여 얻어진 결과의 대표적인 경우에 대한 결과로서 잡음이 10 이하인 경우에는 거의 차가 없었으며, 잡음이 30, 50인 경우에도 실제 재구성된 전극의 궤적이 알고 있는 3차원 전극의 값 (가운데에 위치한 궤적)과 비교하면 평균자승오차의 최적화 영역에서 오차를 최소화하는 방향으로 안정된 재구성이 되고 있음을 확인할 수 있었다.

### 5. 결 론

본 연구에서는 2개의 투영된 2차원 단면으로부터 3차원 재구성을 위하여 기존의 pin-hole 카메라 모델에서 적용하는 Epipolar 기하학을 X-선 영상화 시스템에 새로이 적용하였다. 제안한 방법은 X-선 촬영의 원근투사를 반영하며, 좌표 값을 계산하기 위한 인위적인 부착물을 촬영시 환자에게 전혀 부착하지 않고, 두 개의 서로 다른 X-선 영상화 시스템의 intrinsic 파라미터와 extrinsic 파라미터를 전혀 모르는 상태에서 Affine 영역에서의 3차원 재구성 방법이다. 즉, X-선 촬영 영기로부터 화자와 X-선 필름까지의 거리, 확대량, 필름 중심의 이동량, 투영된 2개의 X-선 필름간의 회전 이동량을 전혀 모르는 상태에서의 투영된 2단면의 대응점으로부터 3차원 좌표를 추정하는 방법이며, 미세 인체기관에 적용하기 위하여 원근투영모델을 위크원근투영 모델로 근사화 하여 평균자승오차를 최소화하는 최적 수치해를 계산하였다.

제안한 방법의 성능을 정량적으로 평가하기 위하여 와우에 이식된 미세 인공귀를 대상으로 이식전극을 컴퓨터로 합성하여 모의실험을 통하여 분석하였다. 모의실험 결과 투영된 데이터에 혼입된 잡음, 확대량, 원점의이동, 두 단면 사이의 회전각, 정수화 오차에 거의 영향을 받지 않았으며, 최대 50 픽셀 크기의 혼입된 잡음에 대하여서도 자승오차를 최소화하는 최적 재구성이 가능하였다.

본 연구의 결과는 모의실험한 미세 인체기관에 대한 인공 와우 전극의 3차원 재구성 뿐만 아니라, 2단면 혈관 조영 촬영 영상으로부터 혈관의 3차원 재구성, 두개안면의 투영데이터로부터 3차원 재구성(cephalometry)등의 응용이 가능하며, 다음 연구 논문에서는 Affine 영역에서 Euclidian 영역으로의 정합방법과 실제 데이터를 사용한 임상데이터를 통한 검증을 진행할 계획이다.

### 감사의 글

이 논문은 2001년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음. (과제번호: KRF-2001-041-E00163)

### 참 고 문 헌

- [1] D. C. Kelsall, J. K. Shallop, T. G. Brammerier, and E.C.Prenger, "Facial nerve stimulation after Nucleus 22-channel cochlear implantation," *The American J. of Otolology*, vol.18, pp.336-341, 1997.
- [2] D.Thompson, and J.Mundy, "Three-dimensional model matching from an unconstraint viewpoint," *Proc. Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp.208-220, 1987.
- [3] G.Wang et. al., "Digital X-ray streophotogrammetry for cochlear implantation," *IEEE trans. on Biomed. Eng.*, Vol. 47, No.8, pp.1120-1130, 2000.
- [4] H.Longuet-Higgins, "A computer algorithm for reconstructing a scene from tow projections, *Nature*, Vol. 293, pp.133-135, 1981.
- [5] J.B.A. Maintz, and M.A.Viergever, "A survey of medical image registration," *Medical Image Analysis*, Vol.2, No.1, pp.1-37, 1998.
- [6] J.W.Peiffer, and D.N.Ku, "Computer modeling of the abdominal aorta using magnetic resonance images," *Annals of Biomed. Eng.*, Vol.21, pp.237-245, 1993.
- [7] R. A. Robb : *Three-dimensional biomedical imaging*, VCH Publishers, 1995.
- [8] S. K. Yoo, G. Wang, J. T. Rubinstein, M. W. Skinner, M.W.Vannier, "Three-dimensional modeling and visualization of the Cochlea on the internet," *IEEE trans. on Info. Tech. in Biomed.*, Vol. 4, No.2, pp.144-151, 2000.
- [9] Z.Zhang, and G. Xu, "A general expression of the fundamental matrix for both perspective and affine cameras," *Proc. of 15 th Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence*, 1997.
- [10] Z.Zhang, R.Deriche, O.Faugeras, and Q.-T.Luong, "A robust technique for matching two uncalibrated images through the recovery of the unknown epipolar geometry," *Artificial Intelligence Journal*, Vol.78, pp.87-119, 1995.

저 자 소 개



유 선 국 (俞善國)

1959년 1월 8일 생. 1981년 연세대 전기공학과 졸. 1983년 동대학원 전기공학과(석사). 1989년 동대학원 전기공학과(박사). 1990-1995 순천향대 전기공학과 전임강사, 조교수. 1998-2000 The University of Iowa Visiting Associate. 1995-현재 연세대학교 의학공학교실 조교수, 부교수



Ge Wang

Ge Wang, Ph.D., is Associate Professor with Department of Radiology, University of Iowa. His interests are computed tomography (CT) and image analysis, with emphasis on spiral/helical CT. He has 64 journal papers

and numerous other publications. He serves as Associate Editor of Medical Physics, Guest Editor for a special issue of IEEE Transactions on Medical Imaging (devoted to multi-slice spiral CT). His honors include the 1996 Hounsfield Award from the Society of Computed Body Tomography and Magnetic Resonance, the 1997 Giovanni DiChiro Award for outstanding Scientific Research from the Journal of Computer Assisted Tomography, and the 1999 Medical Physics Travel Award from the American Association of Physicists in Medicine (AAPM) and the Institute of Physics and Engineering in Medicine (IPEM).



김 남 현 (金南鉉)

1954년 8월 30일 생. 1977년 연세대 전기공학과 졸. 1982년 동대학원 전기공학과(석사). 1987년 동대학원 전기공학과(박사). 1988-현재 연세대학교 의학공학교실 전임강사, 조교수, 부교수



김 용 옥 (金容旭)

1959년 7월 16일 생. 1980년 연세대 의예과 졸. 1992년 성형외과 전문의. 1992년 동대학원 의학과(석사). 1996년 동대학원 의학과(박사). 1992-2000 가천의대 성형외과 과장 1996-1997 와싱턴의과대학 교환교수. 2000-현재 연세대학교 의과대학 성형외과학교실 조교수.



김 희 중 (金熙中)

1955년 7월 21일 생. 1983년 연세대 전기공학과 졸. 1987년 George Washington 대학교(석사). 1991년 George Washington 대학교(박사). 1994-1995 University of Pennsylvania 연구조교수. 1995-1997 울산대학교 핵의학과 조교수. 1997-현재 연세대학교 진단방사선학교실 조교수, 부교수