대한기계학회논문집 A 권, 제 26 권 제 3 호, pp. 445~451, 2002

Lined Pipe 의 응력해석을 위한 등가 물성치 계산

정 진 한* · 최 재 승†

(2001 년 5 월 14 일 접수, 2001 년 12 월 10 일 심사완료)

Equivalent Mechanical Property for Stress Analysis on Lined Pipe

Jin-Han Jung and Jae-Seung Choi

Key Words : Fluid Catalytic Cracking(FCC) Unit(유동성 촉매 분해 장치), Chemical Pressure Vessel(화공 압력 용기), Equivalent Mechanical Property(등가 물성치), Refractory Lining(내화물)

Abstract

The refractory-lined pipe is used to protect the system from high-temperature of the internal flow. The property of the refractory has an effect upon the stress analysis for fluid catalytic cracking(FCC) unit piping design. The equivalent elastic modulus and density considering steel and refractory must be applied in the stress analysis of the system. In the research, the theoretical method to obtain the value of the equivalent property is introduced and then the parametric analysis is carried out to understand the characteristic of the material properties, and the stress analysis is performed with reactor, the part of FCC unit.

기호설명

ρ_f : 유체의 밀도
ρ_S : 배관의 밀도
ρ_L : 라이닝의 밀도
g : 압축 하중하의 라이닝 무게 중심에서 X-X 축까지의 거리
p : 중립축 오프셋 거리
r_1 : 라이닝 내경
r_2 : 배관의 내경
r_3 : 배관의 외경
r_L : 라이닝 두께의 중심까지의 반경
ρ : 복합체의 곡률 반경
θ_1 : $\pi + sin^{-1}(p/r_L)$
θ_2 : $2\pi - sin^{-1}(p/r_L)$
n : 탄성 계수비 (E_S/E_L)

* 회원, 두산중공업㈜ 기술연구원
† 책임저자, 회원, 두산중공업㈜ 기술연구원
E-mail : jschoi@doosanheavy.com
TEL : (055)278-3671 FAX : (055)278-8593

1. 서 론

석유 정제용 FCC Unit 는 유동성 촉매 분해 장치(Fluid Catalytic Cracking Unit)의 약어로 중질유인 Buncker-C 유 및 잔사유를 고온에서 촉매와 반응시켜 Bunker-C 유 및 잔사유의 탄소 입자를 촉매가 흡수함으로써 가솔린과 같은 정제된 상태의 경질유를 생산하고, 탄소 입자의 흡수로 손상된 촉매는 700 ~ 800 ^{0}C 의 더운 공기와 혼합되어 촉매에 흡수된 탄소 입자를 분리함으로써 정제된 양질의 촉매를 재사용하는 장치이며, 일반적으로 반응로와 재생기로 구성되어 있다.[1]

유동성 촉매 분해 장치는 일반 화공 압력용기와는 달리 고온의 내부 유체로부터 시스템을 보호하기 위해 내벽에 내화물이 설치되어 있어 이 장치의 응력 해석을 위해서는 내화물의 영향을 반드시 고려 해야만 한다. 그러나 건전성 평가를 위한 배관해석, 응력해석 프로그램들은 1 차원 파이프 요소나 3 차원 SHELL 요소를 주로 사용하고 있어 배관과 내화벽돌을 동시에 고려해서 해석 할 수 없다.

그래서 내화 벽돌이 설치된 시스템의 응력해석을 위해서는 등가 물성치의 개념이 도입되어야 한다.[2-4] 즉 내화벽돌의 특성이 고려된 등가 물성치를 계산하여 이를 해석에 적용해 사용하게 된다.

본 연구에서는 내화벽돌이 설치된 유동성 촉매 분해 장치의 응력해석을 위한 등가 탄성 계수 및 등가 밀도를 계산하는 방법을 제시하였다.

2. 이 론

2.1 등가 밀도

Fig. 1 의 (a)는 내화물이 설치되어 있는 실제 배관 시스템의 치수를 나타내고 (b)는 해석용 모델을 보여준다. 해석용 모델의 치수는 실제 배관의 치수와 일치하고, 물성치는 내화물의 영향을 고려해서 새로이 결정한다. 실제 배관내의 유체의 중량이 해석용 모델에 흐르는 중량과 같다고 가정하면 등가 유체밀도(Equivalent Fluid Density)는 다음과 같이 정의할 수 있다.

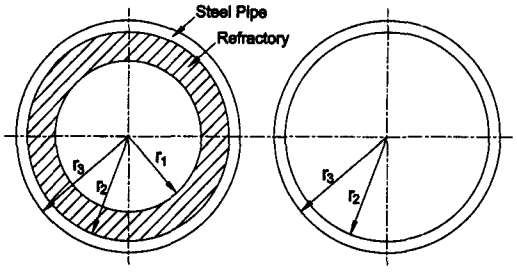
$$\rho_{feq}=\rho_f\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \tag{1}$$

여기서 ρ_f 는 실제 관에 흐르는 유체의 밀도를 나타낸다.

실제 배관 시스템에서 파이프와 내화물의 중량합은 해석용 모델의 중량과 등가한 것으로 가정을 하면 해석용 모델의 밀도는 다음과 같이 표현된다.

$$\rho_{eq}=\rho_S+\rho_L\frac{r_2^2-r_1^2}{r_3^2-r_2^2} \tag{2}$$

여기서 ρ_S 는 관의 밀도, ρ_L 는 내화재의 밀도를 나타낸다.



(a) Real system (b) Model for analysis

Fig. 1 Piping system geometry

2.2 등가 탄성 계수

등가 탄성계수를 계산하기 위해서는 배관과 내화 벽돌 사이에 미끄럼이 일어나지 않고 두 재질이 하나의 재질처럼 굽힘이 일어 난다고 하면 총 굽힘 모멘트는 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$M = M_S + M_L \tag{3}$$

Case Ⅰ) 인장에서의 내화벽돌의 탄성계수가 압축일 때의 탄성계수와 같은 경우에 중립축은 관의 중심에 위치하고 단순보 이론를 이용하면 식(3)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.[5-6]

$$E_{eq1} = E_S + E_L\frac{I_L}{I_S} = E_S + E_L\frac{r_2^4-r_1^4}{r_3^4-r_2^4} \tag{4}$$

Case Ⅱ) 내화벽돌의 특성상 인장은 받지 않고 압축만을 받고 또한 내화벽돌의 평균 반경(r_L) >> t_S, t_L 이고 중립축 오프셋 'p'는 작다고 가정한다.

내화벽돌이 인장을 받지 않으면, Fig. 2 에서 보는 것처럼 중립측은 단면의 압축측으로 'p'만큼 이동한다.

여기서 중립축의 위치는 중립축 위의 면적 모멘트와 아래의 면적 모멘트 합이 같다는 원리를 이용해서 구할 수 있다. Fig. 2 에서 중립축(N-A)에 관한 면적 모멘트를 취하면,

(배관의 면적)× $p=\frac{1}{n}$× (빗금친 면적)× $(g-p)$

즉 다시 말해서,

$$\pi(r_3^2-r_2^2)p=\frac{1}{n}\left[\frac{\pi}{2}\left(r_2^2-r_1^2\right)-2t_Lp\right](g-p) \tag{5}$$

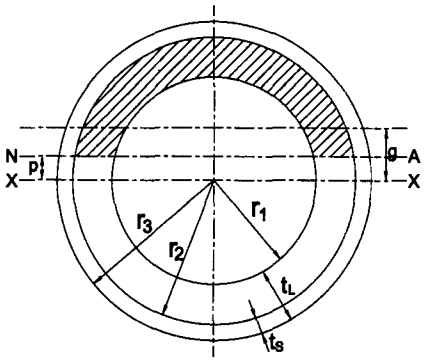


Fig. 2 Cross section of lined pipe of Case Ⅱ

여기서 탄성계수비 n 은 $\frac{E_S}{E_L}$ 를 나타낸다.

X-X 축에서 무게중심 g 까지의 거리를 얻기 위해서 내화물 영역을 3 부분(N-A 축위, X-X 와 N-A 축사이, X-X 축 아래)로 나눈 후 X-X 축에 대한 3 부분의 모멘트 합은 0 이어야 한다.

$$\left[\frac{\pi}{2}\left(r_2^{\,2}-r_1^{\,2}\right)-2pt_L\right]g+2(pt_L)\frac{p}{2}-\frac{\pi}{2}\left(r_2^{\,2}-r_1^{\,2}\right)\frac{2r_L}{\pi}=0$$

요약하면, 다음과 같이 표현된다.

$$\left[\frac{\pi}{2}\left(r_2^{\,2}-r_1^{\,2}\right)-2pt_L\right]g=\left(r_2^{\,2}-r_1^{\,2}\right)r_L-p^2t_L \qquad (6)$$

식 (5)와 (6)을 이용해서,

$$p^2-\frac{\pi}{2t_L}\left[2n\left(r_3^{\,2}-r_2^{\,2}\right)+\left(r_2^{\,2}-r_1^{\,2}\right)\right]p+\frac{r_L}{t_L}\left(r_2^{\,2}-r_1^{\,2}\right)=0 \qquad (7)$$

식 (7)을 이용하여 오프셋 'p'를 구할 수 있다. Fig. 2 의 중립축에 관한 등가 탄성계수는 다음과 같다.

$$E_{eq2}=E_s+E_L\frac{I_L}{I_S} \qquad (8)$$

여기서 I_S 는와 I_L 은 평행축 이론(Parallel-Axis Theorem)을 적용해서 쉽게 구해진다.

$$I_S=\frac{\pi}{4}\left(r_3^{\,4}-r_2^{\,4}\right)+p^2\pi\left(r_3^{\,2}-r_2^{\,2}\right) \qquad (9)$$

$$I_L=\frac{\pi}{8}\left(r_2^{\,4}-r_1^{\,4}\right)-\frac{2}{3}p^3t_L-\frac{\left(r_2^{\,2}-r_1^{\,2}\right)}{2}\left(4r_Lp-p^2\pi\right) \qquad (10)$$

Case Ⅲ) Case Ⅱ의 가정과는 달리 t_S, t_L 과 p 의 치수를 고려하고 나머지 가정은 Case Ⅱ와 같다.

Fig. 3 에서 힘의 평형(Static Equilibrium) 을 고려하면

$$F_S+F_L=0 \qquad (11)$$

$$F_S=\frac{E_s}{\rho}\int_{r_2}^{r_3}\int_0^{2\pi}(r\sin\theta+p)\,r\,d\theta\,dr=\frac{E_s}{\rho}p\pi\left(r_3^{\,2}-r_2^{\,2}\right) \qquad (12)$$

$$\begin{aligned}F_L&=\frac{E_L}{\rho}\int_{r_1}^{r_2}\int_{\theta_1}^{\theta_2}(r\sin\theta+p)\,r\,d\theta dr\\&=\frac{E_L}{\rho}\left[-\frac{1}{3}\left(r_2^3-r_1^3\right)\left(\cos\theta_2-\cos\theta_1\right)+\frac{1}{2}\left(r_2^2-r_1^2\right)p\left(\theta_2-\theta_1\right)\right]\end{aligned} \qquad (13)$$

여기서,

ρ : 복합체의 곡률 반경

$\theta_1:\pi+\sin^{-1}\left(\frac{p}{r_L}\right)$

$\theta_2:2\pi-\sin^{-1}\left(\frac{p}{r_L}\right)$

식 (11)에 대입하면,

$$\begin{aligned}p\pi\left(r_3^2-r_2^2\right)=-\frac{1}{n}\Bigg[&\frac{1}{3}\left(r_2^3-r_1^3\right)\left(\cos\theta_1-\cos\theta_2\right)\\&+\frac{p}{2}\left(r_2^2-r_1^2\right)\left(\theta_2-\theta_1\right)\Bigg]\end{aligned} \qquad (14)$$

Case Ⅱ에서 구한 p 값을 식 (14)의 초기치로 가정해서 수치해석에 의해 새로운 p 값을 구한다. CaseⅢ에서 등가 탄성계수는 다음과 같다.

$$E_{eq3}=E_s+E_L\frac{I_L}{I_S} \qquad (15)$$

여기서,

$$\begin{aligned}I_S&=\int_{r_2}^{r_3}\int_0^{2\pi}(r\sin\theta+p)^2\,r\,d\theta\,dr\\&=\frac{1}{4}\pi\left(r_3^4-r_2^4\right)+\pi p^2\left(r_3^2-r_2^2\right)\end{aligned} \qquad (16)$$

$$\begin{aligned}I_L&=\int_{r_1}^{r_2}\int_{\theta_1}^{\theta_2}(r\sin\theta+p)^2\,r\,d\theta\,dr\\&=\frac{1}{4}\left(r_2^4-r_1^4\right)\left[\frac{\theta_2-\theta_1}{2}-\frac{\sin2\theta_2-\sin2\theta_1}{4}\right]\\&\quad-\frac{2}{3}p\left(r_2^3-r_1^3\right)\left(\cos\theta_2-\cos\theta_1\right)\\&\quad+\frac{1}{2}p^2\left(r_2^2-r_1^2\right)\left(\theta_2-\theta_1\right)\end{aligned} \qquad (17)$$

Case Ⅳ) 경험적으로 Case Ⅰ의 60%, Case Ⅱ와 Case Ⅲ의 평균치의 40%를 고려한 아래 식이 평균 탄성계수를 계산하는데 사용되어 질 수 있다.

$$E_{eq4}=0.6E_{eq1}+0.4\left[\frac{E_{eq2}+E_{eq3}}{2}\right] \qquad (18)$$

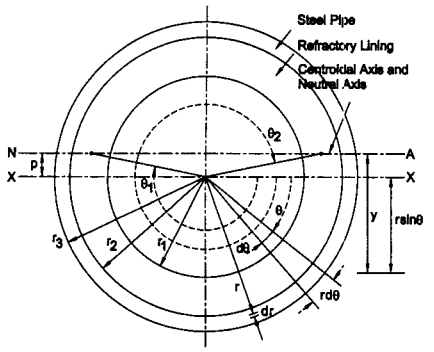


Fig. 3 Cross section of lined pipe of CaseIII

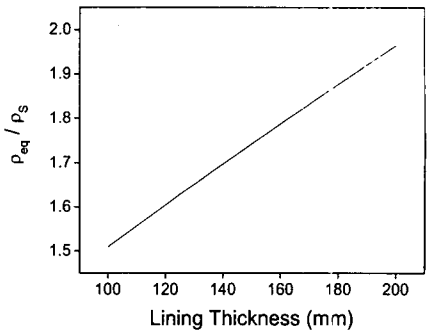


Fig. 4 Lining thickness vs. equivalent model density

3. 이론 해석

2 절에서 이론적으로 구한 식들을 이용해서 내화재 두께, 배관 두께, 배관 내경 등의 치수들을 변화 시켜 물성치들의 특성을 파악하였다.

등가 유체 밀도는 내화물의 내경, 외경(내화물 두께)의 함수이기 때문에 배관의 두께 변화는 영향을 주지 않는다. 라이닝 두께가 증가하면 등가 유체 밀도는 감소한다. 이는 흐르는 유체의 중량이 작아지기 때문이다. 라이닝 두께와 배관의 두께가 일정하고, 배관의 내경이 변화할 때는 배관의 내경이 증가할수록 등가 유체의 밀도는 증가한다. 다시 말해서 식 (1)은 다음과 같이 변화 시킬 수 있기 때문에

$$\frac{\rho_{feq}}{\rho_f}=\left(\frac{r_2-t_L}{r_2}\right)^2,\ (r_2 > t_L) \tag{19}$$

배관 내경이 일정하고 라이닝 두께가 증가하면 등가 유체 밀도는 감소하게 되고, 라이닝 두께가 일정하고 배관의 내경이 증가하면 등가 유체 밀도도 증가하게 된다.

등가 유체 밀도의 경우와는 다르게, 라이닝 두께를 증가 시킬 경우 등가 모델 밀도는 증가한다. 이는 라이닝 중량이 늘어나 전체 중량(라이닝 + 배관)에 영향을 끼치기 때문이다.(Fig. 4) 배관의 두께가 증가 시 등가 모델 밀도는 감소하고 배관의 내경이 증가하면 등가 모델 밀도는 증가한다. (Fig. 5, 6)

등가 탄성 계수를 나타내는 식 (4), (8), (15)는 등가 모델 식 (2)와 기본 형태가 같기 때문에 그래프 형태는 유사한 모양을 가진다.

여기서 배관의 탄성 계수는 강재의 물성치를 사용하였고, 라이닝은 주어진 값 또는 물성치를

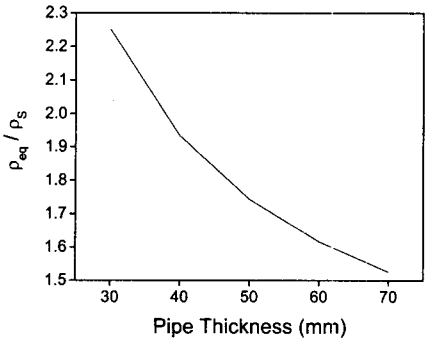


Fig. 5 Pipe thickness vs. equivalent model density

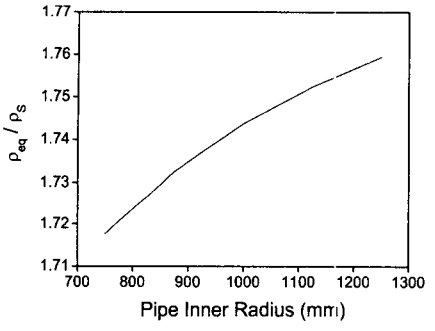


Fig. 6 Pipe inner radius vs. equivalent model density

알 수 없는 경우 다음과 같은 근사식을 사용한다.[7]

$$E=(1{,}089\,p^3\,G)^{\frac{1}{2}} \tag{20}$$

여기서 E: 탄성계수 (psi)
p: 내화물 밀도 (lb/ft^3)
G: 파단 계수 (psi)

위 식을 사용하여 내화재의 탄성계수를 구할 경우 항상 영미 단위계를 적용하여야 한다.

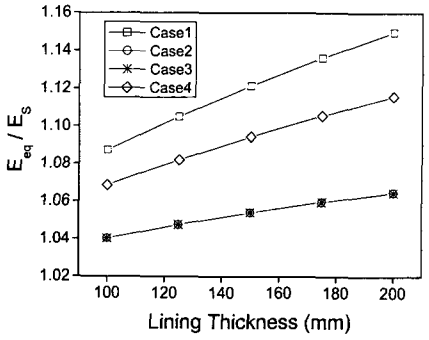


Fig. 7 Lining thickness vs. equivalent elastic modulus

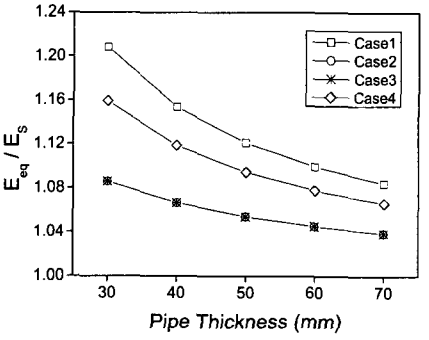


Fig. 8 Pipe thickness vs. equivalent elastic modulus

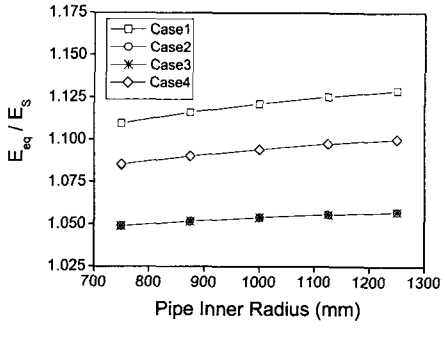


Fig. 9 Pipe inner radius vs. equivalent elastic modulus

Case Ⅰ)은 실제 설계에서 많이 사용하고 계산 방법이 간편하지만 가장 보수적인 해석 방법으로 과잉 설계의 가능성이 있다. Fig. 7, 8, 9 에서 보는 것 처럼 CaseⅣ)는 CaseⅡ), CaseⅢ)보다는 보수적이고 Case Ⅰ)보다는 덜 보수적인 계산법이다. Case Ⅱ)와 CaseⅢ)은 커다란 차이를 발견할 수 없다.

라이닝 두께가 증가함에 따라 등가 탄성 계수도 증가하고(Fig. 7), 배관 두께가 증가함에 따라 등가 탄성 계수는 감소하는 경향을 보인다.(Fig. 8)

배관 내경의 변화는 등가 탄성 계수에 큰 영향을 미치지는 않으며, 라이닝 두께 변화시의 계수 변화보다는 비교적 완만한 변화의 경향을 보인다. Fig. 9 는 배관 내경과 등가 탄성 계수와의 관계를 보여준다.

4. 유한요소 해석

Fig. 10, Fig. 11 은 유동성 촉매 분해장치의 반응로의 개략도와 반응로 해석을 위한 3 차원 SHELL 유한 요소 모델을 나타내고 있다. 2 절에서 제시한 등가 탄성계수의 타당성 검증 및 각 경우에서 얻은 등가 탄성계수를 이용한 응력해석을 수행하기 위한 모델은 Fig. 12 에 나타낸 유동성 촉매 분해장치 반응로의 스트리퍼(Stripper)와 라이저(Riser)의 연결부를 선택하였다. Fig. 12 의 유한요소 모델은 반응로 하부의 스트리퍼와 스트리퍼 외벽에 연결되어 있는 노즐인 라이저만을 모델링 한 것으로 (a)는 등가 탄성 계수를 적용한 3 차원 SHELL 모델이고, (b)는 배관과 라이닝을 동시에 모델링하기 위하여 3 차원 솔리드 모델링을 사용하였다. Fig. 12 의 라이저는 재생기에서 재생된 촉매가 중질유와 접촉, 중질유를 분해하는 곳이고, 스트리퍼는 접촉 반응이 끝난 촉매를 고온의 스팀으로 촉매의 불순물을 제거하여 재생기로 순환시키는 장치이다 스트리퍼와 라이저의 내부에는 서로 다른 재질의 내화물이 설치되어 고온의 유체로부터 장치들을 보호하고 있다. 적용 하중으로는 내압과 열하중만을 작용시켰다. 해석 모델의 주요 치수, 물성치와 하중 조건은 Table 1 에 나타내었다.

3 차원 SHELL 모델을 사용하기 위한 스트리퍼와 라이저의 등가 탄성 계수는 Table 2 에 나타내었다. 두 모델의 해석 결과는 Table 3 에 나타내었다. Table 3 에 나타내 바와 같이 3 차원 솔리드 모델과 등가 탄성 계수를 사용한 SHELL 모델의 해석결과는 SHELL 모델이 모든 경우에 있어서 솔리드 모델보다 조금 더 보수적으로 등가 탄성 계

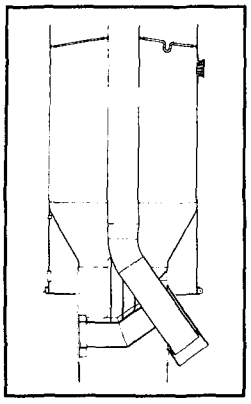


Fig. 10 Schematic diagram of reactor

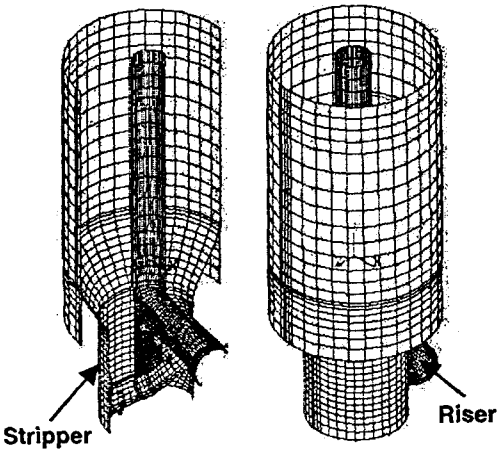
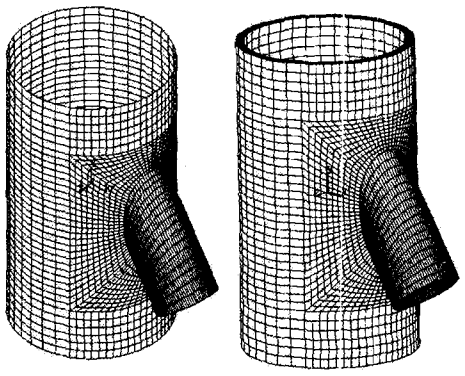


Fig. 11 Reactor FE half and full model of FCC unit

수 사용의 타당성을 검증할 수 있었다. 4 가지 SHELL 모델의 경우 등가 탄성계수의 값이 차이가 크지않기 때문에 해석결과 응력값도 유사한 값을 가진다. 결론적으로 가장 보수적인 해석을 위해서는 Case I 의 등가 탄성계수가 적합하며 4 가지 경우 모두다 설계해석에 적용가능하다. Fig. 13, 14 에는 SHELL 모델과 솔리드 모델의 Stress Intensity 의 분포를 보여 주고 있다. 시스템의 건전성 평가는 다음의 ASME 허용기준을 따른다.

- Primary Local Membrane Stress Intensity ≤ $1.5S_m$
- Primary + Secondary Stress Intensity ≤ $3S_m$

스트리퍼와 라이저의 소재인 SA516-70 의 허용응력(S_m)이 138MPa 이므로 4 가지 경우 모두 ASME 허용 기준을 만족함을 알 수 있다.



(a) SHELL model (b) SOLID model

Fig. 12 FE model of stripper and riser

Table 1 Dimension and loading condition of model

	Stripper	Riser
I.D.	4,524 mm	1,753 mm
t_S	76 mm	51 mm
t_L	127 mm	152 mm
E_S	193,799MPa	189,582MPa
E_L	4,867MPa	11,032MPa
Pressure	0.175MPa	0.260MPa
Temperature	145 °C	210 °C

Table 2 Equivalent elastic modulus

(Unit : GPa)

	Stripper	Riser
E_{eq1}	202	214
E_{eq2}	199	201
E_{eq3}	199	201
E_{eq4}	201	209

Table 3 Analytical result

(Unit : MPa)

	P_L	$P_L + P_b + Q$
Solid Model	142	161
Case I	160	180
Case II	155	175
Case III	155	175
Case IV	158	178

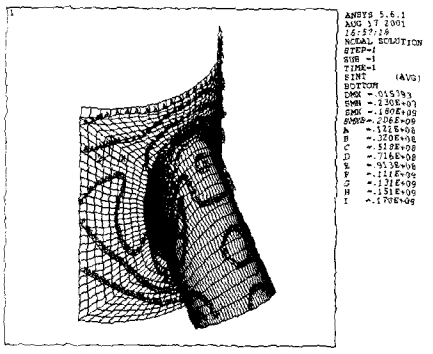


Fig. 13 Stress intensity distribution of shell model

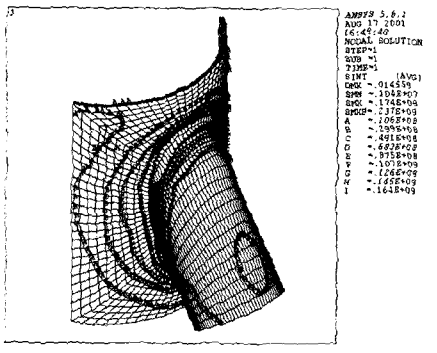


Fig. 14 Stress intensity distribution of solid model

5. 결 론

석유 정제용 유동성 촉매 분해 장치와 같이 고온의 내부 유체로부터 시스템을 보호하기 위하여 내벽에 내화벽돌을 설치한 압력 용기의 응력해석 수행을 위한 등가 탄성계수 및 등가 밀도를 구하는 방법을 제시하였고, 배관의 두께, 내화재 두께, 내경의 변화에 따른 특성을 고찰하였으며 등가 물성치를 적용한 SHELL 모델과 배관, 라이닝을 동시에 모델링한 솔리드 모델의 해석을 통하여 제시한 등가 탄성 계수의 타당성을 검증하였다.

참고문헌

(1) 김태완, 최재승, 정진한, 1999, "석유 정제용 FCC Unit의 Pipe Stress 해석을 위한 등가 물성치 계산," *기술보고서*, 한국중공업, pp. 1 ~ 6.

(2) Chadda, T. S., 1981, "Effect of Refractory Lining on the Stiffness of Steel Pipe," *Pressure Vessel and Piping Division*, ASME, pp. 79 ~ 87.

(3) Manuel Aguirre G., 1969, *Bending of Composite Cylinders*, Master Thesis, Rice University.

(4) Mogbo Nathan C., Jirsa James O., and Wilhoit, Jr. J.C., 1972, "Effective Stiffness of Concrete Coated Line Pipe," *Petroleum Mechanical Engineering with Underwater Technology, Petroleum Div., ASME*, 71-Pet-26, pp. 1 ~ 9.

(5) Truong, K. T., 1998, "Improve FCCU Refractory Lined Piping Design," *Hydrocarbon Processing*, Vol. 77 No. 7, pp. 69 ~ 74.

(6) 정진한, 최재승, 2001, "Lined Pipe 이론 해석," 대한기계학회 춘계학술대회논문집(A), pp. 964 ~ 968.

(7) Refinery Technology Inc., 1998, *Project Book for Stress Analysis in FCCU-Reactor/Regenerator.*