한국정밀공학회지 제19권 제7호 (2002년 7월)
Journal of the Korean Society of Precision Engineering Vol. 19, No. 7, July 2002.

네 개의 고정 바퀴가 장착된 자동차 구조 평면형 모바일 로봇의 기구학 모델링

이승은*, 김희국**, 이병주***

Kinematic Modeling of a Car-like Planar Mobile Robot with Four Fixed Wheels

Seung-Eun Lee*, Wheekuk Kim** and Byung-Ju Yi***

ABSTRACT

This paper deals with kinematic modeling of a car-like planar mobile robot consisting of four conventional fixed wheels attached on two parallel axles. The kinematic model of such a mobile robot requires the description of skidding and sliding frictional motion. Previous kinematic model proposed by Muir and Newman[1] does not include such frictional motions. Thus, does it result in least square solution in estimating a sensed forward velocity solution. A modified kinematic model is proposed by incorporating translational friction motion into the original algorithm. It is shown that translational friction motions should be included into kinematic model of the mobile robot to represent its real physical motion.

Key Words : Mobile robot(모바일 로봇), Kinematic model(기구학 모델), Translational friction motion(미끄럼 마찰 운동)

기호설명

v_b = velocity of the body of mobile robot
v_{sk} = skidding friction velocity
v_{sl} = slidding friction velocity
η = rotational friction velocity
θ = rotation of the wheel

1. 서론

현재 자주 사용되는 모바일 로봇 바퀴의 형태는 크게 네가지 형태로 분류될 수 있다 : 고정바퀴, 제로오프셋 조향바퀴, 오프셋 조향바퀴(캐스터 바퀴) 그리고 Swedish 바퀴[1,2]. Muir과 Newman[1] 그리고 Campion[2] 등에 의해 이와 같은 다양한 형태의 바퀴가 장착된 평면형 모바일 로봇의 기구학 모델링 방법과 분석이 제시되었으며 최근까지 Muir와 Newman에 의해 제시된 기구학 모델방법은 자주 활용되고 있다[3,4]. Muir과 Newman[1]에 의한 기구학 모델은 모바일 로봇의 허용운동공간에 근거하

2001년 6월 26일 접수
* 고려대학교 대학원
** 고려대학교 제어계측공학과
*** 한양대학교 전자컴퓨터 공학부

고 있으며 Campion[2] 등은 각 바퀴의 미끄럼 마찰 운동이 발생하지 않는 다는 조건에 해당하는 구속 공간에 직교하는 공간을 허용운동공간으로 하는 기구학 모델을 제시하였다. 이 밖에도, 주행 로봇의 동적 제어와 경로 추정에 관한 연구가 수행되고 있다[5,6]. 그러나, 이러한 방법들은 모두 모바일 로봇의 미끄럼 마찰운동을 고려치 않고 있다.

해석의 편이를 위해 지면과 바퀴는 점접촉을 유지한다고 가정한다. 이때, 지면과 바퀴의 접촉점에서의 회전마찰력은 매우 미약하므로 하나의 수동 회전관절로 모델 할 수 있다. 그러나, 지면과 바퀴의 마찰계수 및 수직항력의 크기에 연관된 바퀴의 진행방향과 측면방향으로의 미끄럼 마찰력은 회전마찰력에 비하여 상대적으로 크므로, 이 방향으로의 미끄럼 마찰운동은 발생하지 않는다고 가정한다. 이러한 가정하에서는 고정바퀴는 기구학적으로 2 자유도를 가지는 부속체인으로 제로 오프셋 조향바퀴, 캐스터 바퀴 그리고 Swedish바퀴는 기구학적으로 3자유도 직렬체인으로 모델 될 수 있다.

특히, 3 자유도를 가지는 직렬부속체인으로 모델될 수 있는 캐스터 바퀴나 또는 Swedish바퀴가 장착된 평면형 모바일 로봇은 전방향성 특성을 가지게 됨을 알 수 있다. 그러나, 하나 이상의 제로 오프셋 바퀴가 장착된 모바일 로봇은 추가로 조향성(steeribility)을 가지게 되지만 평면형 모바일 로봇의 전방향성 특성을 제한함을 유의하자. 한편, 기구학적으로 2자유도를 가지는 고정바퀴가 장착되는 경우 모바일 로봇의 출력공간을 제한하게 되어 역시 전방향성 특성을 제한함을 유의하자.

이러한 관절모델에 근거하여 Yi[7,8] 등은 세 개 또는 네 개의 caster바퀴가 장착된 전방향 특성을 가지는 모바일 로봇에 대한 기구학 및 동역학 해석을 좌표계 전환기법[9] 등을 활용하여 수행하였으며 이와 더불어, 여유구동입력을 가지는 경우에 입력을 적절히 분배함으로서 소요동력을 감소시킬 수 있음을 모의 실험을 통하여 보였다. Kim[10] 등은 모바일 로봇 바퀴의 미끄럼 마찰운동을 확장변수로 활용한 확장된 좌표계 전환기법을 통하여 전체 모바일 로봇의 기구학 모델을 구하는 방법을 제시하였다. 특히, 이러한 방법은 미끄럼이 없는 다양한 형태의 모바일 로봇의 기구학 모델에 적용되었으나 모든 다른 형태의 바퀴에 대하여 그리고 바퀴의 미끄럼 마찰이 있거나 없는 모든 경우에 적용될 수 있는 방법이다. 또한, 최근에 Kim[11] 등은 다양한 형태의 평면형 모바일 로봇과 Mars rover모바일 로봇의 모빌리티에 대한 분석을 수행하였다.

실제로 그림 1과 같은 두 개의 고정바퀴가 장착되어 있는 두 개 이상의 바퀴축이 서로 평행하게 설치된 차와 유사한 모양의 평면형 모바일 로봇의 경우 미끄럼마찰운동이 발생되지 않는다고 하면 진행방향으로의 직선운동에 해당하는 오직 하나만의 모빌리티[11]를 가지게 되어 모바일 로봇으로서 의미가 없게 된다. 이러한 구조에서 운동이 발생되기 위해서는 직선운동을 제외한 모든 곡선 운동에서는 미끄럼 마찰운동이 발생되어야 한다.

한 예로서, 이러한 네 개의 바퀴구조는 큰 하중을 받는 트럭의 뒷 바퀴부분에 활용되고 있다. 이러한 트럭의 경우 다양한 형태의 굴곡이 있는 도로를 따라 주행하므로 트럭에 장착된 네 개의 바퀴도 이러한 굴곡이 있는 도로를 따라 이동해야 함을 알 수 있다. 이러한 경우, 미끄럼 마찰운동은 필연적으로 발생되게 된다. 그러므로, 본 논문에서는 미끄럼 마찰운동이 필연적으로 발생되는 그림 1과 같은 모바일 로봇의 기구학 모델과 정속도 추정해 및 방법에 관하여 조사한다.

본 연구의 내용은 다음과 같이 요약된다. 먼저, 고정바퀴의 기구학 모델링을 수행한다. 둘째로, 조사하고자 하는 평면형 모바일 로봇에 대해 미끄럼 마찰운동이 포함되지 않는 경우와 미끄럼 마찰이 포함된 경우에 대한 기구학 모델을 구한다. 끝으로, Muir와 Newman[1]에 의해 제시된 정속도 추정 알고리듬을 이들 두 모델에 적용하여 추정 속도해를 구한 후 비교분석을 수행한다. 그리고 결론을 맺는다.

2. 고정바퀴의 모빌리티

먼저 그림 1의 모바일 로봇에 대한 모빌리티에 관하여 조사한다. 바퀴에 미끄럼 마찰운동이 발생되지 않는다는 가정하에서 모바일 로봇의 모빌리티는 Grubler 모빌리티 공식에 대입하는 경우

$$M = d\times(l-1)-\sum_i c_i = d\times 7-10\times(d-1)=10-3d \quad (1)$$

로 표현된다. 여기서 d는 전체 관절의 운동공간의 차원을 나타내고 l은 지면을 포함한 전체 링크의 수, 그리고 c_i는 i번째 관절의 구속조건의 수를 나타낸다. 이 식에 전체 관절의 운동 공간의 차원인 $d=3$, 가상관절을 포함한 모델에 있어서의 링

크와 관절의 수 $l=8$ 그리고 $c_i=10\times(d-1)$을 대입하게 되면 모빌리티는 1로서 진행방향으로의 직선운동만을 할 수 있는 구조를 가지고 있음이 확인된다[11].

한편, 바퀴의 진행방향과 측면방향으로의 미끄럼 마찰운동이 발생되는 경우에 대하여 고려한다. 이 경우 모바일 로봇의 모빌리티는 Grubler 모빌리티 공식으로부터

$$M=d\times 13-16\times(d-1)=16-3d \tag{2}$$

로 표현된다. 앞의 경우와 마찬가지로 전체 관절의 운동 공간의 차원인 $d=3$을 대입하게 되면 7의 모빌리티를 가진다는 것을 확인할 수 있다. 이러한 7개에 해당하는 모바일 로봇의 모빌리티는 쉽게 다음과 같이 유추될 수 있다: 즉, 각 네 바퀴의 회전운동과 진행방향으로의 미끄럼운동의 조합으로 발생되는 네 가지 운동과 모든 네 바퀴의 회전운동이 발생되지 않는 상태에서의 모바일 로봇의 평면형 공간에서의 강체 운동모드 세 개.

따라서, 미끄럼 마찰운동이 발생하지 않는 경우에는 독립적인 최소 구동 입력의 수는 하나이며 미끄럼 마찰운동이 발생되는 경우에는 적어도 일곱 개의 독립적인 구동입력이 요구되지만 실제로 네 개 바퀴의 구동만이 가능하므로 나머지 세 개의 운동방향으로는 수동적으로 움직이게 된다. 따라서, 이러한 모바일 로봇의 정속도 및 역속도 관계식은 추정되어야 하며 본 논문에서는 정속도 추정 알고리듬에 관하여 중점적으로 기술한다.

3. 고정바퀴의 기구학 모델링

먼저, 모바일 로봇의 출력운동이 평면운동으로 제한된다고 가정한다. 지면에 고정된 기준 좌표계와 모바일 로봇의 몸체에 고정된 몸체 좌표계를 각각 $(\mathbf{X},\ \mathbf{Y},\ \mathbf{Z})$와 $(\hat{\boldsymbol{x}}_b,\ \hat{\boldsymbol{y}}_b,\ \hat{\boldsymbol{z}}_b)$로 나타낸다. O_b는 몸체 좌표계의 원점을 나타낸다. 또한, 바퀴와 지면과의 접촉점에 위치한 접촉 좌표계를 $(\boldsymbol{x}_c,\ \boldsymbol{y}_c,\ \boldsymbol{z}_c)$로 나타낸다. 이때, 모바일 로봇의 운동이 평면으로 제한되는 경우, $\hat{\boldsymbol{Z}}=\hat{\boldsymbol{z}}_b$임을 유의하자. 한편, 모바일 로봇의 출력속도를

$$\dot{\boldsymbol{u}}=[v_{bx},\ v_{by},\ \omega]^T, \tag{3}$$

로 나타내자. 여기서 $\boldsymbol{v}_b=[v_{bx}\ v_{by}]^T$와 ω는 각각 점 O_b의 속도 그리고 수직축에 대한 몸체 좌표계의 각속도를 나타낸다.

그림 2는 모바일 로봇에 장착된 하나의 고정바퀴를 보여주고 있다. 그림 2와 같이 바퀴축에 수직으로 고정된 고정바퀴의 경우 항상 $\hat{\boldsymbol{x}}_c=\hat{\boldsymbol{x}}_b$이며 $\hat{\boldsymbol{y}}_c=\hat{\boldsymbol{y}}_b$임을 유의하자. 그리고, 편의상, 그림에서와 같이 $\hat{\boldsymbol{z}}_w=-\hat{\boldsymbol{x}}_b$로 가정한다. 바퀴의 중심점 O_w는 몸체 좌표계로부터 $(x,\ y,\ z)$의 위치에 있다고 하자. 바퀴의 회전으로 인한 바퀴의 중심점 O_w의 병진속도 $\boldsymbol{v}_w$는 아래와 같이 구할 수 있다:

$$\boldsymbol{v}_w=\dot{\theta}\,\hat{\boldsymbol{z}}_w\times r\hat{\boldsymbol{z}}_b, \tag{4}$$

여기서 r과 $\dot{\theta}$는 각각 바퀴의 반경과 바퀴축 $\hat{\boldsymbol{z}}_w$에 대한 회전각속도를 나타낸다. 한편, v_{sk}와 v_{sl}를 각각 바퀴축 방향으로의 미끄럼 마찰속도(skidding velocity) 그리고 바퀴의 진행방향으로의 미끄럼 마찰속도(sliding velocity)라 하자. 이 때, 점 O_w 로부터 점 O_b까지의 위치벡터 $\overrightarrow{O_wO_b}$는 몸체 좌표계로 아래와 같이 표현된다:

$$\overrightarrow{O_wO_b}=-(x\hat{\boldsymbol{x}}_b+y\hat{\boldsymbol{y}}_b+z\hat{\boldsymbol{z}}_b). \tag{5}$$

모바일 로봇의 병진속도와 각속도는 각각 아래와 같이 표현될 수 있다:

$$\boldsymbol{v}_b=\boldsymbol{v}_w+\dot{\eta}\,\hat{\boldsymbol{z}}_b\times\overrightarrow{O_wO_b}+v_{sk}\hat{\boldsymbol{x}}_c+v_{sl}\hat{\boldsymbol{y}}_c, \tag{6}$$

그리고

$$\omega=\dot{\eta}, \tag{7}$$

여기서 $\dot{\eta}$는 $\mathbf{Z}$축에 대한 회전각속도를 나타낸다. 한편, (6)과 (7)은 행렬식으로 다음과 같이 표현된다:

$$\dot{\boldsymbol{u}}=[G^u_{\phi*}]\,\dot{\boldsymbol{\phi}}^*, \tag{8}$$

여기서

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}^*=[\dot{\eta},\ \dot{\theta},\ v_{sk},\ v_{sl}]^T, \tag{9}$$

그리고

$$[G^u_{\phi*}]=\begin{bmatrix} y & 0 & 1 & 0\\ -x & r & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}. \tag{10}$$

(8)의 역관계식은 (10)의 행렬이 정사각행렬이 아니므로 바로 구할 수 없다. 그러므로, 확장변수로서 미끄럼 마찰속도(v_{sl})를 활용하여 확장된 출력속도벡터($\dot{\boldsymbol{u}}^*$)를 다음과 같이 정의한다:

$$\dot{\boldsymbol{u}}^* = [v_{bx},\ v_{by},\ \omega,\ v_{sl}]^T. \tag{11}$$

이때, (8)은 다음과 같이 표현된다:

$$\dot{\boldsymbol{u}}^* = [G^{u*}_{\phi*}]\ \dot{\boldsymbol{\phi}}^*, \tag{12}$$

여기서

$$[G^{u*}_{\phi*}] = \begin{bmatrix} y & 0 & 1 & 0 \\ -x & r & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{13}$$

(13)의 확장된 자코비안의 역행렬은 바퀴의 반경이 0이 아닌 경우에($r \neq 0$) 항상 존재하므로 (12)의 역관계식은 아래와 같이 얻어진다:

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}* = [G^{u*}_{\phi*}]^{-1}\dot{\boldsymbol{u}}^* = [G^{\phi*}_{u*}]\ \dot{\boldsymbol{u}}^*, \tag{14}$$

여기서

$$[G^{\phi*}_{u*}] = \frac{1}{r}\begin{bmatrix} 0 & 0 & r & 0 \\ 0 & 1 & x & -1 \\ r & 0 & -ry & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r \end{bmatrix}. \tag{15}$$

특히, 이상의 과정에서 미끄럼 마찰이 없는 경우에 대한 기구학 모델은 단순히, 최종 모델인 (10)과 (15)에서 마찰이 없다는 조건($v_{sk}=0$ 그리고/또는 $v_{sl}=0$)을 대입함으로서 얻어질 수 있다.

4. 네 고정바퀴를 가지는 모바일 로봇의 기구학 모델링

그림 1은 네 개의 고정바퀴를 가지는 모바일 로봇을 보여주고 있다. 좌표 (x_i, y_i)는 몸체 좌표계로 나타낸 모바일 로봇의 i번째 바퀴의 위치라고 하자. 앞절에서와 마찬가지로 모바일 로봇의 확장된 출력속도벡터와 i번째 바퀴에 대한 확장된 관절벡터를 각각 다음과 같이 정의하자:

$$\dot{\boldsymbol{u}}_i^* = [v_{bx},\ v_{by},\ \omega,\ v_{sli}]^T,$$

$${}_i\dot{\boldsymbol{\phi}}^* = [\dot{\eta}_i,\ \dot{\theta}_i,\ v_{ski},\ v_{sli}]^T.$$

이때, (12)와 (13)에서와 마찬가지로 정속도 관계식은 다음과 같이 얻어진다:

$$\dot{\boldsymbol{u}}_i^* = [{}_iG^{u*}_{\phi*}]\ {}_i\dot{\boldsymbol{\phi}}^*, \quad \text{for } i=1,2,3,4 \tag{16}$$

여기서

$$[{}_iG^{u*}_{\phi*}] = \begin{bmatrix} y_i & 0 & 1 & 0 \\ -x_i & r_i & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{17}$$

그리고 역속도 관계식은 (14)와 (15)에서와 같이 (17)의 역행렬을 구함으로서 아래와 같이 구해진다:

$${}_i\dot{\boldsymbol{\phi}}^* = [{}_iG^{u*}_{\phi*}]^{-1}\dot{\boldsymbol{u}}_i^* = [{}^iG^{\phi*}_{u*}]\ \dot{\boldsymbol{u}}_i^*, \tag{18}$$

여기서

$$[{}^iG^{\phi*}_{u*}] = \frac{1}{r_i}\begin{bmatrix} 0 & 0 & r_i & 0 \\ 0 & 1 & x_i & -1 \\ r_i & 0 & -r_iy_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_i \end{bmatrix} \text{(i=1,2,3,4).} \tag{19}$$

(18)은 각 바퀴 당 네 개씩 모두 16개의 구속 조건식을 포함하고 있다. 이중 네 개의 식은 확장된 마찰속도 변수에 대한 더미(dummy) 관계식임을 유의하자 (즉, $v_{sli}=v_{sli}$).

5. 역속도 관계식

역속도 관계식은 주행 로봇의 출력 속도에 관한 정보를 가지고 각 바퀴의 관절속도를 구하는 식이다. 바퀴의 미끄럼 마찰운동과 바퀴의 회전운동은 동일한 방향으로 운동을 나타냄으로 추가적인 정보가 요구된다. 특히, 바퀴의 미끄럼 마찰운동은 바퀴와 지면과의 접촉조건과 모바일 로봇의 동역학 효과로 인하여 발생된다. 그러나, 실제상황에 있어 이러한 정보는 정확히 알 수 없다. 다음은 역속도 추정 관계식에 관하여 기술한다.

(18)에서 네 번째 더미 관계식을 제외한 후 두 번째 식의 오른쪽에서 v_{sli}를 포함하는 항을 왼쪽으로 이항하여 정리하면 다음과 같다:

$$[F_i]\ {}_i\dot{\boldsymbol{\phi}}^* = [{}^iG^{\phi*}_{u}]\ \dot{\boldsymbol{u}},\ (i=1,2,3,4.) \tag{20}$$

여기서

$$[F_i] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{r_i} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \tag{21}$$

$$[{}^{i}G_u^{\phi^*}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{r_i} & \frac{x_i}{r_i} \\ 1 & 0 & -y_i \end{bmatrix}. \quad (22)$$

(20)을 하나의 행렬식으로 종합하면 아래와 같다.

$$[F]\dot{\boldsymbol{\phi}}^* = [G_u^{\phi^*}]\dot{\boldsymbol{u}}, \quad (23)$$

여기서

$$[F] = \begin{bmatrix} [F_1] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [F_2] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [F_3] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [F_4] \end{bmatrix}, \quad (24)$$

$$[G_u^{\phi^*}] = \begin{bmatrix} [{}^{1}G_u^{\phi^*}] \\ [{}^{2}G_u^{\phi^*}] \\ [{}^{3}G_u^{\phi^*}] \\ [{}^{4}G_u^{\phi^*}] \end{bmatrix}, \quad (25)$$

그리고

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}^* = [{}_1\dot{\boldsymbol{\phi}}^{*T},\ {}_2\dot{\boldsymbol{\phi}}^{*T},\ {}_3\dot{\boldsymbol{\phi}}^{*T},\ {}_4\dot{\boldsymbol{\phi}}^{*T}]^T. \quad (26)$$

따라서, 역속도 관계식은 다음과 같이 구해질 수 있다:

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}^* = [F]^+[G_u^{\phi^*}]\dot{\boldsymbol{u}} + (I - [F]^+[F])\boldsymbol{\epsilon}, \quad (27)$$

여기서

$$[F]^+ = [F]^T([F][F]^T)^{-1} \quad (28)$$

로서 유사역행렬을 나타낸다. 특히, (27)에서 첫 번째 항은 특별해를 나타내며 두 번째 항은 동질해(Homogeneous solution)을 나타낸다. 그리고 $\boldsymbol{\epsilon}$은 바퀴와 지면접촉조건 및 동역학 효과 등을 고려하여 결정되어야 할 임의의 벡터이다.

6. 정속도 추정 알고리듬

본 절에서는 미끄럼 마찰속도를 기구학 모델에 포함하지 않는 경우와 포함한 경우에 대하여 Muir와 Newman[1]이 제시한 정속도 추정 알고리듬을 적용하여 그 결과를 비교 분석하고자 한다. Muir와 Newman에 의해 제시된 정속도 추정 알고리듬은 부록에 요약되어 있다.

모바일 로봇의 측정 관절 속도 벡터와 비측정 관절 속도벡터를 각각

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_s = [\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \dot{\theta}_4]^T, \quad (29)$$

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_n = [\dot{\boldsymbol{\eta}}^T, \boldsymbol{v}_{sk}{}^T, \boldsymbol{v}_{sl}{}^T]^T, \quad (30)$$

라 하자. 여기서

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = [\dot{\eta}_1, \dot{\eta}_2, \dot{\eta}_3, \dot{\eta}_4]^T, \quad (31)$$

$$\boldsymbol{v}_{sk} = [v_{sk1}, v_{sk2}, v_{sk3}, v_{sk4}]^T, \quad (32)$$

그리고

$$\boldsymbol{v}_{sl} = [v_{sl1}, v_{sl2}, v_{sl3}, v_{sl4}]^T \quad (33)$$

이다. 실제로, 네 바퀴의 회전속도의 경우 쉽게 측정 가능하므로 측정관절속도벡터로 지정하였다.

그림 1의 모바일 로봇에 대하여 미끄럼 마찰을 포함하지 않는 경우에 대한 정속도 추정해에 관련된 식은 다음과 같이 요약된다. (A1)과 (A2)에 해당하는 식은 각각

$$J_{in} = [y_i,\ -x_i,\ 1]^T, J_{is} = [0,\ r,\ 0]^T, \quad (34)$$

그리고

$$\boldsymbol{P}_n = [\dot{\boldsymbol{u}}^T,\ \dot{\boldsymbol{\eta}}^T]^T,\quad i = 1,2,3,4 \quad (35)$$

와 같다. 그리고 (A7)에 해당하는 식은

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{P}}_n &= r(A_n^T A_n)^{-1} A_n^T B_s \dot{\boldsymbol{q}}_s, \\ &= r\begin{bmatrix} 4I_{3\times 3} & T \\ T^T & D \end{bmatrix}^{-1} A_n^T B_s \dot{\boldsymbol{q}}_s \end{aligned} \quad (36)$$

여기서

$$T = \begin{bmatrix} -y_1 & -y_2 & -y_3 & -y_4 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (37)$$

그리고

$$\begin{aligned} D = diag\ [&1 + x_1^2 + y_1^2,\ 1 + x_2^2 + y_2^2, \\ &1 + x_3^2 + y_3^2,\ 1 + x_4^2 + y_4^2]. \end{aligned} \quad (38)$$

(36)에서는 출력속도와 회전마찰속도에 대한 최소제곱근 해에 해당하는 유사 역행렬을 활용하고 있다는 사실에 유의하자.

한편, sliding friction과 skidding friction으로 인한 미끄럼 마찰속도를 포함하는 경우는 (A1)과 (A2)에 해당하는 관계식은 다음과 같다:

$$J_{in} = \begin{bmatrix} y_i & 1 & 0 \\ -x_i & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},\ J_{is} = \begin{bmatrix} 0 \\ r \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (39)$$

그리고

$$\boldsymbol{P}_n = [\dot{\boldsymbol{u}}^T,\ \dot{\boldsymbol{\eta}}^T,\ \dot{\boldsymbol{v}}_{sk}{}^T,\ \boldsymbol{v}_{sl}{}^T]^T. \quad (40)$$

따라서, (A3)에 해당하는 식은 다음과 같이 표현된다:

$$A_n \dot{P}_n = B_s \dot{q}_s, \tag{41}$$

여기서 A_n과 B_s는 각각 12×15 그리고 12×4 크기의 행렬을 나타낸다. (41)로부터 $\dot{P}_n$에 대한 해는

$$\dot{P}_n = A_n^+ B_s \dot{q}_s + (I - A_n^+ A_n)\varepsilon \tag{42}$$

와 같이 얻어진다. 여기서

$$[A_n]^+ = [A_n]^T([A_n][A_n]^T)^{-1}. \tag{43}$$

(42)의 첫 번째 항은 특별해를 나타내며 두 번째 항은 동질해를 나타낸다. 그리고 ε은 바퀴와 지면접촉조건 및 동역학 효과 등을 고려하여 결정되어야 할 임의의 벡터이다. 특히, 마찰을 포함시킴으로 정속도 추정해는 (43)과 같은 최소놈 해에 해당하는 유사역 행렬로 변환되었음을 유의하자. 뒤 따르는 모의 실험에서는 동질해항을 제외한 첫 번째 항만을 고려한 결과를 활용한다.

7. 모의실험

본 절에서는 미끄럼 마찰운동이 포함되지 않은 경우와 포함된 경우에 대한 정속도 추정해에 대한 모의실험을 수행한다. 대상으로는 모바일 로봇의 각 바퀴가 $(-10,10)$, $(10,10)$, $(-10,-10)$ 그리고 $(10,-10)$ 와 같은 대칭의 위치에 장착되었다고 하자. 편의상, 네 바퀴의 반경은 단위 값을 가진다고 하자.

특히, (41)의 경우 $\omega = \dot{\eta}_i$ ($i=1,2,3,4$) 이고, $v_{sk1} = v_{sk2}$과 $v_{sk3} = v_{sk4}$라는 모바일 로봇의 강체조건을 대입하면 아래와 같이 간단히 정리될 수 있다.

$$A_n^* \dot{P}_n = B_s^* \dot{q}_s, \tag{44}$$

여기서

$$A_n^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 10 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -10 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 10 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -10 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -10 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \tag{45}$$

$$B_s^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{46}$$

따라서, 미끄럼 마찰속도가 포함된 정속도해를 구하기 위한 뒤 따르는 모의 실험 결과는 (44)로부터 유사역행렬을 이용하여 얻어진 정속도해이다.

바퀴의 측정된 회전속도벡터 값이

$$\dot{\theta}_s = [\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \dot{\theta}_4]^T = [1,1,1,1]^T, \tag{47}$$

로 측정되었을 때, 모바일 로봇은 진행방향으로 직선운동을 하고 있는 경우를 나타낸다. 이 경우, 미끄럼 마찰운동이 발생되지 않는다. 그러므로, 기구학 모델에 미끄럼 마찰속도의 포함여부에 상관없이 모두 동일한 추정결과가 산출된다.

$$\dot{u} = [v_{bx}, v_{by}, \omega]^T = [0, 1, 0]^T, \tag{48}$$

$$\dot{\theta}_n = [\dot{\eta}^T, \dot{v}_{sk}^T, \dot{v}_{sl}^T] = [0^T, 0^T, 0^T]. \tag{49}$$

그러나, 바퀴의 측정된 회전속도벡터 값이

$$\dot{\theta}_s = [1, 2, 1, 2.2]^T \tag{50}$$

일 때, 미끄럼 마찰운동이 포함되지 않은 경우에 대한 정속도 추정해는

$$\dot{u} = [0.495, 1.55, 0.0275]^T, \tag{51}$$

그리고

$$\dot{\eta} = [0.0250, 0.0201, 0.0300, 0.0349]^T \tag{52}$$

로서 얻어지는데, 바퀴의 미끄럼 회전속도가 서로 다른 값을 가지고 있는 결과를 나타나고 있다. 이 결과는 모바일 로봇의 강체조건(기구학 구속조건 : 즉, $\omega = \dot{\eta}_i$, $i=1,2,3,4$)에 일치하지 않는 결과로서 최소제곱근에 의한 해를 추정해로 산출한 결과라는 사실을 쉽게 알 수 있다.

다음은 미끄럼 마찰운동이 포함된 경우에 있어 (50)에 주어진 측정 속도 정보를 활용하여 추정된 비측정 속도벡터값을 나타낸다.

$$\dot{u} = [0.0000, 1.2400, 0.0366]^T, \tag{53}$$

$$\dot{\eta} = [0.0366, 0.0366, 0.0366, 0.0366]^T, \tag{54}$$

$$v_{sk} = [0.3661, 0.3661, -0.3661, -0.3661]^T \tag{55}$$

그리고

$$\boldsymbol{v}_{sl}=[-0.1261,-0.3939,-0.1261,-0.5939]. \quad (56)$$

예상한 대로, 정속도 추정값들은 기구학적으로 적합한 해를 제시하고 있음을 알 수 있다.

8. 결론

본 연구에서는 미끄럼 마찰운동을 수반하는 모바일 로봇의 기구학 모델을 수행하였다. 모바일 로봇은 네 개의 고정바퀴를 장착하고 있으며 회전운동시 미끄럼 마찰운동이 필연적으로 발생되는 구조를 가지고 있다. 그리고 모바일 로봇의 기구학 모델에 미끄럼 마찰이 포함된 경우와 포함되지 않은 경우에 대하여 Muir와 Newman에 의해 제시된 정속도 추정방법을 활용하여 출력속도를 추정함으로서 비교 분석을 수행하였다. 특히, 미끄럼 마찰운동이 포함되지 않는 경우 기구학적으로 부적합한 추정해가 도출됨을 확인하였으며 미끄럼 마찰이 포함된 경우의 정속도 추정해는 기구학적으로 적합한 추정해가 도출됨을 보였다.

한편, Muir와 Newman에 의해 제시된 정속도 추정 방법은 모바일 로봇의 출력속도와 미끄럼 회전속도에 대한 최소제곱근을 활용함으로서 미끄럼 마찰운동에 대한 고려를 하지 않고 있을 뿐 만 아니라, 모바일 로봇의 동역학효과 및 미끄럼 마찰력과 관계 있는 지면의 조건을 통합하기에는 적합하지 않다. 그러므로, 이러한 조건을 통합한 보다 포괄적인 정속도 추정알고리듬에 대한 연구가 요구되며 현재 이에 관한 연구가 수행되고 있다.

참고문헌

1. Muir, P.F. and Newman, C.P., "Kinematic Modeling of Wheeled Mobile Robots," Journal of Robotic Systems, Vol. 4, No. 2, 281-340, 1987.
2. Campion, G., Bastin, G., and D'Andrea-Novel, B., "Structural Properties and Classification of Kinematic and Dynamic Models of Wheeled Mobile Robots," IEEE Trans. on robots and automations, Vol. 12, No. 1, pp. 47-62, Feb. 1996.
3. Kumar, S.S., and Angeles, J., "Kinematics and Dynamics of a Three-Wheeled 2-DOF AGV," IEEE Int'l conf. on Robotics and Automation, pp. 1572-1577, 1989.
4. Tarokh, M., McDermott, G., Hayati, S., and Hung, J., "Kinematic Modeling of a High Mobility Mars Rover," IEEE Int'l conf. on Robotics and Automation, pp. 992-998, 1999.
5. 은희창, 정동원, "바퀴 달린 로봇의 동적 제어," 한국정밀공학회지, 제15권, 제3호, pp. 127-132, 1998.
6. 안정우, 박동진, 권태종, 한창수, "자율 주행차량의 경로추종 제어 알고리즘," 한국정밀공학회지, 제17권, 제4호, pp. 121-128, 2000.
7. Yi, B.J. and Kim, W.K., "Kinematic/Dynamic Modeling And Analysis of a 3 Degree-of-Freedom Omni-directional Mobile Robot with Redundant Actuation," IROS Conference tutorial, ch.1, pp. 1-25, 1999.
8. Yi, B.J. and Kim, W.K., "The Kinematics for Redundantly Actuated Omni-directional Mobile Robots," IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 2485-2492, 2000.
9. Freeman, R.A. and Tesar, D., "Dynamic modeling of serial and parallel mechanisms/robotics systems, Part I-methodology, Part II-Applications," 20th biennial mechanism conf. DE-Vol. 15-2, pp. 7-27, 1988,
10. Kim, W.K., Kim, D.H., and Yi, B.J., "Kinematic Modeling of Mobile Robots by Transfer Method of Augmented Generalized Coordinates," IEEE Int'l conf. on robotics and automation, 2001.
11. 김희국, 이승은, 이병주, "평면형 모바일 로봇의 모빌리티 분석," 춘계 제어계측.로봇.자동화.시스템 종합학술회의, pp. 53-57, 2001.

부록

Muir와 Newman의 정속도 추정 방법[1]

모바일 로봇의 각 바퀴에 대한 정속도 관계식이 아래와 같이 표현된다고 하자:

$$\dot{\boldsymbol{u}}=J_{is}\dot{\boldsymbol{q}}_{is}+J_{in}\dot{\boldsymbol{q}}_{in}, \text{ for } i=1,2,\cdots,N_w \quad (A1)$$

또는

$$\dot{\boldsymbol{u}}-J_{in}\dot{\boldsymbol{q}}_{in}=J_{is}\dot{\boldsymbol{q}}_{is}, \quad (A2)$$

여기서 N_w, $\dot{q}_{is}$, 그리고 $\dot{q}_{in}$는 각각 모바일 로봇 바퀴의 수, 측정 속도 벡터, 그리고 비측정 속도 벡터를 나타낸다고 하자. (A2)는 행렬식으로 아래와 같이 정리된다:

$$A_n \dot{P}_n = B_s \dot{q}_s, \tag{A3}$$

여기서

$$A_n = \begin{pmatrix} I_1 & -J_{1n} & 0 & \cdots & 0 \\ I_2 & 0 & -J_{2n} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ I_n & 0 & \cdots & 0 & -J_{Nn} \end{pmatrix}, \tag{A4}$$

$$B_s = \begin{pmatrix} J_{1s} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & J_{2s} & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & J_{Ns} \end{pmatrix}, \tag{A5}$$

그리고

$$P_n = \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{q}_{1n} \\ \dot{q}_{2n} \\ \vdots \\ \dot{q}_{Nn} \end{pmatrix}, \quad \dot{q}_s = \begin{pmatrix} \dot{q}_{1s} \\ \dot{q}_{2s} \\ \vdots \\ \dot{q}_{Ns} \end{pmatrix}. \tag{A6}$$

이때, 원하는 정속도 추정해는 (A3)의 유사 역행렬을 취함으로서 아래와 같이 얻어진다:

$$P_n = (A_n^T A_n)^{-1} A_n^T B_s \dot{q}_s. \tag{A7}$$

특히, 추정된 출력속도벡터 $\dot{u}$는 아래와 같이 단순화될 수 있다.

$$\dot{u} = [\Delta(J_{1n}) + \Delta(J_{2n}) + \cdots + \Delta(J_{Nn})]^{-1} [\Delta(J_{1n})J_{1s}\ \Delta(J_{2n})J_{2s} \cdots \Delta(J_{Nn})J_{Ns}]\ \dot{q}_s, \tag{A8}$$

여기서

$$\Delta(V) = \begin{cases} -I, & \text{for } V = null \\ V(V^T V)^{-1} V^T - I, & Otherwise. \end{cases} \tag{A9}$$

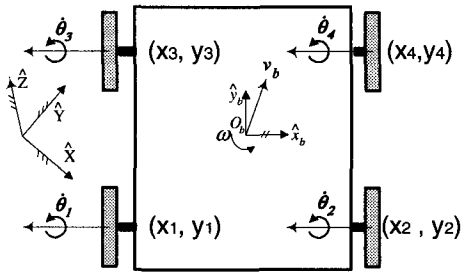

Fig. 1 A mobile robot with four fixed wheels

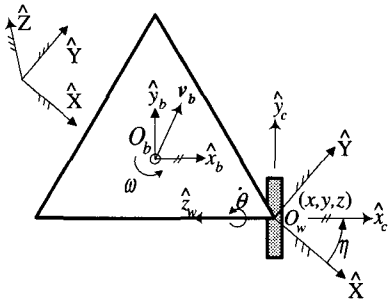

Fig. 2 A conventional fixed wheel