

## V-벨트식 변속장치와 2K-H II 형식 차동기어장치의 복합형 무단변속기

김 연 수\* · 최 상 훈†

(2001년 8월 18일 접수, 2002년 3월 28일 심사완료)

### Continuously Variable Transmission Composed of a V-Belt Drive and a 2K-H II Type Differential Gear Unit

Yeon-Su Kim and Sang-Hoon Choi

**Key Words:** Continuously Variable Transmission(무단변속기), Differential Gear Unit(차동기어장치),  
Power Circulation(동력순환), Power Split(동력분류), Geared Neutral(중립)

#### Abstract

As combining the functions of a 2K-H II type differential gear unit and a V-belt type continuously variable unit(CVU), 16 different mechanisms are presented. Some useful theoretical formula related to speed ratio, power flow and efficiency are derived and analyzed. Continuously variable transmission(CVT) mechanisms are proposed, which can offer a backward mode, a geared neutral, an underdrive mode and an overdrive mode. They are not required of a starting device as a torque converter. CVT mechanisms developed here present two distinct operating modes which are a power circulation mode and a power split mode. The transition of two modes takes place at the particular CVU speed ratio. For these CVT mechanisms, performance analysis related to speed ratio, power ratio and theoretical efficiency are executed.

#### 1. 서 론

연속적으로 속도비를 변화시킬 수 있고 엔진속도를 차량속도와 독립적으로 제어함으로써 동력 성능과 연비성능을 동시에 만족시킬 수 있는 무단변속기에는 다양한 종류의 기구가 개발되어 사용되고 있으나, 이들 대부분은 자체적으로 중립(geared neutral)을 구현할 수 없거나 동력전달 효율과 수명 측면에서 기존의 기어변속기보다 불리한 단점을 가지고 있다.<sup>(1,2)</sup> 이러한 단점을 극복하기 위해 기존의 무단변속기구에 차동기어장치를 결합시킨 형태의 무단변속기에 대한 연구가 진행되었고, 이러한 형태는 무단변속기의 소형 및 경

량화 설계를 가능하게 하였고 동력전달 효율의 증대 및 변속 범위의 확대, 그리고 중립의 생성과 출발장치를 요구하지 않는 등 많은 장점을 갖는 것으로 분석되었다.<sup>(3-12)</sup> 특히 저자는 V-벨트식 무단변속기구에 2K-H I형식 차동기어장치를 결합시켜 입력축 연결방식과 출력축 연결방식에 대한 다수의 동력순환형과 동력분류형 구성들을 제안하였다. 또한 제안된 구성에 대해 효율, 동력흐름 및 동력분담율, 속도비의 이론식을 유도하고 실험을 통해 타당성을 검증하였다.<sup>(11,12)</sup> 동력순환형과 동력분류형의 장점을 결합시킨 복합형 무단변속기에 대한 다양한 연구가 진행된 바 있으나, 이들의 대부분은 별도의 체인구동장치를 추가해야 하거나 여러 개의 무단변속기구를 사용해야 하는 단점이 있다.<sup>(13-17)</sup>

본 논문에서는 V-벨트식 무단변속기구에 2K-H II 형식 차동기어장치를 입력축 연결방식과 출력축 연결방식으로 결합시킨 16가지의 기본구성을 제안하였다. 또한 저자의 선행연구<sup>(11,12)</sup>에 의해 실

\* 회원, 한국철도기술연구원, 시스템기술개발팀

† 책임저자, 회원, 건국대학교 기계항공공학부

E-mail : shchoi@konkuk.ac.kr

TEL : (02)450-3476 FAX : (02)444-1033

험적으로 증명된 방법으로 기본구성에 대한 속도비, 동력전달효율, 동력흐름, 동력분담율에 대한 이론식을 유도하였다. 제안된 기본구성에 대해 특성해석을 수행하고, 그 결과를 이용하여 체인 등 별도의 기구가 요구되지 않고 후진, 중립, 전진을 모두 구현할 수 있으면서 효율과 동력분담율을 개선한 복합형 무단변속기를 제안하였다.

## 2. 주요 구성요소 및 이론적 배경

### 2.1 V-벨트식 무단변속기구

2개의 가변풀리(variable pulley)가 고정된 축간 거리로 구성되는 V-벨트식 무단변속기구는 Fig. 1과 같이 구동축과 종동축 가변풀리의 벨트 회전반경을 동시에 변화시킴으로써 속도비를 연속적으로 변화시킬 수 있다.

### 2.2 2K-H II 형식 차동기어장치

2K-H II형식 차동기어장치는 Fig. 2와 같이 태양기어 s, 링기어(ring gear) r, 캐리어 c를 동심축으로 하여 유성기어 p1, p2와 함께 구성된다. 또한 링기어와 유성기어 p1의 물림효율( $\eta_{rp1}$ )과 태양기어와 유성기어 p2의 물림효율( $\eta_{sp2}$ )의 곱을 기본효율( $\eta_0$ )로 정의한다.<sup>(18)</sup>

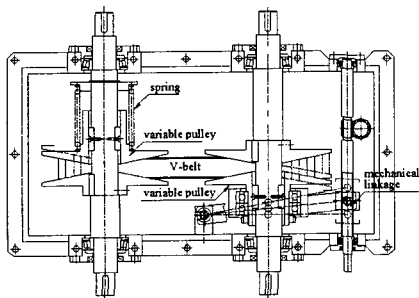


Fig. 1 V-belt type continuously variable unit

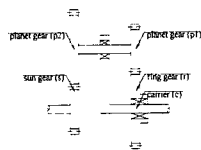


Fig. 2 2K-H II type differential gear unit

$$\eta_0 = \eta_{rp1} \eta_{sp2} \quad (1)$$

### 2.3 구성방식 및 동력흐름

무단변속기구에 차동기어장치를 결합시키는 방식으로는 무단변속기구가 입력축에 직접 연결되는 입력축 연결방식(input coupled type)과 출력축에 연결되는 출력축 연결방식(output coupled type)이 있다.<sup>(2)</sup> 무단변속기의 동력흐름은 2가지로 분류된다. 동력순환형(power circulation)은 출력동력의 일부가 변속기 내부를 순환하는 것으로서 순환하는 방향에 따라 정방향 순환형(positive circulation)과 부방향 순환형(negative circulation)으로 분류된다. 동력분류형(power split)은 전체 입력동력을 무단변속기구와 차동기어장치가 일정 비율로 분담하여 전달하는 동력흐름이다.<sup>(2,11,12)</sup>

## 3. 기본구성의 설계

### 3.1 기본구성

V-벨트식 무단변속기구의 기본축은 2개이고, 2K-H II형식 차동기어장치는 태양기어, 링기어, 캐리어 등 기본축이 3개이므로 이들을 서로 연결하는 방법은 모두 6가지 구성이 가능하다. 그러나 2K-H II형식의 경우 태양기어와 링기어는 잇수만 조정하면 그 역할이 서로 변환되므로 실제 유효한 연결방법은 4가지가 된다.

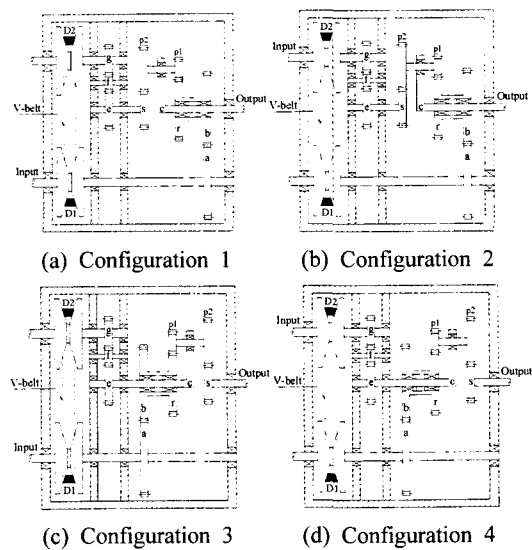


Fig. 3 Input coupled type 6 basic configurations

입력축 연결방식의 기본구성은 Fig. 3과 같으며, 각각의 구성은 아이들러 기어 f의 유무에 따라 동력흐름이 변화하므로 실제 8가지가 된다. 출력축 연결방식의 경우는 입력축 연결방식의 입력축과 출력축이 서로 뒤바뀌는 형태이며, 마찬가지로 아이들러 기어 f의 유무에 따라 실제 기본구성은 8가지가 된다.

3.2 입력축 연결방식

동력순환형인 아이들러 기어 f가 없는 구성 1, 2, 3( $z_r > z_s$ ), 4( $z_r > z_s$ )와 아이들러 기어 f를 포함한 구성 3( $z_r < z_s$ ), 4( $z_r < z_s$ )의 속도비( $i$ ), 이론효율( $\eta$ ), 무단변속기구의 동력분담율( $P_{CVU}/P_i$ )와 차동기어장치의 동력분담율( $P_{dif}/P_i$ )을 저자의 선행연구<sup>(11,12)</sup>와 동일한 방법으로 정리하면 Appendix 1과 같다. 또한 동력분류형인 기어 f가 있는 구성 1, 2, 3( $z_r > z_s$ ), 4( $z_r > z_s$ ), 기어 f가 없는 구성 3( $z_r < z_s$ ), 4( $z_r < z_s$ )에 대한 이론식을 정리하면 Appendix 2와 같다. 여기서  $D_1, D_2$ 는 가변폴리의 회전직경이고,  $z_a, z_b, z_e, z_g$ 는 Fig. 3에서 기어 a, b, e, g의 잇수이다. 또한 무단변속기구의 효율을  $\eta_{CVU}$ , 기어 a, b의 물림효율을  $\eta_{lab}$ , 기어 e, f의 물림효율을  $\eta_{ef}$ , 기어 f, g의 물림효율을  $\eta_{fg}$ , 기어 e, g의 물림효율을  $\eta_{eg}$ 로 정의하면  $\eta_0'$ 은 다음과 같다.

$$\eta_0' = \eta_{ab} \eta_{ef} \eta_{fg} \eta_{CVU} \quad (2)$$

$$\eta_0' = \eta_{ab} \eta_{eg} \eta_{CVU} \quad (3)$$

3.3 출력축 연결방식

출력축 연결방식은 입력축 연결방식과 동일한 동력흐름을 가지며, 동력분류형의 이론식을 정리하면 Appendix 3과 같다. 동력순환형은 특성해석에서의 설명과 같이 입력축 연결방식의 중립점에 해당되는 지점에서 무한대로 발산하는 쌍곡선 형태의 속도비와 동력분담율을 가지며, 출력축의 회전방향이 변환하는 넓은 영역에서 효율이 0이 되므로 무단변속기로 사용하기가 곤란하다. 따라서 동력순환형의 이론식 정리는 생략하였다.

4. 기본구성의 특성해석

4.1 설계 파라미터

Appendix 1, 2, 3에서와 같이 기본구성의 속도

비, 효율, 동력분담율 등의 특성은 2K-H II형식 차동기어장치의 기본속도비( $i_0$ )인  $z_r/z_s$ , 기어비  $z_b/z_a, z_g/z_e$ 에 의해 변화한다. 따라서 이들 3가지 변수를 설계 파라미터로 정의하고, Table 1의 조건으로 이들에 대한 기본구성들의 특성해석을 수행하였다. 기어비  $z_b/z_a, z_g/z_e$ 에 대한 특성해석에서는  $z_r/z_s$ 의 크기에 따라 동력흐름이 변화하므로  $z_r/z_s > 1.0$  과  $z_r/z_s < 1.0$ 인 경우를 분리하여 고려하였다.

특성해석에 사용된 조건은 Table 2와 같다. 무단변속기구 효율은 4개의 속도비에 대해 수행된 효율측정 실험 결과를 이용하여 선형보간법으로 적용하였다.<sup>(11,12)</sup> 또한 차동기어장치 및 각종 기어 열의 물림효율은 표준 스퍼기어로 제작되며 베어링손실과 윤활손실은 무시하고, 치면의 마찰손실(마찰계수는 0.1)만을 고려하여 해석한 결과를 이용하였다.<sup>(18)</sup>

4.2 입력축 연결방식 기본구성

4.2.1 동력순환형의 특성

구성 1, 기어 f를 포함한 구성 3의  $z_r/z_s < 1.0$  조건, 기어 f가 없는 구성 4의  $z_r/z_s > 1.0$  조건에서  $z_r/z_s$ 의 증가에 따라 중립점의 위치는 무단변속기구의 속도비 2.0의 방향으로 이동하지만, 구성 2, 기어 f가 없는 구성 3의  $z_r/z_s > 1.0$  조건, 기어 f를

Table 1 Parameter ranges for parametric analysis

parameters	ranges	remarks
$z_r/z_s$	0.4 ~ 2.5	$z_b/z_a = 1.0$ $z_g/z_e = 1.0$
$z_b/z_a$	0.3 ~ 3.0	$z_r/z_s = 0.67, 1.5$ $z_g/z_e = 1.0$
$z_g/z_e$	0.3 ~ 3.0	$z_r/z_s = 0.67, 1.5$ $z_b/z_a = 1.0$

Table 2 Efficiencies of gears and the CVU

2K-H II type differential gear unit & gear trains	
$\eta_{rp1} = \eta_{sp2} = \eta_{ef} = \eta_{fg} = \eta_{eg} = \eta_{lab} = 0.982$	
V-belt type continuously variable unit	
speed ratios	efficiency of the CVU
0.50	0.938
0.66	0.904
1.00	0.870
2.00	0.824

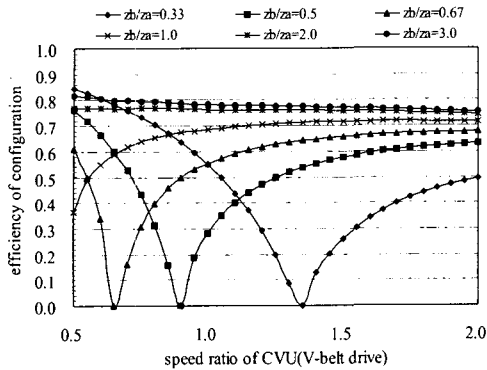


Fig. 4 Efficiencies of input coupled type configuration 1(power circulation) as the gear ratio  $z_b/z_a$

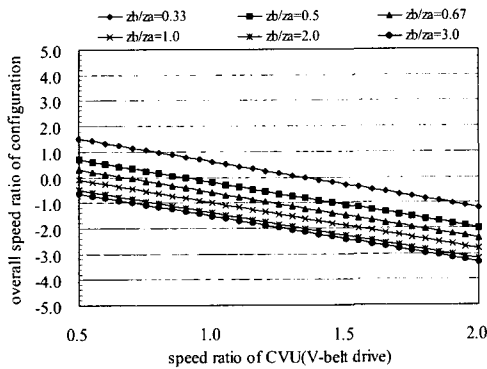


Fig. 5 Speed ratios of input coupled type configuration 1(power circulation) as the gear ratio  $z_b/z_a$

포함한 구성 4의  $z_f/z_s < 1.0$  조건에서는 속도비 0.5의 방향으로 이동한다.  $z_b/z_a$  및  $z_g/z_c$ 의 변화에 대한 중립점의 위치는 구성 1, 2는  $z_f/z_s$ 의 변화와 동일한 경향을 갖지만, 구성 3, 4는 반대의 경향을 갖는다. Fig. 4는  $z_f/z_s = 0.67$ ,  $z_g/z_c = 1.0$ 일 때  $z_b/z_a$ 에 따른 동력순환형 구성 1의 효율을 해석한 결과이다.

구성 1의 속도비 기울기는  $z_f/z_s < 1.0$ 에서 음의 값,  $z_f/z_s > 1.0$ 에서는 양의 값을 갖는다.  $z_f/z_s$ 의 증가에 따라 속도비 기울기가 감소하고,  $z_b/z_a$ 의 증가에 따라 기울기 변화없이 크기만 증대되며  $z_g/z_c$ 의 증가에 따라 크기 및 기울기 모두 증대된다. 구성 2는  $z_f/z_s$ 에 대해서만 구성 1과 반대의 경향을 갖고 나머지는 동일한 경향을 갖는다. 구성 3의 속도비 기울기는 양의 값이다.  $z_f/z_s$ 의 증가에 따라 속도비의 크기 및 기울기 모두 감소하고,  $z_b/z_a$  및  $z_g/z_c$ 의 증가에 따라 증대된다. 또한 구성 4의 속도비는 설계 파라미터에 대해 구성 3의 경우와

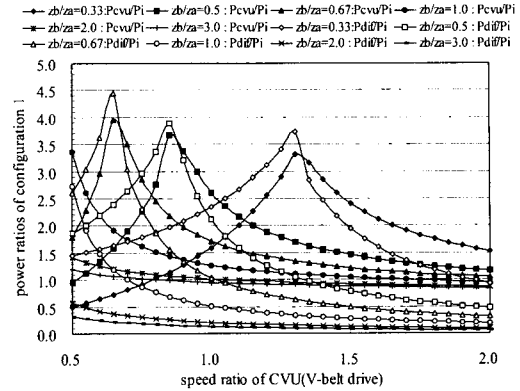


Fig. 6 Power ratios of input coupled type configuration 1(power circulation) as the gear ratio  $z_b/z_a$

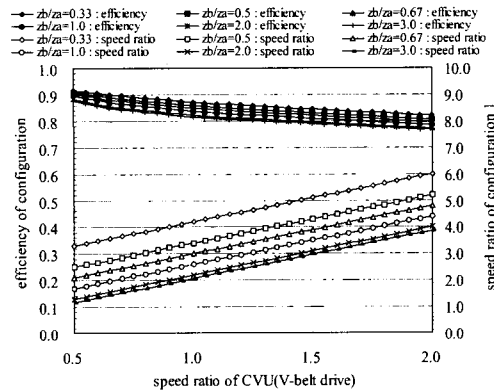


Fig. 7 Efficiencies and speed ratios of input coupled type configuration 1(power split) as  $z_b/z_a$

반대되는 경향을 갖는다. Fig. 5는  $z_f/z_s = 0.67$ ,  $z_g/z_c = 1.0$ 일 때  $z_b/z_a$  변화에 따른 동력순환형 구성 1의 속도비를 해석한 결과이다.

중립점에서는 출력동력이 없고 모든 동력이 변속기 내부에서 순환하므로 무단변속기구와 차동기어장치의 동력분담율은 최대값이 된다. Fig. 6에서 동력분담율이 최대인 위치는 중립점의 위치와 Fig. 4에서 효율이 0인 지점, Fig. 5에서 속도비가 0인 지점과 동일하다. 또한 높은 동력분담율은 출력동력의 감소를 의미하므로 동력분담율과 효율은 서로 반대되는 경향을 갖는다. Fig. 6은  $z_f/z_s = 0.67$ ,  $z_g/z_c = 1.0$ 일 때  $z_b/z_a$ 에 대한 동력순환형 구성 1의 동력분담율을 해석한 결과이다.

동력순환형은 Fig. 5에서 속도비가 0이 되는 중립점을 기준으로 회전방향이 변환하므로 그 자체만으로 후진, 중립, 전진을 모두 구현할 수 있

나 Fig. 4와 같이 높은 효율을 일정하게 유지하지 못하고, Fig. 6에서와 같이 높은 동력분담율을 가지므로 소형, 경량화 설계가 곤란하며 각종 부품의 내구성에 문제점을 발생시킬 수 있다.

4.2.2 동력분류형의 특성

구성 1의 효율은  $z_r/z_s$ 의 변화에 대해 비례하고  $z_r/z_s > 1.0$ 의 경우가  $z_r/z_s < 1.0$ 의 경우보다 효율이 높다. 또한  $z_b/z_a$  및  $z_g/z_c$ 의 크기에는 반비례하는 경향을 갖는다. 구성 2의 효율은 구성 1의 경우와 반대되는 경향을 갖는다. 기어 f를 포함한 구성 3의 효율은  $z_r/z_s > 1.0$  조건에서 설계 파라미터에 대해 반비례한다. 또한 기어 f가 없는 구성 3의 효율은  $z_r/z_s < 1.0$ 에서  $z_r/z_s$ 의 크기에 비례하지만  $z_b/z_a$  및  $z_g/z_c$ 에는 반비례한다. 동력순환형 구성 4는 각각의 조건에서 구성 3과 반대의 경향을 갖는다.

구성 1과 2의 속도비는  $z_r/z_s < 1.0$ 에서 크기 및 기울기 모두 양의 값을 갖는다. 또한  $z_r/z_s$  및  $z_g/z_c$ 의 증가에 따라 크기와 기울기 모두 증대되지만  $z_b/z_a$ 의 증가에 대해서는 모두 감소한다.  $z_r/z_s > 1.0$ 에서는 크기 및 기울기 모두 음의 값을 가지며,  $z_r/z_s$  및  $z_b/z_a$ 의 크기가 증가하면 크기와 기울기 모두 감소하지만  $z_g/z_c$ 가 증가하면 모두 증대된다. 기어 f를 포함한 구성 3의  $z_r/z_s > 1.0$ 에서 속도비의 크기 및 기울기는 모두 음의 값을 가지며, 설계 파라미터에 대해 속도비는 비례한다. 기어 f가 없는 구성 3은  $z_r/z_s < 1.0$ 에서  $z_g/z_c$ 에 대해서만 동일하고 나머지는 기어 f를 포함한 구성 3과 반대의 경향을 갖는다. 구성 4의 속도비는 기어 f를 포함한 경우의  $z_b/z_a$ 에 대한 경향과 기어 f가 없는 경우의  $z_r/z_s$ 에 대한 경향만 반대이고, 나머지는 구성 3과 동일한 경향을 갖는다. Fig. 7은  $z_r/z_s = 0.67$ ,  $z_g/z_c = 1.0$ 일 때  $z_b/z_a$  변화에 따른 동력분류형 구성 1의 효율과 속도비를 해석한 결과이다.

동력분류형에서는 자체 효율이 높은 차동기어 장치의 동력분담율은 효율과 동일한 경향인 반면 무단변속기구의 경우는 반대의 경향을 갖게 된다. Fig. 8은  $z_r/z_s = 0.67$ ,  $z_g/z_c = 1.0$ 일 때  $z_b/z_a$  변화에 따른 동력분류형 구성 1의 동력분담율을 해석한 결과이다. 동력분류형은 동력순환형에 비해 높은 효율을 유지하며, Fig. 8과 같이 동력분담율이 낮은 특성을 갖는다. 그러나 Fig. 7에서와 같이 동력분류형은 자체적으로 중립점의 생성이 불가능하다는 것이 큰 단점이다.

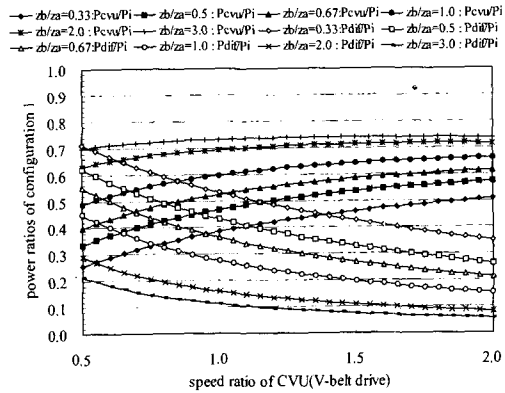


Fig. 8 Power ratios of input coupled type configuration 1 (power split) as the gear ratio  $z_b/z_a$

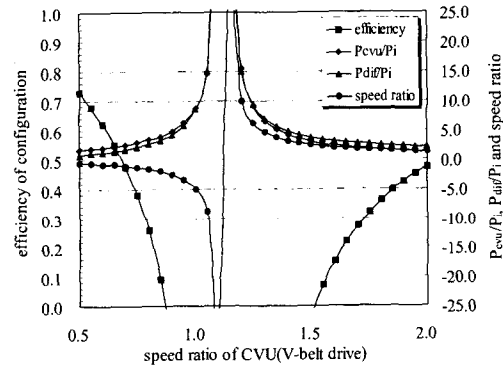


Fig. 9 Characteristics on the output coupled CVT (configuration 1 : power circulation)

4.3 출력축 연결방식 기본구성

4.3.1 동력순환형의 특성

출력축 연결방식의 동력순환형은 입력축 연결방식의 중립점에 해당되는 부근에서 무한대로 발산하는 쌍곡선의 속도비와 동력분담율을 가지며, 효율이 0이 된다. 따라서 출력축 연결방식의 동력순환형은 무단변속기로 사용하기 곤란하다. Fig. 9는  $z_r/z_s = 0.67$ ,  $z_b/z_a = 0.5$ ,  $z_g/z_c = 1.0$ 일 때 동력순환형 구성 1의 성능을 해석한 결과이다.

4.3.2 동력분류형의 특성

출력축 연결방식 동력분류형의 효율은 입력축 연결방식과 거의 동일한 경향을 갖는다. Fig. 10은  $z_r/z_s = 1.5$ ,  $z_g/z_c = 1.0$ 일 때  $z_b/z_a$  변화에 따른 동력분류형 구성 1의 효율을 해석한 결과이다.

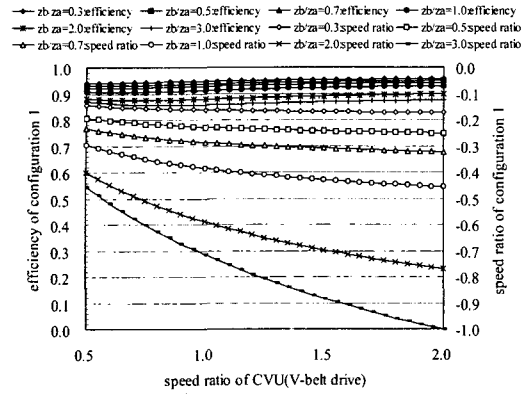


Fig. 10 Efficiencies and speed ratios of output coupled type configuration 1 (power split) as  $z_b/z_a$

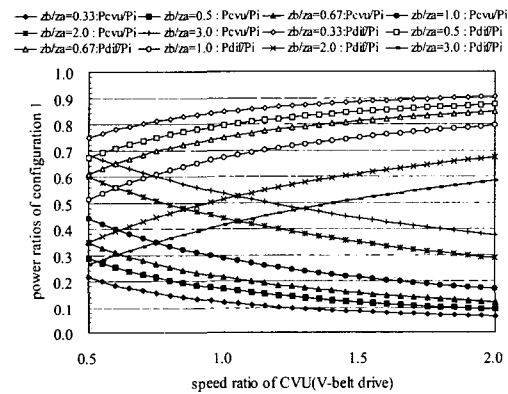
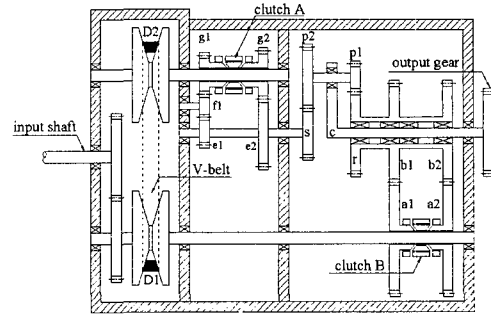


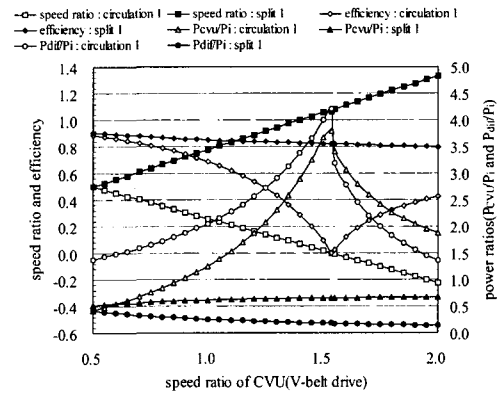
Fig. 11 Power ratios of output coupled configuration 1 (power split) as the gear ratio  $z_b/z_a$

출력축 연결방식은 동력순환형을 사용할 수 없으므로 복합형 무단변속기의 구현이 불가능하다. 그러나 역회전이 필요하지 않고 무단변속이 요구되는 기계에 출력축 연결방식의 동력분류형을 사용하면 Fig. 10과 같이 전체 변속범위 내에서 거의 일정한 효율을 얻을 수 있다. 속도비의 기울기는 입력축 연결방식과 같지만 크기는 설계 파라미터에 대해 반대의 경향을 갖는다.

동력분담율의 경우 입력축 연결방식과 동일한 경향을 갖는다. 그러나 입력축 연결방식의 경우 차동기어장치의 동력분담율 경향이 효율과 유사하지만, 출력축 연결방식에서는 효율이 일정하게 유지되므로 무관하다는 것이 차이점이다. Fig. 11은  $z_f/z_s=1.5$ ,  $z_g/z_e=1.0$ 일 때  $z_b/z_a$ 의 변화에 따른 동력분류형 구성 1의 동력분담율을 해석한 결과이다.



(a) Structure of the compound CVT



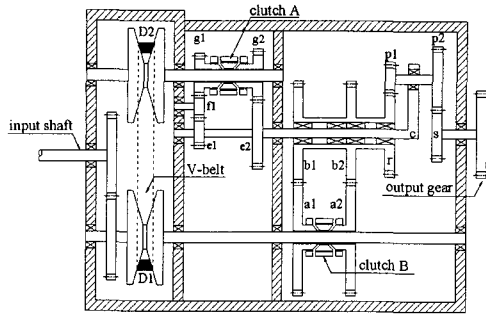
(b) Characteristics on the compound CVT  
Fig. 12 Compound CVT composed of power circulation 1 and power split 1

### 5. 복합형 무단변속기의 설계

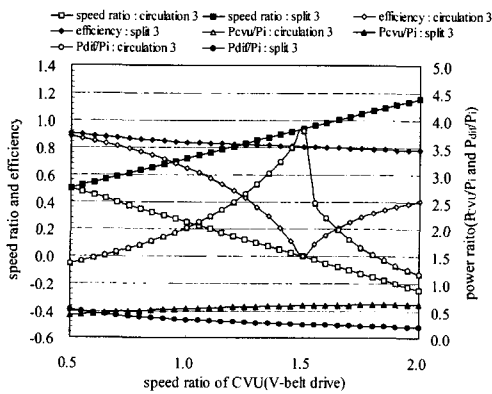
#### 5.1 설계 요구사항

입력축 연결방식의 동력순환형과 동력분류형을 결합시켜 설계된 복합형 무단변속기는 다음과 같은 4가지의 설계 요구사항에 따라 설계되었다..

첫째 동력흐름의 변환점(transition point)을 기준으로 동력순환형과 동력분류형은 각각 서로 반대의 속도비 기울기를 가져야 한다. 둘째 동력흐름의 변환점에서 동력순환형과 동력분류형은 동일한 속도비를 가져야 한다. 본 논문에서는 변환점의 속도비를 0.5로 설정하였다. 셋째 동력순환형은 반드시 중립점을 포함해야 하고, 동력분류형은 속도비 1.0 이상의 오버 드라이브(over drive)를 구현해야 한다. 넷째 복합형 무단변속기의 각종 잇수비는 변속기의 소형화 및 경량화를 위해 지나치게 크지 않아야 한다.



(a) Structure of the compound CVT



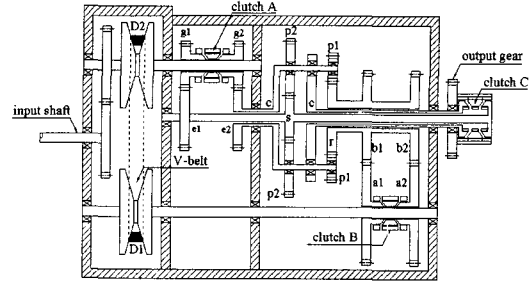
(b) Characteristics on the compound CVT

Fig. 13 Compound CVT composed of power circulation 3 and power split 3

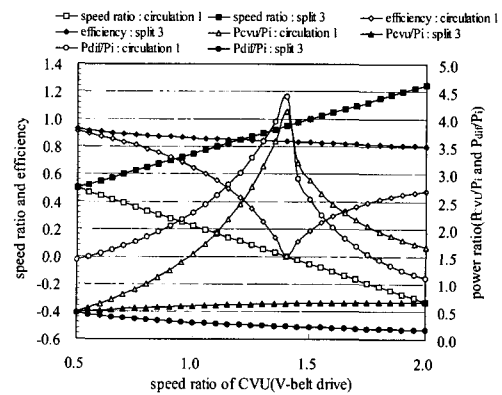
입력축 연결방식의 4가지 동력순환형과 4가지 동력분류형에 대한 특성해석 결과를 이용하여 상기의 설계 요구사항을 만족하는 총 8가지의 복합형 무단변속기를 개발하였다. 이들 중 3가지의 대표적인 복합형 무단변속기에 대해 기술하였다.

5.2 분류형 구성 1과 순환형 구성 1의 복합형

Fig. 12(a)는 2개의 클러치 A, B가 요구되며, A, B가 오른쪽으로 이동하면 동력순환형, 왼쪽으로 이동하면 동력분류형을 구현한다. Fig. 12(b)은 잇수비가  $z_f/z_s=0.5$ ,  $z_{p2}/z_{p1}=0.5$ ,  $z_{b1}/z_{a1}=1.5$ ,  $z_{g1}/z_{e1}=0.42$ ,  $z_{b2}/z_{a2}=0.45$ ,  $z_{g2}/z_{e2}=0.36$ 일 때 효율, 속도비, 동력분담율을 해석한 결과이다. 여기서 동력순환형은 후진과 중립, 언더 드라이브(under drive)를 구현하고, 동력분류형은 언더 드라이브와 오버 드라이브를 구현한다.  $z_{b1}$ ,  $z_{a1}$ ,  $z_{g1}$ ,  $z_{e1}$ ,  $z_{b2}$ ,  $z_{a2}$ ,  $z_{g2}$ ,  $z_{e2}$ 는 Fig. 12(b)에서 b1, a1, g1, e1, b2, a2, g2, e2의 잇수를 의미한다.



(a) Structure of the compound CVT



(b) Characteristics on the compound CVT

Fig. 14 Compound CVT composed of power circulation 2 and power split 4

5.3 분류형 구성 3과 순환형 구성 3의 복합형

$z_f/z_s < 0$ 인 경우 Fig. 13(a)는 2개의 클러치 A, B가 요구되며 A, B가 오른쪽으로 이동하면 동력순환형, 왼쪽으로 이동하면 동력분류형을 구현한다. Fig. 13(b)는 각종 잇수비가  $z_f/z_s=0.5$ ,  $z_{p2}/z_{p1}=0.5$ ,  $z_{b1}/z_{a1}=1/3$ ,  $z_{g1}/z_{e1}=2/3$ ,  $z_{b2}/z_{a2}=1.0$ ,  $z_{g2}/z_{e2}=2/3$ 일 때의 성능을 해석한 결과이다.  $z_f/z_s > 0$ 의 경우는 각종 구성기어들의 잇수비가 과대하게 증가하므로  $z_f/z_s < 0$ 인 조건으로 사용하는 것이 유리하다.

5.4 분류형 구성 4와 순환형 구성 2의 복합형

$z_f/z_s < 0$ 인 경우는 Fig. 14(a)와 같이 3개의 클러치 A, B, C를 요구하며 클러치 A, B, C가 왼쪽으로 이동하면 동력순환형, 오른쪽으로 이동하면 동력분류형을 구현한다. Fig. 14(b)는 각종 기어 잇수비가  $z_f/z_s=0.5$ ,  $z_{p2}/z_{p1}=0.5$ ,  $z_{b1}/z_{a1}=0.6$ ,  $z_{g1}/z_{e1}=7/12$ ,  $z_{b2}/z_{a2}=0.5$ ,  $z_{g2}/z_{e2}=1/3$ 일 때의 성능을 해석한 결과이다. 본 논문에서 제안한 복합형 무단변속기에 대한

성능실험은 수행되지 않았으나, 실험적으로 검증된 선행연구<sup>(11,12)</sup>와 동일한 방법으로 설계되었으므로 결과는 신뢰성을 갖는다고 할 수 있다.

## 6. 결 론

V-벨트식 무단변속기구조와 2K-H II형식 차동기어장치를 결합하여 입력축 연결방식에 대한 8가지 기본구성과 출력축 연결방식에 대한 8가지 기본구성을 제안하고, 각각의 속도비, 효율, 동력흐름, 동력분담율에 대한 이론식을 유도하였다. 또한 제안된 기본구성에 대해 설계 파라미터를 정의하고 특성해석을 수행하여 이에 대한 주요성능의 경향을 제시하였다. 이러한 결과를 이용하여 입력축 연결방식의 동력순환형과 동력분류형을 서로 결합시켜 후진, 중립, 전진을 모두 구현할 수 있으면서 동력순환형만을 사용할 때와 비교하여 효율과 동력분담율 특성을 개선시킨 3가지의 복합형 무단변속기를 제안하였다.

## 참고문헌

- (1) Kim, M. S. and Choi, Y. D., 1992, "Continuously Variable Transmission for Automobiles," *Journal of the KSME*, Vol. 32, No. 10, pp. 858-866.
- (2) Beachley, N. H. and Frank, A. A., 1980, "Principles and Definitions for Continuously Variable Transmissions with Emphasis on Automotive Application," ASME Paper 80-C2/DET-95.
- (3) Macmillan, R. H., 1961, "Power Flow and Loss in Differential Mechanisms," *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 3, No. 1, pp. 37-41.
- (4) Macmillan, R. H. and Davies, P. B., 1965, "Analytical Study of Systems for Bifurcated Power Transmission," *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 7, No. 1, pp. 40-47.
- (5) White, G., 1967, "Properties of Differential Transmission," *The Engineer*, pp. 105-111.
- (6) Yu, D. and Beachley, N., 1985, "On the Mechanical Efficiency of Differential Gearing," *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design*, Vol. 107, pp. 61-67.
- (7) Zhang, Y. and Leduc, B., 1992, "Efficiency Predetermination of Planetary Trains used as Continuously Variable Power Transmission," *European Journal of Mech. Eng.*, Vol. 37, No. 3, pp. 169-173.
- (8) Wohl, R., Long, T., Mucino, V. H., and Smith, J. E., 1993, "A Model for a Planetary-CVT Mechanism : Analysis and Synthesis," SAE Paper 930065.
- (9) Mucino, V. H. and Smith, J. E., 1994, "Parametric Modeling and Analysis of a Planetary Gear-CVT Mechanism," SAE Paper 940519.
- (10) Morozumi, M. and Kishi, S., 1997, "A Mechanical Consideration on CVT with a Differential Gearing," *Mechanical Researches (Japanese)*, Vol. 49, No. 5, pp. 570-578.
- (11) Kim, Y. S. and Choi, S. H., 2000, "Power Flow and Efficiency of Input Coupled type CVT combined Differential Gear Unit," *Journal of KSPE*, Vol. 17, No. 11, pp. 141-150.
- (12) Choi, S. H. and Kim, Y. S., 2000, "Characteristics on the Output Coupled type CVT Combined Differential Gear Unit," *Journal of KSPE*, Vol. 18, No. 3, pp. 205-216.
- (13) Roberts, R. W., 1984, "Continuously Variable Transmission with Synchronous shift," US Patent No. 4589303.
- (14) Macey, J. P., 1986, "Geared-Neutral Continuously Variable Transmission," US Patent No. 4644820.
- (15) Hanachi, S., 1990, "A Study of the Dynamics of a Split-Torque, Geared-Neutral Transmission Mechanism," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 112, pp. 261-270.
- (16) Morozumi, M., Kishi, S., Furukawa, Y. and Misawa, H., 1990, "A Study of Variable Speed Transmission with Differential Gear," *Journal of Japan Automotive Technology Association*, No. 46, pp. 45-49.
- (17) Kishi, S., Morozumi, M., Furukawa, Y., Misawa, H. and Miyata, H., 1992, "A Study of a Variable Speed Transmission with a Hypocycloid Type Differential Gearing," *Journal of Japan*



- Automotive technology Association*, Vol. 23, No. 2, pp. 91~96.
- (18) Kim, Y. S., Choi, S. U. and Choi, S. H., 2000, "A Study on the Efficiency Analysis of 2K-H Type Planetary Gear Train," *Journal of KSPE*, Vol. 17, No. 3, pp. 200~207.
- (19) Morozumi, M., 1989, *The Theory and Design Method for Planetary Gear Drive and Differential Gear Unit*, Japanese Daily Industrial Paper, Tokyo, pp. 8~31.

Appendix 1 Speed ratios, power ratios and efficiencies for input coupled type power circulation modes

conditions	equivalent relations (i <sub>eq</sub> )	power flow criteria	speed ratios(i)	overall efficiencies of CVT(η)	power ratio of CVU(P <sub>CVU</sub> /P <sub>i</sub> )	power ratio of differential gear unit(P <sub>diff</sub> /P <sub>i</sub> )	
1	z <sub>e</sub> > z <sub>b</sub> (without f) (i <sub>eq</sub> <0)	D <sub>1</sub> z <sub>a</sub> z <sub>b</sub> D <sub>1</sub> z <sub>a</sub> z <sub>b</sub>	i <sub>eq</sub> > i <sub>0</sub>	$-\frac{i_{eq}-i_0}{i_{eq}(1-i_0)} \frac{z_a}{z_b}$	$\frac{(\eta_0-i_0)(1-\eta_0i_0)(i_{eq}-i_0)}{\eta_0(1-i_0)[i_{eq}(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0(\eta_0-i_0)]}$	$\frac{i_0(\eta_0-i_0)}{i_{eq}(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0(\eta_0-i_0)}$	$\frac{i_{eq}(1-\eta_0i_0)}{i_{eq}(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0(\eta_0-i_0)}$
			i <sub>eq</sub> < i <sub>0</sub>	$\frac{i_0-i_{eq}}{i_{eq}(1-i_0)} \frac{z_a}{z_b}$	$\frac{\eta_0'(\eta_0-i_0)(1-\eta_0i_0)(i_0-i_{eq})}{(1-i_0)[i_0(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0(\eta_0-i_0)]}$	$\frac{\eta_0'i_0(1-\eta_0i_0)}{i_0(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0(\eta_0-i_0)}$	$\frac{\eta_0'i_{eq}(\eta_0-i_0)}{i_0(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0(\eta_0-i_0)}$
	z <sub>e</sub> > z <sub>a</sub> (without f) (i <sub>eq</sub> <0)	D <sub>1</sub> z <sub>a</sub> z <sub>b</sub> D <sub>1</sub> z <sub>a</sub> z <sub>a</sub>	-	$-\frac{1-i_0i_{eq}}{1-i_0} \frac{z_a}{z_b}$	$\frac{(\eta_0-i_0)(1-\eta_0i_0)(1-i_0i_{eq})}{\eta_0(1-i_0)[(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0i_{eq}(\eta_0-i_0)]}$	$\frac{i_{eq}i_0(\eta_0-i_0)}{(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0i_{eq}(\eta_0-i_0)}$	$\frac{1-\eta_0i_0}{(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0i_{eq}(\eta_0-i_0)}$
			z <sub>e</sub> < z <sub>a</sub> (without f) (i <sub>eq</sub> <0)	D <sub>1</sub> z <sub>a</sub> z <sub>b</sub> D <sub>1</sub> z <sub>a</sub> z <sub>b</sub>	-	$-\frac{1-i_0i_{eq}}{i_{eq}(1-i_0)} \frac{z_a}{z_b}$	$\frac{\eta_0'(\eta_0-i_0)(1-\eta_0i_0)(1-i_0i_{eq})}{(1-i_0)[\eta_0(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0i_{eq}(\eta_0-i_0)]}$
z <sub>e</sub> < z <sub>b</sub> (without f) (i <sub>eq</sub> <0)	D <sub>1</sub> z <sub>a</sub> z <sub>b</sub> D <sub>1</sub> z <sub>a</sub> z <sub>b</sub>	i <sub>eq</sub> > i <sub>0</sub>			$-\frac{i_{eq}-i_0}{1-i_0} \frac{z_a}{z_b}$	$\frac{\eta_0'(\eta_0-i_0)(1-\eta_0i_0)(i_{eq}-i_0)}{\eta_0(1-i_0)[i_{eq}(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0(\eta_0-i_0)]}$	$\frac{\eta_0'i_{eq}(1-\eta_0i_0)}{i_{eq}(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0(\eta_0-i_0)}$
		i <sub>eq</sub> < i <sub>0</sub>	$\frac{i_0-i_{eq}}{1-i_0} \frac{z_a}{z_b}$	$\frac{(\eta_0-i_0)(1-\eta_0i_0)(i_0-i_{eq})}{(1-i_0)[i_0(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0(\eta_0-i_0)]}$	$\frac{i_{eq}(\eta_0-i_0)}{i_0(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0(\eta_0-i_0)}$	$\frac{i_0(1-\eta_0i_0)}{i_0(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0(\eta_0-i_0)}$	
2	z <sub>e</sub> > z <sub>b</sub> (without f) (i <sub>eq</sub> <0)	D <sub>1</sub> z <sub>a</sub> z <sub>b</sub> D <sub>1</sub> z <sub>a</sub> z <sub>b</sub>	i <sub>eq</sub> > i <sub>0</sub>	$-\frac{i_{eq}-i_0}{1-i_0} \frac{z_a}{z_c}$	$\frac{\eta_0'(\eta_0-i_0)(1-\eta_0i_0)(i_{eq}-i_0)}{\eta_0(1-i_0)[i_{eq}(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0(\eta_0-i_0)]}$	$\frac{\eta_0'i_{eq}(1-\eta_0i_0)}{i_{eq}(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0(\eta_0-i_0)}$	$\frac{\eta_0'i_0(\eta_0-i_0)}{i_{eq}(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0(\eta_0-i_0)}$
			i <sub>eq</sub> < i <sub>0</sub>	$\frac{i_0-i_{eq}}{1-i_0} \frac{z_a}{z_c}$	$\frac{(\eta_0-i_0)(1-\eta_0i_0)(i_0-i_{eq})}{(1-i_0)[i_0(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0(\eta_0-i_0)]}$	$\frac{i_{eq}(\eta_0-i_0)}{i_0(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0(\eta_0-i_0)}$	$\frac{i_0(1-\eta_0i_0)}{i_0(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0(\eta_0-i_0)}$
	z <sub>e</sub> > z <sub>a</sub> (without f) (i <sub>eq</sub> <0)	D <sub>1</sub> z <sub>a</sub> z <sub>b</sub> D <sub>1</sub> z <sub>a</sub> z <sub>a</sub>	-	$-\frac{1-i_0i_{eq}}{i_{eq}(1-i_0)} \frac{z_a}{z_c}$	$\frac{\eta_0'(\eta_0-i_0)(1-\eta_0i_0)(1-i_0i_{eq})}{\eta_0(1-i_0)[(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0i_{eq}(\eta_0-i_0)]}$	$\frac{\eta_0'(1-\eta_0i_0)}{(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0i_{eq}(\eta_0-i_0)}$	$\frac{\eta_0'i_{eq}(\eta_0-i_0)}{(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0i_{eq}(\eta_0-i_0)}$
			z <sub>e</sub> < z <sub>a</sub> (without f) (i <sub>eq</sub> <0)	D <sub>1</sub> z <sub>a</sub> z <sub>b</sub> D <sub>1</sub> z <sub>a</sub> z <sub>b</sub>	-	$-\frac{1-i_0i_{eq}}{1-i_0} \frac{z_a}{z_c}$	$\frac{(\eta_0-i_0)(1-\eta_0i_0)(1-i_0i_{eq})}{\eta_0(1-i_0)[(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0i_{eq}(\eta_0-i_0)]}$
z <sub>e</sub> < z <sub>b</sub> (without f) (i <sub>eq</sub> <0)	D <sub>1</sub> z <sub>a</sub> z <sub>b</sub> D <sub>1</sub> z <sub>a</sub> z <sub>a</sub>	i <sub>eq</sub> > i <sub>0</sub>			$-\frac{i_{eq}-i_0}{i_{eq}(1-i_0)} \frac{z_a}{z_c}$	$\frac{(\eta_0-i_0)(1-\eta_0i_0)(i_{eq}-i_0)}{\eta_0(1-i_0)[i_{eq}(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0(\eta_0-i_0)]}$	$\frac{i_0(\eta_0-i_0)}{i_{eq}(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0(\eta_0-i_0)}$
		i <sub>eq</sub> < i <sub>0</sub>	$\frac{i_0-i_{eq}}{i_{eq}(1-i_0)} \frac{z_a}{z_c}$	$\frac{\eta_0'(\eta_0-i_0)(1-\eta_0i_0)(i_0-i_{eq})}{(1-i_0)[i_0(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0(\eta_0-i_0)]}$	$\frac{\eta_0'i_0(1-\eta_0i_0)}{i_0(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0(\eta_0-i_0)}$	$\frac{\eta_0'i_{eq}(\eta_0-i_0)}{i_0(1-\eta_0i_0)-\eta_0'i_0(\eta_0-i_0)}$	
3	z <sub>e</sub> < z <sub>b</sub> (include f)	D <sub>1</sub> z <sub>a</sub> z <sub>b</sub> D <sub>1</sub> z <sub>a</sub> z <sub>a</sub>	i <sub>0</sub> > i <sub>eq</sub> (1-i <sub>0</sub> )	$-\frac{i_0-i_{eq}(1-i_0)}{i_{eq}} \frac{z_a}{z_b}$	$\frac{\eta_0[i_0-i_{eq}(1-i_0)]}{i_0-\eta_0'i_{eq}(\eta_0-i_0)}$	$\frac{i_{eq}(\eta_0-i_0)}{i_0-\eta_0'i_{eq}(\eta_0-i_0)}$	$\frac{i_0}{i_0-\eta_0'i_{eq}(\eta_0-i_0)}$
			i <sub>0</sub> < i <sub>eq</sub> (1-i <sub>0</sub> )	$[\frac{i_{eq}(1-i_0)-i_0}{i_{eq}}] \frac{z_a}{z_b}$	$\frac{\eta_0'[i_{eq}(1-i_0)-i_0]}{i_{eq}(1-\eta_0i_0)-\eta_0'\eta_0i_0}$	$\frac{\eta_0'i_{eq}(1-\eta_0i_0)}{i_{eq}(1-\eta_0i_0)-\eta_0'\eta_0i_0}$	$\frac{\eta_0'\eta_0i_0}{i_{eq}(1-\eta_0i_0)-\eta_0'\eta_0i_0}$
	z <sub>e</sub> > z <sub>a</sub> (without f) (i <sub>eq</sub> <0)	D <sub>1</sub> z <sub>a</sub> z <sub>b</sub> D <sub>1</sub> z <sub>a</sub> z <sub>b</sub>	i <sub>eq</sub> > 1-i <sub>0</sub>	$-\frac{i_{eq}-(1-i_0)}{i_0i_{eq}} \frac{z_a}{z_b}$	$\frac{\eta_0[i_{eq}-(1-i_0)]}{i_{eq}-\eta_0'\eta_0(\eta_0-i_0)}$	$\frac{\eta_0(\eta_0-i_0)}{i_{eq}-\eta_0'\eta_0(\eta_0-i_0)}$	$\frac{i_{eq}}{i_{eq}-\eta_0'\eta_0(\eta_0-i_0)}$
			i <sub>eq</sub> < 1-i <sub>0</sub>	$\frac{(1-i_0)-i_{eq}}{i_0i_{eq}} \frac{z_a}{z_b}$	$\frac{\eta_0'\eta_0[(1-i_0)-i_{eq}]}{(1-\eta_0i_0)-\eta_0'\eta_0i_{eq}}$	$\frac{\eta_0'(1-\eta_0i_0)}{(1-\eta_0i_0)-\eta_0'\eta_0i_{eq}}$	$\frac{\eta_0'\eta_0i_{eq}}{(1-\eta_0i_0)-\eta_0'\eta_0i_{eq}}$
4	z <sub>e</sub> > z <sub>b</sub> (without f) (i <sub>eq</sub> <0)	D <sub>1</sub> z <sub>a</sub> z <sub>b</sub> D <sub>1</sub> z <sub>a</sub> z <sub>a</sub>	-	$-\frac{1-i_{eq}(1-i_0)}{i_0} \frac{z_a}{z_b}$	$\frac{\eta_0[1-i_{eq}(1-i_0)]}{1-\eta_0'\eta_0i_{eq}(\eta_0-i_0)}$	$\frac{\eta_0i_{eq}(\eta_0-i_0)}{1-\eta_0'\eta_0i_{eq}(\eta_0-i_0)}$	$\frac{1}{1-\eta_0'\eta_0i_{eq}(\eta_0-i_0)}$
			z <sub>e</sub> < z <sub>a</sub> (include f)	D <sub>1</sub> z <sub>a</sub> z <sub>b</sub> D <sub>1</sub> z <sub>a</sub> z <sub>a</sub>	i <sub>0</sub> > i <sub>eq</sub> (1-i <sub>0</sub> )	$\frac{i_0-i_{eq}(1-i_0)}{i_{eq}} \frac{z_a}{z_c}$	$\frac{\eta_0'\eta_0[i_0-i_{eq}(1-i_0)]}{i_0-\eta_0'i_{eq}(\eta_0-i_0)}$
	i <sub>0</sub> < i <sub>eq</sub> (1-i <sub>0</sub> )	$\frac{i_{eq}(1-i_0)-i_0}{i_{eq}} \frac{z_a}{z_c}$			$\frac{i_{eq}(1-i_0)-i_0}{i_{eq}(1-\eta_0i_0)-\eta_0'\eta_0i_0}$	$\frac{\eta_0i_0}{i_{eq}(1-\eta_0i_0)-\eta_0'\eta_0i_0}$	$\frac{i_{eq}(1-\eta_0i_0)}{i_{eq}(1-\eta_0i_0)-\eta_0'\eta_0i_0}$
	z <sub>e</sub> > z <sub>a</sub> (without f) (i <sub>eq</sub> <0)	D <sub>1</sub> z <sub>a</sub> z <sub>b</sub> D <sub>1</sub> z <sub>a</sub> z <sub>b</sub>	i <sub>eq</sub> > 1-i <sub>0</sub>	$-\frac{i_{eq}-(1-i_0)}{i_0} \frac{z_a}{z_c}$	$\frac{\eta_0'\eta_0[i_{eq}-(1-i_0)]}{i_{eq}-\eta_0'\eta_0(\eta_0-i_0)}$	$\frac{\eta_0'i_{eq}}{i_{eq}-\eta_0'\eta_0(\eta_0-i_0)}$	$\frac{\eta_0'\eta_0(\eta_0-i_0)}{i_{eq}-\eta_0'\eta_0(\eta_0-i_0)}$
i <sub>eq</sub> < 1-i <sub>0</sub>			$\frac{(1-i_0)-i_{eq}}{i_0} \frac{z_a}{z_c}$	$\frac{\eta_0'[(1-i_0)-i_{eq}]}{(1-\eta_0i_0)-\eta_0'\eta_0i_{eq}}$	$\frac{\eta_0'i_{eq}}{(1-\eta_0i_0)-\eta_0'\eta_0i_{eq}}$	$\frac{1-\eta_0i_0}{(1-\eta_0i_0)-\eta_0'\eta_0i_{eq}}$	
z <sub>e</sub> > z <sub>a</sub> (without f) (i <sub>eq</sub> <0)	D <sub>1</sub> z <sub>a</sub> z <sub>b</sub> D <sub>1</sub> z <sub>a</sub> z <sub>a</sub>	-	$-\frac{1-i_{eq}(1-i_0)}{i_0i_{eq}} \frac{z_a}{z_c}$	$\frac{\eta_0'\eta_0[1-i_{eq}(1-i_0)]}{1-\eta_0'\eta_0i_{eq}(\eta_0-i_0)}$	$\frac{\eta_0'}{1-\eta_0'\eta_0i_{eq}(\eta_0-i_0)}$	$\frac{\eta_0'\eta_0i_{eq}(\eta_0-i_0)}{1-\eta_0'\eta_0i_{eq}(\eta_0-i_0)}$	

Appendix 2 Speed ratios, power ratios and efficiencies for input coupled type power split modes

conditions	differential gear ratio ( $i_0$ )	equivalent relations ( $i_{eq}$ )	speed ratios( $i$ )	overall efficiencies of CVT( $\eta$ )	power ratio of CVU( $P_{CVU}/P_i$ )	power ratio of differential gear unit( $P_{diff}/P_i$ )	
1	$z_r > z_s$ (included f)	$\frac{z_s z_{p1}}{z_r z_{p2}}$	$D_1 z_g z_b$	$-\frac{1+i_0 i_{eq}}{1-i_0} \frac{z_a}{z_b}$	$\frac{\eta_0'(\eta_0-i_0)(1+i_0 i_{eq})}{(1-i_0)(i_0 i_{eq}+\eta_0' \eta_0')}$	$\frac{\eta_0' i_0 i_{eq}}{i_0 i_{eq}+\eta_0' \eta_0'}$	$\frac{\eta_0' \eta_0'}{i_0 i_{eq}+\eta_0' \eta_0'}$
	$z_r < z_s$ (included f)	$\frac{z_r z_{p2}}{z_s z_{p1}}$	$D_2 z_e z_a$	$\frac{i_0+i_{eq}}{1-i_0} \frac{z_a}{z_b}$	$\frac{\eta_0'(\eta_0-i_0)(i_0+i_{eq})}{(1-i_0)(\eta_0' i_{eq}+\eta_0' i_0)}$	$\frac{\eta_0' \eta_0' i_{eq}}{\eta_0' i_{eq}+\eta_0' i_0}$	$\frac{\eta_0' i_0}{\eta_0' i_{eq}+\eta_0' i_0}$
2	$z_r > z_s$ (included f)	$\frac{z_s z_{p1}}{z_r z_{p2}}$	$D_1 z_g z_b$	$-\frac{1+i_0 i_{eq}}{i_{eq}(1-i_0)} \frac{z_g}{z_e}$	$\frac{\eta_0'(\eta_0-i_0)(1+i_0 i_{eq})}{(1-i_0)(\eta_0' i_0 i_{eq}+\eta_0')}$	$\frac{\eta_0' \eta_0'}{\eta_0' i_0 i_{eq}+\eta_0'}$	$\frac{\eta_0' i_0 i_{eq}}{\eta_0' i_0 i_{eq}+\eta_0'}$
	$z_r < z_s$ (included f)	$\frac{z_r z_{p2}}{z_s z_{p1}}$	$D_2 z_e z_a$	$\frac{i_{eq}+i_0}{i_{eq}(1-i_0)} \frac{z_g}{z_e}$	$\frac{\eta_0'(\eta_0-i_0)(i_{eq}+i_0)}{(1-i_0)(\eta_0' \eta_0' i_{eq}+i_0)}$	$\frac{\eta_0' i_0}{\eta_0' \eta_0' i_{eq}+i_0}$	$\frac{\eta_0' \eta_0' i_{eq}}{\eta_0' \eta_0' i_{eq}+i_0}$
3	$z_r > z_s$ (included f)	$\frac{z_s z_{p1}}{z_r z_{p2}}$	$\frac{D_1 z_g z_b}{D_2 z_e z_a}$	$-\frac{1+i_{eq}(1-i_0)}{i_0} \frac{z_a}{z_b}$	$\frac{\eta_0' \eta_0' [1+i_{eq}(1-i_0)]}{i_{eq}(1-\eta_0 i_0)+\eta_0'}$	$\frac{\eta_0' i_{eq}(1-\eta_0 i_0)}{i_{eq}(1-\eta_0 i_0)+\eta_0'}$	$\frac{\eta_0'}{i_{eq}(1-\eta_0 i_0)+\eta_0'}$
	$z_r < z_s$ (without f) ( $i_{eq} < 1.0$ )	$\frac{z_r z_{p2}}{z_s z_{p1}}$	$\frac{D_2 z_e z_a}{D_1 z_g z_b}$	$-\frac{i_0 i_{eq}+(1-i_0)}{i_{eq}} \frac{z_a}{z_b}$	$\frac{\eta_0' \eta_0' [i_0 i_{eq}+(1-i_0)]}{\eta_0'(1-\eta_0 i_0)+\eta_0' i_0 i_{eq}}$	$\frac{\eta_0' \eta_0'(1-\eta_0 i_0)}{\eta_0'(1-\eta_0 i_0)+\eta_0' i_0 i_{eq}}$	$\frac{\eta_0' i_0 i_{eq}}{\eta_0'(1-\eta_0 i_0)+\eta_0' i_0 i_{eq}}$
	$z_r < z_s$ (without f) ( $i_{eq} < 1.0$ )	$\frac{z_r z_{p2}}{z_s z_{p1}}$	$\frac{D_1 z_g z_b}{D_2 z_e z_a}$	$-\frac{[i_0+i_{eq}(1-i_0)]}{z_e} \frac{z_a}{z_b}$	$\frac{\eta_0' \eta_0' [i_0+i_{eq}(1-i_0)]}{\eta_0' i_{eq}(1-\eta_0 i_0)+\eta_0' i_0}$	$\frac{\eta_0' \eta_0' i_{eq}(1-\eta_0 i_0)}{\eta_0' i_{eq}(1-\eta_0 i_0)+\eta_0' i_0}$	$\frac{\eta_0' i_0}{\eta_0' i_{eq}(1-\eta_0 i_0)+\eta_0' i_0}$
	$z_r > z_s$ (included f)	$\frac{z_s z_{p1}}{z_r z_{p2}}$	$\frac{D_1 z_g z_b}{D_2 z_e z_a}$	$-\frac{1+i_{eq}(1-i_0)}{i_0 i_{eq}} \frac{z_g}{z_e}$	$\frac{\eta_0' \eta_0' [1+i_{eq}(1-i_0)]}{\eta_0' i_{eq}(1-\eta_0 i_0)+1}$	$\frac{\eta_0'}{\eta_0' i_{eq}(1-\eta_0 i_0)+1}$	$\frac{\eta_0' i_{eq}(1-\eta_0 i_0)}{\eta_0' i_{eq}(1-\eta_0 i_0)+1}$
4	$z_r < z_s$ (without f) ( $i_{eq} < 1.0$ )	$\frac{z_r z_{p2}}{z_s z_{p1}}$	$\frac{D_2 z_e z_a}{D_1 z_g z_b}$	$-\frac{[i_0 i_{eq}+(1-i_0)]}{z_e} \frac{z_g}{z_e}$	$\frac{\eta_0' \eta_0' [i_0 i_{eq}+(1-i_0)]}{\eta_0' \eta_0'(1-\eta_0 i_0)+i_0 i_{eq}}$	$\frac{\eta_0' \eta_0' i_{eq}}{\eta_0' \eta_0'(1-\eta_0 i_0)+i_0 i_{eq}}$	$\frac{\eta_0' \eta_0'(1-\eta_0 i_0)}{\eta_0' \eta_0'(1-\eta_0 i_0)+i_0 i_{eq}}$
	$z_r < z_s$ (without f) ( $i_{eq} < 1.0$ )	$\frac{z_r z_{p2}}{z_s z_{p1}}$	$\frac{D_1 z_g z_b}{D_2 z_e z_a}$	$-\frac{i_0+i_{eq}(1-i_0)}{i_{eq}} \frac{z_g}{z_e}$	$\frac{\eta_0' \eta_0' [i_0+i_{eq}(1-i_0)]}{\eta_0' \eta_0' i_{eq}(1-\eta_0 i_0)+i_0}$	$\frac{\eta_0' i_0}{\eta_0' \eta_0' i_{eq}(1-\eta_0 i_0)+i_0}$	$\frac{\eta_0' \eta_0' i_{eq}(1-\eta_0 i_0)}{\eta_0' \eta_0' i_{eq}(1-\eta_0 i_0)+i_0}$
	$z_r > z_s$ (included f)	$\frac{z_s z_{p1}}{z_r z_{p2}}$	$\frac{D_1 z_g z_b}{D_2 z_e z_a}$	$-\frac{1+i_{eq}(1-i_0)}{i_0 i_{eq}} \frac{z_g}{z_e}$	$\frac{\eta_0' \eta_0' [1+i_{eq}(1-i_0)]}{\eta_0' i_{eq}(1-\eta_0 i_0)+1}$	$\frac{\eta_0'}{\eta_0' i_{eq}(1-\eta_0 i_0)+1}$	$\frac{\eta_0' i_{eq}(1-\eta_0 i_0)}{\eta_0' i_{eq}(1-\eta_0 i_0)+1}$
	$z_r > z_s$ (included f)	$\frac{z_s z_{p1}}{z_r z_{p2}}$	$\frac{D_2 z_e z_a}{D_1 z_g z_b}$	$-\frac{1+i_{eq}(1-i_0)}{i_0} \frac{z_a}{z_b}$	$\frac{\eta_0' \eta_0' [1+i_{eq}(1-i_0)]}{i_{eq}(1-\eta_0 i_0)+\eta_0'}$	$\frac{\eta_0' i_{eq}(1-\eta_0 i_0)}{i_{eq}(1-\eta_0 i_0)+\eta_0'}$	$\frac{\eta_0'}{i_{eq}(1-\eta_0 i_0)+\eta_0'}$

Appendix 3 Speed ratios, power ratios and efficiencies for output coupled type power split modes

conditions	differential gear ratio ( $i_0$ )	equivalent relations ( $i_{eq}$ )	speed ratios( $i$ )	overall efficiencies of CVT( $\eta$ )	power ratio of CVU( $P_{CVU}/P_i$ )	power ratio of differential gear unit( $P_{diff}/P_i$ )	
1	$z_r > z_s$ (include f)	$\frac{z_s z_{p1}}{z_r z_{p2}}$	$D_1 z_g z_b$	$-\frac{1-i_0}{1+i_0 i_{eq}} \frac{z_b}{z_a}$	$\frac{(1-i_0)(\eta_0' \eta_0' i_0 i_{eq}+1)}{(1-\eta_0 i_0)(1+i_0 i_{eq})}$	$\frac{\eta_0' i_0 i_{eq}(1-i_0)}{(1-\eta_0 i_0)(1+i_0 i_{eq})}$	$\frac{1-i_0}{(1-\eta_0 i_0)(1+i_0 i_{eq})}$
	$z_r < z_s$ (include f)	$\frac{z_r z_{p2}}{z_s z_{p1}}$	$D_2 z_e z_a$	$\frac{1-i_0}{i_0+i_{eq}} \frac{z_b}{z_a}$	$\frac{(1-i_0)(\eta_0' i_{eq}+\eta_0' i_0)}{(1-\eta_0 i_0)(i_0+i_{eq})}$	$\frac{i_{eq}(1-i_0)}{(1-\eta_0 i_0)(i_0+i_{eq})}$	$\frac{\eta_0' i_0(1-i_0)}{(1-\eta_0 i_0)(i_0+i_{eq})}$
2	$z_r > z_s$ (include f)	$\frac{z_s z_{p1}}{z_r z_{p2}}$	$D_1 z_g z_b$	$-\frac{i_{eq}(1-i_0)}{1+i_0 i_{eq}} \frac{z_c}{z_g}$	$\frac{(1-i_0)(\eta_0'+\eta_0' i_0 i_{eq})}{(1-\eta_0 i_0)(1+i_0 i_{eq})}$	$\frac{1-i_0}{(1-\eta_0 i_0)(1+i_0 i_{eq})}$	$\frac{\eta_0' i_0 i_{eq}(1-i_0)}{(1-\eta_0 i_0)(1+i_0 i_{eq})}$
	$z_r < z_s$ (include f)	$\frac{z_r z_{p2}}{z_s z_{p1}}$	$D_2 z_e z_a$	$\frac{i_{eq}(1-i_0)}{i_{eq}+i_0} \frac{z_c}{z_g}$	$\frac{(1-i_0)(\eta_0' \eta_0' i_0+i_{eq})}{(1-\eta_0 i_0)(i_{eq}+i_0)}$	$\frac{\eta_0' i_0(1-i_0)}{(1-\eta_0 i_0)(i_{eq}+i_0)}$	$\frac{i_{eq}(1-i_0)}{(1-\eta_0 i_0)(i_{eq}+i_0)}$
3	$z_r > z_s$ (include f)	$\frac{z_s z_{p1}}{z_r z_{p2}}$	$\frac{D_1 z_g z_b}{D_2 z_e z_a}$	$-\frac{i_0}{1+i_{eq}(1-i_0)} \frac{z_b}{z_a}$	$\frac{\eta_0' i_{eq}(\eta_0-i_0)+\eta_0'}{1+i_{eq}(1-i_0)}$	$\frac{i_{eq}(\eta_0-i_0)}{1+i_{eq}(1-i_0)}$	$\frac{\eta_0}{1+i_{eq}(1-i_0)}$
	$z_r < z_s$ (without f) ( $i_{eq} < 1.0$ )	$\frac{z_r z_{p2}}{z_s z_{p1}}$	$\frac{D_2 z_e z_a}{D_1 z_g z_b}$	$-\frac{i_{eq}}{i_0 i_{eq}+(1-i_0)} \frac{z_b}{z_a}$	$\frac{\eta_0'(\eta_0-i_0)+\eta_0' i_0 i_{eq}}{\eta_0' [i_0 i_{eq}+(1-i_0)]}$	$\frac{\eta_0-i_0}{\eta_0' [i_0 i_{eq}+(1-i_0)]}$	$\frac{\eta_0' i_0 i_{eq}}{i_0 i_{eq}+(1-i_0)}$
	$z_r < z_s$ (without f) ( $i_{eq} < 1.0$ )	$\frac{z_r z_{p2}}{z_s z_{p1}}$	$\frac{D_1 z_g z_b}{D_2 z_e z_a}$	$-\frac{1}{i_0+i_{eq}(1-i_0)} \frac{z_b}{z_a}$	$\frac{\eta_0' i_{eq}(\eta_0-i_0)+\eta_0' i_0}{\eta_0' [i_0+i_{eq}(1-i_0)]}$	$\frac{i_{eq}(\eta_0-i_0)}{\eta_0' [i_0+i_{eq}(1-i_0)]}$	$\frac{\eta_0 i_0}{i_0+i_{eq}(1-i_0)}$
	$z_r > z_s$ (include f)	$\frac{z_s z_{p1}}{z_r z_{p2}}$	$\frac{D_1 z_g z_b}{D_2 z_e z_a}$	$-\frac{i_0 i_{eq}}{1+i_{eq}(1-i_0)} \frac{z_c}{z_g}$	$\frac{i_{eq}(\eta_0-i_0)+\eta_0' \eta_0'}{1+i_{eq}(1-i_0)}$	$\frac{\eta_0}{1+i_{eq}(1-i_0)}$	$\frac{i_{eq}(\eta_0-i_0)}{1+i_{eq}(1-i_0)}$
4	$z_r < z_s$ (without f) ( $i_{eq} < 1.0$ )	$\frac{z_r z_{p2}}{z_s z_{p1}}$	$\frac{D_2 z_e z_a}{D_1 z_g z_b}$	$-\frac{1}{i_0 i_{eq}+(1-i_0)} \frac{z_c}{z_g}$	$\frac{(\eta_0-i_0)+\eta_0' \eta_0' i_0 i_{eq}}{\eta_0' [i_0 i_{eq}+(1-i_0)]}$	$\frac{\eta_0 i_0 i_{eq}}{i_0 i_{eq}+(1-i_0)}$	$\frac{\eta_0-i_0}{\eta_0' [i_0 i_{eq}+(1-i_0)]}$
	$z_r < z_s$ (without f) ( $i_{eq} < 1.0$ )	$\frac{z_r z_{p2}}{z_s z_{p1}}$	$\frac{D_1 z_g z_b}{D_2 z_e z_a}$	$-\frac{i_{eq}}{i_0+i_{eq}(1-i_0)} \frac{z_c}{z_g}$	$\frac{i_{eq}(\eta_0-i_0)+\eta_0' \eta_0' i_0}{\eta_0' [i_0+i_{eq}(1-i_0)]}$	$\frac{\eta_0 i_0}{i_0+i_{eq}(1-i_0)}$	$\frac{i_{eq}(\eta_0-i_0)}{\eta_0' [i_0+i_{eq}(1-i_0)]}$
	$z_r > z_s$ (include f)	$\frac{z_s z_{p1}}{z_r z_{p2}}$	$\frac{D_1 z_g z_b}{D_2 z_e z_a}$	$-\frac{1+i_{eq}(1-i_0)}{i_0} \frac{z_a}{z_b}$	$\frac{\eta_0' \eta_0' [1+i_{eq}(1-i_0)]}{i_{eq}(1-\eta_0 i_0)+\eta_0'}$	$\frac{\eta_0' i_{eq}(1-\eta_0 i_0)}{i_{eq}(1-\eta_0 i_0)+\eta_0'}$	$\frac{\eta_0'}{i_{eq}(1-\eta_0 i_0)+\eta_0'}$
	$z_r > z_s$ (include f)	$\frac{z_s z_{p1}}{z_r z_{p2}}$	$\frac{D_2 z_e z_a}{D_1 z_g z_b}$	$-\frac{1+i_{eq}(1-i_0)}{i_0} \frac{z_a}{z_b}$	$\frac{\eta_0' \eta_0' [1+i_{eq}(1-i_0)]}{i_{eq}(1-\eta_0 i_0)+\eta_0'}$	$\frac{\eta_0' i_{eq}(1-\eta_0 i_0)}{i_{eq}(1-\eta_0 i_0)+\eta_0'}$	$\frac{\eta_0'}{i_{eq}(1-\eta_0 i_0)+\eta_0'}$