

복합재 원통구조물의 열-점탄성적 잔류응력 및 열좌굴 해석

김 철[†] · 김영국* · 최 응**

(2001년 1월 11일 접수, 2002년 5월 9일 심사완료)

Analysis of Thermo-Viscoelastic Residual Stresses and Thermal Buckling of Composite Cylinders

Cheol Kim, Yeong-Kook Kim and Woong Choi

Key Words : Thermo-Viscoelasticity(열-점탄성), Residual Stress(잔류 응력), Composite Cylinder(복합재 원통 구조물), Thermal Buckling(열좌굴)

Abstract

One of the most significant problems in the processing of composite materials is residual stresses. The residual stresses may be high enough to cause cracking in the matrix even before external loads are applied and can degrade the integrity of composite structures. In this study, thermo-viscoelastic residual stresses occurred in the polymeric composite cylinder are investigated. This type of structure is used for the launch vehicle fuselage. The time and degree of cure dependent thermo-viscoelastic constitutive equations are developed and coupled with a thermo-chemical process model. These equations are solved with the finite element method to predict the residual stresses in the composite structures during cure. A launch vehicle experiences high thermal loads during flight and re-entry due to aerodynamic heating or propulsion heat, and the thermal loads may cause thermal buckling on the structure. In this study the thermal buckling analysis of composite cylinders are performed. Two boundary conditions such as all clamped and all simply supported are used for the analysis. The effects of laminates stacking sequences, shapes and residual stresses on the critical buckling temperatures of composite cylinders are investigated. The thermal buckling analysis is performed using ABAQUS.

1. 서론

섬유강화 복합재 구조물의 생산 중에 발생하는 잔류응력은 구조물의 강도를 저하시키는 중요한 요인 중 하나이다. 잔류응력은 주로 수지(resin)의 화학적 수축(chemical shrinkage), 기지(matrix)와 섬유(fiber)의 열팽창 계수의 차이, 냉각시의 큰 온도 차에 의해 발생한다. 잔류응력은 낮은 외력 조건 하에서도 기지 내에 균열을 발생시켜서 재료의 강도를 저하시킬 수 있다. 열 잔류응력에 관한 Hahn과 Pagano⁽¹⁾의 탄성적 해석(elastic analysis) 이후, 잔류응력에 관한 많은 연구가 진행되어 왔다.

Weitsman⁽²⁾은 열-유동학적 단순재료(thermo-rheologically simple material)의 잔류응력을 최소화할 수 있는 냉각 곡선(cool-down path)을 제시했다. Santago와 Wang⁽³⁾은 복합재 적층판의 냉각 시 발생하는 잔류응력의 점탄성적 접근을 시도하였다. Kim과 Hahn⁽⁴⁾은 비대칭 복합재 적층판의 경화시의 잔류응력을 측정 했으며, 전체 경화 싸이클(cure cycle)에서의 잔류응력의 해석을 수행하였다. Bogetti와 Gillespie⁽⁵⁾는 두꺼운 복합재 판의 경화시 잔류응력을 측정하였다. White와 Hahn^(6,7)은 복합재 적층판의 경화 시 발생하는 잔류응력의 점탄성적인 모델링 및 실험을 통한 해석과 보정을 수행하였다. Kim과 White⁽⁸⁾는 복합재 적층판의 경화도(degree of cure) 및 온도에 관한 점탄성 지배 방정식을 유도하였고, 경화시의 유발 잔류응력 해석을 수행하였다. Kim과 White⁽⁹⁾는 155 mm의 두꺼운 복합재 실린더를 연속 경화(continuous curing)에 의해 제작하였고, 잔류응력을 해석적 방법 및 실

[†] 책임저자, 회원, 경북대학교 기계공학부
E-mail : kimchul@knu.ac.kr
TEL : (053)950-6586 FAX : (053)950-6550

* Georgia Tech Research Institute, U.S.A.

** 경북대학교 대학원 기계공학과

험적 방법을 통해 연구하였다. Lee 와 Kang,⁽¹⁰⁾ Lee⁽¹¹⁾는 1 차 전단변형을 고려한 점탄성적 3 차원 유한요소해석 프로그램을 개발하여 냉각과정, 적층각 등에 따른 잔류응력을 해석하였다.

우주 발사체의 외피는 중량을 줄이기 위해 얇은 곡면 판으로 되어있어 발사하중 및 표면의 압력변화 등에 의해 좌굴이 발생할 수 있다. 따라서, 원통구조물의 좌굴거동은 많은 연구자들에 의해 연구되었다. Simites et al.⁽¹²⁾은 축방향 압축력과 외압이 동시에 작용하는 복합재 원통구조물의 좌굴 거동에 전단변형이 미치는 영향을 Galerkin 방법을 이용하여 연구하였다. 얇은 구조물의 경우 고전 적층판 이론과 일차 전단 변형 이론(first-order shear deformation theory)적용 시 값의 차이가 거의 없음을 이 연구를 통해 알 수 있다. Dong 과 Etitum⁽¹³⁾은 Bio 의 증분 변형 이론(Incremental deformation theory)을 사용하여 축 방향 압축력 및 토크가 작용하는 복합재 원통 구조물의 좌굴거동을 연구하였다. Pinna 와 Ronalds⁽¹⁴⁾는 내압이 작용하는 경우 여러 가지 경계 조건이 원통 구조물의 좌굴거동에 미치는 영향을 조사하였다. 양단이 고정 지지일 경우가 양단이 단순 지지인 경우보다 임계 좌굴 하중이 큼을 이 연구를 통해 알 수 있다. Bisagni⁽¹⁵⁾는 축 방향 압축력 작용 시 복합재 원통 구조물의 좌굴 및 좌굴 후 거동을 실험 및 해석적 방법에 의해 연구하였다. 해석은 고유치 해석법(eigenvalue analysis) 및 비선형 Riks 방법(non-linear Riks method) 등에 의해 수행되었다. Messenger⁽¹⁶⁾는 복합재 원통구조물의 와인딩 시 발생하는 형상결함(geometric imperfection)이 좌굴거동에 미치는 영향을 유한요소법을 이용하여 해석하였다.

우주 발사체는 또한 발사 및 재돌입 시 공기와 마찰, 추진 시 발생하는 열 등에 의해 높은 열하중을 겪게 되며, 이로 인해 열좌굴(thermal buckling)이 발생할 수도 있다. 따라서, 복합재 적층 구조의 열좌굴 거동 연구는 항공우주분야에 있어 매우 중요한 요소이며, 이에 관한 많은 연구가 진행되어 왔다. Chen 과 Chen⁽¹⁷⁾은 Galerkin 방법을 이용하여 복합재 적층판의 열적 좌굴 거동을 해석하였으며, Taucher⁽¹⁸⁾는 일차 전단 변형 이론을 이용하여 복합재 적층 구조물의 열좌굴 해석을 수행하였다. Chang⁽¹⁹⁾은 고차 전단 변형 이론과 유한요소법을 사용하여 복합재 적층판의 열좌굴 해석을 수행하였다. Singh 과 Rao⁽²⁰⁾는 일정한 온도 하에서 복합재 적층판의 좌굴 후 거동 해석을 Rayleigh-Ritz 방법을 이용하여 수행하였으며, Shen 과 Lin⁽²¹⁾은 Galerkin 방법을 이용하여 복합재 적층판의 열

좌굴 및 좌굴 후 거동 해석을 수행하였다. Shen⁽²²⁾은 보강된 원통형 셸의 열좌굴 거동에 보강재 및 형상의 결합이 미치는 영향을 조사하였다. Lee⁽²³⁾는 두께 대 폭의 비, 적층각 및 열팽창 계수비를 고려하여 복합재 적층판의 열좌굴 해석을 수행하였다.

그러나, 이러한 연구들에서는 실제 구조물 생산 시 발생하는 잔류응력이 구조물의 열좌굴 거동에 미치는 영향이 고려되지 않았다. 또한, 구조의 형상 및 경계조건, 적층각 등 실제 구조물의 열적 좌굴 특성에 큰 영향을 미치는 여러 가지 조건에 관한 종합적인 연구 결과는 찾아보기 힘들다. 따라서, 본 연구에서는 원통형 복합재 구조물의 생산 시 발생하는 잔류응력의 탄성 및 점탄성적 해석을 수행하였고, 이러한 잔류응력이 구조물의 열적 좌굴 거동에 미치는 영향을 조사하였다. 실제 구조물은 일반적으로 플러스와 마이너스의 적층각이 교대로 존재하는 균형 적층(balanced laminate)과 원주 방향의 취약성을 보강하는 후프 와인딩(hoop winding)층을 갖거나 균형 적층과 후프 와인딩층이 반복적으로 적층되는 형태를 갖는다. 이를 고려해 본 연구에서는 $[(+0/-0)_{2s}/90_4]$ 의 적층 및 $[+\theta/-\theta/90]_4$ 의 적층을 갖는 복합재 원통구조의 잔류응력을 해석하였다. 적층각 및 응력 완화 거동(stress relaxation behavior)이 경화시 발생하는 잔류응력에 미치는 영향도 고려되었다. 해석에 사용된 재료의 물성치는 일반적인 graphite/epoxy 복합재의 물성치를 사용하였다.

본 연구에서는 유한요소법을 사용하여 적층각 및 경계 조건에 따른 열좌굴 해석을 수행하였으며 이때 생산 시 발생하는 잔류응력이 열좌굴 거동에 미치는 영향이 고려되었다.

2. 열-점탄성적 잔류응력 해석

2.1 점탄성 구성 방정식

어떤 재료가 일정한 경화도에서 열-유동학적 단순 거동(thermorheologically simple behavior)을 한다면, 경화시의 선형 점탄성 지배 방정식은 다음과 같다.

$$\sigma_{ij} = \int_0^t Q_{ij}(c_i, T_i, J', J'') \frac{\partial}{\partial \tau} \{ \epsilon_{ij}^{*a}(\tau) - \epsilon_{ij}^{*r}(\tau) \} d\tau \quad (1)$$

$$\epsilon_{ij}^{*r} = h_{jk} \Delta T_k + p_{jk} \Delta c_k$$

여기서, σ_{ij} 는 응력, Q_{ij} 는 재료의 유효강성

(effective material stiffness), τ_r 는 기준온도(reference temperature), ϵ_j^{tot} 는 총 변형률 (total strain), ϵ_j^{th} 는 자유 열-화학 변형률(free thermo-chemical strain), h_{jk} 와 p_{jk} 는 각각 열팽창계수와 화학적 수축계수(chemical shrinkage coefficient)를 나타내며, ΔT 와 Δc 는 각각 온도 및 경화도의 변화량, t 는 현재시간, τ 는 이전시간을 나타낸다.

축소시간(reduced time) J 는 다음과 같다.

$$J' = \int_0^t \alpha[c_r, T(s)] ds \quad (2a)$$

$$J'' = \int_0^t \alpha[c_r, T(s)] ds \quad (2b)$$

여기서, α 는 변환함수(shift function)이며, 경화도 및 온도의 함수이다.

만약 재료가 원통좌표계(cylindrical coordinates)에서 가로 등방성(transversely isotropic)이고 축대칭일 경우, 유효 강성 행렬은 다음과 같다.(24)

$$\begin{bmatrix} \bar{\sigma}_{zz} \\ \bar{\sigma}_{\theta\theta} \\ \bar{\sigma}_{rr} \\ \bar{\sigma}_{rz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{12} & 0 \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{23} & 0 \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{23} & \bar{Q}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\epsilon}_{zz} \\ \bar{\epsilon}_{\theta\theta} \\ \bar{\epsilon}_{rr} \\ \bar{\epsilon}_{rz} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\bar{Q}_{11} = \frac{1-\nu_{z\theta}^2}{\Delta} \bar{E}_z$$

$$\bar{Q}_{12} = \frac{\nu_{rz} + \nu_{z\theta}\nu_{\theta r}}{\Delta} \bar{E}_z$$

$$\bar{Q}_{22} = \frac{1-\nu_{rz}^2}{\Delta} \bar{E}_\theta$$

$$\bar{Q}_{23} = \frac{\nu_{r\theta} + \nu_{z\theta}\nu_{\theta r}}{\Delta} \bar{E}_\theta$$

$$\bar{Q}_{66} = \bar{G}_{rz}$$

$$\Delta = 1 - \nu_{z\theta}^2 - \nu_{\theta r}^2 - \nu_{rz}^2 - 2\nu_{z\theta}\nu_{\theta r}$$

여기서, ν 는 프아송 비, E 및 G 는 탄성계수와 전단탄성계수이며, 문자 위의 막대표시 "-" 는 직축판의 축과 주축이 일치한 상태(material symmetry axes condition)를 나타낸다.

2.2 유효강성, 변환함수 및 완화시간

점탄성체의 응력 완화 함수(stress relaxation function)는 맥스웰 모델(Maxwell model)을 이용하여 다음과 같이 나타낸다.

$$Q_{ij}(c, J) = Q_{ij}^f(c) + Q_{ij}^u(c) \sum_{m=1}^N W_m(c) \exp\left[-\frac{J(c, T)}{\tau_m(c)}\right] \quad (4)$$

여기서, Q_{ij}^f 는 완전완화 탄성계수(fully relaxed

modulus), τ_m 은 완화시간(relaxed time), $Q_{ij}^u = Q_{ij}^f - Q_{ij}^f$, Q_{ij}^u 는 비완화 탄성계수(unrelaxed modulus), W_m 은 가중치(weight factor)이다. 한편, 완전완화 탄성계수 및 비완화 탄성계수는 경화도와 무관하며(25) 가중치 W_m 은 경화도 및 온도와 무관하다고 가정하면, 식 (4)는 다음과 같이 간략화 된다.

$$Q_{ij}(c, J) = Q_{ij}^f + Q_{ij}^u \sum_{m=1}^N W_m \exp\left[-\frac{J(c, T)}{\tau_m(c)}\right] \quad (5)$$

완전완화 탄성계수 Q_{ij}^f 를 구하기 위한 분할계수(partition factor) R 은 다음과 같이 정의된다.(26)

$$Q_{ij}^f = R Q_{ij}^u \quad (0 \leq R \leq 1) \quad (6)$$

여기서, R 이 0 이면 재료의 응력이 완전히 완화된 것이며, R 이 1 이면 재료의 응력이 전혀 완화되지 않은 상태를 나타낸다. White 와 Kim(26)은 DSC (dynamic scanning calorimetry)를 이용한 잔류발열량(residual exothermic heat)측정과 DMA (dynamic mechanical analyzer)를 이용한 응력 완화 실험을 통해 AS4/3501-6 graphite/epoxy 의 분할계수를 구하였다. 본 연구에서는 여기서 구한 분할 계수를 사용하였으며, 그 값은 1/7 이다. 일단 비완화 탄성계수가 구해지면, 유효 강성은 식 (5)를 이용해 구할 수 있다. 본 연구에 사용된 역학적 재료상수들은 Table 1 에 정리되어 있다.

AS4/3501-6 graphite/epoxy 복합재료의 변환 함수는 온도에 관한 선형 함수이며, 다음과 같이 정의된다.(25)

$$\log(\alpha) = [-1.4 \exp(\frac{1}{1-c}) - 0.0712](T - T_r) \quad (7)$$

Table 1 Material properties of graphite/epoxy

Properties	Values
Q_{11} (GPa)	127.4
Q_{12} (GPa)	3.88
Q_{22} (GPa)	10.0
Q_{23} (GPa)	4.88
Q_{66} (GPa)	2.57
h_{11} ($\mu\epsilon / ^\circ C$)	0.5
$h_{22} = h_{33}$ ($\mu\epsilon / ^\circ C$)	35.3
p_{11} ($\mu\epsilon$)	-167.0
$p_{22} = p_{33}$ ($\mu\epsilon$)	-8810.0

여기서, c 는 경화도, T_c 는 기준 온도이다.
 응력 완화 시간 τ_m 은

$$\log(\tau_m) = \log(\tau_m(c_c)) + [g(c) - g(c_c) - (c - c_c) \log(e_m)] \quad (8a)$$

$$g(c) = 0.0536 + 0.0615c + 0.9227c^2 \quad (8b)$$

$$e_m = \frac{10^{9.9}}{\tau_m(c_c)} \quad (8c)$$

단, 기준 경화도 c_c 는 0.98 이다. 계산에 사용된 가중치와 응력 완화 시간은 Table 2 에 정리되어 있다.

2.3 열전도 및 경화율 식

3 차원 Fourier 열전도 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial(\rho C_p T)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (k_x \frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (k_y \frac{\partial T}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (k_z \frac{\partial T}{\partial z}) + \dot{q} \quad (9)$$

여기서, \dot{q} 는 수지의 발열반응에 의한 내부 열 생성량이며, k_x, ρ, C_p 는 각각 열전도도(thermal conductivity), 밀도 및 비열(specific heat)을 나타낸다. 내부 열 생성량 \dot{q} 는 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\dot{q} = \rho H_f \frac{dc}{dt} \quad (10)$$

여기서, H_f 는 경화 시의 총 반응열이다. 식 (9)와 식 (10)에 사용된 AS4/3501-6 graphite/epoxy 의 열적 상수는 Table 3 에 정리되어 있다.⁽²⁶⁾

시간이 t 일 때의 경화도는 다음과 같다.

$$c(t) = \int_0^t \frac{dc}{dt} dt \quad (11)$$

Table 2 Weight factors and stress relaxation times

m	τ_m (min)	W_m
1	2.922137 X 10 ¹	0.0591334
2	2.921437 X 10 ³	0.0661225
3	1.822448 X 10 ⁵	0.0826896
4	1.1031059 X 10 ⁷	0.112314
5	2.8305395 X 10 ⁸	0.154121
6	7.9432822 X 10 ⁹	0.2618288
7	1.953424 X 10 ¹¹	0.1835594
8	3.3150756 X 10 ¹²	0.0486939
9	4.9174856 X 10 ¹⁴	0.0252

AS4/3501-6 복합재료의 경화율(cure rate)은 실험적으로 다음과 같이 표현된다.⁽²⁷⁾

$$\frac{dc}{dt} = (q_1 + q_2 c)(1 - c)(0.47 - c) \quad (c \leq 0.3) \quad (12a)$$

$$\frac{dc}{dt} = q_3(1 - c) \quad (c > 0.3) \quad (12b)$$

여기서, q_1, q_2, q_3 는 다음의 식으로 표현된다.

$$q_i = A_i \exp(-\Delta E_i / RT) \quad (i=1,2,3) \quad (13)$$

단, R 은 일반 기체 상수(universal gas constant), A_i 는 상수이며, ΔE_i 는 활성화 에너지(activation energy)이다. 본 논문에서 사용된 이들 상수값은 Table 4 에 정리되어 있다.

본 논문에서 사용된 초기 조건 및 경계 조건은 다음과 같다.

$$T(L/2, r, t) = T(z, d, t) = T_{\text{ovt}}(t) \quad (14a)$$

$$\frac{\partial T(0, r, t)}{\partial z} = \frac{\partial T(z, 0, t)}{\partial r} = 0 \quad (14b)$$

$$T(z, r, 0) = T_c \quad (14c)$$

$$c(z, r, 0) = c_c \quad (14d)$$

$$0 \leq r \leq H, \quad 0 \leq z \leq L/2 \quad (14e)$$

단, T_c 는 초기 온도, c_c 는 초기 경화도 이다.

Table 3 Thermal properties of AS4/3501-6

Properties	Values
ρ (kg / m ³)	1578.0
C_p (J / kg · K)	862.0
H_f (J / g)	198.6
k_i (W / m · K)	413.5X10 ⁻³

Table 4 Cure kinetic constants of AS4/3501-6

Properties	Values
A_1 (/min)	2.102 X 10 ⁹
A_2 (/min)	-2.014 X 10 ⁹
A_3 (/min)	1.960 X 10 ⁵
ΔE_1 (J/min)	8.07 X 10 ⁴
ΔE_2 (J/min)	7.78 X 10 ⁴
ΔE_3 (J/min)	5.56 X 10 ⁴

2.4 유한요소모델

이방성재료 요소에 관한 위치에너지의 변화량 $\delta\Pi$ 는 아래와 같다.⁽²⁸⁾

$$\delta\Pi = \int_V \int_{t=-\infty}^{t=t} \int_{s=-\infty}^{s=t-t} Q_{ij}[c, t-\tau-s] \frac{\partial}{\partial s} \{\varepsilon_i - \varepsilon_i^{de}\} ds \cdot \frac{\partial[\delta\varepsilon_j(\tau)]}{\partial\tau} d\tau dV - \int_S \int_{\tau=-\infty}^{\tau=t} \Omega_i(t-\tau) \frac{\partial[\delta u_i(\tau)]}{\partial\tau} d\tau dS \quad (15)$$

여기서, Ω 는 표면력(surface traction), u_i 는 변위(displacement), t 는 현재 시간, s 와 τ 는 이전 시간, S 는 요소 표면적, V 는 요소 체적이다.

유효 강성, 변위, 변형률은 다음과 같다.

$$Q_{ij} = T_{ik} \bar{Q}_{kl} T_{lj} \quad (16a)$$

$$u_m(t) = N_{mn} q_n(t) \quad (16b)$$

$$\varepsilon_m = B_{mn} q_n(t) \quad (16c)$$

여기서, T 는 좌표 변환 행렬, N 은 형상 함수(shape function), B 는 변형률-변위 변환 행렬(strain-displacement transformation matrix)이며, q 는 절점 변위 벡터(nodal displacement vector)이다. 경화 시 기계적 변형률(mechanical strain)이 없다고 가정하고, 식 (16)을 이용하여 식 (15)를 정리하면 다음과 같다.

$$\int_{-\infty}^t k_{ij}(c, J-J') \frac{\partial[u(\tau)]}{\partial\tau} d\tau = \int_{-\infty}^t f_i(c, J-J') \frac{\partial[\varepsilon_i^{de}(\tau)]}{\partial\tau} d\tau + \bar{f}_i(J) \quad (17)$$

$$\text{여기서, } f_i(c, J-J') = \int_V B_{ik} Q_{ij}(c, J-J') dV$$

$$\bar{f}_i(J) = \int_S \Omega_j N_{ij} dS$$

$t < 0$ 일 때 $\Omega_i = 0$, $\varepsilon_i = 0$, $\varepsilon_i^{de} = 0$ 이라 가정하고 식 (5)를 식 (17)에 대입하면, 식 (17)은 다음과 같이 정리된다.

$$[k_{ij}^f + k_{ij}^d \sum_{m=1}^N W_m \exp(-\frac{J}{\tau_m})] u(0) + \int_0^t [k_{ij}^f + k_{ij}^d \sum_{m=1}^N W_m \exp(-\frac{J-J'}{\tau_m})] \frac{\partial u(\tau)}{\partial\tau} d\tau = f_i(t) \quad (18)$$

단,

$$k_{ij}^f = \int_V B_{ik} Q_{ij}^f B_{lj} dV, \quad k_{ij}^d = \int_V B_{ik} Q_{ij}^d B_{lj} dV \quad (19a)$$

$$f_i(t) = [f_i^f + f_i^d \sum_{m=1}^N W_m \exp(-\frac{J}{\tau_m})] u_j(0) + \int_0^t [f_i^f + f_i^d \sum_{m=1}^N W_m \exp(-\frac{J-J'}{\tau_m})] \frac{\partial \varepsilon_j^{de}(\tau)}{\partial\tau} d\tau \quad (19b)$$

$$f_i^f = \int_V B_{ik} Q_{ij}^f dV, \quad f_i^d = \int_V B_{ik} Q_{ij}^d dV \quad (19c)$$

식 (18)을 전체 요소에 관해 다시 정리하면 다음과 같다.

$$K_{ij}(c, J) U_j(0) + \int_0^t K_{ij}(c, J-J') \frac{\partial U_j(\tau)}{\partial\tau} d\tau = F_i(t) \quad (20a)$$

$$K_{ij}(c, J-J') = \int_V B_{ik} [Q_{ij}^f + Q_{ij}^d \sum_{m=1}^N W_m \exp(-\frac{J-J'}{\tau_m(c)})] B_{lj} dV \quad (20b)$$

여기서, K_{ij} 는 전체 유효 강성 행렬, U_j 는 변위 벡터, F_i 는 하중 벡터를 나타낸다. 식 (20)을 풀기 위해 Taylor et al.⁽²⁹⁾에 의해 제시된 반복식을 적용하였다. 시간에 관한 변위의 도함수는 다음과 같이 근사화 된다.

$$\frac{\partial U(t)}{\partial t} \approx \frac{U(t_j) - U(t_{j-1})}{t_j - t_{j-1}} \quad (t_{j-1} \leq t \leq t_j) \quad (21)$$

변형률은 각 미소시간 구간에서 부분적으로 연속이라 가정하면, 다음과 같이 근사화 된다.

$$\frac{\partial \varepsilon(t)}{\partial t} \approx \frac{\varepsilon(t_j) - \varepsilon(t_{j-1})}{t_j - t_{j-1}} \quad (t_{j-1} \leq t \leq t_j) \quad (22)$$

또한, 각 미소시간 구간에서 경화도는 일정하다고 가정하면, 다음과 같이 나타난다.

$$\Delta c(t_j) = c(t_j) - c(t_{j-1}) = 0 \quad (t_{j-1} \leq t \leq t_j) \quad (23)$$

식 (21), (22), (23)을 식 (20)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$K_{ij}^f \int_0^t \frac{\partial U_j(\tau)}{\partial\tau} d\tau + K_{ij}^d \sum_{m=1}^N W_m \exp(-\frac{J-J'}{\tau_m(c)}) \frac{\partial U_j(\tau)}{\partial\tau} d\tau = F_i - [K_{ij}^f + K_{ij}^d \sum_{m=1}^N W_m \exp(-\frac{J}{\tau_m(c)})] U_j(0) \quad (24)$$

Taylor et al.⁽²⁹⁾로부터 $H_m(\Delta t_k)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$H_m(\Delta t_k) = \frac{1}{\Delta t_k} \int_{t_{k-1}}^{t_k} \exp(-\frac{J_k}{\tau_m(c_k)}) d\tau \quad (25)$$

$$H_m(0) = 1, \quad t_0 = 0$$

식 (25)를 식 (24)에 대입해 정리하면 다음과 같다.⁽²⁶⁾

$$\sum_{k=1}^p [K_{ij}^f + K_{ij}^d \sum_{m=1}^N W_m \exp(-\frac{J_p - J_k}{\tau_m(c_p)}) H_m(\Delta t_k)] \Delta U_j(t_k) = F_i - [K_{ij}^f + K_{ij}^d \sum_{m=1}^N W_m \exp(-\frac{J_p - J_{p-1}}{\tau_m(c_p)})] U_j(0) \quad (26)$$

여기서,

$$F_i(t_p) = F_i^f[\epsilon_j^{de}(t_p)] + F_i^d \sum_{m=1}^N W_m H_m(\Delta t_k) \epsilon_j^{de}(t_k) + \sum_{m=1}^N G_i(t_p) \\ G_i(t_p) = \exp(-\frac{J_p - J_{p-1}}{\tau_m(c_p)}) [G_i(t_{p-1}) + K_{ij}^d H_m(\Delta t_{p-1}) \epsilon_j^{de}(t_{p-1})] \\ t_0 = 0, \quad J_p = J(t_p), \quad G_i(0) = 0$$

식 (26)을 통해 변위를 구할 수 있다. 변위가 구해지면 원통형 구조물의 변형률은 다음 식을 이용해 구할 수 있다.

$$\epsilon_{rr} = \frac{\partial u}{\partial r} \quad (27a)$$

$$\epsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (27b)$$

$$\epsilon_{\theta\theta} = \frac{u}{r} \quad (27c)$$

$$\epsilon_{rz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \quad (27d)$$

요소의 응력은 다음 식을 이용해 구할 수 있다.

$$\sigma_i(t) = \int_0^t Q_{ij}(c, J - J') \frac{\partial [\epsilon_j^{de}(\tau) - \epsilon_j^{de}(\tau)]}{\partial \tau} d\tau \quad (28)$$

식 (28)도 동일한 반복식의 형태로 다음과 같이 나타낸다.

$$\sigma_i(t_p) = Q_{ij}^f [\epsilon_j^{de}(t_p) - \epsilon_j^{de}(t_p)] + Q_{ij}^d \sum_{m=1}^N W_m H_m(\Delta t_p) \\ [\epsilon_j^{de}(t_p) - \epsilon_j^{de}(t_p)] + \sum_{m=1}^N E_i(t_p) \quad (29)$$

여기서,

$$E_i(t_p) = \exp(-\frac{J_p - J_{p-1}}{\tau_m}) [E_i(t_{p-1}) + Q_{ij}^d W_m H_m(\Delta t_{p-1}) (\epsilon_j^{de}(t_{p-1}) - \epsilon_j^{de}(t_{p-1}))]$$

원통 구조물은 형상이 축 대칭이므로 유한요소 해석 시 링 요소(ring element)가 사용되었다.⁽³⁰⁾ 요소 당 절점 수는 4개이며 자유도는 8이다.

2.5 해석 결과

와인딩 형태(winding pattern)가 [(15/-15)_{2s}/90₄],

[(30/-30)_{2s}/90₄], [(45/-45)_{2s}/90₄] 및 [15/-15/90]₄, [30/-30/90]₄, [45/-45/90]₄ 인 원통구조물의 잔류응력 해석을 경화 사이클(전형적인 에폭시 생산자 제공 2 단계 사이클) 전체 시간구간에 관해 수행하였다. 원통구조의 형상이 길이 방향으로 중앙(원점)에서 대칭이므로 해석은 전체의 1/2 만 수행하였다. 원통 구조물의 형상은 Fig. 1 에 도시되어 있다. 해석에 사용된 치수는 다음과 같으며, 총 1200 개의 요소가 사용되었다.

$$L=600 \text{ mm}, \quad t=1.5 \text{ mm}, \quad r_i=158.5 \text{ mm}, \quad r_o=160 \text{ mm}$$

Figs. 2 - 7 은 경화 완료 시 z=L/4 에서의 잔류응력 분포를 나타낸다. Figs. 4 와 7 에서 원주방향 응력(hoop stress)은 [(15/-15)_{2s}/90₄] 및 [15/-15 /90]₄ 적층에서 가장 큰 값을 나타냄을 알 수 있다. 또한, 모든 응력은 균형 적층부가 ± 15° 일 때 가장 큰 값을 나타냄을 알 수 있다. 이는 ± 15° 와 90° 적층 간의 열팽창 계수의 차이가 가장 많이 나기 때문에 발생하는 현상이다. Figs. 2 와 5 에서 보는 것처럼 반경방향 응력(radial stress)은 인장응력이며, 원주방향 응력이나 축방향 응력에 비해 그 값이 아주 작음을 알 수 있다. 이상의 결과를 통해 최대 잔류응력은 균형 적층부와 후프 와인딩부 사이에서 발생함을 알 수 있다. 또한, 각 그래프에서 보는 것처럼, 경화 전 과정을 고려한 점탄성적 잔류응력 값은 탄성적 잔류 응력값에 비해 그 크기가 작아짐을 알 수 있다. 이는 점탄성을 고려하였을 경우, 경화과정 중에 발생하는 응력 완화 현상이 해석 결과에 반영되기 때문에 나타나는 현상이다.⁽⁸⁾ 실제 구조물 제작 시 잔류응력 값은 이러한 점탄성 해를 적용해야 보다 정확한 설계를 할 수 있다.

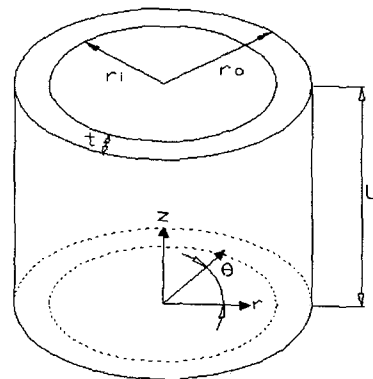


Fig. 1 Geometry of a composite cylinder

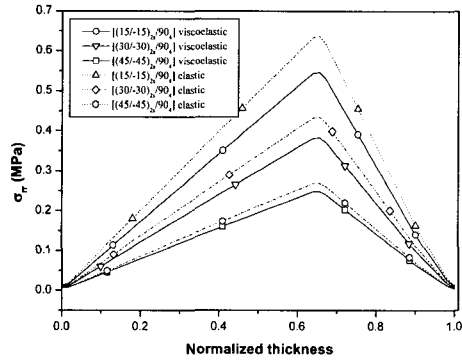


Fig. 2 Radial residual stress distributions through the non-dimensionalized wall thickness at $z = L/4$ of a $[(\theta/-\theta)_{2s}/90_4]$ composite cylinder after cure

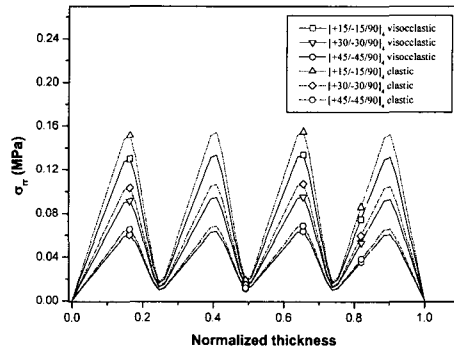


Fig. 5 Radial residual stress distributions through the non-dimensionalized wall thickness at $z = L/4$ of a $[\theta/-\theta/90]_4$ composite cylinder after cure

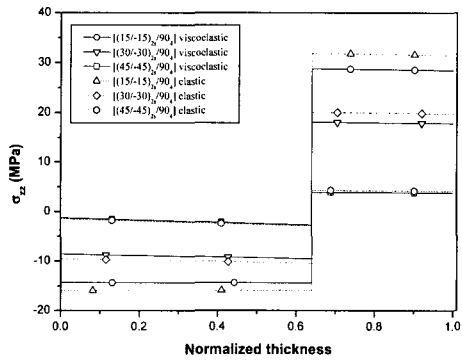


Fig. 3 Axial residual stress distributions through the non-dimensionalized wall thickness at $z = L/4$ of a $[(\theta/-\theta)_{2s}/90_4]$ composite cylinder after cure

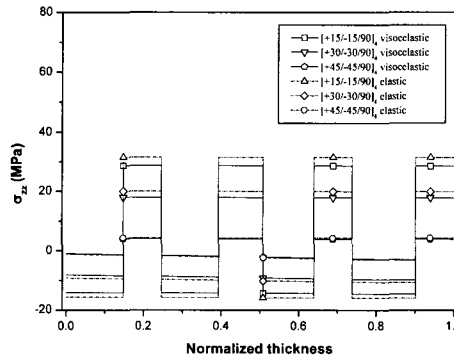


Fig. 6 Axial residual stress distributions through the non-dimensionalized wall thickness at $z = L/4$ of a $[\theta/-\theta/90]_4$ composite cylinder after cure

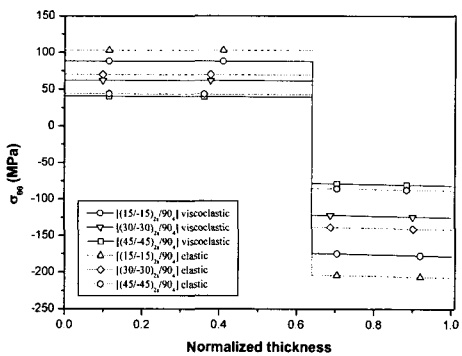


Fig. 4 Hoop residual stress distributions through the non-dimensionalized wall thickness at $z = L/4$ of a $[(\theta/-\theta)_{2s}/90_4]$ composite cylinder after cure

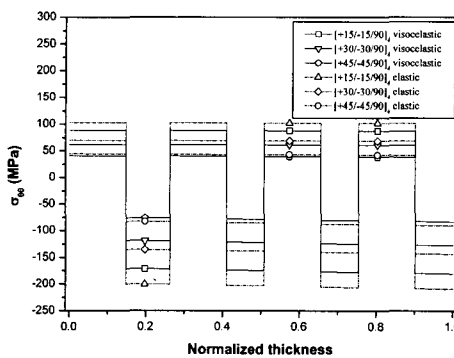
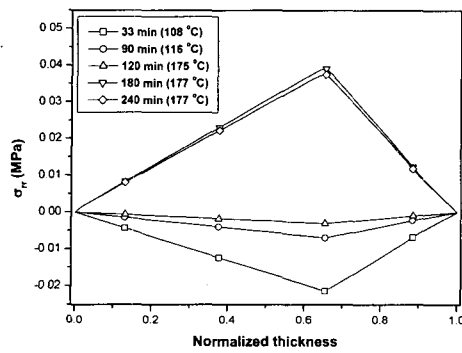


Fig. 7 Hoop residual stress distributions through the non-dimensionalized wall thickness at $z = L/4$ of a $[\theta/-\theta/90]_4$ composite cylinder after cure

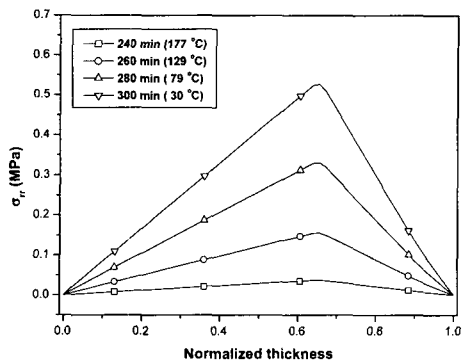
Figs. 8 - 10 은 $z=L/4$ 지점에서의 경화 사이클 중 시간별 잔류응력 변화를 나타내고 있다. 반경방향 응력은 첫번째 정온 구간까지 가열하는 동안은 압축응력이며, 이후 점점 인장응력으로 변한다. 시간이 지날수록 경화도가 증가하면서 응력이 커지게 되며,⁽²⁶⁾ 냉각이 완료될 때 응력이 가장 커지게 된다. 최대 응력은 균형 적층부와 후프 와인딩부 사이에서 발생한다. 축방향 응력 및 원주방향 응력도 시간이 지날수록 그 값이 커지다가, 냉각 완료 시 응력이 가장 커지게 된다. 또한, 반경방향 응력과 마찬가지로 최대 응력은 균형 적층부와 후프 와인딩부 사이에서 발생하게 된다.

3. 열좌굴 해석

우주 발사체는 비행 및 재돌입 시 공기와의 마찰, 추진 시 발생하는 열 등에 의해 높은 열하중을 겪게 되며, 이로 인해 열좌굴(thermal buckling)이 발생할 수도 있다. 우주 발사체 구조에 적용되는 섬유강화 복합재 중 고체 로켓(solid rocket)의 모터 케이스(motor case), 대륙간 탄도탄(ICBM)의 동체 및 발사체의 선두부(nose fairing) 등에 사용되는 재료는 주로 graphite/epoxy 이다. 따라서, 본 연구에서는 열좌굴 해석에 graphite/epoxy 의 물성치를 사용하였다.

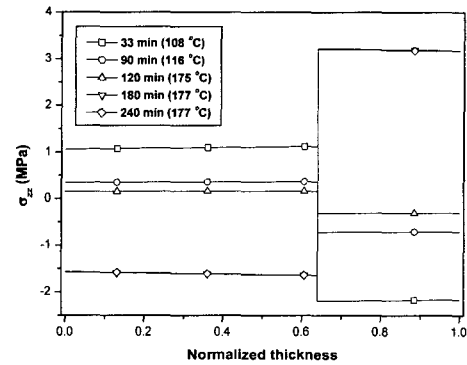


(a)

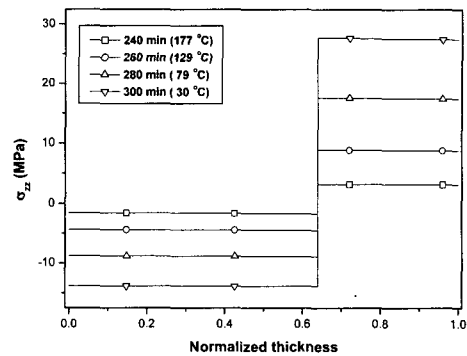


(b)

Fig. 8 Radial residual stress distribution during entire cure cycle at $z=L/4$ of a $[(15/-15)_2, /90_1]$ composite cylinder (a) up to the start of cool-down; (b) during cool-down

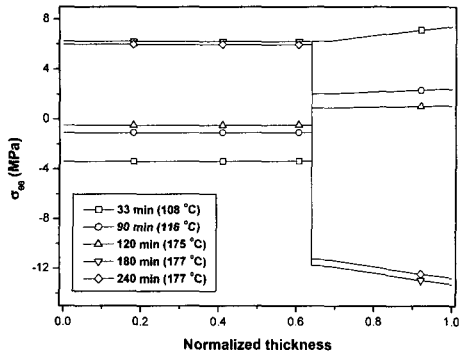


(a)

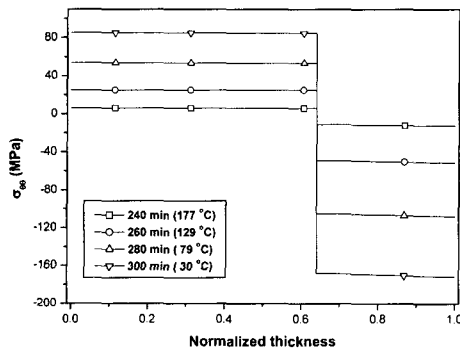


(b)

Fig. 9 Axial residual stress distribution during entire cure cycle at $z=L/4$ of a $[(15/-15)_2, /90_1]$ composite cylinder (a) up to the start of cool-down; (b) during cool-down



(a)



(b)

Fig. 10 Hoop residual stress distribution during entire cure cycle at $z=L/4$ of a $[(15/-15)_{2s}/90_4]$ composite cylinder (a) up to the start of cool-down; (b) during cool-down

원통형 복합재 구조물의 열좌굴 해석을 범용 구조해석 프로그램인 ABAQUS 를 이용하여 수행하였다.⁽³¹⁾ 해석에 사용된 복합재 헬은 각 층이 완전결합(perfectly bonded)이며, 재료상수는 온도에 따라 변하지 않는다고 가정한다. 실제 구조물에서는 복합재 발사체 구조물이 겪는 이러한 고온의 열 하중이 내부에 전달되는 것을 막기 위한 열 방호 시스템(thermal protection system, TPS)이 적용된다.⁽³²⁾ 본 절에서는 구조물의 전체 좌굴 현상을 다루기 위해 원통형 구조물 전체를 모델링 하여 해석을 수행하였다. 해석에 사용된 요소는 S4R 이며, 사용된 적층은 $[(+θ/-θ)_{2s}/90_4]$ 적층과 $[+θ/-θ/90_4]$ 적층이다. 사용된 경계 조건은 고정지지 경계 조건과 단순지지 경계 조건이다. 본 절에서는 구조물의 길이 및 적층각, 잔류 응력이 임계 좌굴 온도에 미치는 영향을 조사하였다.

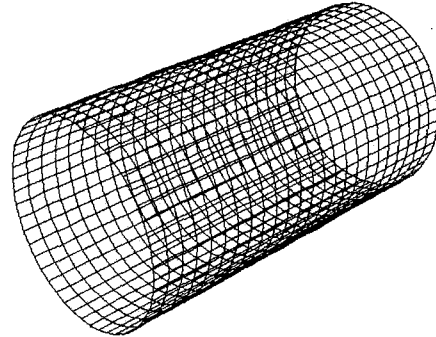


Fig. 11 Finite element mesh for a composite cylinder

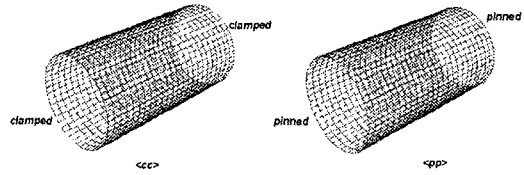


Fig. 12 Boundary conditions for thermal buckling analyses of the composite cylinders

3.1 형상 및 적층각에 따른 열좌굴 거동특성

$[(+θ/-θ)_{2s}/90_4]$ 적층과 $[+θ/-θ/90_4]$ 적층에 관해 길이 대 두께 비(L/t)를 각각 200 과 400 을 적용하여 열좌굴 해석을 수행하였다. 사용된 유한요소모델은 Fig. 11 과 같다. 재료상수는 앞 절과 동일한 graphite/epoxy 의 물성치를 사용하였다. 해석에 사용된 경계조건은 Fig. 12 에 나타나 있으며, 사용된 치수는 다음과 같다.

$$r_i = 158.5 \text{ mm}, r_o = 160 \text{ mm}, L/t = 200, 400, t = 1.5 \text{ mm}$$

(1) Case 1. $[(+θ/-θ)_{2s}/90_4]$ 적층

L/t 를 200 과 400 을 적용하여 각각의 경계조건 및 적층각에서 원통형 구조물의 열좌굴 해석을 수행하였다. Figs. 13, 14 에 원통구조물의 좌굴 모드가 나타나 있다. 해석결과는 Fig. 15 에 나타나 있다. 원통구조물의 임계 좌굴 온도는 구조물의 길이가 길어질수록 낮아진다. 이는 길이가 길어질수록 경계조건에 의해 구조에 주어지는 강성의 영향이 작아지기 때문에 발생하는 현상이다.^(33,34) 또한, 고정지지 경계조건일 경우 단순지지 경계조건일 때 보다 임계 좌굴 온도가 높아진다. 이는 고정지지 경계 조건이 구조물의 강성을 높이는 역할을 단순지지 경계 조건일 때 보다 더 많이 하기 때문

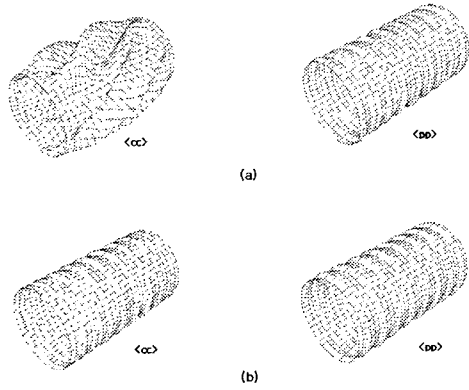


Fig. 13 Buckling mode shapes with various boundary conditions ($L/t=400$) (a) $[(45/-45)_{2s}/90]_4$; (b) $[45/-45/90]_4$

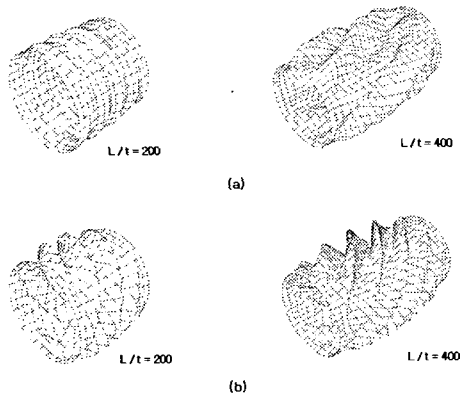


Fig. 14 Buckling mode shapes with various L/t (cc boundary condition) (a) $[(15/-15)_{2s}/90]_4$; (b) $[15/-15/90]_4$

이다.⁽¹⁴⁾ Fig. 15 에는 적층각의 영향도 동시에 나타나 있다. 그림에서 균형 적층부의 적층각 θ 가 $\pm 15^\circ$ 일 경우 임계 좌굴 온도가 가장 높으며, θ 값이 커질수록 임계 좌굴 온도가 낮아지는 현상을 보였다. 이런 현상이 나타난 이유는 원통형 구조물의 경우 열하중에 의한 변형이 축방향 굽힘 강성의 크기에 영향을 많이 받기 때문이다. 따라서, 이러한 원통형 구조물의 전체 좌굴에서는 축방향 굽힘 강성의 크기가 가장 큰 θ 가 $\pm 15^\circ$ 인 적층이 가장 큰 임계 좌굴 온도를 가지게 된다. 실제 구조물에서 구조물의 길이는 프레임(frame)의 배치 간격을 나타내므로, 프레임의 배치 간격을 좁게 하는 것이 임계 좌굴 온도를 높이는 데 유리함을 알 수 있다.

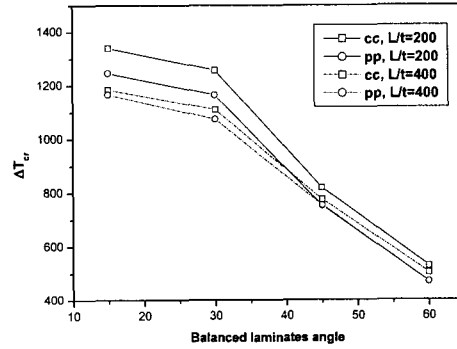


Fig. 15 Effects of stacking sequence and length-to-thickness ratio on the critical buckling temperatures of $[(\theta/-\theta)_{2s}/90]_4$ composite cylinders

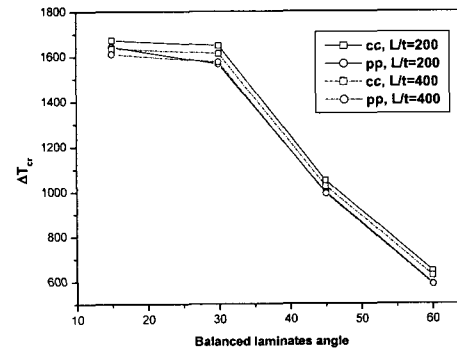


Fig. 16 Effects of stacking sequence and length-to-thickness ratio on the critical buckling temperatures of $[\theta/-\theta/90]_4$ composite cylinders

(2) Case 2. $[\theta/-\theta/90]_4$ 적층

L/t 를 각각 200 과 400 을 적용하여, Case 1 과 마찬가지로 경계 조건과 적층각을 변화시키며 열좌굴 해석을 수행하였다. 해석결과는 Fig. 16 에 나타나 있다. Case 2 에서도 Case 1 과 마찬가지로 길이가 길어질수록 임계 좌굴 온도는 감소하였다. 또한, 고정지지 경계조건일 경우가 단순지지 경계조건일 경우보다 임계 좌굴 온도가 높게 나타났다. 그러나, Case 2 의 경우 Case 1 일 때보다 동일한 경계 조건 및 θ 적용 시 임계 좌굴 온도가 약 30% 정도 높게 나타났다. 따라서, 실제 구조물에 적용 시 Case 2 의 적층을 사용하는 것이 열좌굴 특성을 높이는 데 유리함을 알 수 있다.

Table 5 Differences of critical buckling temperatures between considering and non-considering the residual stresses

Stacking sequence	cc (%)	pp (%)
[(15/-15) _{2s} /90 ₄]	28	27
[(30/-30) _{2s} /90 ₄]	5	5
[(45/-45) _{2s} /90 ₄]	2	2

3.2 잔류응력에 따른 열좌굴 거동해석

생산 시 발생하는 잔류응력이 구조물의 전체 좌굴 거동에 미치는 영향을 조사하기 위하여, 앞서 계산된 잔류응력을 초기 응력값으로 넣은 후 열좌굴 해석을 수행하였다. 사용된 경계조건은 고정지지 경계조건 및 단순지지 경계조건이며 L/t=200이다. 열좌굴 해석결과가 Figs. 17 과 18 에 나타나 있다. Fig. 17 은 고정지지 경계조건일 경우이며, Fig. 18 은 단순지지 경계조건일 경우이다. 그림에서 보는바와 같이 잔류응력을 고려했을 경우 그렇지 않은 경우보다 임계 좌굴 온도가 낮아지게 된다. 이는 잔류응력을 고려할 경우 열하중이 가해지기 전에 이미 구조물에 초기 하중이 걸려있는 상태이기 때문에 나타나는 현상이다. 잔류 응력의 영향은 균형 적층부의 적층각이 ± 15° 일 경우가 가장 크다. 이는 균형 적층부와 후프 와인딩부와의 열팽창 계수의 차이가 다른 적층각보다 크므로 이로 인해 발생하는 잔류응력의 값이 가장 크기 때문이다. 또한, 잔류응력의 영향은 균형 적층부의 적층각이 커질수록 작아지게 된다. 임계 좌굴 온도는 고정지지 경계조건일 경우 단순지지 경계조건일 경우보다 그 값이 크며, 이는 앞서 언급한대로 고정지지 경계조건이 단순지지 경계조건보다 구조의 강성에 미치는 영향이 크기 때문이다. 잔류응력이 고려되었을 때와 그렇지 않을 경우의 임계 좌굴 온도의 차이를 잔류응력 고려 시를 기준으로 Table 5 에 정리하였다. 실제 구조물에 적용되는 경우 균형 적층부의 적층각이 작아지면, 반드시 잔류 응력의 영향을 고려해 주어야 함을 알 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 우주 발사체에 적용되는 원통형

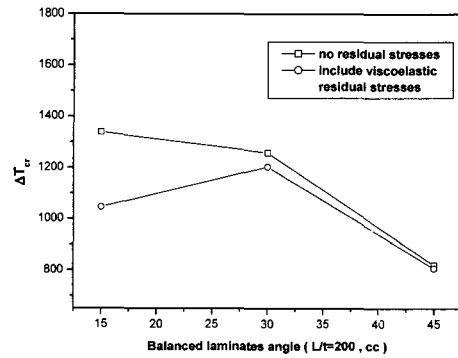


Fig. 17 Effects of residual stresses on critical buckling temperatures of [(θ/-θ)_{2s}/90₄] composite cylinders (cc boundary condition, L/t=200)

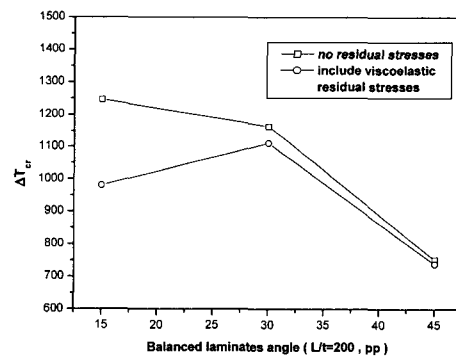


Fig. 18 Effects of residual stresses on critical buckling temperatures of [(θ/-θ)_{2s}/90₄] composite cylinders (pp boundary condition, L/t=200)

복합재 구조물의 생산 시 발생하는 잔류응력을 점탄성적 유한요소법을 이용하여 해석하였다. 시간 및 경화도의 함수로 된 점탄성 구성방정식을 사용하여 열-기계-화학적인 생산공정 및 잔류응력 형성과정을 유한요소법과 기타 수치적인 기법을 사용하여 모델링 하였으며, 또한 경계조건, 형상, 적층각, 발생한 잔류응력을 고려한 원통구조물의 열적 좌굴해석을 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 적층각에 관계없이 최대 잔류응력은 균형 적층부와 후프 와인딩부 사이에서 발생한다. 또한, 균형 적층부와 후프 와인딩부의 적층각도의 차이가 클수록 잔류응력은 증가하는 경향을 나타내었다. 이는, 적층각의 차이가 커질수록 열팽창 정도

의 차이가 커지기 때문에 나타나는 현상이다.

(2) 점탄성적 잔류응력의 크기는 탄성적 잔류응력의 크기보다 작은 값을 나타내며, 이는 점탄성적 해석의 경우, 응력완화현상을 반영하기 때문이다.

(3) 임계좌굴온도는 L/t 의 값이 커질수록 낮아진다. 이는, 셸의 길이가 길어지면, 경계조건에 의한 구조의 강성 증가 효과가 감소하기 때문에 나타나는 현상이다.

(4) 원통구조물의 경우 균형 적층부의 적층각이 $\pm 15^\circ$ 일 경우 임계 좌굴 온도가 가장 높게 나타났다. 원통구조물의 경우 열하중에 의한 변형이 축방향 굽힘강성의 크기에 영향을 많이 받으며, θ 가 $\pm 15^\circ$ 인 경우 축방향 굽힘강성의 크기가 가장 크므로 이와 같은 현상이 나타난다.

(5) 균형 적층부와 후프 와인딩부가 반복해서 나타나는 적층의 임계좌굴온도가 내부에 균형 적층부를 배치하고, 외부에 후프 와인딩부를 배치한 적층보다 높게 나타났다. 그러므로, 균형 적층부와 후프 와인딩부가 반복해서 나타나는 적층을 적용하는 것이 열좌굴 특성을 향상시키는데 유리함을 알 수 있다.

(6) 잔류응력은 구조물에 열하중이 가해지기 전 이미 하중이 가해진 상태를 의미하므로, 잔류응력을 고려하지 않은 경우보다 더 낮은 임계좌굴온도를 나타낸다. 또한, 균형 적층부의 적층각이 작아질수록 이런 임계 좌굴 온도의 감소현상은 크게 나타난다. 이는 균형 적층부의 적층각이 작아질수록 잔류응력의 크기가 커지기 때문에 나타나는 현상이다.

(7) 복합재 구조물의 좌굴해석 시, 다양한 적층각에 따른 점탄성적 잔류응력의 영향이 고려되어야 함을 알 수 있으며, 본 연구를 통하여 이의 반영을 위한 유용한 기법이 개발되었다.

실제 우주 발사체가 고속 비행 시 겪는 하중은 공기와의 마찰에 의한 열 하중 외에도 추력에 의한 압축력, 공기에 의한 압력 등 여러 가지가 있다. 향후 이러한 여러 하중 요소들을 고려한 잔류응력 해석 및 좌굴 해석이 원통형 셸 및 선두부, 발사체 전체 모델에 관해 수행될 것이며, 또한 이런 여러 조건들을 고려하여 열좌굴 특성이 가장 우수한 구조의 설계를 위한 형상 및 적층각의 최적화가 수행될 것이다.

후 기

이 논문은 2000년도 경북대학교의 연구비에 의하여 연구되었음.

참고문헌

- (1) Hahn, H. T. and Pagano, N. J., 1975, "Curing Stress in Composite Laminates," *J. of Composite Materials*, Vol. 9, pp. 91~105.
- (2) Weitsman, Y., 1980, "Optimal Cool-Down in Linear Viscoelasticity," *J. of Applied Mechanics*, Vol. 47, pp. 35~39.
- (3) Santago, R. J. and Wang, S. S., 1984, "Process-Induced Residual Thermal Stress in Advanced Fiber-Reinforced Composite Laminates," *J. of Engineering for Industry*, Vol. 106, pp. 48~54.
- (4) Kim, K. S. and Hahn, H. T., 1989, "Residual Stress Development during Processing of Graphite/Epoxy Composites," *Composites Science and Technology*, Vol. 36, pp. 121~137.
- (5) Bogetti, T. A. and Gillespie, J. W. Jr., 1992, "Process-Induced Stress and Deformation in Thick-Section Thermoset Composite Laminate," *J. of Composite Materials*, Vol. 26, pp. 626~660.
- (6) White, S. R. and Hahn, H. T., 1992, "Process Modeling of Composite Materials: Residual Stress Development during Cure. Part I. Model Formulation," *J. of Composite Materials*, Vol. 26, No. 16, pp. 2402~2422.
- (7) White, S. R. and Hahn, H. T., 1992, "Process Modeling of Composite Materials: Residual Stress Development during Cure. Part II. Experimental Validation," *J. of Composite Materials*, Vol. 26, No. 16, pp. 2423~2453.
- (8) Kim, Y. K. and White, S. R., 1997, "Viscoelastic Analysis of Processing-Induced Residual Stress in Thick Composite Laminates," *Mechanics of Composite Materials and Structures*, Vol. 4, pp. 361~387.
- (9) Kim, C. and White, S. R., 2001, "Continuous Curing and Induced Thermal Stresses of a Thick Filament Wound Composite Cylinder," *J. of Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 20, No. 2, pp. 166~180.
- (10) Lee, S. Y. and Kang, J. K., 1999, "Residual Stresses in a Laminated Shell during Cure," *KSME Int. Journal*, Vol. 13, No. 8, pp. 625~633.
- (11) Lee, S. Y., 2000, "Curing Induced Residual Stresses in Laminated Cylindrical Shells," *KSME Int. Journal*, Vol. 14, No. 1, pp. 19~29.
- (12) Simitzes, G. J., Tabici, A. and Anastasiadis, J. S., 1993, "Instability of Moderately Thick, Laminated Cylindrical Shells under Combined Axial Compression and Pressure," *Proceedings of the 9th International Conference on Composite Materials*, pp. 426~434.
- (13) Dong, S. B. and Etitum, P., 1995, "Three-Dimensional Stability Analysis of Laminated Anisotropic Circular Cylinders," *Int. J. of Solids and Structures*, Vol. 32, No. 8/9, pp. 1211~1230.
- (14) Pinna, R. and Ronalds, B. F., 2000, "Hydrostatic Buckling of Shells with Various Boundary Conditions," *J. of Constructional Steel Research*, Vol. 56, pp. 1~16.
- (15) Bisagni, C., 2000, "Numerical Analysis and Experimental Correlation of Composite Shell Buckling

- and Post-Buckling," *Composites: Part B*, Vol. 31, pp. 655~669.
- (16) Messenger, T., 2001, "Buckling of Imperfect Laminated Cylinders under Hydrostatic Pressure," *Composite Structures*, Vol. 53, pp. 301~307.
- (17) Chen, L. W. and Chen, L. Y., 1987, "Thermal Buckling of Laminate Composite Plates," *J. Therm. Stresses*, Vol. 10, pp. 345~356.
- (18) Taucher, T. R., 1987, "Thermal Buckling of Thick Anti-Symmetric Angle-Ply Laminates," *J. Therm. Stresses*, Vol. 10, pp. 113~124.
- (19) Chang, J. S., 1992, "A Future Study on Thermal Buckling of Simply Supported Antisymmetric Angle-Ply Laminates in a Uniform-Temperature Field," *Composites Science and Technology*, Vol. 43, pp. 309~315.
- (20) Singh, G. and Rao, G. V., 1993, "Thermal Post-Buckling Behavior of Rectangular Antisymmetric Cross-Ply Composite Plates," *Acta Mech.*, Vol. 98, No. 1/4, pp. 39~50.
- (21) Shen, H. S. and Lin, Z. Q., 1995, "Thermal Post-Buckling Analysis of Imperfect Laminated Plates," *Computers and Structures*, Vol. 57, No. 3, pp. 533~540.
- (22) Shen, H. S., 1997, "Thermal Postbuckling Analysis of Imperfect Stiffened Laminated Cylindrical Shells," *Int. J. of Non-Linear Mechanics*, Vol. 32, No. 2, pp. 259~275.
- (23) Lee, J. H., 1997, "Thermally Induced Buckling of Laminated Composites by a Layer-Wise Theory," *Computers and Structures*, Vol. 65, No. 6, pp. 917~922.
- (24) Vinson, J. R. and Sierakowski, R. L., 1987, *The Behavior of Structures Composed of Composite Materials*. Kluwer Academic Publishers.
- (25) Kim, Y. K. and White, S. R., 1996, "Stress Relaxation Behavior of 3501-6 Epoxy Resin during Cure," *Polymer Eng. Sci.*, Vol. 36, pp. 2852~2862.
- (26) White, S. R. and Kim, Y. K., 1998, "Process-Induced Residual Stress Analysis of AS4/3501-6 Composite Material," *Mechanics of Composite Materials and Structures*, Vol. 5, pp. 152~186.
- (27) Lee, W. I., Loos, A. C. and Springer, G. S., 1982, "Heat of Reaction, Degree of Cure and Viscosity of Hercules 3501-6 Resin," *J. of Composite Materials*, Vol. 16, pp. 510~520.
- (28) Lin, K. Y. and Yi, S., 1991, "Analysis of Inter-Laminar Stresses in Viscoelastic Composites," *Int. J. of Solids and Structures*, Vol. 27, pp. 929~945.
- (29) Taylor, R. L., Pister, K. S. and Goudreau, G. L., 1970, "Thermo-Mechanical Analysis of Viscoelastic Solids," *Int. J. for Numerical Methods in Eng.*, Vol. 2, pp. 45~59.
- (30) Cook, R. D., Malkus, D. S. and Plesha, M. E., 1989, *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*, John Wiley and Sons, Inc., pp. 293~307.
- (31) HKS, 2001, *ABAQUS Standard User's Manual*, Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc.
- (32) R. X. Meyer, 1999, *Elements of Space Technology*, Academic Press.
- (33) Ko, W. L., 1995, "Predictions of Thermal Buckling Strengths of Hypersonic Aircraft Sandwich Panels Using Minimum Potential Energy and Finite Element Methods," *NASA TM-4643*.
- (34) Featherston, C. A., 2000, "The Use of Finite Element Analysis in the Examination of Instability in Flat Plates and Curved Panels under Compression and Shear," *Int. J. of Non-Linear Mechanics*, Vol. 35, pp. 515~529.