

부착력과 마찰력이 개재된 마이크로 입자 충돌 운동

한 인 환*

(2002년 2월 8일 접수, 2002년 5월 14일 심사완료)

Microparticle Impact Motion with Adhesion and Frictional Forces

Inhwan Han

Key Words: Microparticles(마이크로입자), Adhesion(부착력), Friction(마찰), Impact(충돌), Capture(포획), Impulse-Momentum(충격량-운동량), Energy Dissipation(에너지 소산)

Abstract

The main topic covered in this paper is that of the impact process, that is, where two bodies come into contact and rebound or stick together. This paper presents how to determine the rebound velocities of a microparticle that approaches a surface with arbitrary initial velocities and relate the impact process to the physical properties of the materials and to the adhesion force. Actual adhesion forces demonstrate a significant amount of energy dissipation in the form of hysteresis, and act generally in a normal to the contact surfaces. Microparticles must also contend with forces tangent to the contact surfaces, namely Coulomb dry friction. The developed model has an algebraic form based on the principle of impulse and momentum and hypothesis of energy dissipation. Finally, several analyses are carried out in order to estimate impact parameters and the developed analytical model is validated using experimental results.

1. 서 론

최근 Atomic Force Microscope(AFM)^(1,2)을 이용한 마이크로 부품처리^(3~7)와 마이크로 로봇 및 각종 마이크로 액추에이터 등을 망라하는 Micro Electro-Mechanical Systems(MEMS)분야는 급속히 확장, 발전하고 있다. 그러나, 아직도 기본적인 마이크로 동적 거동(간헐적 동적 접촉 등)에 대해서는 많은 기초 연구들이 계속 진행되어 관련 정보들이 새로이 누적되고 있는 상황이다. 운동 중인 마이크로 입자가 기표와 충돌하게 되면, 반발하거나 혹은 서로 응집하게 된다. 유동중인 마이크로 입자가 기표와의 충돌 이후 침적 혹은 반발하는 거동은 과거 30여년간 주목을 받아 왔다.⁽⁸⁾ 마이크로 입자는 운동 중에 어떤 임의의 속도로

기표와 동적 접촉 즉, 충돌을 하게 되며, 이러한 입자의 충돌 후 거동은 입자 및 기표의 재질뿐만 아니라 입자의 충돌 직전 거동에 의해 결정된다. 그런데, 이러한 마이크로 레벨에서의 입자와 기표와의 접촉에는 통상적인 접촉에서 발생하는 마찰력뿐만 아니라 반데르발스 힘, 모세관 힘, 그리고 정전기력 등과 같은 여러 힘들⁽⁹⁾이 작용한다.

Dahneke⁽¹⁰⁾가 포획속도를 계산하기 위한 충돌 모델을 제시한 이래 많은 연구가 진행되었으나, 마이크로 입자의 충돌에 관한 대부분의 연구들은 법선 충돌에 국한되었다. 그런데, 최근 일련의 연구자들은 충돌 입사각이 포획 속도를 비롯한 충돌 거동의 제반 특성에 중요한 영향을 끼치는 것을 인식하기 시작하였고, Dunn 등⁽¹¹⁾은 여러 충돌 입사각에 대한 해석 및 실험 결과를 제시한 바 있다. 이 결과는 마이크로 입자 경사충돌이 가지는 복잡성을 최초로 설명한 것으로 여겨진다.

마이크로 입자의 충돌에 관한 종래의 많은 연구들은 에너지 손실과 포획은 소성 변형(접촉)에 기인하는 것으로 여겨오고 있다. 한편, 마이크로

* 회원, 홍익대학교 기계정보공학과

E-mail : ihhan@hongik.ac.kr

TEL : (041)860-2581 FAX : (041)865-9321

입자의 충돌에 있어서 부착력에 의한 손실이 지배적인 역할을 한다는 가정하에서, 마이크로 입자 충돌 모델의 기저를 이루는 중요한 개념인 부착계수(coefficient of adhesion)에 대해 Brach⁽¹²⁾은 반발 구간동안 변형충격량과 부착충격량의 비로 정의하고 있으나, 오히려 변형 에너지와 부착력과 관련된 소산 에너지의 비로 정의하는 것이 본질적으로 에너지 손실 과정으로 고려할 수 있는 충돌 과정의 해석에 부합한다고 여겨진다. 마이크로 입자의 충돌 접촉에서 부착력은 일반적으로 접촉면에 수직 방향으로 작용하며, 또한 접촉 표면에 접선 방향으로 작용하는 또 다른 힘 즉 마찰력의 영향을 강하게 받게 된다. 이러한 사실들은 문제의 복잡성을 더욱 가중시킨다.

마이크로 입자의 충돌과 침강 혹은 포집에 대한 충돌 동역학에 관한 연구는 반도체 제조 공정 내 입자 오염 제어, 집진기 및 필터를 비롯한 각종 공해 방지 설비 등의 설계와 관련된 환경/분체공학 분야와 마이크로 및 나노입자 공학 분야에 적용이 가능하다. 그리고, AFM 등을 이용한 마이크로 부품처리에 직접적인 적용도 가능하다. 마이크로 입자 처리에서 일종의 밀기동작⁽¹³⁾ 혹은 태핑이나 타격⁽¹⁴⁾으로 고려할 수 있는 탐침과 입자와의 접촉 과정동안 부착력의 역할이 중요한 역할을 한다. 따라서, 동작 속도가 비교적 빠른 상황에서의 이러한 접촉들은 충돌 과정으로 모델링할 수 있다. 마이크로 로봇의 외부환경과의 접촉 역학, 맞물려 있는 마이크로 기어 이들 간의 간헐적 접촉, 타격이나 혹은 간헐적 접촉/분리 동작을 수행하는 스위치류를 비롯한 각종 마이크로 액추에이터 및 측정기 등을 망라하는 MEMS 분야에도 실용적 적용이 또한 가능하다.

본 논문에서는, 수십 미크론 대의 직경을 가지는 마이크로 입자의 동적 접촉 즉, 충돌 과정에 대한 모델링 및 구체적인 해석과 활용 방안들을 함께 제시한다. Fig. 1에 보여지는 것처럼, 부착력의 존재하에서 마이크로 입자와 기표와의 충돌에 대한 입자의 충돌 역학을 탐구하는 것이 설정한 문제이다. 이 탐구는 접촉 표면에서 작용하는 반데르발스 힘의 형태로 발현되는 효과를 포함하였다. 여러 가지 다른 미소 힘들도 있지만 여기서는 그것들을 고려하지 않는다. 그리고, 소성 변형이 동적 접촉 과정에서 중요하지 않은 역할을 수행한다고 가정한다. 이 가정은 매우 짧은 시간동

안의 접촉 그리고 그로 인한 매우 커다란 변형을 (10^5 혹은 그 이상)을 가진다는 사실에 근거한다. 우선, 충격량-운동량 이론 및 에너지 소산 가설을 통합 활용하여 접촉면에서 법선 방향의 탄성 접촉력 및 부착력 뿐만 아니라 접선 방향의 마찰력 효과도 고려한 마이크로 입자 충돌 모델을 제시한다. 그리고, 충돌 모델에 포함되어 있는 탄성접촉, 마찰 및 부착 관련 각종 물리적 계수들을 실험식을 통해 효과적으로 추정하는 방안도 포함하였다. 본 연구에서 사용하는 모든 충돌 실험데이터(출처가 별도로 명시된 일부 데이터를 제외함)는 Brach 등이 이끌고 있는 노틀담대학의 입자동역학 연구실로부터 제공⁽¹⁵⁾받았다. 노틀담 대학의 시스템은 진공 시험 셀, 입자 디스펜서, 표적 표면 등으로 구성되어 있고, 각 입자의 입사 및 반발 속도와 직경 등을 측정하기 위해서, 경사 충돌에서는 입자 경로 이미징 시스템을 사용한다. 이러한 추정 작업을 통하여 포획에 관한 직접적인 정보가 포함되어 있지 않은 마이크로 입자 충돌 실험 자료로부터 포획 속도를 계산할 수 있게 된다. 마이크로 입자 충돌 실험에서 일단 포획이 발생하면 입자가 기표에 부착하므로, 정확한 포획속도를 측정하기가 거의 불가능하게 된다.⁽¹²⁾

2. 마이크로 입자 충돌 모델-대수적모델

일반 강제역학의 범주 내에서, 짧은 충돌시간 동안 충격량-운동량 이론과 쿨롱의 법칙을 사용하여 마찰력을 수반하는 충돌문제에 대한 해석을 시도한 연구 결과들은 본 논문 저자를 비롯한 많은 연구자들에 의해 최근까지 계속 발표되고 있다. 본 연구에서는 마찰력 이외에 에너지 손실로부터 직접 표현되는 수학적 형태를 가진 부착력이 추가로 개입하게 되므로, 본 논문 저자^(16,17)에 의해 발표된 Poisson의 가설에 근거한 마찰 충돌 해석방법에 Stronge⁽¹⁸⁾이 최초로 제창한 에너지 소산 가설을 추가·보완하였다.

Fig. 1은 반경 r 의 구형 입자가 접촉점 c 에서 기표와 충돌하는 강제 모델을 보여주고 있으며, M 은 접촉 커플 충격량(contact couple impulse)를 의미한다. 그런데, Brach 등⁽¹⁹⁾의 최근 해석 결과를 따르면 M 의 효과를 무시할 수 있다. 보여지는 마이크로 입자에 대하여 충격량-운동량 법칙을 적용하면 식 (1)을 얻을 수 있다.

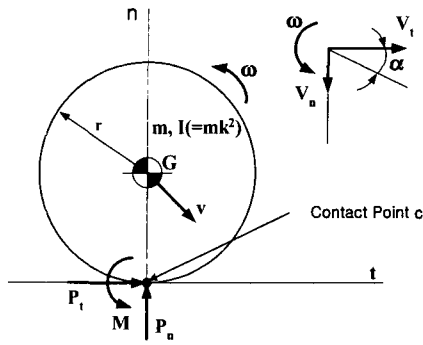


Fig. 1 The rigid-body model for a microsphere impact with a flat surface

$$\begin{aligned} v_n(\tau) &= v_{n0} + \frac{1}{m} P_n(\tau) \\ v_t(\tau) &= v_{t0} + \frac{1}{m} P_t(\tau) \\ \omega(\tau) &= \omega_0 + \frac{1}{m k^2} \cdot r P_t(\tau) \end{aligned} \quad (1)$$

식 (1)에서 k 는 입자의 질량 회전반경이며, P_n 과 P_t 는 충돌 접촉점 c 에서 각각 법선과 접선 방향으로 작용하는 충격량이다. 그리고, 아래첨자 0는 충돌직전을 의미한다. 여기에서 충돌이 가능하기 위해서는, $v_{n0} < 0$ 이어야 한다. 그리고, 입자와 기표와의 접촉점 c 에서의 상대속도를 법선과 접선 방향으로 각기 구하면 식 (2)로 나타나며, 충돌 초기속도는 식 (3)으로 표현할 수 있다.

$$v_{cn}(\tau) = v_n(\tau) \quad (2)$$

$$v_{ct}(\tau) = v_t(\tau) + r\omega(\tau)$$

$$v_{cn0} = v_{n0} < 0, \quad v_{c0} = v_{t0} + r\omega_0 \quad (3)$$

식 (1)-(3)으로부터 접촉점에서의 상대속도를 구하면 식 (4)로 나타난다.

$$v_{cn}(\tau) = v_{cn0} + \frac{1}{m} P_n(\tau) \quad (4a)$$

$$v_{ct}(\tau) = v_{c0} + \frac{1}{m_t} P_t(\tau) \quad (4b)$$

여기서,

$$m_t = \frac{k^2}{k^2 + r^2} m \quad (5)$$

한편, 식 (6)처럼 충돌 과정동안 최종 접선충격량과 압축충격량의 비로 충격량비 μ_r 을 정의할 수 있으며, 충돌 전후의 속도를 측정된 실험 결과로부터 비교적 용이한 추정이 가능하게 된다.

$$\mu_r \triangleq \frac{P_{tf}}{P_{nf}} = \frac{v_{tf} - v_{n0}}{v_{nf} - v_{n0}} \quad (6)$$

식 (1)이나 혹은 (4)로부터 충돌 후 속도들을 결정하기 위해서는 충격량들을 구해야 한다. 이러한 충격량 값들을 해석적으로 결정하기 위해서, 미소한 충돌 경과 시간의 함수들인 충돌 접촉점에서의 접선 충격량과 법선 충격량을 각각 가로축과 세로축으로 하는 충격량 평면에서 3가지의 특성 직선들을 정의한다. 첫째는, 한계 마찰 직선 (line of limiting friction, F)으로 충격량 평면 상에서 등방성 쿨롱 법칙을 표현하게 되며, 식 (7)로 나타난다. μ 는 쿨롱 마찰계수이며, 충격량비 μ_r 과 혼동되지 말아야 한다.

$$P_t = -i \mu P_n \quad (7)$$

여기서,

$$i = \frac{v_{c0}}{|v_{c0}|} = \text{sgn}(v_{c0})$$

둘째는, 최대압축선(line of maximum compression, C)이며 식 (8)로 나타나고, 셋째로 미끄럼 정지선 (line of sticking, S) 혹은 순구름선은 식 (9)와 같이 표현할 수 있다.

$$v_{cn} = v_{cn0} + \frac{1}{m} P_n = 0 \quad (8)$$

$$v_{cn} = v_{c0} + \frac{1}{m_t} P_t = 0 \quad (9)$$

한편, 충격량 평면에서 전술한 직선들의 교차점들이 주요한 특성점들의 역할을 수행하게 된다. 이러한 특성점들에 대한 법선충격량 값들을 구하면 아래와 같이 된다.

- P_{ns} : P_n -value of the point where F intersects with S

$$P_{ns} = \frac{i}{\mu} m_t v_{c0} \quad \text{or} \quad \frac{1}{\mu} m_t \cdot |v_{c0}| \quad (10)$$
- P_{nc} : P_n -value of the point where F intersects with C

$$P_{nc} = -m v_{c0} \quad \text{or} \quad m |v_{c0}| \quad (11)$$
- P_{nc}^* : P_n -value of the point where S intersects with C

$$P_{nc}^* = P_{nc} = -m v_{c0} \quad \text{or} \quad m |v_{c0}| \quad (12)$$

또한, Stronge의 에너지 소산 가설에 따르면, 반발계수 e 는 식 (13)으로 표현된다.

$$e^2 = \frac{E_e^R}{E_e^C} = \frac{\text{elastic E. released during restitution}}{\text{elastic E. absorbed during compression}} \quad (13)$$

입자와 기표의 충돌 과정동안 부착력을 제외하고 법선 방향 탄성 변형과 접선 방향 마찰력을 고려하면, 손실되는 총 에너지 E 는 식 (14)로 구할 수 있다. E_e 는 탄성 변형으로 인한 에너지 손실, E_t 는 마찰 에너지 손실을 각각 의미한다.

$$E = - \int_0^{t_f} \overline{F} \cdot \overline{v}_c dt = - \int_0^{\overline{P}_f} \overline{v}_c \cdot d\overline{P} \quad (14)$$

$$= - \int_0^{P_{nc}} v_{cn} dP_n - \int_0^{P_t} v_{ct} dP_t = E_e + E_t$$

여기서,

$$E_e = - \int_0^{P_{nf}} v_{cn} dP_n, \quad E_t = - \int_0^{P_t} v_{ct} dP_t$$

충돌 과정동안 총 손실 에너지 중에서 법선 방향 탄성 변형으로 인한 에너지 손실량만을 별도로 계산하면 식 (15)로 나타난다.

$$E_e = E_e^C - E_e^R \quad (15)$$

여기서,

$$E_e^C = - \int_0^{t_c} F_n \cdot v_{cn} dt = - \int_0^{P_n} v_{cn} dP_n > 0 \quad (16a)$$

$$E_e^R = + \int_{t_c}^{t_f} F_n \cdot v_{cn} dt = + \int_{P_n}^{P_{nf}} v_{cn} dP_n \geq 0 \quad (16b)$$

Fig. 2는 식 4(a)에 나타나는 충돌 접촉점에서의 법선 방향 속도 성분 표현식으로부터 작성된 것이다. 압축 및 반발 구간동안에 저장 혹은 방

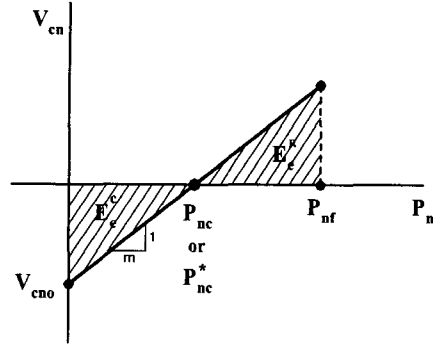


Fig. 2 The absorbed and released elastic energy during the impact process

출되는 탄성 변형 에너지는 Fig. 2에서 빗금으로 표시되어 있으며, 식 (17)로 구한다.

$$E_e^C = -\frac{1}{2} P_{nc} \cdot v_{c0} \quad (17)$$

$$E_e^R = \frac{1}{2} (P_{nf} - P_{nc})^2 \cdot \frac{1}{m}$$

여기에 식 (13)의 반발계수에 대한 에너지 소산 가설을 적용하면, 충돌 종료시 법선 방향 충격량 P_{nf} 가 식 (18)로 나오는 데, 결국 Poisson 가설을 그대로 결과하게 된다.

$$P_{nf} = P_{nc} + e \sqrt{P_{nc} \cdot m (-v_{c0})} = (1+e) P_{nc} \quad (18)$$

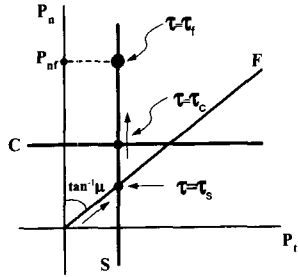
식 (18)로부터, P_{nf} 를 식 (19)로 쓸 수 있다.

$$P_{nf} = (1+e) m \cdot |v_{c0}| \quad (19)$$

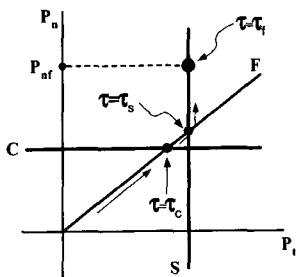
충돌 종료시의 접선 충격량 값 P_t 는 충돌 접촉점에서 가능한 충돌의 형태에 따라서 다른 값을 가지게 된다. 가능한 충돌의 경우는 충격량 평면 상에서 Fig. 3에 보여지는 3가지의 경우⁽¹⁶⁾로 나타나며, 각각의 충돌 경우에서 결정 조건과 접선 충격량의 값들은 아래에 보여진다.

- Sliding and sticking(rolling) in compression ($\tau_s < \tau_c$ or $P_{ns} < P_{nc}$)

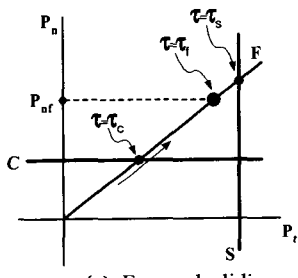
$$\text{Han's Impact case 1: } P_{tf} = -m_t v_{c0} \quad (20a)$$



(a) Sliding and sticking(rolling) in compression



(b) Sliding and sticking(rolling) in restitution



(c) Forward sliding

Fig. 3 The possible impact cases

- Sliding and sticking(rolling) in restitution
($\tau_c < \tau_s \leq \tau_f$ or $P_{nc} < P_{ns} < P_{nf}$)

Han's Impact case 3: $P_{tf} = -m_1 v_{c0}$ (20b)

- Forward sliding ($\tau_s > \tau_f$ or $P_{ns} > P_{nf}$)

Han's Impact case 5: $P_{tf} = -i\mu P_{nf}$ (21)

위에 보여지는 충돌 경우에서 첫째와 둘째는 법선 및 접선 충격량 값이 같으므로, 동일한 충돌 경우 즉 미끄럼 정지 혹은, 구름 충돌로 고려한다. 그리고 세째 경우는 순미끄럼 충돌로 부를 수 있다. 이와 같이 구형 입자의 강체 충돌 모델은 결국 두가지의 충돌 모드로 구분할 수 있다.

이와 같이 여러 충돌 경우에 대해 구한 최종 충격량값들을 충격량-운동량 방정식 (1)에 대입하면, 충돌 후 속도를 아래와 같이 구할 수 있다.

$$v_{nf} = -e v_{n0} \quad (22)$$

- Forward sliding:

$$i \cdot v_{c0} = |v_{c0}| > \mu(1+e) \frac{k^2 + r^2}{k^2} \cdot (-v_{c0}) \quad (23)$$

$$v_{tf} = v_{t0} + i\mu(1+e)v_{n0} \quad (24a)$$

$$\omega_f = \omega_0 + i\mu(1+e) \frac{r}{k^2} v_{n0} \quad (24b)$$

여기서,

$$i = \text{sgn}(v_{c0}) = \text{sgn}(v_{t0} + r\omega_0)$$

- Rolling (or sticking): otherwise

$$v_{tf} = \frac{r^2}{k^2 + r^2} v_{t0} - \frac{k^2 r}{k^2 + r^2} \omega_0 \quad (25a)$$

$$\omega_f = \frac{-v_{tf}}{r} = \frac{-r}{k^2 + r^2} v_{t0} + \frac{k^2}{k^2 + r^2} \omega_0 \quad (25b)$$

그런데, 식 (22)는 Newton의 가설에 근거한 반발계수 e 의 정의와 일치하며, 충격량비 μ ,과 마찬가지로, 충돌 실험 결과로부터 식 (22)를 활용한 추정이 가능하게 된다. 이와 같이 법선 방향 탄성 변형과 접선 방향 마찰력의 효과를 고려한 구형 입자와 평판과의 충돌의 경우 전술한 3가지 가설로부터 모두 동일한 결과를 얻을 수 있다.

한편, 마이크로 입자 충돌 실험 결과들의 적절한 해석을 위해서는 충격량비에 관한 추가적인 논의가 필요하다. 식 (6)으로 정의한 충격량비를 도입하게 되면, 식 (22), (24), (25)에 나타난 입자의 충돌 후 속도를 충돌 경우와 관계없이 식 (26)과 같이 간단하게 구할 수 있으며,

$$v_{nf} = -e v_{n0}$$

$$v_{tf} = v_{t0} - \mu_r(1+e)v_{n0} \quad (26)$$

$$\omega_f = \omega_0 - \mu_r(1+e) \frac{r}{k^2} v_{n0}$$

앞서 구한 각개의 충돌 경우에 대한 충격량비를 아래와 같이 나타낼 수 있게 된다.

- Forward Sliding: $\alpha_i < \alpha_c$

$$\mu_r = -i\mu \quad (27a)$$

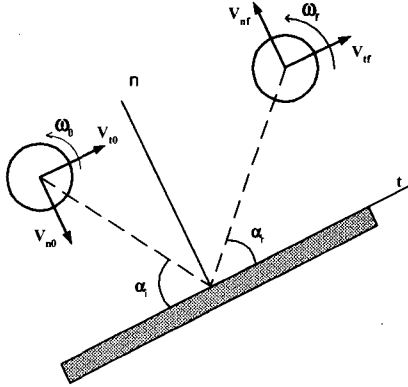


Fig. 4 The configuration for an oblique impact with a flat surface

• Rolling (or sticking): $\alpha_i \geq \alpha_c$

$$\begin{aligned} \mu_r &= \frac{k^2}{k^2 + r^2} \cdot \frac{v_{n0} + r\omega_0}{(1+e)v_{n0}} \\ &= \frac{k^2}{k^2 + r^2} \cdot \frac{\eta}{(1+e)} \triangleq \mu_{rc} \end{aligned} \quad (27b)$$

여기서,

$$\eta = \frac{v_{c0}}{v_{cn0}} = \frac{v_{n0} + r\omega_0}{v_{n0}}$$

식 (23)은 순미끄럼 충돌이 발생하는 조건을 의미하며, Fig. 4에서 보는 것처럼 구형 입자의 충돌 형태가 전환되는 입사각(α_i) 즉, 임계 입사각 α_c 를 식 (28)로 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \cot \alpha_c &= i \cdot \mu(1+e) \cdot \frac{k^2 + r^2}{k^2} + \frac{r\omega_0}{v_{n0}} \\ &= i \cdot \frac{7}{2} \mu(1+e) + \frac{r\omega_0}{v_{n0}} \end{aligned} \quad (28)$$

i 를 +1로 가정하면, 구형 입자 충돌에 대한 충격량비는 식 (29)로 나타나며, 충돌 입사각 α_i 에 따른 충격량비의 전형적 변화는 Fig. 5에 보여진다.

$$\mu_r = \begin{cases} -\mu & \text{for } \alpha_i < \alpha_c \\ -\frac{2}{7} \frac{1}{(1+e)} \left(\cot \alpha_i - \frac{r\omega_0}{v_{n0}} \right) & \text{for } \alpha_i \geq \alpha_c \end{cases} \quad (29)$$

대개의 마이크로 입자 충돌실험에서 설정하는 것처럼, 입자의 충돌 직전 각속도 $\omega_0 \approx 0$ 으로 가

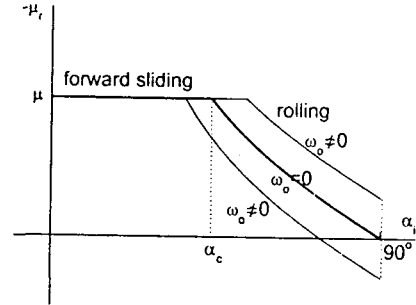


Fig. 5 The impulse ratio with the incident angle for an oblique impact

정하고, Fig. 4에서와 같이 $v_{n0} > 0$, $v_{tn0} < 0$ 로 고려하면 α_i 는 식 (30)으로 근사할 수 있으며,

$$\tan \alpha_i = \frac{-v_{tn0}}{v_{n0}} = \frac{-v_{cn0}}{v_{c0}} \quad (30)$$

임계 입사각 α_c 를 식 (28)로부터 식 (31)과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \alpha_c &= \tan^{-1} \left[\frac{1}{\mu(1+e)} \frac{k^2}{k^2 + r^2} \right] \\ &= \tan^{-1} \left[\frac{2}{7} \frac{1}{\mu(1+e)} \right] \end{aligned} \quad (31)$$

3. 부착력 포함 마이크로 입자 충돌 모델

에너지 손실은 충돌 해석에서 고려해야 할 가장 중요한 것 중의 하나이다. 충돌과정 동안 일체의 부착력을 고려하지 않거나 혹은 무시할 수 있을 때의 반발계수를 R 로 정의하면, 식 (13)을 식 (32)와 같이 다시 쓸 수 있다.

$$R^2 = \frac{E_e^R}{E_e^C} \quad (32)$$

그런데, 마이크로 입자의 충돌에 관한 최근 연구 결과들은 많은 경우에 부착력에 의한 손실이 지배적인 역할을 할 수 있다는 실험 결과를 제시하고 있다. 또한, 많은 실험결과들에 따르면, 마이크로 입자가 고정된 기표에 충돌할 때, 반발계

수는 부착력에 의해 영향을 받음을 보여주고 있다.⁽¹⁹⁾ 따라서, 부착력을 고려하였을 때 혹은 부착력의 효과를 무시할 수 없을 경우에는 반발계수를 식 (33)과 같이 나타낼 수 있다.

$$e^2 = \frac{E_n^R}{E_n^C} \quad (33)$$

$$= \frac{\text{apparent elastic E. released during rest.}}{\text{elastic E. absorbed during compression}}$$

한편, 압축과정 동안 부착력에 의한 에너지 감소 효과는 반발과정동안 감소효과에 비해 무시할 정도로 작다고 가정하면 식 (34)로 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} E_n^C &= E_e^C \\ E_n^R &= E_e^R - E_a^R \end{aligned} \quad (34)$$

식 (33)에 식 (32), (34)를 적용하면, 부착력을 고려했을 경우와 그렇지 않을 경우 반발계수들의 관계를 식 (35)로 구할 수 있다.

$$e^2 = \frac{E_e^R - E_a^R}{E_n^C} \quad (35)$$

$$= R^2 - \frac{E_a^R}{E_e^C} = R^2 \left(1 - \frac{E_a^R}{E_e^R}\right)$$

따라서, 접촉하는 두 표면 사이의 부착 정도를 표현하는 부착계수 ρ 를 에너지 소산의 관점에서 식 (36)으로 정의할 수 있게 된다.

$$\rho^2 = \frac{E_a^R}{E_e^R} \quad (36)$$

$$= \frac{\text{adhesion E. loss during restitution}}{\text{elastic E. released during restitution}}$$

그러면, 식 (35)에서 볼 수 있는 R 과 e 의 관계를 식 (37)로 표현할 수 있다.

$$e^2 = R^2(1 - \rho^2) \text{ or } e = R\sqrt{1 - \rho^2} \quad (37)$$

그런데, 에너지 관점에서 서술한 식 (36)과는 달리, Brach은 식 (38)과 같이 충격량 관점에서 변형충격량과 부착충격량의 비로 정의하고 있다.

$$\rho = -\frac{P_a^R}{P_e^R} \quad (38)$$

$$= -\frac{\text{normal impulse due to adhesion during rest.}}{\text{normal impulse due to elasticity during rest.}}$$

식 (38)에서처럼, 부착계수를 충격량비의 관계로 나타나게 되면 탄성 반발계수 R 과 부착력을 고려한 반발계수 e 는 Poisson의 가설에 의해 식 (39)로 나타낼 수 있다.

$$R = \frac{P_e^R}{P_e^C}, \quad e = \frac{P_n^R}{P_n^C} \quad (39)$$

$$e = \frac{P_e^R + P_a^R}{P_e^C} = R - \frac{\rho P_e^R}{P_e^C} \quad (40)$$

$$= R(1 - \rho) \text{ or } e^2 = R^2(1 - \rho)^2$$

여기서,

$$P_n^C = P_e^C, \quad P_n^R = P_e^R + P_a^R \quad (41)$$

그런데, 이러한 Brach 등의 부착계수에 관한 정의는 적절하지 못한 것으로 판단된다. 오히려, 본 연구에서처럼, 변형력 및 부착력과 관계된 에너지의 비로 정의하는 것이 기본적으로 에너지 손실 과정으로 파악할 수 있는 충돌 과정의 해석에 부합한다고 여겨진다. 두 모델간의 비교는 다음 절에서 제시된다.

4. 법선충돌 해석 - 충돌 계수 추정

부착력의 존재를 무시할 수 있는 충돌에서, 반발계수 e 는 충돌전 법선속도(v_{n0})의 변화에 비선형적으로 관련된 물성치로 알려져 있다. 그리고, Dahneke⁽²¹⁾는 마이크로 입자의 충돌에서 부착 효과는 초기 법선속도에 매우 의존적이라는 사실을 밝혀냈다. 따라서, 본 연구에서는, 식 (37)과 같이 정의한 반발계수를 구성하는 다른 두 계수 R 과 ρ 에 대해서, 식 (42)로 나타나는 Brach 등⁽¹²⁾의 대수적 표현식을 사용하였고, 반발계수 e 는 식 (43)으로 구해질 수 있다.

$$R = \frac{\epsilon_R}{\epsilon_R + |v_{n0}|}, \quad \rho = \frac{\epsilon_\rho}{\epsilon_\rho + |v_{n0} - v_{nc}|} \quad (42)$$

$$e = \frac{\epsilon_R}{\epsilon_R + |v_{n0}|} \sqrt{1 - \left[\frac{\epsilon_\rho}{\epsilon_\rho + |v_{n0}| - v_{nc}} \right]^2} \quad (43)$$

여기에서 ϵ_R , ϵ_ρ , v_{nc} 는 충돌 실험으로부터 결정하도록 의도된 물리 상수들로서, 입자 크기 혹은 입자와 기표의 재질 등에 의존한다.

Fig. 6은 충돌전 법선방향 속도에 따른 반발 및 부착 계수들의 전형적인 변화를 Han과 Brach의 모델에 대하여 각각 잘 보여주고 있다. 충돌전 법선 속도 성분이 작아져서, 부착계수 ρ 가 1에 도달하면, 반발계수 e 는 0이 된다. 이는 입자가 충돌 후에 튀어나오지 않는 포획속도 $v_{n0} = v_{nc}$ 에서 발생하게 된다. ρ 가 0에 접근하게 되면, 부착력에 의한 에너지 감소 효과가 없어지므로 e 는 R 과 점근적으로 같아지게 된다. 그리고, Han과 Brach 모델에서 반발계수는 유사한 변화를 보여주고 있지만 부착계수는 현격히 다른 경향이 나타난다. 두 모델 모두 포획 속도 근방에서 반발계수의 변화가 상당히 급격하지만, Han 모델의 경우에는 포획 속도 근방에서 충돌전 법선 속도의 감소에 따른 부착계수의 증가가 Brach 모델에 비해서 비교적 완만한 것을 볼 수 있다.

충돌 실험 데이터에 최소 자승 적합법을 사용하면 식 (43)에 포함되어 있는 3개의 충돌 상수 ϵ_R , ϵ_ρ , v_{nc} 를 구할 수 있게 된다. 이 때 식 (43)에 근거하여 충돌 상수들의 함수인 반발계수 e 를 추정하게 하고, 식 (44)에 보여지는 것처럼 실험에 의해 측정된 e 와의 오차 $Q(\epsilon_R, \epsilon_\rho, v_{nc})$ 를 최소로 하는 3개의 충돌 상수들을 결정하였다.

$$Q(\epsilon_R, \epsilon_\rho, v_{nc}) = \sum_n [e_M(\epsilon_R, \epsilon_\rho, v_{nc}) - e_T]^2 \quad (44)$$

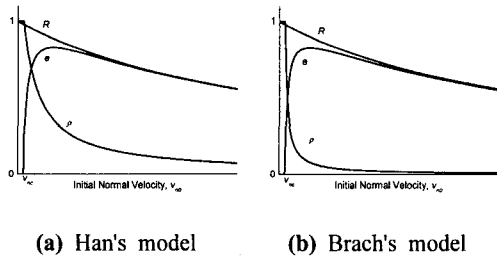


Fig. 6 Restitution and adhesion coefficients for a microparticle impact

식 (44)에서 M 은 계산된 모델 값이며, T 는 식 (22)을 가지고 구한 실험 값이다. 이러한 3개의 충돌 상수들중에서, 특히 포획 속도 v_{nc} 를 구할 수 있다는 것은 중요하다. 마이크로 입자 충돌 실험에서 일단 포획이 발생하면 입자가 기표에 부착하므로, 부착 조건을 정확히 결정하기도 곤란하지만, 특히 반발계수나 충격량비 등의 계수들을 측정하기가 불가능하게 된다. 그러나, 본 연구에서 제시하는 방법으로 포획전의 마이크로 입자들의 충돌 실험 데이터들을 가지고 포획속도의 추정이 가능하게 된다. Fig. 7에는 Wall 등⁽²²⁾과 Dunn 등⁽¹⁵⁾의 정면 충돌 실험 데이터들에 대한 최소자승 적합 곡선들이 보여지고 있으며, Table 1에는 이에 상응하는 각종 실험 조건들과 계산된 최적 충돌 계수들이 요약되어 있다. Fig. 7(c)에서 처럼, 속도가 작아질 때 입자의 크기가 작을수록 반발계수의 감소가 두드러지며 또한 포획 속도도 더 큼을 볼 수 있다. 그러나, 속도가 증가하여 어느 범위를 벗어나게 되면, 부착력의 효과는 점차 사라지게 되고 관계가 역전되어 더 작은 입자가 반발계수가 커지게 될 수도 있음을 알 수 있다. 한편, 이러한 실험 데이터들을 가지고 Han과 Brach 모델들에 대해 추정한 부착 계수의 변화 경향은 Fig. 6에서 보는 것과 같은 전형적인 양상 즉, Han 모델이 포획 속도 근방에서 속도의 감소에 따른 부착계수의 증가가 Brach 모델에 비해서 비교적 완만한 사실을 확인하였다.

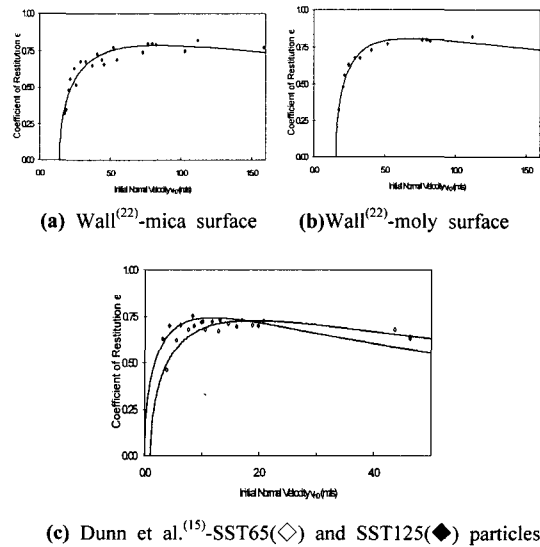


Fig. 7 Experimental data from direct impacts

Table 1 Conditions and impact parameters for direct impact experiments

Invst.	Particle Material	Particle Dia.(μm)	Surface Material	Impact Parameters		
				ϵ_R	ϵ_ρ	v_{nc}
Wall (22)	ammonium fluorescein	3-7	mica	51.2	4.75	1.41
			molybdenum	45.9	3.14	1.56
Dunn (15)	stainless steel	10-65 (SST65)	SiO ₂ dielectric	9.32	1.70	0.11
		60-125 (SST125)		6.42	1.08	0.00

Table 2 Conditions for oblique impact experiments

Particle		Surface Material	Nominal Initial Vel. (m/s)
Material	Diameter (μm)		
stainless steel (Duke No. 451)	64-76 (SST76)	SiO ₂ dielectric	0.45-1.90

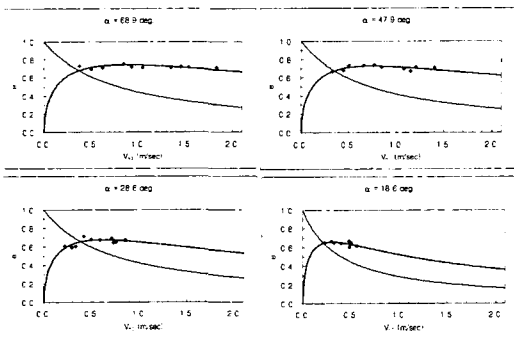


Fig. 8 Experimental data from oblique impacts

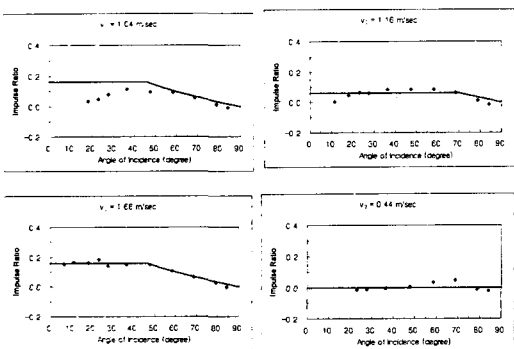


Fig. 9 Impulse ratio as a function of the angle of incidence

5. 경사충돌 해석 - 충격량비의 추정

실제로 마이크로 입자의 충돌은 법선 충돌이 아닌, 경사충돌의 형태로 발생하게 된다. 경사 충돌에서는 법선 충돌과는 달리 충돌 접촉점에서 접선 충격량이 발생하며, 따라서 마찰계수 혹은 충격량비에 대한 고려가 추가로 필요하게 된다. 경사 충돌 해석을 위해서 Table 2에 요약되어 있는 광범위한 충돌 실험 자료를 활용하였다. 이 경사 충돌 실험 자료는 18.6-83.4° 충돌 입사각과 0.45-1.90 m/s 충돌전 속도 범위를 가지는 98개의 충돌 데이터로 구성되어 있으며, 각 데이터는 평균 40여회의 충돌 실험이 반복되었다.

Fig. 8에는 4가지의 충돌 입사각에서 법선 충돌 속도에 따른 반발계수 e (진한선) 및 부좌계수 ρ (가는 선)의 추정 곡선과 실험 데이터가 보여지고 있다. Fig. 8에 보여지는 것처럼, 법선 충돌과는 달리 포획속도는 존재하지 않거나($v_{nc} = 0$) 혹은 아주 작은 값으로 추정되었다. 모든 충돌 입사각에서 속도가 증가함에 따라 부좌계수가 감소하지만, 특히 입사각이 작아질 수록 부좌계수의 감소가 두드러진다. 이는 법선 충돌에 비해 경사 충돌에서 부좌력의 영향력이 줄게 된다는 사실을 의미한다. 그러나, 여기에서 특이한 것은 입사각이 작아질수록 충돌 속도에 따른 반발계수의 감소가 급격해진다는 것이다. 이는 부좌력과는 상관없는 일반적인 충돌 특성으로 여겨진다.

Fig. 9에 보여지는 점들은 충돌 입사각에 따른 충격량비의 변화를 보여주고 있는 데, Fig. 5에 보여지는 전형적인 모습에서 벗어나고 있지 않다. 따라서, 입자 충돌 실험 데이터에 최소 자승 적합법을 사용하면 최적 마찰계수 μ 및 임계 입사각 α_c 를 계산할 수 있게 된다. 최소자승 적합법을 적용할 때, 각 속도별 반발계수 e 는 상수로 가정하여 속도별 실험 데이터들의 평균값으로 하였고, 식 (29)와 (31)에 근거하여 마찰계수의 함수인 충격량비 μ_r 를 추정하게 하고, 식 (45)에 보여지는 것과 같이 실험에 의해 측정된 μ_r 과의 오차 $Q(\mu)$ 를 최소로 하는 마찰 계수를 결정하였다.

$$Q(\mu) = \sum [\mu_{rM}(\mu) - \mu_{rT}]^2 \quad (45)$$

Table 3 Estimates of Coulomb friction and critical incidence angle

v_0 (m/s)	μ	$\alpha_c(^{\circ})$	No. of events
1.89	0.162	46.2	11
1.66	0.159	47.0	11
1.59	0.146	49.6	11
1.49	0.118	55.2	11
1.16	0.061	70.0	10
1.04	0.162	46.2	9
0.88	0.031	79.6	10
0.65	0.026	81.2	9
0.58	0.000	90.0	8
0.44	0.000	90.0	8

식 (45)에서 M은 가정한 마찰계수를 가지고 식 (29)에 의해 계산된 모델 값이며, T는 식 (6)을 가지고 구한 실험 값이다. $Q(\mu)$ 를 최소로 하는 마찰계수와 이 마찰계수로부터 식 (31)을 가지고 계산된 임계입사각을 사용하면 식 (29)에서 볼 수 있는 것처럼 입사각에 따른 충격량비 함수를 구할 수 있게 되며, 그 결과는 Table 3에 요약되어 있으며, Fig. 9에서 굵은 실선으로 보여지고 있다. 한가지 경우($v_0 = 1.04$ m/s)를 제외하고는, 충돌 전 속도(v_0)가 작아질수록 마찰계수의 값은 낮게, 그리고 임계입사각은 증가하는 것으로 추정되었다. 이는 충돌 속도가 작을수록 마이크로 입자가 충돌과정동안에 기표면 위에서 더 잘 미끄러져서 순미끄럼 충돌의 범위가 넓어진다는 사실을 의미한다.

6. 결론

충격량-운동량 이론 및 에너지 소산 가설을 통합 활용하여 접촉면에서 법선 방향의 탄성 접촉력과 부착력 뿐만 아니라 접선 방향의 마찰력 효과도 고려한 마이크로 입자 충돌 모델을 개발하였다. 마이크로 입자 충돌 모델에서 중요한 개념인 부착계수에 대해 변형 에너지와 부착력과 관련된 소산 에너지의 비로 정의하여, 본질적으로 에너지 손실 과정으로 고려할 수 있는 충돌 과정의 해석에 잘 부합되도록 하였다. 아울러, 충돌 모델에 포함된 여러 물리적 계수들을 간략한 실험식에 근거하여 효과적으로 추정하는 방안도 제시하였다. 이러한 물리적 계수들은 한정된 수량과 제한된 범위의 실험 데이터로부터 최소 자승

곡선 적합법을 통하여 추정, 계산하였다. 이러한 추정 작업을 통하여 포획에 관한 직접적인 정보가 포함되어 있지 않은 마이크로 입자 충돌 실험 자료로부터 포획 속도를 계산할 수 있다. 경사 충돌 해석에서는 마찰계수와 충돌 과정동안 마찰 형태의 전이가 발생하는 임계 입사각을 유추하는 해석적인 방법을 제시함으로써 결국 충격량비의 계산을 가능하게 하여, 경사충돌의 직접적이고도 간결한 해석이 실용적인 의미를 가지도록 하였다. 또한, 개발한 충돌 모델을 토대로 마이크로 입자 충돌 실험 자료들에 대한 분석으로부터 입자크기, 충돌 속도 및 충돌 입사각 등에 따른 입자 충돌 동역학에서의 여러 정성적인 변화 특성들도 함께 제시하였다.

후기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(R02-2000-00308) 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) Hansen, L.T., Kühle, A., Sørensen, A.H., Bohr, J. and Lindelof, P.E., 1998, "A Technique for Positioning Nanoparticles Using an Atomic Force Microscope," *Nanotechnology*, Vol. 9, pp. 337~342.
- (2) Vögeli, B. and Känel, H., 2000, "AFM-Study of Sticking Effects for Microparts Handling," *Wear*, Vol. 238, pp. 20~24.
- (3) Baur, C., Bugacov, A., Koel, B.E., Madhukar, A., Montoya, N., Ramachandran, T.R., Requicha, A.A.G., Resch, R. and Will, P., 1998, "Nanoparticle Manipulation by Mechanical Pushing: Underlying Phenomena and Real-Time Monitoring," *Nanotechnology*, Vol. 9, pp. 360~364.
- (4) Heim, L.-O. and Blum, Jürgen, 1999, "Adhesion and Frictional Forces Micrometer-Sized Particles," *Physical Review Letters*, Vol. 83, No. 16, pp. 3328~3331.
- (5) Rollot, Y., Regnier S. and Guinot J.-C., 1999, "Simulation of Micro-Manipulations: Adhesion Forces and Specific Dynamic Models," *Int. Journal of Adhesion & Adhesives*, Vol. 19, pp. 35~48.

- (6) Saito, S., Miyazaki, H. and Sato, T., 1999, "Pick and Place Operation of a Micro Object with High Reliability and Precision Based on Micro Physics under SEM," *Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 2736~2743.
- (7) Sitti, M. and Hashimoto, H., 1999, "Force Controlled Pushing of Nanoparticles: Modeling and Experiments," *Proc. of IEEE/ASME International Conf. on Advanced Intelligent Mechatronics*, pp. 13~20.
- (8) Li, X., 1999, *Microsphere Impacts with Surfaces*, Ph.D. Thesis, University of Notre Dame.
- (9) Brach, R.M. and Dunn, P.F., 1995, "Macrodynamics of Microparticles," *Aerosol Science and Technology*, Vol. 23, 51~71.
- (10) Dahneke, B., 1971, "The Capture of Aerosol Particles by Surfaces", *J. Colloid Interface Sci.*, Vol. 37, 342~353.
- (11) Dunn, P.F., Brach, R.M. and Janson, G.G., 1996, "Surface-Contact Mechanics During Oblique Impact of Microspheres with Planar Surfaces," *Aerosol Science and Technology*, Vol. 25, 445~465.
- (12) Brach, R.M. and Dunn, P.F., 1998, "Models of Rebound and Capture for Oblique Microparticle Impacts," *Aerosol Science and Technology*, Vol. 29, No. 5, pp. 379~388.
- (13) Requicha, A.A.G., Resch, R. and Will, P., 1998, "Nanoparticle Manipulation by Mechanical Pushing: Underlying Phenomena and Real-Time Monitoring," *Nanotechnology*, Vol. 9, pp. 360~364.
- (14) Han, I. and Park, S., 2001, "Impulsive Motion Planning for Positioning and Orienting a Polygonal Part," *International Journal of Robotics Research*, Vol. 20, No. 3, PP. 249~262.
- (15) Dunn, P.F., Li, X. and Brach, R.M., 1999, *Microparticle Impacts with Planar Surfaces: Empirical Information on Particle and Surface Characteristics and Impact Measurements*, *Hessert Center Report No. 99-01*, University of Notre Dame.
- (16) Han, I. and Gilmore, B.J., 1993, "Multi-Body Impact Motion with Friction -Analysis, Simulation and Experimental Validation," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 115, pp. 412~422.
- (17) Han, I. and Cho, J., 1995, "Analysis of Three-Dimensional Rigid-Body Collisions with Friction - Collisions between Ellipsoids," *Trans. of the Korean Society of Mechanical Engineers*, Vol. 20, No. 5, pp. 1486~1497.
- (18) Stronge, W.J., 1990, "Rigid Body Collisions with Friction," *Proc. R. Soc. Lond.*, A 431, pp. 169~181.
- (19) Brach, R.M., Dunn, P.F. and Cheng, W., 1999, "Rotational Dissipation During Microsphere Impact," *Journal of Aerosol Science*, Vol. 30, No. 10, pp. 1321~1329.
- (20) Johnson, K.L. and Pollack, H.M., 1994, "The Role of Adhesion in the Impact of Elastic Spheres," *J. Adhesion Sci. Technol.*, Vol. 8, No. 11, pp. 1323~1332.
- (21) Dahneke, B., 1975, "Further Measurements of the Bouncing of Small Latex Spheres," *Journal of Colloid and Interface Science*, Vol. 51, No. 1, pp. 58~65.
- (22) Wall, S., John, W., Wang, H.-C. and Goren, S.L., 1990, "Measurement of Kinetic Energy Loss for Particles Impacting Surfaces," *Aerosol Science and Technology*, Vol. 12, pp. 926~946.