

채널난류유동에 대한 하이브리드 RANS/LES 방법

명 현 국*

(2001년 11월 23일 접수, 2002년 7월 2일 심사완료)

Hybrid RANS/LES Method for Turbulent Channel Flow

Hyon Kook MYONG

Key Words: Hybrid RANS/LES(하이브리드 RANS/LES), Turbulent Flow(난류유동), Prediction(예측), Reynolds Averaged Navier-Stokes(RANS), Large Eddy Simulation(LES)

Abstract

A channel flow with a high Reynolds number but coarse grids is numerically studied to investigate the prediction possibility of its turbulence which is three-dimensional and time-dependent. In the present paper, a Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) model, a Large Eddy Simulation (LES) and a Navier-Stokes equation with no model are tested with a new approach of hybrid RANS/LES, which reduces to RANS model in the boundary layers and at separation, and to Smagorinsky-like LES downstream of separation, and then compared with each other. It is found that the simulations of hybrid RANS/LES method sustain turbulence like those of LES and with no model, and the results are stable and fairly accurate. This indicates strongly that gradual improvements could lead to a simple, stable, and accurate approach to predict turbulence phenomena of wall-bounded flow.

1. 서론

최근, 현재까지 공학적인 목적으로 널리 사용되어 온 레이놀즈 평균화된 N-S (Reynolds Averaged Navier-Stokes; RANS) 방정식을 사용하는 난류모델의 향상이 둔화되고, 컴퓨터 능력이 크게 향상되면서 큰 에디 모사법(Large Eddy Simulation; LES)이 공학적인 목적으로 사용되기 시작하였다. LES는 기본적으로 자유난류유동(free turbulent flow)에 대해서는 현실적인 격자를 사용해서 고레이놀즈수 유동을 비교적 잘 해석할 수 있으나, 벽면 난류유동(wall bounded turbulent flow)에 대해서는 벽면근처 영역의 난류유동을 정확히 해석하기 위해 수치실험용으로 사용되는

직접 수치 모사법(Direct Numerical Simulation; DNS)과 비슷한 정도의 조밀한 격자를 필요로 하기 때문에, 가까운 장래에 항공기 날개주위의 유동과 같은 막대한 격자수가 요구되는 고레이놀즈수의 박리를 동반한 벽면 난류유동을 해석하기 어렵다. 이에 반해 RANS 방정식을 사용하는 난류모델은 비교적 적은 격자를 사용해서도 벽면난류에 대해 좋은 해석 결과를 주고 있으나, 기본적으로 RANS 방정식을 풀기 때문에 비정상적으로 변하는 경계층을 벗어난 영역의 자유와동(free vortex) 및 박리유동을 제대로 예측하지 못한다.

이러한 배경 하에 최근 항공기 익형, 자동차 주위 유동 등 공학적으로 중요하면서도 비정상적으로 변하는 고레이놀즈수의 박리를 동반한 외부 벽면난류유동을 수치적으로 해석하기 위한 강력한 방법의 하나로 하이브리드 RANS/LES(또는 Detached Eddy Simulation; DES) 방법이 Spalart 등^(1,2)에 의해 제안되었다. 이 방법은 난류모델을 사용하는 RANS 방법과 LES의 장점을 결합시킨 것으로, 이 방법을 사용하면 경계층 및 박리점 부

* 회원, 국민대학교 기계자동차공학부

E-mail: myong@kookmin.ac.kr

TEL : (02)910-4714 FAX : (02)909-3714

근에서는 레이놀즈 평균화된 난류모델로, 경계층 바깥 영역 및 박리영역에서는 LES로 자연스럽게 바뀌어, 비교적 적은 격자를 사용하면서도 예측 성능을 크게 향상시킬 수 있다.

한편, 채널난류유동은 오래전부터 DNS, LES 및 RANS 모델의 예측성능을 평가하는데 널리 사용되어 왔다. 완전히 발달된 채널난류유동에서 DNS와 LES는 난류의 본질인 3차원성과 시간 의존적 특성을 예측하는데 반해, RANS 모델에서는 모델의 특성상 이러한 난류특성을 전혀 예측하지 못한다. 그러나, DNS는 특성상 벽면 난류유동을 정확히 해석하기 위해 많은 격자를 필요로 하기 때문에 현재까지 $Re_\tau = 650$ (채널 벽면 마찰속도 및 채널반폭에 기초한 레이놀즈수) 정도의 비교적 낮은 레이놀즈수 영역에 머물고 있으며, LES도 표면마찰계수와 같은 공학적으로 중요한 값들까지 제대로 예측하기 위해서는 벽함수를 사용하지 않는 한 비슷한 수준에 머물고 있다. 반면, RANS 모델은 비교적 적은 격자수로 높은 레이놀즈수 유동까지 해석할 수 있다.

이러한 배경하에 본 연구는 비교적 적은 격자수로 3차원적이고 시간 의존적인 난류특성을 예측하면서도 표면마찰계수와 같은 공학적으로 중요한 요소들에 대한 예측성능도 가질 수 있는 새로운 해석 방법을 모색하고자 한다. 이를 위해 본 연구에서는 첫 번째 시도로 비교적 높은 레이놀즈수 $Re_\tau = 2000$ (채널 평균속도 및 채널반폭에 기초한 레이놀즈수 $Re_m \approx 52,000$ 에 해당됨)의 완전히 발달된 채널유동에 대해 똑같은 조건(격자수 및 계산영역)하에서 모델을 사용하지 않는 No model, Dynamic SGS 모델을 사용하는 LES, 비정상 RANS 모델 및 하이브리드 RANS/LES 모델을 각각 사용해서 계산을 수행하고 결과를 비교분석하고자 한다. 참고로 채널난류유동은 내부유동이며 경계층 두께가 채널 반폭으로 벽에 평행한 격자간격보다도 큰 경우로, 본래 하이브리드 RANS/LES 방법이 목적으로 하는 외부 경계층 유동과는 다르다. 즉, 벽에 평행한 격자 간격이 LES형 격자를 가지게 되어 이 방법은 최근 제안되고 있는 벽 모델링을 사용하는 1-방정식 SGS 모델을 사용하는 LES와도 유사하다.

2. 수치해석방법

수치해석을 위한 지배방정식은 무차원 형태로

다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{Du_i}{Dt} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

식 (1)에서 τ_{ij} 는 난류에 의한 응력으로 LES 및 RANS 모델에서는 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \tau_{ij} &= \nu_{SGS} S_{ij} \text{ for LES,} \\ \tau_{ij} &= \nu_t S_{ij} \text{ for RANS model} \end{aligned} \quad (3)$$

본 연구에서는 비교적 고레이놀즈수($Re_\tau = 2000$)의 완전히 발달된 채널유동에 대해 똑같은 조건(비교적 적은 격자수 및 계산영역)하에서 위의 방정식을 푸는데 있어 모델을 사용하지 않는, 즉 $\tau_{ij} = 0$ 인 No model, 식 (3)의 ν_{SGS} 를 계산하기 위해 Dynamic SGS 모델을 사용하는 LES, 비정상 RANS 모델 및 하이브리드 RANS/LES 모델을 각각 사용해서 계산을 수행하고 결과를 비교하고자 한다.

참고로 $\tau_{ij} = 0$ 인 경우 N-S 방정식을 직접 수치 해석하나, DNS와 같이 난류의 가장 작은 스케일까지 고려하지 않고 뒤에서 제시하는 바와 같이 비교적 성긴 격자를 사용하기 때문에, DNS라고 할 수 없으므로 본 논문에서는 No model로 표현하기로 한다. 또한, LES에서 Dynamic SGS 모델로는 Germano 등⁽³⁾의 모델을 사용하였다.

한편, RANS 모델로는 본 연구에서 사용하려는 하이브리드 RANS/LES 모델과의 연관성을 고려하여 Spalart-Allmaras (S-A)의 1-방정식 RANS 모델⁽³⁾의 변형형을 사용하였다. 이 모델은 기존의 다른 RANS 모델과 형태가 크게 다르다.

즉, S-A RANS 모델에서 난류점성계수는 다음과 같이 주어진다.⁽⁴⁾

$$\nu_t = \tilde{\nu} f_{v1}, \quad f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{v1}^3}, \quad \chi \equiv \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \quad (4)$$

위 식에서 ν 는 동점성 계수이고, $\tilde{\nu}$ 는 작동

변수로 아래의 수송방정식을 따른다.

$$\frac{D\tilde{\nu}}{Dt} = c_{b1} \tilde{S} \tilde{\nu} + \frac{1}{\sigma} [\nabla \cdot ((\nu + \tilde{\nu}) \nabla \tilde{\nu}) + c_{w2} \nabla \tilde{\nu}^2] - c_{w1} f_w \left[\frac{\tilde{\nu}}{d} \right]^2 \quad (5)$$

여기서 d 는 벽으로부터 가장 가까운 거리를 나타내며, \tilde{S} 는 와도의 크기 S 와 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\tilde{S} \equiv f_{w3} S + \frac{\tilde{\nu}}{x^2 d^2} f_{w2} \quad (6)$$

식 (6)에서 와도의 크기 S 및 함수 f_{w2} 와 f_{w3} 는 각각 다음과 같다.

$$S = \sqrt{\Omega_{ij} \Omega_{ij}}, \quad \Omega_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (7a)$$

$$f_{w2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{w1}} \quad (7b)$$

$$f_{w3} = \frac{(1 + \chi f_{w1})(1 - f_{w2})}{\chi} \quad (7c)$$

참고로, 식 (6)은 계산상의 안정성을 위해 수정된 S-A 모델⁽⁵⁾로 원래의 S-A 모델과는 식 형태에서 다소 차이가 있다. 또한, 식 (7a)로 표현되는 와도크기 S 는 통상의 난류 모델에서는 국소 변형을 크기로 나타내어지며, 완전히 발달한 채널 유동과 같은 단순 전단유동에서는 똑같은 값을 가진다.

마지막으로 함수 f_w 는 다음과 같으며,

$$f_w = g \left[\frac{1 + c_{w3}}{g^6} \right]^{1/6}, \quad g = r + c_{w2} (r^6 - r), \quad r \equiv \frac{\tilde{\nu}}{S x^2 d^2} \quad (8)$$

모델상수 값은 아래와 같다.

$$c_{b1} = 0.1355, \quad \sigma = 2/3, \quad c_{w2} = 0.622, \quad \chi = 0.41, \\ c_{w1} = c_{b1} / x^2 + (1 + c_{w2}) / \sigma, \quad c_{w3} = 0.3,$$

$$c_{w3} = 2, \quad c_{d1} = 7.1$$

한편, 본 연구에서 사용하려는 하이브리드 RANS/LES 모델은 Spalart 등^(1, 2)에 의해 제안된 것으로, S-A RANS 모델의 소산항에 관심을 두고 소산항에 나타나는 길이 스케일을 단순하게 변형 시킴으로써 RANS 및 LES의 효과를 적절히 나타낼 수 있다. 즉, 식 (5)로 나타나는 S-A 난류모델은 벽으로부터 가장 가까운 거리 d 와 난류점성계수 $\tilde{\nu}$ 로 나타내어지는 $(\tilde{\nu}/d)^2$ 에 비례하는 소산항을 가진다. 이 항이 생성항과 균형을 유지하였을 때, 이 항은 난류점성계수를 국소 변형을 S 와 d 에 의해 $\tilde{\nu} \propto S d^2$ 로 정해지게 만든다. 한편, LES에서 Smagorinski 형태의 모델은 SGS 난류점성 ν_{SGS} 를 $\nu_{SGS} \propto S \Delta^2$ 과 같이 S 와 격자간격 Δ 로 표현된다. 즉, 식 (3)에서 보는 바와 같이 SGS 응력은 난류점성모델과 같은 형태를 가지므로, S-A 모델에서 d 를 격자간격 Δ 에 비례하는 길이로 바꾸면 이 모델은 SGS 모델이 될 수 있다.

따라서, 하이브리드 RANS/LES 모델에서는 S-A 난류모델의 식 (5), (6), (8)에 나타나는 이 길이 스케일 d 를 다음과 같이 정의되는 \tilde{d} 로 대체시킴으로서,

$$\tilde{d} \equiv \min(d, C_{DES} \Delta) \quad \text{with } \Delta \equiv \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z) \quad (9)$$

$d \ll \Delta$ 인 경우에는 S-A 난류모델로, $\Delta \ll d$ 인 경우에는 SGS 모델로 작용하게 된다. 주의할 것은 통상 사용되는 Δ 정의와는 달리 식 (9)와 같이 격자 셀(cell)의 가장 긴 치수를 사용한다⁽¹⁾는 것이다. 결과적으로 이 하이브리드 RANS/LES 모델은 채널유동인 경우 벽면 근방에서는 $d \ll \Delta$ 로 되므로 RANS의 거동을 보일 것이며, 채널 중심 영역에서는 $\Delta \ll d$ 로 되어 LES의 거동을 나타낼 것이다.

계산영역은 LES에 대한 기존 연구 및 본 연구와 유사한 연구를 수행한 Nikitan 등⁽⁶⁾의 연구 결과를 참고로 하여 채널 반폭 H 로 무차원시 $2\pi \times 2\pi$ 로 잡았으며, 사용된 격자수 $N_x \times N_y \times N_z$ 는 $64 \times 64 \times 32$ 다. 직각 좌표계를 사

용하였으므로, 주흐름 방향 및 종방향으로의 격자 크기 Δx 및 Δz 는 y 에 무관하며, 채널 반폭의 0.1로 벽좌표(wall coordinate)로는 약 200 정도에 해당하므로 상당한 성긴 편이다. 반면, 벽면에 수직인 방향(y)으로는 비균일 격자로 벽면 근방에서는 RANS 모델에서와 같이 벽면으로부터의 첫 번째 격자점을 벽좌표 값으로 1 이하로 하고, 대수 영역까지 확대비 1.15 정도로 크게 한 후, 채널 중심영역에서는 채널 반폭의 0.1 정도로 하였다. 따라서, 식 (9)로부터 알 수 있듯이 벽면 근방에서는 $\delta = d$ 로 "RANS 영역"으로 되고, 채널 중심부에서는 $\delta = C_{DES} \Delta$ 로 "LES 영역"으로 되는 것을 알 수 있다. 본 연구에서는 C_{DES} 값으로 0.65를 사용하였다⁽⁷⁾. 또한, 완전히 발달된 채널 난류유동은 주흐름 방향과 횡방향으로 균질(homogeneous) 난류이므로, 주기 조건을 사용하였다.

수치해석은 Choi 등⁽⁸⁾에 의해 개발된 코드를 확장하여 수행하였다. 즉, 지배방정식은 유한차분법을 사용하여 차분화하였으며, fractional step과 완전 내재적(fully implicit) 방법을 사용하였다. 시간에 대한 차분방법은 Crank-Nicolson 방법을 식 (1)의 대류항 및 확산항 계산에 도입함으로써 수치안정성 문제로부터 벗어날 수 있었다. 또한, 모든 공간미분은 엇갈림 격자계를 사용하여 2차 정확도를 가지는 중심차분을 사용하였으며, 차분화된 비선형 운동량 방정식은 Newton - Iterative 방법을 사용해서 풀었다. 이 방법에서 식 (2)의 연속 방정식은 Poisson 방정식의 해를 통해 만족된다. 이 방법의 보다 자세한 설명은 Choi 등⁽⁸⁾의 보고서를 참고하기 바란다.

3. 수치 결과 및 분석

완전히 발달된 채널난류유동에 대해 4가지 방법을 수치 해석한 결과, 비정상 RANS 모델은 예상한 바와 같이 1차원 정상상태로 귀결되었다. 그러나, 나머지 세 모델(no model, LES 및 하이브리드 RANS/LES)은 위쪽 벽면과 아래쪽 벽면의 각 시간 스텝에서의 평균 벽면 전단응력을 시

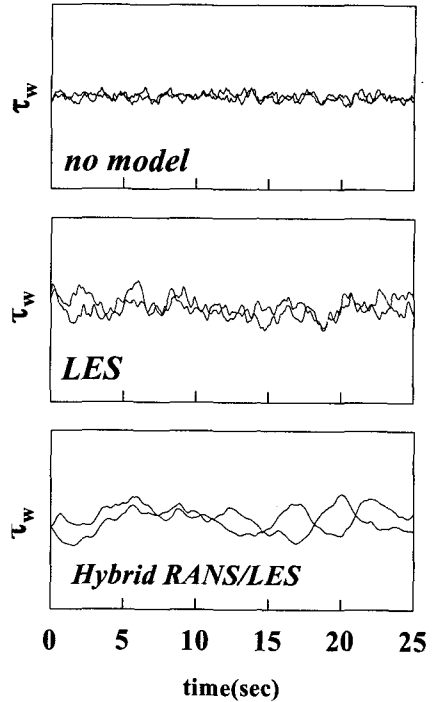


Fig. 1 Time histories for averaged wall shear stresses of top and bottom walls at each time step

Table 1 Calculated error in skin friction coefficient ΔC_f (at $Re_\tau = 2000$)

Method	ΔC_f
No model	- 60 %
LES	- 57 %
Hybrid RANS/LES	- 20 %
RANS	- 3 %

간에 대해 나타낸 Fig. 1에서 보는 바와 같이 모두 3차원 비정상 거동을 보여주고 있다. 다만, 하이브리드 RANS/LES 모델은 벽면 근방에서의 RANS 모델의 특성으로 no model 및 LES에 비해서 시간에 대해 상대적으로 느린 비정상 거동을 나타내고 있다.

다음으로, 표면마찰 계수의 예측성능은 공학적으로 중요한 변수이므로, Table 1에 채널난류유동에서의 표면마찰계수에 대한 잘 알려진 실험식

$C_f = 0.12375 (\log Re_m)^{-2.2}$ 에 대한 각 방법의 상대 오차를 나타냈다.

예상대로 RANS 난류모델은 실험식과 상당히 잘 일치하고 있는데 반해, LES와 no model인 경우는 본 연구에서 사용한 격자가 특히 벽면근처에서 성기기 때문에 큰 오차를 나타내고 있다. 반면, 하이브리드 모델은 상대적으로는 약 20 % 작게 예측하여 3% 정도로 작게 예측하는 RANS 모델에 비해 아직 공학적인 예측성능면에서는 다소 문제가 있으나, LES에 비해서는 실험식에 상당히 근접하고 있음을 알 수 있다. 참고로, 비슷한 조건에 대해 Nikitan 등⁽⁵⁾도 약 19 % 작게 예측하고 있어 본 계산결과의 신뢰성을 입증해주고 있다.

Figures 2~4는 각 방법에 따른 점성(viscous)에 의한 전단응력, 모델에 의한(modeled) 전단응력 및 해상된(resolved) 전단응력을 보여주고 있다.

예상대로 점성에 의한 전단응력은 모든 방법에서 벽면 아주 가까운 영역을 제외하고는 무시할 수 있음을 알 수 있으며, RANS 모델인 경우 레이놀즈 평균화되었기 때문에 난류전단응력에서 해상된 전단응력은 없고, 모두 모델화된 전단응력으로 나타난다. 한편, LES에서는 벽면 근방에서 어느 정도의 모델화된 응력을 가지나, 전 영역에 걸쳐 해상된 전단응력에 의해 난류전단응력이 계산됨을 알 수 있다. 그러나, 성긴 격자를

사용하였기 때문에 벽면 근방에서의 해상된 전단응력을 제대로 예측하지 못하여, 결과적으로 Table 1에서 본 바와 같이 표면마찰계수를 상당히 작게 예측하고 있다고 사료된다.

하이브리드 RANS/LES 모델에서는 Fig. 4에서 보는 바와 같이 난류전단응력이 벽면 근방(RANS 영역)에서는 모델화된 응력에 의해, 채널 중심부(LES 영역)에서는 해상된 응력에 의해 각각 계산

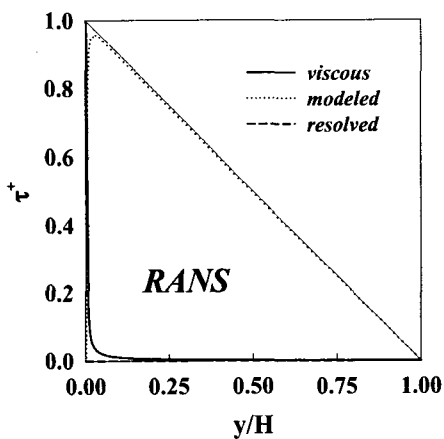


Fig. 2 The viscous, modeled, and resolved shear stresses for RANS model

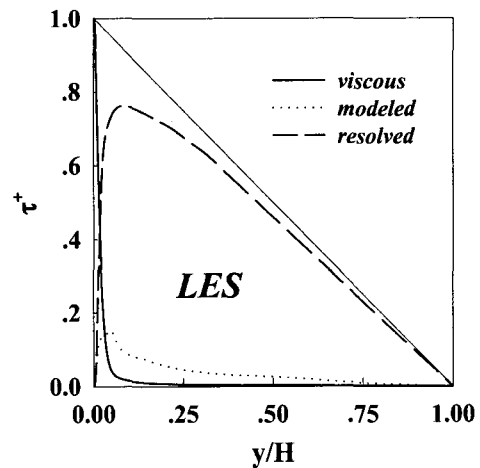


Fig. 3 The viscous, modeled, and resolved shear stresses for LES model

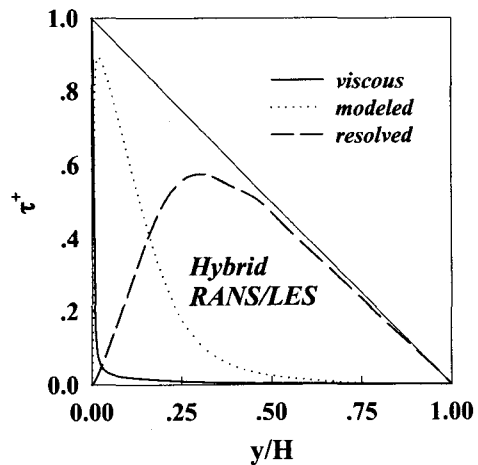


Fig. 4 The viscous, modeled, and resolved shear stresses for hybrid RANS/LES model

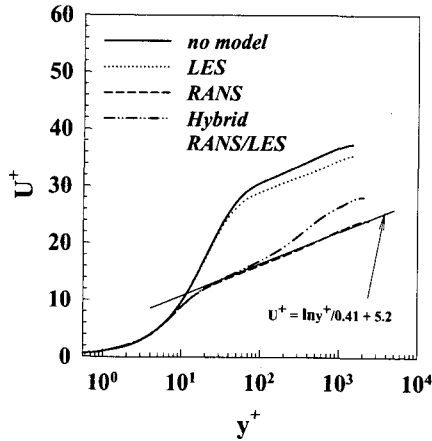


Fig. 5 Calculated mean velocity profiles

되어지는 것을 알 수 있다. 또한 두 영역 사이에서는 난류전단응력에 대한 두 응력이 모두 크게 작용하고 있는데, 만일 격자를 좀 더 조밀하게 한다면 난류응력에 대한 모델화된 응력의 영향은 상대적으로 작아질 것으로 예상된다.

한편, 모델화된 응력은 RANS 모델의 특성을 가지므로 격자 간격에 크게 의존하지 않으나, 해상된 응력은 격자 간격에 크게 의존하는 특성을 고려할 때, Fig. 4의 결과는 하이브리드 모델인 경우 비교적 성긴 격자를 사용하더라도 Table 1에서 본 바와 같이 표면마찰계수를 비교적 잘 예측할 수 있음을 예상할 수 있다.

Figure 5는 벽좌표로 나타낸 평균속도 분포를 나타내고 있다. 예상대로 LES와 no model인 경우 벽면 전단응력을 상대적으로 매우 작게 예측하고 있기 때문에 일반적으로 잘 알려진 대수속도 분포보다 상당히 위로 올라가 있음을 알 수 있다. 반면, 하이브리드 RANS/LES 모델에서는 비교적 대수속도 분포를 잘 재현하고 있으나, 대수속도 영역으로부터 후류(wake)의 중심 영역사이에서 비교적 가파른 속도 증가를 보여주고 있다. 이것은 Fig. 4에서 보는 바와 같이 RANS와 LES가 공존하는 영역으로 Nikitan 등⁽⁵⁾도 지적한 바와 같이 RANS에 의한 대수속도 영역과 LES에 의한 대수속도 영역의 불일치로도 볼 수 있어 앞으로 이의 개선을 위한 모델 개량을 할 필요가 있다고 사료된다.

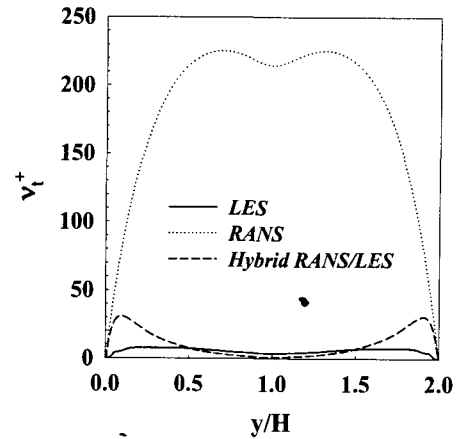


Fig. 6 Profiles of calculated turbulent viscosity coefficients

마지막으로 Fig. 6는 각 방법에 따른 난류점성계수의 값을 보여준다. 그림에서 보는 바와 같이 하이브리드 모델은 벽면 근방에서는 RANS 모델의 특성을, 중심 영역에서는 LES의 특성을 나타내고 있음을 알 수 있다. 다만, 중심 영역에서는 LES보다도 양적으로는 작으면서 기울기를 가진 분포를 나타내고 있으며, 이것은 앞에서 기술한 평균속도분포에서 대수속도 영역으로부터 후류(wake)의 중심 영역사이에서 비교적 가파른 속도 증가를 보여주고 있는 것과도 연관되므로 앞으로 이의 개선을 위한 모델 개량을 할 필요가 있다고 사료된다.

4. 결론

본 논문에서는 Spalart 등^(1,2)에 의해 제안되어 최근 연구가 진행되고 있는 난류모델을 사용하는 RANS 방법과 LES의 장점을 결합시킨 하이브리드 RANS/LES 방법을 채널난류유동에 적용하여 기존의 RANS 난류모델, no model 및 LES 결과와의 비교분석을 통해 이 방법의 공학적 가능성을 살펴보았다.

연구 결과, 완전히 발달된 채널난류유동에 대해 RANS 모델은 3차원 비정상 계산을 수행해도 1차원 정상상태로 귀착되는 데 비해, 하이브리드

RANS/LES 모델은 완전히 발달된 채널유동에 대해서도 LES와 같이 3차원 비정상 거동을 안정되게 예측할 수 있어, 이 방법의 유용성이 확인되었다.

또한, 하이브리드 모델은 아직 공학적인 예측 성능에 다소 문제가 있으나, RANS 모델과 같이 비교적 적은 격자를 가지고도 상당히 정확한 예측 성능을 나타내는 것이 확인되었다.

따라서, 향후 공학적으로 중요한 고레이놀즈수의 박리를 동반한 외부 벽면 난류유동 수치해석에 이 방법이 유용하게 사용될 것으로 사료된다.

후 기

본 연구는 저자가 미국 UCLA에 방문교수로 있을 때 수행한 연구로, UCLA의 John Kim 교수께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Spalart, P. R., Jou, W.-H., Strelets, M. and Allmaras, S. R., 1997, "Comments on the Feasibility of LES for Wings, and on a Hybrid RANS/LES Approach," *First AFOSR Int. Conf. on DNS/LES*, Ruston, LA, in *Advances in DNS/LES*, edited by C. Liu and Z. Liu (Greyden, Columbus, OH, 1997).
- (2) Spalart, P. R., 1999, "Strategies for Turbulence Modelling and Simulations," *Fourth Int. Symp. on Engineering Turbulence Modelling and Experiments*, Corsica, edited by W. Rodi and D. Laurence (Elsevier, New York, 1999).
- (3) Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W. H., 1991, "A Dynamic Subgrid-Scale Eddy Viscosity Model," *Phys. of Fluids*, A3(7), pp. 1760~1765.
- (4) Spalart, P. R. and Allmaras, S. R., 1994, "A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows," *La Recherche Aerospatiale* 1, 5.
- (5) Spalart, P. R., 2000, Private Communications.
- (6) Nikitin, N. V., Nicoud, F., Wasistho, B., Squires, K. D. and Spalart, P. R., 2000, "An Approach to Wall Modeling in Large-Eddy Simulations," *Phys. of Fluids*, A12(7), pp. 1629~1632.
- (7) Shur, M., Spalart, P. R., Strelets, M. and Travin, A., 1999, "Detached-Eddy Simulation of an Airfoil at High Angle of Attack," *Fourth Int. Symp. on Engineering Turbulence Modelling and Experiments*, Corsica, edited by W. Rodi and D. Laurence (Elsevier, New York, 1999).
- (8) Choi, H., Moin, P. and Kim, J., 1992, "Turbulent Drag Reduction: Studies of Feedback Control and Flow over Riblets," Report No. TF-55, Department of Mechanical Engineering, Stanford University, Stanford, CA.