

반-연속 슬라이딩 모드 제어기의 설계 및 적용 (자기부상 시스템의 제어)

이규준*, 김상환**, 김종식***

Design and Application of the Semi-Continuous Sliding Mode Control (Control of Electromagnetic Suspension Systems)

Kyu-Joon Lee*, Sang Hwan Kim** and Jong Shik Kim***

ABSTRACT

A new semi-continuous sliding mode control is proposed for electromagnetic suspension systems. The control input is derived from the reaching law and the Lyapunov stability criteria, which is composed of continuous terms and low switching term. It has a low switching gain and chattering free characteristics. It is shown by the computer simulation that the proposed control has good tracking performance and robustness compared with the classical sliding mode control.

Key Words : Electromagnetic suspension system (자기부상 시스템), Semi-continuous sliding mode control (반-연속 슬라이딩 모드 제어), Lyapunov function (리아프노프 함수)

1. 서론

슬라이딩 모드 제어기법은 시스템의 동특성과 관계없이 설계자가 제어목적에 적합하게 슬라이딩 평면에 대한 동특성을 지정할 수 있고, 플랜트의 상태를 이 슬라이딩 평면에 머물게 할 수 있다. 이런 특성으로 인해서 플랜트 자체의 안정성과 관계없이 플랜트를 바람직한 상태로 만들 수 있다. 또한 파라미터의 변동이나 모델링 되지 않은 빠른 동특성이나 입력측으로 반영할 수 있는 불확실한 외란 등이 정합 불확실성(matched uncertainty) 조건을 만족하면 제어기의 성능은 이들에 대하여 완전히

영향을 받지 않는 불변성(invariance property)을 가진다⁽¹⁻⁵⁾. 그리고 슬라이딩 평면에서 시스템의 동특성은 슬라이딩 평면의 차수만큼 시스템의 차수가 감소되는 특징도 가진다. 이런 특성 때문에 가장 널리 연구되고 있는 비선형 제어기법 중의 하나이다.

그렇지만 실제 적용에서는 시스템의 비모델 동특성을 여기시킬 수 있는 채터링 문제를 가지고 있다. 채터링을 유발하는 메카니즘은 두 가지로 나눌 수 있다^(2,5). 첫째는 슬라이딩 모드 제어입력의 특징인 고주파 성분이 시스템 모델링 시 무시한 플랜트의 빠른 동역학을 여기시켜 감쇠되지 않은 유한한

2001년 7월 25일 접수

* 국방과학연구소

** 부산대학교 대학원 지능기계공학과

*** 부산대학교 기계공학부, 기계기술연구소

주파수와 크기를 가지는 진동을 발생시키는 것이다. 둘째는 제어를 이산시간계에서 구현할 때 제어기의 출력이 부분연속인 불연속 함수로 생성되므로 채터링이 발생한다. 이는 현재 컴퓨터와 A/D, D/A 변환기의 속도가 아주 빨라 대부분의 경우 문제가 되지 않는다.

본 논문에서는 첫째 메카니즘에 대한 연구이다. 이 채터링을 줄이기 위한 수많은 연구가 진행되어 왔으며⁽²⁾ 지금도 많은 연구가 수행되고 있다. 현재 가장 널리 사용하는 방법은 슬라이딩 평면의 경계층(boundary layer) 내에서 절환(switching) 요소를 부분 선형화 혹은 부드럽게 근사화하는 방법이다⁽⁶⁾. 이 방법의 특징상 강인성과 성능이 서로 상반되므로 이 두가지 제어 특성치를 적절하게 조절해야 하며, 진동을 완전하게 없앨 수는 없으며, 플랜트 내부에 불연속 요소를 가지고 있는 경우는 연속화로 인하여 이 요소의 특징을 없애는 결과가 되므로 적용이 불가능하며 큰 제어입력이 필요하다. 두 번째 방법은 점근 관측기(asymptotic observer)를 이용하는 방법^(2,7)이다. 이 방법의 핵심은 관측기의 루프에서 채터링이 일어나게 하는 것이다. 슬라이딩 모드 변수가 관측기의 변수이고 제어기의 소프트웨어 상에서 슬라이딩 모드가 발생되므로 이상적인 슬라이딩 모드가 되고 실제 채터링은 일어나지 않는다. 그렇지만 이 방법은 관측기의 오차가 유한시간 안에 0이 되어야 효과적이다. 세 번째 방법은 슬라이딩 모드 외란 관측기를 이용하는 방법이다⁽²⁾. 슬라이딩 모드 제어입력은 연속항과 불연속항으로 구성되고 불연속항은 외란과 파라미터의 변동을 보상하기 위해서 사용된다. 외란과 파라미터의 변동을 외란관측기를 이용하여 보상하면 불연속항은 불필요하게 되므로 채터링은 더 이상 문제가 되지 않는다. 그렇지만 이 방법은 외란의 대역폭과 시스템의 바람직한 대역폭이 이 관측기의 절점 주파수(cutoff frequency)를 결정하는 중요한 요소이므로 외란과 시스템의 특성에 따라 성능이 변하는 한계가 있다. 네 번째는 고차의 슬라이딩 모드를 이용하는 방법⁽⁸⁾이다. 이 방법은 슬라이딩 모드를 2차 이상으로 하면 실제 제어입력항은 불연속항을 적분한 값이 되므로 연속이 된다. 이 방법의 단점은 차수가 증가함에 따라서 새로운 변수가 추가되며 이 변수를 구해야 한다.

본 논문에서는 새로운 채터링이 없는 연속 슬라이딩 모드 방법을 유도하고 이 기법의 단점을 보완

한 반-연속(semi-continuous) 슬라이딩 모드 제어기를 최종적으로 제안한다. 연속 슬라이딩 모드는 Lyapunov 함수를 이용한 도달법칙(reaching law)^(5,9)과 Lyapunov 안정조건을 이용하여 제어법칙을 유도한다. 이 기법의 특징은 현재까지 채터링을 방지하기 위하여 제시된 어떤 제어법칙 보다 간결하다. 제어설계 파라미터는 외란의 최대 크기를 고려하는 δ 와 안정한 슬라이딩 면을 선정하는 것뿐이며 슬라이딩 모드의 장점이 그대로 유지된다. 그러나 이 기법은 슬라이딩 면에 도달하는 시간이 무한대가 되어 정상상태 오차가 발생한다. 그래서 이 단점을 보완한 반-연속 슬라이딩 모드 제어기법을 최종적으로 제안하고, 이를 자기부상 시스템^(10,11)에 적용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 그 효율성을 입증하였다. 자기 부상 시스템은 비선형이고 개루프에서 불안정하며 매개변수가 시변이고 특히 입력에 비선형인 시스템으로 제어기 설계가 쉽지 않아 제어에서 흥미있는 플랜트이다.

2. 채터링 없는 슬라이딩 모드 제어기

2.1 도달법칙을 이용한 슬라이딩 모드 제어기

이 절에서는 도달법칙을 이용한 슬라이딩 모드 제어기 설계기법을 설명하기로 한다. 우선, 제어입력에 대해 선형인 비선형시스템(affined system)을 고려한다.

$$\dot{x} = f(x, t) + B(x, t)u + d \quad (1)$$

여기서, $x \in R^n$, $u \in R^m$ 는 각각 상태 벡터와 제어 입력 벡터이고, $B \in R^{n \times m}$ 는 입력행렬, d 는 파라미터 변동, 모델링 되지 않은 동특성, 외란 등 모든 모델 불확실 항을 포함한다. 슬라이딩 면, S 는 아래와 같이 정의된다.

$$S = \{x : s(x, t) = 0\} \quad (2)$$

여기서 $s(x, t)$ 는 연속함수이다. 제어 목적은 시스템의 상태를 집합 S 로 가게 유도하는 것이며, 페루프 시스템의 특징은 슬라이딩 면 (2)의 선정에 의해 결정된다^(3,5). 바람직한 슬라이딩 면 선정에 위해 시스템 (1)과 슬라이딩 면 (2)에 대한 Lyapunov 함수를 2차곱의 형태로 나타내고, 그 도함수가 음의 한정함수(negative definite function)가 되도록 한다. 이 때 $s=0$ 의 해는 안정성을 가진다. 즉, Lyapunov 함수는 다음과 같이 정의된다.

$$V = \frac{1}{2} s^T s \quad (3)$$

그리고 Lyapunov 함수의 도함수가 음의 한정함수이면 슬라이딩 모드는 안정하게 되므로, Lyapunov 함수의 도함수 V 는 다음과 같이 표현되어야 한다.

$$V = s^T \dot{s} = -s^T D s \quad (4)$$

여기서 D 는 양의 한정(positive definite)이다. 식 (4)에서 다음 식이 성립한다.

$$s^T (D s + \dot{s}) = 0 \quad (5)$$

이 방정식의 해로부터 다음과 같은 슬라이딩 모드에 대한 도달법칙⁽⁴⁾이 유도된다.

$$D s + \dot{s} = 0 \quad (6)$$

위 조건으로부터 제어법칙을 구하면 다음과 같다.⁽⁹⁾

$$u = u_{eq} - \left(\frac{\partial s}{\partial x} B\right)^{-1} D s \quad (7)$$

여기서, $\left(\frac{\partial s}{\partial x} B\right)$ 는 비특이행렬이고 u_{eq} 는 $\dot{s}=0$ 에서 구한 등가제어 입력 항이며 아래 식과 같이 유도된다.

$$u_{eq} = -\left(\frac{\partial s}{\partial x} B\right)^{-1} \left[\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial s}{\partial x} f(x) + d\right] \quad (8)$$

이 제어법칙은 도달법칙을 만족하고 불연속 항을 포함하고 있지 않으므로 채터링을 발생시키지 않는다. 그렇지만 이 제어법칙에는 미지의 모델 불확실 항 d 를 포함하고 있어 도달법칙 (6)을 만족하기 위해서는 d 를 정확하게 구해야 적용이 가능하므로 현실 상태로는 적용할 수 없다.⁽⁹⁾

2.2 연속 슬라이딩 모드 제어기 설계

이 절에서는 2.1 절에서 논한 도달법칙을 이용한 슬라이딩 모드 제어법칙을 Lyapunov 안정 조건에 적용하여 새로운 연속 슬라이딩 모드 제어법칙을 유도하기로 한다. 식 (7)은 식 (8)에서 미지의 모델 불확실 항을 포함하고 있으므로 정확한 모델 불확실 항을 구해야만 이용 가능하지만, 여기서는 모델 불확실 항을 모르는 상태에서 연속 슬라이딩 모드 제어법칙을 유도하고자 한다. 식 (7)에서 모델 불확실 항을 제외하면 다음과 같다.

$$u = u_{eq}^n - \left(\frac{\partial s}{\partial x} B\right)^{-1} D s \quad (9)$$

여기서

$$u_{eq}^n = -\left(\frac{\partial s}{\partial x} B\right)^{-1} \left[\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial s}{\partial x} f(x)\right] \quad (10)$$

이 제어법칙이 슬라이딩 도달조건(reaching condition)을 만족하면 연속 슬라이딩 모드 제어 입력이 구해진다. 즉, 식 (9)가 Lyapunov 함수의 도함수가 음이 되는 부등식을 만족하게 하면 된다.

$$\begin{aligned} V &= s^T \dot{s} \\ &= s^T \left(\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial s}{\partial x} (f(x) + B u + d)\right) \\ &< -\epsilon \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 ϵ 은 양의 작은 실수이다. 식 (11)을 만족하면 시스템 (1)은 점근적 안정성이 보장된다. 식 (9)을 식 (11)에 대입하면 아래의 식이 성립한다.

$$\begin{aligned} V &= s^T \dot{s} = s^T \left(-D s + \frac{\partial s}{\partial x} d\right) \\ &\leq -\lambda_{\min}(D) \|s\|^2 + \lambda_{\max}\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right) \|s\| \delta < -\epsilon \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 $\|\cdot\|$ 은 Euclidean 노름이고 λ_{\min} , λ_{\max} 는 매트릭스의 최소, 최대 고유값이다. 식 (12)가 다음 조건을 만족하면 Lyapunov 함수의 도함수는 음이 된다.

$$\begin{aligned} \lambda_{\min}(D) > \lambda_{\max}\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right) \delta \|s\|^{-1} + \epsilon \|s\|^{-2} \\ \delta \geq \|d\|_{\max} \end{aligned} \quad (13)$$

따라서 식 (13)을 만족하는 식 (9)는 도달조건을 만족하는 연속 슬라이딩 모드 제어법칙이 된다. 도달법칙과 Lyapunov 안정 조건을 이용하여 유도한 이 연속 슬라이딩 모드 제어법칙 (9)를 식 (7)과 비교하면 식 (7)은 모델 불확실 항을 정확하게 구해야 적용이 가능하기 때문에 모델 불확실 항을 정확하게 추정하는 항이 추가되어야 한다. 그러나, 조건 (13)을 만족하는 본 기법의 제어 입력식 (9)는 모델 불확실 항의 상한치만 알면 언제나 적용이 가능하다.

본 제어기법의 장점은 현재까지 채터링을 방지하기 위하여 제안된 어떤 방식 보다 간단하다. 제어 입력식에서 설계 파라미터는 모델 불확실 항의 크기를 고려하는 δ 와 슬라이딩 면의 선정뿐이다. 또한 슬라이딩 모드의 장점인 불변성(invariance)이 손상되지 않는다. 고전 슬라이딩 모드 제어에서 경계층 개념을 도입할 때 발생하는 경계에서의 불연속도 일어나지 않으며, 저주파 필터를 설계하기 위하여 자세한 외란에 대한 정보도 필요하지 않으며, 또한 2차 슬라이딩 모드 식 (11)처럼 제어법칙이 복잡하지 않는 장점을 갖는다.

2.3 반-연속 슬라이딩 모드 제어기의 설계

앞 절에서 유도한 연속 슬라이딩 모드 제어기법에서 $(\frac{\partial s}{\partial x} B)^{-1} Ds$ 항은 슬라이딩 면에 접근할 수록 이 항의 크기가 작아져 슬라이딩 면에서 영이 된다. 따라서 이 제어기의 특성상 슬라이딩 면에 도달하는 시간이 무한대가 되므로 정상상태 오차가 발생할 수밖에 없는 구조를 가지고 있다. 오차의 크기가 작으면 큰 문제는 없으나 오차가 클 경우 연속 슬라이딩 모드 제어기법으로는 보다 우수한 성능을 얻기 어렵다. 이를 보상하기 위하여 바람직한 Lyapunov 함수의 도함수를 다음과 같이 수정한다.

$$\frac{dV}{dt} = -s^T Ds - s^T k \operatorname{sgn}(s) \quad (14)$$

여기서, D 는 식 (13)을 만족하는 실수이고, k 는 임의의 양의 실수이다. 식 (14), 도달법칙, 도달 조건을 이용하여 2.1절과 2.2절에서 설명된 연속 슬라이딩 모드 제어법칙과 같은 방법으로 반-연속 슬라이딩 모드 제어법칙을 유도하면 다음과 같다.

$$u = u_{eq}^n + Gs + K \operatorname{sgn}(s) \quad (15)$$

여기서, $G = -(\frac{\partial s}{\partial x} B)^{-1} D$, $K = -(\frac{\partial s}{\partial x} B)^{-1} k$, 그리고 D 와 k 는 각각 아래 식을 만족해야 한다.

$$\lambda_{\min}(D) + k > \lambda_{\max}\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right) \delta \|s\|^{-1} + \epsilon \|s\|^{-2} \quad (16)$$

$$\delta \geq \|d\|_{\max}$$

반-연속 슬라이딩 모드 제어기법에서 D 의 크기를 식 (13)이 만족하게 선정하면 시스템의 안정성은 점근적으로 보장되므로 식(15)에서 K 값은 외란의 크기에 관계없이 작은 값을 선정할 수 있다. 따라서 이 제어 기법에서 슬라이딩 모드는 외란의 크기에 관계없이 아주 작은 계인을 가지고 일어나므로 시스템의 비모델 동역학이 여기되지 않거나 여기되는 경우에도 그 크기가 아주 작아 문제가 되지 않게 된다. 또한 채터링이 문제가 되어 불연속항을 선형화하는 경우에도 강인성의 손상없이 성능을 유지할 수 있다.

본 제어기법의 설계방법은 먼저 식 (13)을 만족하는 G 를 선정 한 후 K 를 선정하며 G 와 K 간의 상호간섭 효과가 없기 때문에 불연속 항을 선형화하는 경우에도 경계층 슬라이딩 기법보다 설계가 더 간단하며 K 는 G 항 크기의 1/4 이하의 크기에서 보통 결정된다.

3. 자기부상 시스템의 모델링 및 슬라이딩 모드 제어기의 적용

Fig. 1은 단일 전자석을 이용한 자기부상 시스템⁽¹⁰⁻¹²⁾의 구성도이다. Fig. 1에서 자기부상 시스템의 수직 동역학은 다음과 같이 구하여 진다.

$$m\ddot{z}(t) = -F(i, z) + mg + f_d(t) \quad (17)$$

여기서, m 은 부상물체의 질량, $z(t)$ 는 부상높이, $i(t)$ 는 전자석에 흐르는 전류, $f_d(t)$ 는 외란이다. 그리고 자기부상 시스템의 흡인력 $F(i, z)$ 는 다음과 같다.

$$F(i, z) = \frac{\mu_0 N^2 A}{4} \left[\frac{i(t)}{z(t)} \right]^2 \quad (18)$$

여기서, μ_0 는 투자율, N 은 전자석 코일의 권수, A 는 전자석의 단면적이다.

식 (18)를 식 (17)에 대입하면, 자기부상 시스템의 수직동역학은 다음과 같이 표현된다.

$$\ddot{z}(t) = -\frac{\mu_0 N^2 A}{4m} \left[\frac{i(t)}{z(t)} \right]^2 + g + \frac{1}{m} f_d(t) \quad (19)$$

여기서 외란 $f_d(t)$ 는 미국 연방철도청(FRA)의 6급 궤도의 불규칙 궤도외란을 이용하여 모델링 하였다. 즉, 10m 스패 간격에 18톤의 하중을 가지는 차량이 전진방향 최고 속도 450 km/hr로 달릴 때, 레일 처짐량은 4.1mm이다. 이는 진폭 4.1mm, 주파수가 12Hz인 정현파 궤도외란으로 모델링 된다. 그리고, 자기부상 시스템에서 자석코일에서의 전류-전압 관계식은 다음과 같다.

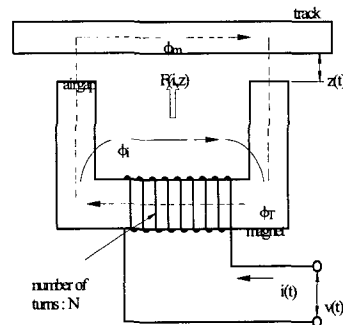


Fig. 1 Single magnet levitation system

$$\ddot{i}(t) = \frac{\dot{z}(t)i(t)}{z(t)} - \frac{2R}{\mu_0 N^2 A} z(t)i(t) + \frac{2z(t)}{\mu_0 N^2 A} v(t) \quad (20)$$

여기서 R 은 코일의 저항이고, 슬라이딩 모드 제어를 자기부상 시스템에 적용하기 위하여 자기부상 시스템에 대한 모델식 (19)를 미분한 식과 전류-전압 관계식 (20)을 이용하면 자기부상 시스템의 운동방정식이 제어입력에 대하여 선형인 식 (affine system)으로 변형된다.

$$z''' = \frac{1}{m} \frac{i(t)}{z(t)} \{ Ri(t) - v(t) \} + \frac{1}{m} f_d \quad (21)$$

식(21)의 특징은 비선형 식을 선형화 한 것이 아니고 시스템의 특징이 그대로 제어기에 반영되기 때문에 제어기의 성능이 아주 우수할 것으로 예상된다. 이는 슬라이딩 모드 제어를 본 모델식에 적용할 때 발생하는 독특한 형태이다.

그리고 시스템 오차를 부상높이 z 에서 바람직한 부상높이 z_d 를 뺀 값, 즉 $\tilde{z} = z - z_d$ 로 정의하고, 슬라이딩 평면은 다음과 같이 정의한다.

$$s(x, t) = \dot{\tilde{z}} + 2\lambda \tilde{z} + \lambda^2 \tilde{z} = 0 \quad (22)$$

여기서, λ 는 설계 파라미터로 양의 실수이다.

자기부상 시스템의 운동방정식 (21)에 대하여 2절에서 설명한 슬라이딩 모드 제어기법들을 각각 적용하여 제어입력, $v(t) = u(t)$ 를 구하도록 한다. 먼저, $\dot{s} = 0$ 에서 등가제어 입력 항을 구하면 다음과 같다.

$$u_{eq}^n = Ri - \frac{\mu_0 N^2 A \lambda}{2} \frac{i}{z} + \frac{mz}{i} \{ -z_d''' + 2\lambda(g - \ddot{z}_d) + \dot{\lambda}(\dot{z} - \dot{z}_d) \} \quad (23)$$

그리고 본 제어기법의 성능을 평가하기 위하여 고전 슬라이딩 모드 제어, 경계층 기법을 이용한 슬라이딩 모드 제어를 선택하였으며 이들 세 제어기법들의 제어법칙은 각각 다음과 같다.

$$u(t) = u_{eq}^n + k \operatorname{sgn}(s) \quad (24)$$

$$u(t) = u_{eq}^n + k \operatorname{sat}(s) \quad (25)$$

$$u(t) = u_{eq}^n + Gs + K \operatorname{sgn}(s) \quad (26)$$

4. 시뮬레이션 및 고찰

4절에서는 3절에서 제안한 반-연속 슬라이딩 모드 제어기를 93 EXPO용 자기부상 시스템에 적용하기로 한다. 이 시스템의 질량은 $m = 77 \text{ kg}$, 부상높이는 $z = 10 \text{ mm}$, 코일 권수는 $N = 440$, 저항은 $R = 0.745 \Omega$, 전자석의 단면적은 $A = 0.00224 \text{ m}^2$ 이고 초기 공극을 $z = 15 \text{ mm}$ 로 두었으며 제어기의 제어입력은 초퍼의 용량을 고려하여 $\pm 250 \text{ V}$ 를 초과하지 못하게 하였다. 시스템의 작동상태를 레일의 변형은 미국연방철도청의 6급 궤도 불규칙 외란을 적용하였고 시스템의 파라미터에서는 질량이 최고 +50%의 섭동이 존재한다고 가정하고 시뮬레이션을 수행하였다. 다른 매개변수는 설계가 결정되면 변화가 거의 발생되지 않기 때문에 매개변수의 변분에서 질량만 고려하였다. 또한 운행중 외부 환경요인으로 발생될 수 있는 충격성 외란을 중력 가속도의 1/2에 해당하는 크기로 운행중에 가하여 제어기의 성능을 알아보았다. 이때 사용된 슬라이딩 모드 제어기의 파라미터들은 다음과 같다. 이 파라미터들은 레일 외란의 크기와 시스템 파라미터의 섭동을 고려하여 시행착오법으로 선정하였다.

고전 슬라이딩 모드 : $k=700$

경계층 기법 : $k=700, \phi=20$ (경계층 두께).

반-연속 슬라이딩 모드 :

$$G = 4000, K = 100$$

그리고 슬라이딩 매니폴드에서 $\lambda = 70$ 로 선정하였다. Fig. 2는 레일의 불균일성에 의한 외란 항만을 고려한 시스템에 대하여 10 mm 계단입력을 가했을 때 반-연속 슬라이딩 모드 제어기(SC-SMC), 경계층 기법(BL-SMC), 고전 슬라이딩 모드 제어기(CL-SMC)의 오차를 비교한 것이다. 정상상태 오차는 각각 0.59, 0.79, 1.5 μm 로 SC-SMC의 오차가 상대적으로 가장 작게 나타났다. Fig. 3에서는 제어입력을 비교한 것으로 SC-SMC의 입력이 가장 바람직한 형태임을 알 수 있다. BL-SMC는 과도기 제어입력이 크게 변하여 실제 과도응답 특성이 좋지 않을 가능성이 있고 CL-SMC는 채터링이 발생되므로 실제 시스템에 좋지 않은 영향을 미칠 가능성이 많기 때문에 개선이 필요하다. Fig. 4는 슬라이딩 함수를 나타낸 것이며 값 차이는 없고 정상상태 도달 시간이 CL-SMC가 가장 크게 나타나는 것을 알 수

있다. Fig. 3과 4에서 슬라이딩 함수가 작은 경우에도 고전 슬라이딩 모드에서는 채터링의 크기가 K 값에 좌우되는 현상을 확인할 수 있다. Fig. 5, 6, 7은 레일의 불균일 외란에 질량이 50% 증가한 경우 계단과 입력에 대한 오차, 제어입력, 슬라이딩 함수를 나타낸 것이다. Fig. 5에서 오차는 $40 \mu\text{m}$ 이내로 정상상태에서 성능에는 문제가 없고 정상상태 도달 시간도 CL-SMC가 가장 늦지만 거의 비슷하다. 여기서 상대 비교를 하면 SC-SMC가 가장 우수하게 나타났다. Fig. 6에서 제어입력을 비교하면 SC-SMC의 입력이 가장 바람직한 형태이고 BL-SMC의 경우 공칭 시스템과 같이 과도기에서 입력 변화가 크게 나타났다. Fig. 7에서 슬라이딩 함수의 크기를 비교하면 거의 유사하게 나타났다. 전체적으로 질량이 증가한 경우 응답이 오히려 개선된 형태를 보이는 데 이는 질량이 증가하면 플랜트 자체의 동특성은 낮아지고 제어기의 동특성은 그대로 유지되므로 슬라이딩 모드 제어 특징상 질량의 증가는 시스템을 안정화시키는 효과로 나타난 것으로 추정된다. Fig. 8은 공칭 시스템에 대한 SC-SMC에서 K 값의 변화에 따른 오차를 비교한 것으로 제어기의 구조에서 예상할 수 있는 것과 같이 큰 차이가 없으며 이는 제어입력에서도 같은 경향이 나타남을 Fig. 9에서 알 수 있다. Fig. 10과 11은 질량이 50% 증가한 경우 계단과 입력에 대한 오차와 제어입력을 비교한 것으로 역시 SC-SMC의 제어기의 특징이 그대로 나타남을 알 수 있다. Fig. 12는 전체 시스템에 $1/2 \text{ g}$ 의 가속도를 낼 수 있는 외란 힘이 시간 1.0-1.1초 사이에 작용할 때(질량, 레일 외란이 모두 있는 경우) 응답 특성을 나타낸 것이다. 전체 응답 특성이 Fig. 5와 비슷하여 본 그림은 외란이 작용하는 부근 시간대를 확대하여 나타내었다. 최대 오차는 0.196으로 SC-SMC, CI-SMC, BL-SMC의 성능이 아주 유사하게 나타났다. Fig. 13에서는 3 제어기의 입력 선도가 거의 같게 나타났다. 전체적으로 이들 제어기의 성능이 아주 우수함을 알 수 있다. 이는 제어기를 구성하는 가장 중요한 식 (21)이 시스템의 특징을 그대로 반영하기 때문에 이런 결과가 나타난 것으로 판단된다.

이상의 수치 모사 결과에서 SC-SMC는 설계 개념이 잘 구현됨을 알 수 있다. 즉 외란의 크기는 G 의 크기에 영향을 주며 이는 채터링과 무관한 값이

며 채터링에 영향을 미치는 K 값은 외란의 크기와 관계없이 항상 일정한 값 이하를 유지할 수 있다. 또한 슬라이딩 모드 제어기법을 적용하기 위하여 시스템의 방정식 (19)의 차수를 높여서 입력에 선형인 운동방정식(affine system)인 식 (21)을 유도하여 제어기를 설계했기 때문에 기존의 선형화한 제어기와 근본적으로 다른 구조이며 선형화에 따르는 오차는 발생되지 않은 식이 된다. 따라서 본 시뮬레이션 결과를 실제 상태와 비교할 경우 예상되는 문제점은 모델링 오차에 대한 영향만 존재하며 선형화에 따르는 문제는 없다.

이상의 수치해석모사 결과에서 SC-SMC는 외란에 무관하게 채터링을 거의 제거할 수 있어 채터링 없이 강인성과 성능이 보장되는 우수한 제어기임을 알 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 Lyapunov 함수와 도달법칙, Lyapunov 안정도 조건을 이용하여 연속 슬라이딩 모드 제어법칙을 유도하고, 연속 슬라이딩 모드 제어기의 단점인 정상상태 오차를 크게 개선한 반-연속 슬라이딩 모드 제어기를 제안하였다. 그리고 제안한 제어기법을 단일 전자석을 이용한 자기부상시스템의 수치 시뮬레이션에 적용하여 그 효율성을 입증하였다.

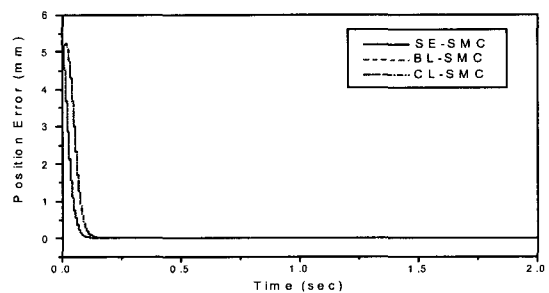
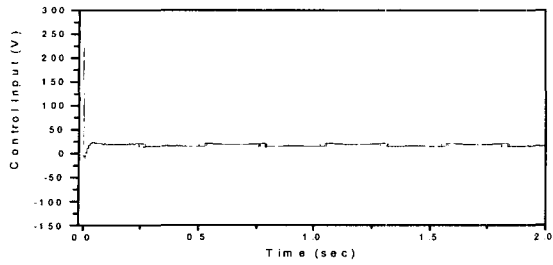
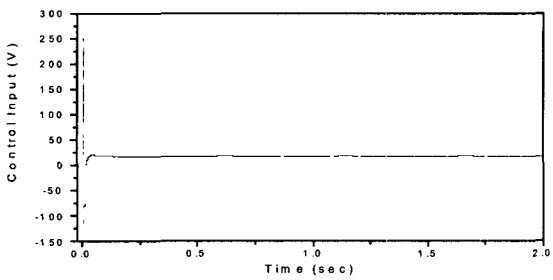


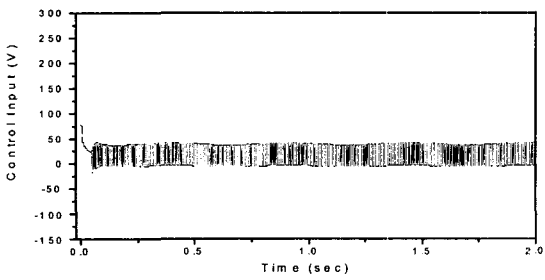
Fig. 2 Error of the step input for the control systems (SC-SMC, BL-SMC, CL-SMC) with rail disturbances



(a) SC-SMC



(b) BL-SMC



(c) CL-SMC

Fig. 3 Control inputs of the step input for the control systems (SC-SMC, BL-SMC, CL-SMC) with rail disturbances

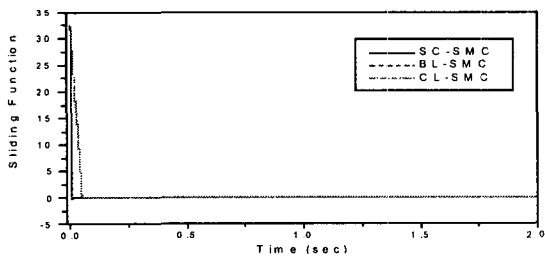


Fig. 4 Sliding function of the step input for the control systems (SC-SMC, BL-SMC, CL-SMC) with rail disturbances

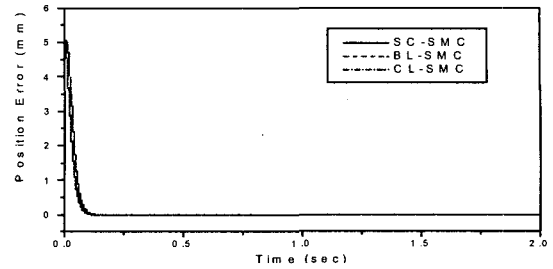
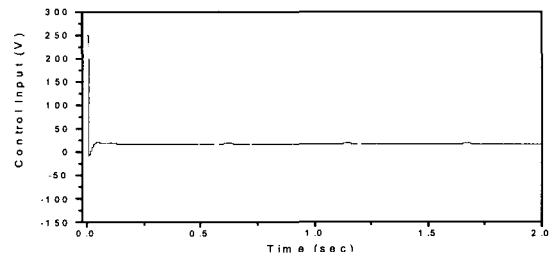
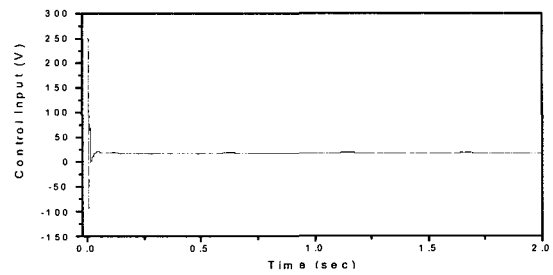


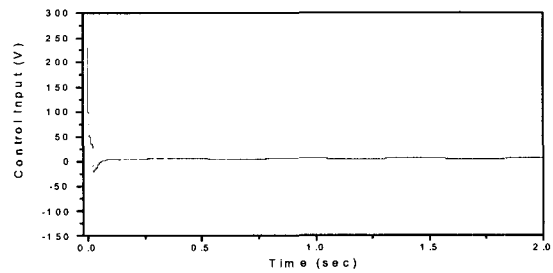
Fig. 5 Error of the step input for the control systems (SC-SMC, BL-SMC, CL-SMC) with rail and mass disturbances



(a) SC-SMC



(b) BL-SMC



(c) CL-SMC

Fig. 6 Control inputs of the step input for the control systems (SC-SMC, BL-SMC, CL-SMC) with rail and mass disturbances

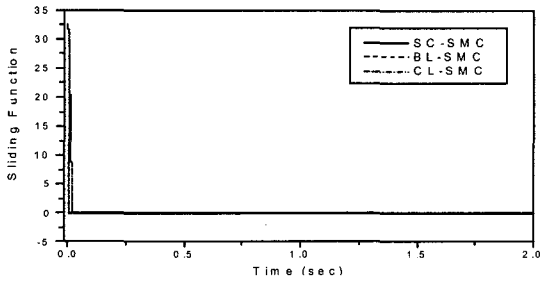


Fig. 7 Sliding function of the step input for the control systems (SC-SMC, BL-SMC, CL-SMC) with rail and mass disturbances

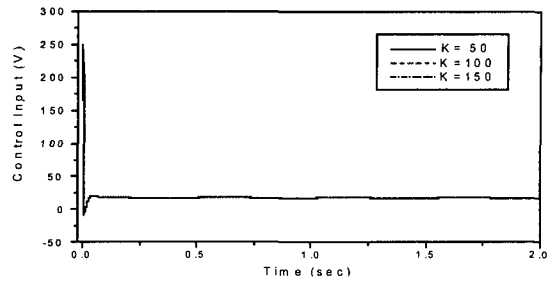


Fig. 11 Control input of the step input for the variation of K

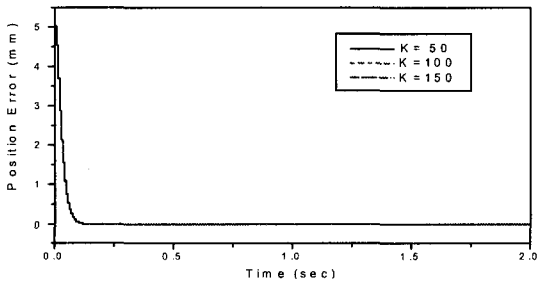


Fig. 8 Error of the step input for the variation of K

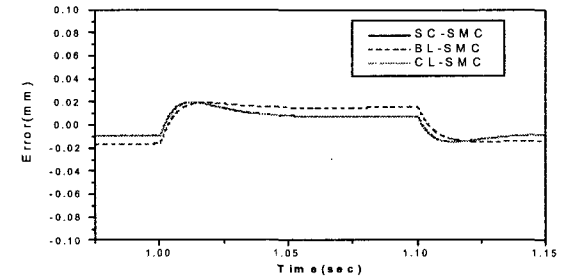


Fig. 12 External disturbance response of the control systems (SC-SMC, BL-SMC, CL-SMC) with the step input and rail and mass disturbances

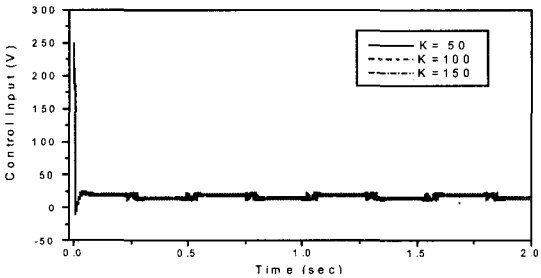


Fig. 9 Control input of the step input for the variation of K

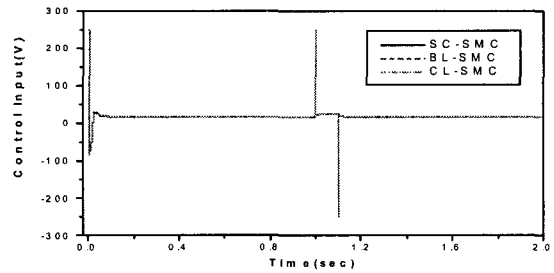


Fig. 13 Control input for the external disturbance of the control systems (SC-SMC, BL-SMC, CL-SMC) with the step input and rail and mass disturbances

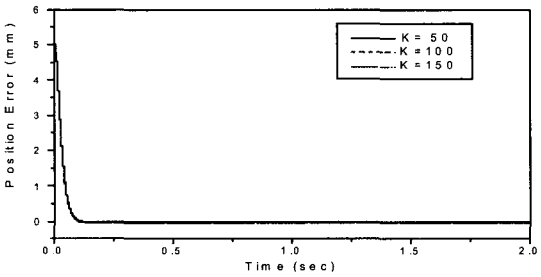


Fig. 10 Error of the step input for the variation of K

자기부상 시스템이 가지는 본래의 불안정성과 비선형성이 존재하고, 하중이 작용할 때 발생하는 레일의 불균일성에 의한 외란과 시스템 질량의 섭동이 최고 +50% 존재하는 경우와 정상상태에서 충격성 외란이 가해지는 경우에도 본 제어기는 채터링없이 성능과 강인성이 우수하게 나타났다. 외란

의 크기와 무관하게 슬라이딩 모드는 작은 계인을 가지고 일어나며 불확실성의 영향은 연속적으로 나타나 반 연속 슬라이딩 모드 제어의 설계 개념이 잘 구현됨을 보여주었다. 또한 연구과정에서 유도한 식(21)은 입력에 선형이면서 시스템의 종특성을 그대로 유지하므로 이 식을 이용할 경우 제어기법에 관계없이 우수한 성능의 제어기를 설계할 수 있는 가능성을 가지고 있다.

본 제어기의 단점은 외란이 아주 클 경우 연속 항의 제어개인이 크게 되어 과도응답이 고전 슬라이딩 보다 더 나빠지는 경향이 있어 이에 대한 보완이 필요하다.

"A Study of Robustness Property of Sliding-Mode Controllers : A Novel Design and Experimental Investigation," IEEE Tran. on Indus. Elect., Vol. 46, No. 5, pp. 1012-1018, 1999.

10. Sinha, P. K., "Electromagnetic Suspension Dynamics & Control," London: IEE, 1987.
11. 박전수, "자기부상 열차의 본드선도 모델링 및 LQG/LTR 제어," 부산대학교, 석사학위 논문, 1991.
12. 최영휴, 최강윤, 허신, 김종식, "자기부상 열차 2차 현가장치의 동적 설계," 한국기계연구원, 1992.

참고문헌

1. Utkin, V. I., "Sliding Modes in Control and Optimization," Springer-Verlag, 1992.
2. Young, K. D., Utkin, V. I., and Ozguner, U., "A Control Engineer's Guide to Sliding Mode Control," IEEE Tran. on Con. Sys. Tech., Vol. 7, No. 3, pp. 328-342, 1999.
3. Edwards, C., and Spurgeon, S. K., "Sliding Mode Control : Theory and Applications," Taylor & Francis, 1999.
4. Decarlo, R. A., Zak, S. H., and Matthews G. P., "Variable Structure Control of Nonlinear Multivariable Systems : A Tutorial," Proc. IEEE, Vol. 76, No. 3, pp. 212-232, 1988.
5. Hung, J. Y., and Gao, W., "Variable Structure Control : A Survey," IEEE Tran. on Indus. Elect., Vol. 40, No. 3, pp. 2-22, 1993.
6. Slotine, J., and Sastry, S., "Tracking Control of Nonlinear Systems Using Sliding Surfaces, with Application to Robot Manipulators," Int. J. Control, Vol. 38, No. 2, pp. 465-492, 1983.
7. Bondarev A. G., Bondarev S. A., Kostyleva N. E., and Utkin V. I., "Sliding Mode in Systems with Asymptotic State Observers," Automation and Remote Control, pp. 679-684, 1985.
8. Bartolini, G., Ferrara, A., and Usai, E., "Chattering Avoidance by Second Order Sliding Mode Control," IEEE Tran. on Automat. Contr., Vol. 43, No. 2, pp. 241-246, 1998.
9. Erbatur, K., kaynak, M. O., and Sabanovic, A.,