

신경망 모델을 이용한 차량 절대속도 추정

오경흡*, 송철기**

Absolute Vehicle Speed Estimation using Neural Network Model

Kyeung Heub Oh*, Chul Ki Song**

ABSTRACT

Vehicle dynamics control systems are complex and non-linear, so they have difficulties in developing a controller for the anti-lock braking systems and the auto-traction systems. Currently the fuzzy-logic technique to estimate the absolute vehicle speed is good results in normal conditions. But the estimation error in severe braking is discontented. In this paper, we estimate the absolute vehicle speed by using the wheel speed data from standard 50-tooth anti-lock braking system wheel speed sensors. Radial symmetric basis function of the neural network model is proposed to implement and estimate the absolute vehicle speed, and principal component analysis on input data is used. Ten algorithms are verified experimentally to estimate the absolute vehicle speed and one of those is perfectly shown to estimate the vehicle speed with a 4% error during a braking maneuver.

Key Words : Vehicle Dynamics Control(차량 동역학 제어), Absolute Vehicle Speed(차량 절대속도), Radial Symmetric Basis Function(방사대칭 기저함수), Neural Network Model(신경망 모델), Principal Component Analysis(주성분 분석)

1. 서론

자동차의 기능과 성능이 향상되면서, 차량의 안전성이 더욱 중요해지고 있다. 따라서 자동차 사고를 능동적으로 대처하는 능동안전 시스템(ASV: Active Safety System) 기술 개발에 대한 연구가 활발히 진행중이다. 능동안전 시스템에는 추돌경보장치(CWS: Collision Warning System)와 추돌회피장치(CAS: Collision Avoidance System) 등이 있으며, 이러한 시스템의 목적은 선행 차량과 최적의 차간거리를 유지하기 위해 주행장치와 제동장치를 최적으로 제어하여 자동차의 안전을 향상시키는데 있다.

급격한 구동 및 제동시 자동차를 최적으로 제어하기 위해서는 정확한 차량 절대속도가 필요하다. 차량 절대속도를 추정하는 방법으로는 가속도 신호와 네바퀴의 각속도를 이용한 퍼지로직(Fuzzy Logic)과 칼만 필터(Kalman Filtering)가 많이 응용되고 있다^{1,2)}. 바퀴 미끄럼이 클수록 차량 절대속도 추정 신뢰도가 낮아진다. 미끄럼율과 차량 절대속도에 대해 타이어 모델을 이용한 신경망 모델³⁾, 바퀴하중, 제동압력과 각속도를 이용한 추정법⁴⁾, 엔진속도, 캐리어 속도와 바퀴 각속도를 이용한 차량모델법⁵⁾ 등이 연구되었다. 차량이 정상주행 조건에서는 바퀴 속도 센서로부터의 신호가 비교적 정확하므로 바퀴

* 2001년 12월 5일 접수
** 경상대학교 대학원(국방품질관리소)
*** 경상대학교 기계항공공학부, ReCAPT, 공학연구원

미끄럼은 정상적이고 적은 값을 가진다. 정상주행 조건하에서는 차량 절대속도와 노면 마찰계수를 비교적 정확히 추정하여 제동시 바퀴잠김 방지시스템(ABS: Anti-lock braking system), 구동시 바퀴미끄럼 방지시스템(TCS: Traction control system), CWS, CAS 등에 잘 적용될 수 있다. 그러나 급발진이나 급제동하에서는 쉽게 추정할 수 없는 문제점이 있다. 따라서, 이 분야에 대해 퍼지 로직과 속도 재계산법을 이용해 비교적 정확히 추정할 수 있는 모델⁶⁾이 연구되었다.

본 논문은 선진 안전차량의 안전성을 확보하기 위해, 신경망 모델을 이용하여 정상주행 조건에서 뿐만 아니라 급제동이나 급발진 상황에서도 차량 절대속도를 최적으로 추정할 수 있는 모델을 제시한다.

2. 관련 연구 및 배경

ABS는 제동거리를 최소화하면서 급제동 조건에서 바퀴의 롤킹(Locking)을 방지하여 조향성을 유지하고, TCS는 미끄러지기 쉬운 노면에서 가속성 및 선회 안전성을 유지하는 시스템으로 주어진 운전조건에 대해 차량의 거동 및 제어력 발생등 차량의 특성변화를 고려하여 설계되는 휠 슬립 제어 시스템(Wheel Slip Control System)이다. 이 시스템들의 제어 정확도에 따라 차량의 안전성 향상이 크게 좌우된다. 따라서 정확한 제어를 하기 위해서는 먼저 차량 절대속도를 잘 추정해야 하며, 또한 정확히 추정된 차량 절대속도를 이용하여 미끄럼율이 계산되어야 한다.

차량 주행 및 제동 미끄럼율 λ 의 계산식은 아래와 같다.

$$\lambda = \frac{v - v_w}{v} * 100(\%), \quad v_w = w * r \quad (1)$$

여기서 차량 절대속도 v , 바퀴의 각속도 w , 타이어의 반경 r 이다. 미끄럼율의 부호는 차량 제동 시 양이 되며, 차량 추진시에는 음이 된다. 일반적으로 미끄럼율은 도로의 노면조건에 따라 상이하며 10~20% 정도의 미끄럼율은 높은 마찰계수를 유지하나 이보다 심할 경우 미끄럼율은 타이어의 마찰계수를 떨어뜨려서 자동차의 제동력을 감소시킨다.

각속도와 가속도 변량을 이용해 차량의 절대속도를 추정하기 위해 Dai β 등¹⁾과 송철기 등⁶⁾이 있다. Dai β 등¹⁾은 네바퀴 각속도를 저대역 칼만 필터로 처리하여 바퀴의 미끄럼율을 계산하고, 이 값을 이용해 가장 신뢰할 수 있는 바퀴 센서를 결정하였다. 이어서, 결정된 가속도 값을 가속도 센서 데이터와 결합시켜 퍼지추론기를 사용하여 절대속도를 추정하였다. 송철기 등⁶⁾은 가속도와 각속도 변량들을 퍼지로직에 이용하여 처리한 다음 속도 재계산법을 제안하여 롤킹이 걸린 상태에서도 6% 이하의 상대오차 값을 가진 결과를 얻었다.

본 연구에서는 신경망 모델을 이용하여 차량 절대속도를 추정하고자 한다.

3. 입-출력 선택

Fig. 1은 시험차량에 장착된 바퀴속도센서와 가속도계 신호를 입력신호로 사용한 결과로서, 차량의 절대속도를 추정하기 위한 입력 변량으로 앞 바퀴 각속도, 뒷 바퀴 각속도와 가속도를 나타내고 있다. 시험주행은 평지의 절은 포장도로에서 제동하면서 얻은 결과이며, 처음에는 제동 페달에 약한 압력을 가하다가 바퀴가 롤킹 될 때까지 제동압력을 증가하면서 수행하였다. 차량 절대속도의 실험값을 얻기 위해 전륜에만 제동력이 걸리도록 하고, 후륜은 자유롭게 회전하도록 하였다. 제동되는 좌측 전륜속도와 자유회전하는 우측 후륜속도를 바퀴

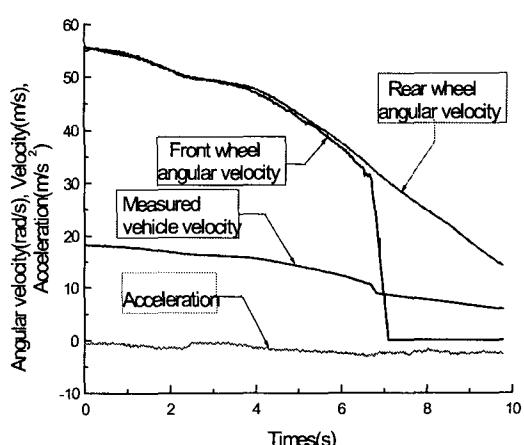


Fig. 1 Measured variables from the test vehicle

속도(Wheel Speed)로 하고, 타코메타로 측정된 속도를 차량 속도(Measured vehicle velocity)로 사용하였다. 0~4초간은 미끄럼이 거의 없는 정상주행조건이며, 4초에서 약간의 제동을 가했으며, 4~6.7초 구간은 미끄럼이 적은 구간이다. 6.7초에서 전륜이 롤킹이 시작되어 바퀴의 미끄럼이 매우 큰 구간이다. 이들 3개 변량중 어떤 변량이 차량의 절대속도를 추정하는데 유용하게 적용되는지는 실험을 통해 파악해 볼 필요가 있다. 따라서, 3개의 변량에 대해 Table 1과 같이 가능한 모든 경우 수를 고려하였다.

Table 1의 7가지 경우(Case) 모두에 대해 차량의 절대속도를 추정하는 시행착오법(Trial-and-error)을 사용하여 최적의 입력 변량을 선택하였다.

Table 1 Input & output selection of the model

| Case | Input | | | Output |
|------|------------------------------|-----------------------------|--------------|------------------------|
| | Front wheel angular velocity | Rear wheel angular velocity | Acceleration | |
| 1 | ○ | | | Vehicle absolute speed |
| 2 | | ○ | | |
| 3 | | | ○ | |
| 4 | ○ | | ○ | |
| 5 | | ○ | ○ | |
| 6 | ○ | ○ | | |
| 7 | ○ | ○ | ○ | |

4. 차량 절대속도 추정 RBF 망 모델

4.1 RBF(Radial Symmetric Basis Function) 망
 벡터공간 V 의 벡터집합을 S 라하고, S 에 있는 모든 벡터가 서로 1차 독립이며, V 의 모든 벡터는 S 에 있는 모든 벡터의 1차 결합(선형결합)으로 표현될 수 있을 때 S 를 V 의 기저함수(Basis Function)라 한다. 따라서, RBF 망은 주어진 입력들을 분류할 수 있는 군집(Clustering)을 결정하는 기저함수를 찾는 것으로, 기저함수만 있으면 입력벡터 공간의 모든 점들을 기저함수의 선형결합으로 표현할 수 있다는 개념에서 유래되었으며, 단일 은닉층 FFN(FeedForward Network)에 속한다. RBF 망은 Fig. 2에서 2개 층(은닉층과 출력층)으로 구성되어 있다⁷⁾.

은닉층 뉴런은 입력의 가중합을 취할 때 전형적인 다중 신경망의 구조인 시그모이드 작동함수가 아닌 가우시안(Gaussian) 함수(e^{-x^2})와 같은 방사 대칭 기저함수(Radial Symmetric Basis Function)를 사용한다.

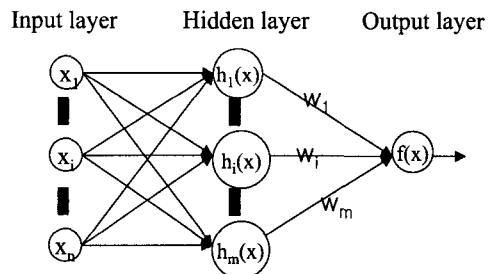


Fig. 2 RBF network

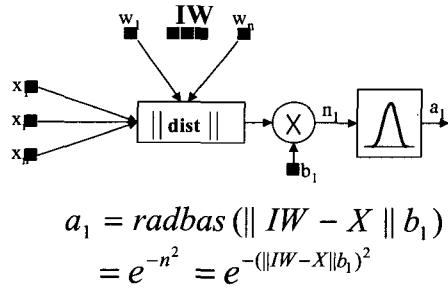


Fig. 3 Output of the hidden layer

각 은닉층 뉴런의 출력(Fig. 3의 a_1)은 기저함수의 중심과 망의 입력간 거리에 의해 결정되는 기저함수로 표현된다. 출력층을 나타내는 Fig. 4는 선형작동함수를 가지며 선형결합으로 은닉층 뉴런의 가중합을 생성한다. RBF 망에 있는 은닉층 뉴런은 기저함수에 근접된 입력에만 응답하여 Fig. 5와 같이 지역적으로 응답하는 영역을 가진다. 이것은 전역 응답을 생성하는 시그모이드 작동함수를 가진 표준 다중 신경망과 상반되는 역할을 수행한다.

RBF 망은 전형적인 다중 FFN 보다 빠른 수렴 속도, 보다 적은 외삽법(extrapolation) 오차와 높은 신뢰성으로 인해 공학분야에서 점점 더 관심의 대상이 되고 있다.

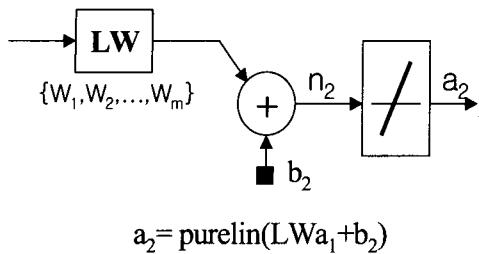


Fig. 4 Output of the output layer

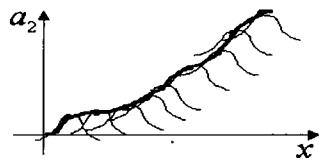


Fig. 5 Output of the RBF network as a local response

4.2 RBF 망 이용 차량절대속도 추정

모델의 훈련을 종료시키는 기준은 사전에 설정된 오차제곱합(SSE: Sum Squared Error) 이하로 모델의 성능이 나을 때까지, 또는 주어진 입력갯수 만큼 기저함수가 추가 될 때까지 2가지 기준 중 먼저 도달하는 기준에 따른다. 모델들을 비교하는데 있어서, 의미 있는 척도로서 모델의 추정 정확도를 평가하는 것이 필요하며, 회귀분석을 이용하여 회귀직선에 의해 종속변수가 설명되어지는 정도를 나타내는 결정계수(Coefficient of determination) R^2 를 사용한다. 종속변수의 값은 독립변수에 의해 결정되어지는 부분과 미지의 오차의 합으로 나타나며, 총 변동을 설명하는데 있어서 회귀직선에 의해 설명되는 변동이 기여하는 비율이 R^2 이다. R^2 는 0과 1사이의 값을 가지며, 그 값이 클수록 정확한 모델이라 할 수 있다. 또한 제안된 모델을 평가함에 있어서 평균제곱오차(MSE: Mean Squared Error)도 이용한다. 제안된 모델의 성능을 비교 평가하기 위해, R^2 와 MSE 척도를 사용하여 모델을 평가한 결과는 Table 2에 제시하였다. 또한 차량 절대속도 추정에 따른 RBF 망의 기저함수 갯수도 함께 제시하였다.

Table 2의 추정 결과 가장 좋은 추정 성능을 보인 Case 1에 대한 RBF 망을 Fig. 6에, 추정된 절대

Table 2 Estimation results of the absolute vehicle speed

| Case | SSE | Estimation results | | |
|------|-------|--------------------|--------|--------------------------|
| | | $R^2(\%)$ | MSE | Number of basis function |
| 1 | 500 | 94.87% | 0.8833 | 12 |
| 2 | 2,000 | 77.61% | 3.8522 | 6 |
| 3 | 2,000 | 76.34% | 4.0701 | 3 |
| 4 | 2,000 | 86.85% | 2.2619 | 4 |
| 5 | 2,000 | 76.44% | 4.0531 | 7 |
| 6 | 2,000 | 83.68% | 2.8074 | 11 |
| 7 | 2,000 | 76.30% | 4.0781 | 10 |

속도는 Fig. 7에 제시하였으며, Case 1에 대한 모델의 추정 상대오차는 Fig. 8에 제시하였다.

상대오차(Relative error)의 계산식은 아래와 같다.

$$\text{Relative error}(\%) = \frac{\text{Output} - \text{Target}}{\text{Target}} * 100 \quad (2)$$

여기서 타코메타로 측정된 속도를 Target으로 하고, RBF 망으로 추정된 속도를 Output로 하였다.

Case 1의 경우 기저함수를 12개 사용하여 차량 절대속도의 실측값을 94.87% 설명할 수 있는 모델의 성능을 보였다. 그러나, 록킹이 걸린 시점($t=6.7$ 초)부터 일정한 속도를 유지하므로 실측값과의 오차가 많이 발생되는 문제점을 갖고 있다. 본 시행착오법을 이용한 실험 결과, 3개의 입력 변량들 중에 앞 바퀴 각속도를 이용하는 경우가 가장 향상된 모델의 성능을 보였다. 이 결과는 기존의 차량 절대속도 추정 모델들이 사용한 결과와 동일하다. 따라서, 이 변량이 가장 중요한 변량인지를 통계적 관점에서 검증해보았다.

통계적 변량을 선택하는 방법에는 평균과 중앙값, 표본 평균/분산 비교, 표본 평균에 대한 모멘트, 표본 공분산/상관 행렬과 주성분 분석 방법 등이 있다. 처음 3가지 방법은 단일 차원에 대한 변량 선택 방법이며, 마지막 2개 방법이 다차원 성질에 적용된다. Table 1에서 알 수 있듯이 차량 절대속도를 추정하기 위한 입력 변량들은 단일 차원이 아니라 다차원이다. 따라서, 표본 공분산/상관 행렬이나 주성분 분석을 이용하여 통계적 변량을 선택할 수 있

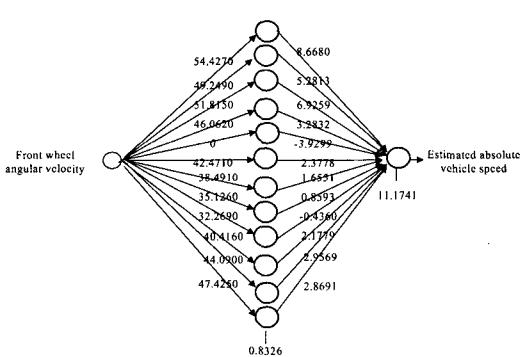


Fig. 6 RBF network model for the estimated absolute vehicle speed using the front wheel angular velocity

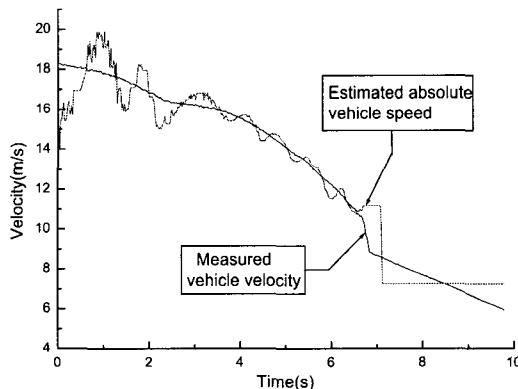


Fig. 7 Estimated absolute vehicle speed using the front wheel angular velocity

다. 표본 공분산/상관 행렬은 다른 차원을 가진 분포들의 관계를 찾을 때 유용하게 사용되며, 변량들 간의 강한 상관관계를 알기 위해 적용한다. 본 논문은 차량 절대속도에 영향을 미치는 주요한 변량들을 결정하는데 주성분 분석 방법을 적용하고자 한다. 주성분 분석은 고차원 백터들을 포함하고 있는 데이터 집합을 분석하는데 유용하게 사용될 수 있는 가장 단순한 다변량 방법 중의 하나이다. 어떤 개체를 설명하는데 p 종의 데이터가 있는 경우, 서로 강한 상관(중복된)이 있는 p 개의 변량 어떤 개체를 설명하는데 p 종의 데이터가 있는 경우, 서로 강한 상관(중복된)이 있는 p 개의 변량

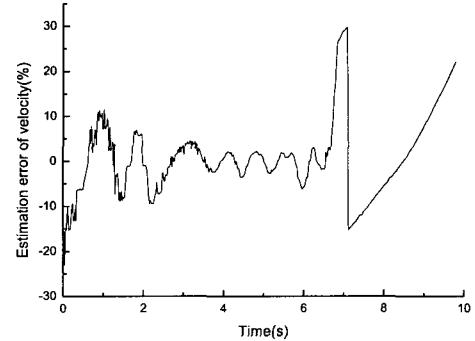


Fig. 8 Estimation error of the front wheel angular velocity

x_1, x_2, \dots, x_p 를 변환하여 상관이 없는 독립된 변량을 구하고, 이들을 x_1, x_2, \dots, x_p 순으로 변동의 설명력이 큰 것부터 선택하면, 최초 변동의 대부분이 설명되는 것으로 생각되는 것이며, 이 데이터로부터 추출한 새로운 변량을 주성분이라 한다⁸⁾.

MATLAB의 `prepca` 명령을 이용하여 0.02(2%) 이하의 변동을 설명하는 변량을 제거하여 보았다. 실험 결과 가속도 성분이 제거되었으며, 0.08(8%) 이하의 변동을 설명하는 변량을 제거시 가속도와 더불어 뒷 바퀴 각속도 성분이 제거되었다. 따라서, 주성분 분석 결과 RBF 망 이용 결과와 동일하게 앞바퀴 각속도가 가장 중요한 변량임이 검증되었으며, 앞 바퀴 각속도 만을 입력으로 이용하는 경우가 논리적으로 타당함을 밝혔다.

5. 개선된 RBF 망 모델을 이용한 차량 절대속도 추정

앞 바퀴 각속도를 이용하여 차량 절대속도를 추정하는 경우, Fig. 7과 같이 롤킹이 걸린 시점($t=6.7$ 초)부터 일정한 속도를 유지하므로 실측값과의 오차가 많이 발생되는 문제점을 갖고 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 본 장에서는 입력 변량을 다르게 취하는 방법을 고려하였다.

5.1 모델 성능 향상을 위한 입력 선택

모델의 성능을 향상시키기 위한 다른 입력 변량을 선택하기 위해, 주성분 분석 결과 총 변동의 2% 이하를 설명하는 가속도를 제외한 앞 바퀴와 뒷 바

퀴 각속도만을 고려하였다. 이 2개 변량을 이용하여 Fig. 9와 같이 구간 ①, ②를 결정하여 입력 변량을 선택하였다. 구간①은 약간의 제동을 가한 시점 ($t=4$ 초)이며, 구간②는 전륜에 롤킹이 시작된 시점 ($t=6.7$ 초)이다.

이들 시점을 이용하여 새로운 입력을 갖는 경우를 Table 3과 같이 고려하였다. Table 3은 각 Case에 대해 선택된 새로운 입력들을 Fig. 10에 나타내었다. Case 8과 9는 거의 동일한 값을 가진다. 그러나 Case 10은 차량의 절대속도와 거의 동일한 형태를 취함을 알 수 있다.

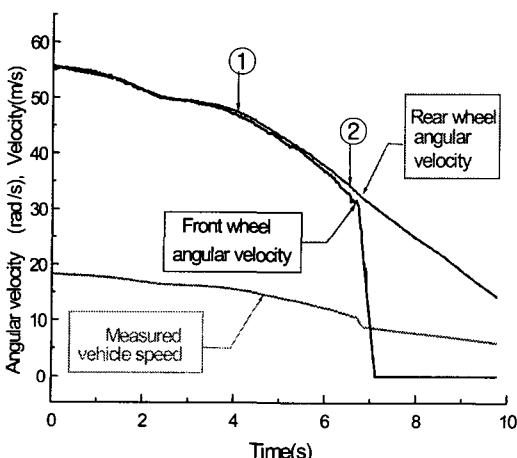


Fig. 9 Time division for the model input selection

Table 3 New input selection of the model

| Case | Input | | |
|------|--|---|-----------------------------|
| | Front wheel angular velocity(W_{fr}) | Rear wheel angular velocity(W_{re}) | $\frac{W_{fr} + W_{re}}{2}$ |
| 8 | 0 ~ 4 sec | 4 ~ 10 sec | - |
| 9 | 0 ~ 6.7 sec | 6.7 ~ 10sec | - |
| 10 | - | - | 0 ~ 10 sec |

5.2 선택된 입력을 이용한 차량절대속도 추정 RBF 망

Table 3의 3가지 입력들에 대해 RBF 망의 성능을 추정한 결과를 Table 4에 제시하였다. Table 4에

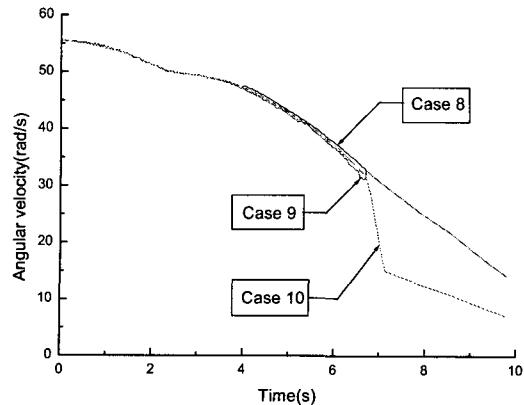


Fig. 10 New modified input model

Table 4 Estimation results

| Case | SSE | Estimation results | | |
|------|-------|--------------------|--------|--------------------------|
| | | R^2 (%) | MSE | Number of basis function |
| 8 | 2,000 | 76.99% | 3.9578 | 5 |
| 9 | 2,000 | 78.65% | 3.6737 | 6 |
| 10 | 100 | 99.18% | 0.1412 | 19 |

서 Case 10의 경우 차량의 절대속도에 거의 근사한 결과로 차량의 절대속도의 99.18%를 설명하였다.

Table 4의 추정 결과 가장 좋은 추정 성능을 보인 Case 10에 대한 RBF 망을 Fig. 11에 제시하였다. Case 1의 경우와 비교하기 위해 추정된 절대속도는 Fig. 12에, 모델의 추정 상대오차를 Fig. 13에 제시하였다.

본 실험 결과, 변경된 입력 변량(앞 바퀴 각속도와 뒷 바퀴 각속도의 평균을 취한 값)을 이용할 경우 모델의 차량의 절대속도에 거의 근사한 모델의 성능을 얻을 수 있음을 밝혔다. 롤킹이 걸린 시점 이후에 대해, 송철기 등⁶⁾의 퍼지로직 속도 재계산법을 이용한 모델의 경우 상대오차가 6% 이하를 보였으나 본 모델은 3.87%를 보여 기존 모델보다 급 제동에서 성능이 향상되었다. 본 연구 결과는 기존의 연구결과 보다 모델의 단순성으로 보다 상용화를 가능케 할 수 있는 장점을 갖고 있다.

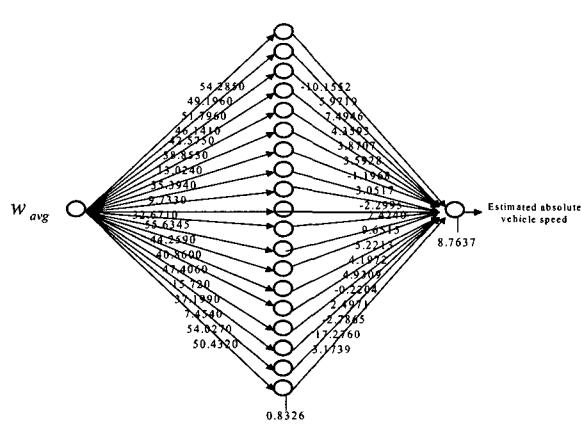


Fig. 11 RBF network model for the estimated absolute vehicle speed using the Case 10

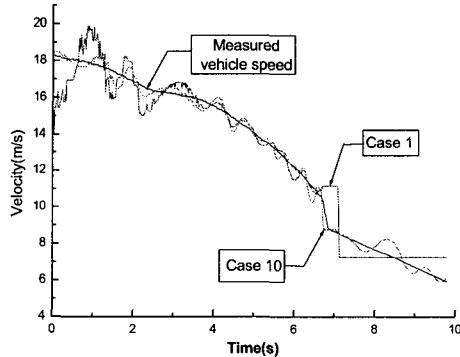


Fig. 12 Estimated absolute vehicle speed of the Case 1 and the Case 10

6. 결론

본 연구는 추돌경보장치와 추돌회피장치의 목적인 선행 차량과 최적의 안전거리를 유지하기 위해 제동장치를 최적으로 제어하기 위해 차량 절대속도를 정확하게 추정할 수 있는 신경망 모델을 제시하였다. 신경망 모델인 RBF 망을 이용해, 차량 절대속도를 추정할 수 있는 가능한 변량을 선택하는 방법을 연구하였다. 앞 바퀴 각속도, 뒷바퀴 각속도와 가속도 변량에 대해 시행착오법을 이용해 최적의 입력 변량으로 앞 바퀴 각속도를 얻었다. 시행착오법의 결과를 통계적 이론으로 검증하기 위해 주성분 분석을 수행한 결과 동일한 결과

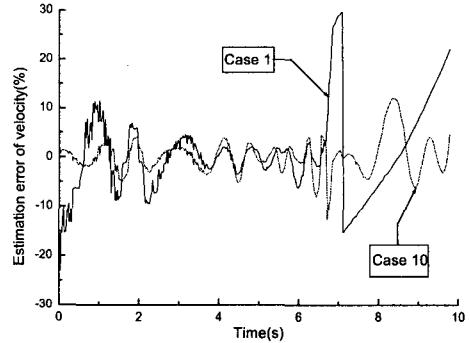


Fig. 13 The estimation error of the Case 1 and the Case

를 얻어 이론적으로 타당함을 밝혔다. 그러나 앞 바퀴 각속도 변량을 이용해 차량 절대속도를 추정할 경우 차량에 롤킹이 걸린 시점부터 일정한 속도를 유지하는데 반해 차량의 절대속도는 계속 감소하는 경향을 나타낸다. 따라서, 롤킹 발생 시점부터 정확한 차량 절대속도를 추정하지 못하는 단점이 있다. 이 문제점을 개선하기 위해 앞 바퀴 각속도와 뒷 바퀴 각속도 변량을 이용해 새로운 변량을 선택하는 방법을 제시하였다. 실험 결과 앞 바퀴 각속도와 뒷 바퀴 각속도를 평균한 각속도를 입력으로 이용할 경우 차량 절대속도를 완벽에 가깝도록 추정하는 결과를 얻었다.

본 연구결과 얻어진 새로운 입력 선택 방법을 이용하여 통계적 모델을 구현함으로써 보다 단순한 모델을 선택 가능할 수 있으며, 보다 상용화가 가능할 것이다. 따라서, 추후 이 분야에 대한 연구를 수행할 것이다.

후기

이 논문은 2002년도 두뇌한국21 사업과 한국과학재단 지정 항공기부품기술연구센터의 지원에 의하여 연구되었으며 이에 감사드린다.

참고문헌

1. A. Daiß and U. Kiencke, "Estimation of Vehicle Speed Fuzzy-Estimation in Comparison with Kalman-Filtering," Proceedings of the 4th IEEE

- Conference on Control Applications, pp. 281-284, 1995.
2. K. Kobayashi, K. Cheok, and K. Watanabe, "Estimation of Absolute Vehicle Speed using Fuzzy Logic Rule-Based Kalman Filter," Proceedings of American Control Conference, Seattle, Washington, pp. 3086-3090, 1995.
 3. W. Pasterkamp and H. Pacejka, "The Tyre as a Sensor to Estimate Friction," Proceedings of AVEC'96, International Symposium on Advanced Vehicle Control, pp. 839-853, 1996.
 4. U. Kiencke and A. Daiss, "Estimation of Tyre Friction for Enhanced ABS-Systems," Proceedings of AVEC'94, International Symposium on Advanced Vehicle Control, pp. 515-520, 1994.
 5. Y. Kyongsu, J. K. Hedrick, and S. C. Lee, "Estimation of Tire-Road Friction Coefficients Using Observer Based Identifiers," Vehicle System Dynamics, Vol. 31, pp. 233-261, 1999.
 6. 송철기, 황진권, J.K.Hendrick, "퍼지로직을 이용한 차량절대속도 추정," 한국 자동차공학회논문집, 제10권 제1호, pp. 281-284, 2002.
 7. S. Chen, C. F. N. Cowan, and P. M. Grant, "Orthogonal Least Square Learning for Radial Basis Function Networks," IEEE Trans. on Neural Networks, Vol. 2, No. 2, pp. 302-309, 1991.
 8. W. F. Massy, "Principle Component Regression in Exploratory Statistical Research," Journal of the American Statistical Association, Vol. 60, pp. 234-246, 1965.