

레이저 점 용접의 키홀 발생과 안정성에 대한 해석

고성훈* · 이재영** · 유중돈**

*현대중공업 산업기술 연구소

**한국과학기술원 기계공학과

Analysis of Keyhole Formation and Stability in Laser Spot Welding

Sung H. Ko*, Jae Y. Lee** and Choong D. Yoo**

*Industrial Research Inst., Hyundai Heavy Industries Co. Ulsan 682-060, Korea

**Dept. of Mechanical Engineering, KAIST, Daejeon 305-701, Korea

Abstract

The formation and stability of stationary laser weld keyholes were investigated using a numerical simulation. The effect of multiple reflections in the keyhole was estimated using the ray tracing method, and the free surface profile, flow velocity and temperature distribution were calculated numerically. In the simulation, the keyhole was formed by the displacement of the melt induced by evaporation recoil pressure, while surface tension and hydrostatic pressure opposed cavity formation. A transition mode having the geometry of the conduction mode with keyhole formation occurred between the conduction and keyhole modes. At laser powers of 500W and greater, the protrusion occurred on the keyhole wall, which resulted in keyhole collapse and void formation at the bottom. Initiation of the protrusion was caused mainly by collision of upward and downward flows due to the pressure components, and Marangoni flow had minor effects on the flow patterns and keyhole stability.

(Received November 22, 2001)

Key Words : Laser spot welding, Keyhole formation and stability, Multiple reflection, Recoil pressure, Protrusion

1. 서 론

레이저 용접은 높은 파워 밀도로 인하여 고속용접이 가능하고, 용접부의 잔류응력과 열변형이 작으며, 키홀(keyhole)이 발생하여 큰 용입 깊이를 얻을 수 있는 장점이 있다¹⁾. 키홀의 발생 및 거동은 레이저 용접의 품질에 직접적인 영향을 주게 되므로, 키홀 형성과정의 이해와 안정성에 관한 연구는 매우 중요하다.

키홀에 작용하는 힘으로는 용융 금속의 표면장력에 의한 압력과 정수압 및 금속의 증발 압력 등을 들 수 있는데, 이러한 힘들을 계산하기 위해서는 키홀 벽면의 형상 및 온도 분포 등을 알아야 한다. 따라서 키홀의 동적해석을 위해서는 레이저 에너지에 의한 키홀 벽면에서의 열입력 분포와, 이를 포함한 키홀 내부의 열유동 해석이 필요하다. 레이저 에너지는 다중 반사

(multiple reflection)와 플라즈마(plasma)에 의한 흡수 및 Fresnel 반사 등에 의해 키홀 내부로 전달된다²⁾. 이때 벽면에 흡수되는 에너지 분포는 키홀 내부의 깊이나 형상에 따라 크게 달라지며, 금속의 용융 및 증발에 영향을 미친다. 이처럼 키홀의 동적거동은 열유동과 증발 압력 등의 다양한 인자에 의해 영향을 받기 때문에, 이를 모두 고려하여 해석하는 것은 매우 복잡하다.

키홀에 관한 지금까지의 연구 결과들은 다음과 같다. Dowden³⁾ 등은 다중 반사에 의한 흡수율과 플라즈마에 의한 열전달을 고려하여 주어진 입력에 대한 정상상태(steady state)의 키홀 형상을 계산하였으며, Kaplan⁴⁾ 등은 키홀 벽면을 깊이방향으로 잘게 나누어진 각도를 가지는 미세 직선요소들의 조합으로 가정하고, 레이저의 입열량과 키홀에서 플라즈마 및 다중 반사에 의한 흡수율의 평형으로부터 각 깊이에서의 선분의 각도를 결정함으로써 키홀 벽면의 형상을 계산하였

다. 이러한 연구들은 키홀의 직경과 용입 깊이를 계산할 수는 있지만, 키홀 벽면의 정확한 형상을 예측하는 데는 무리가 있었다.

키홀 형상의 정확한 예측을 위해서 증발 압력을 고려한 해석이 시도되어졌다. Kroos⁵⁾, Klein⁶⁾ 등은 원통형 키홀에서 증발 압력과 정수압, 표면장력에 의한 압력으로부터 안정한 키홀의 직경과 해석적인 방법으로 키홀의 진동 현상을 계산하였다. Semak⁷⁾ 등은 용융부를 축대칭 비압축성의 얇은 층으로 가정하고 증발압력과 열 해석을 통해 키홀의 형상을 계산하였다. 최근에는 Ki⁸⁾ 등이 level set 방법을 이용하여 키홀의 자유 표면 형상을 수치적으로 계산하고 다중 반사의 영향을 해석한 예도 있다.

이와 같은 기존의 연구결과로부터, 다중 반사에 의한 흡수율과 증발 압력이 키홀의 발생에 큰 영향을 주는 사실을 확인할 수 있지만, 키홀 내부의 유동이 키홀의 안정성에 미치는 영향이나 기공이 발생하는 원인에 대한 연구는 미흡하였다. 따라서 본 연구에서는 키홀 내부 유동까지 고려하여 레이저 점 용접에서 발생하는 키홀의 형성 과정을 수치적으로 계산하고, 키홀이 불안정한 상태로 붕괴되는 원인을 규명하고자 한다.

2. 키홀 동적해석 모델링

키홀 유동을 동적으로 해석하기 위하여 먼저 다중반사와 흡수율의 계산을 통해 표면에서의 입열량 분포를 계산하고 열해석을 수행하였다. 키홀 표면에서의 증발 압력을 경계조건으로 입력하고, 열해석을 포함한 키홀 내부의 용융 금속의 유동해석을 수행하였다.

키홀 내부로 입사된 레이저 빔은 Fig. 1에 보인 바와 같이 키홀의 벽면에 다중 반사되어, 흡수율이 증가하는 효과를 얻는다. 키홀의 용융된 금속 벽면은 경면(mirror surface)과 유사하므로 입사각은 반사각과 동

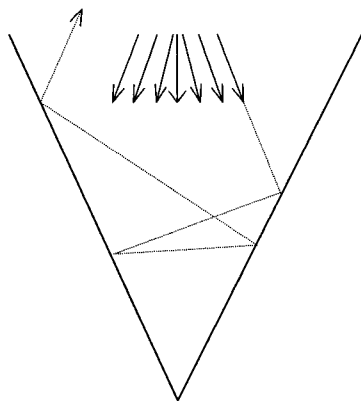


Fig. 1 Schematics of multiple reflection on conical cavity

일하다고 가정하면, 레이저 빔이 키홀 벽면에서 반사되는 경로는 ray tracing 방법을 이용하여 계산할 수 있다^{9,10)}. 본 연구에서는 레이저 빔의 경로를 추적하여 다중 반사에 의해 레이저 빔이 키홀 표면에 입사하는 위치와 키홀 표면의 각 위치에서 다중 반사에 의해 누적된 입열량을 계산하였다. 레이저 빔은 키홀 벽면 뿐만 아니라 키홀 내부에 존재하는 금속 증기(metal vapor)와 플라즈마에 흡수된다. 일반적으로 CO₂ 레이저의 경우에는 용접조건에 따라 레이저 에너지의 일부가 플라즈마에 의해 흡수되지만¹¹⁾, 본 연구에서는 키홀 내부의 금속 증기와 플라즈마에 의한 흡수를 고려하지 않았다. 레이저 빔이 벽면에 입사하는 경우에 대한 흡수율은 Fresnel 반사율을 통하여 계산하였으며, 키홀 벽면에서의 흡수율은 다음과 같다¹²⁾.

$$\alpha_{\theta} = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{1 + (1 - \epsilon \cos \theta)^2}{1 + (1 + \epsilon \cos \theta)^2} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon^2 - 2\epsilon \cos \theta + 2 \cos^2 \theta}{\epsilon^2 + 2\epsilon \cos \theta + 2 \cos^2 \theta} \right) \quad (1)$$

이때 θ 는 키홀 벽면에서의 입사각이며, ϵ 은 유전상수(dielectric constant), 전기전도도(electric conductivity), 레이저의 주파수(angular frequency of CO₂ laser) 등과 관련된 상수이다. 이처럼 에너지의 입열량 분포가 주어지면 용접부의 온도 분포는 다음의 에너지 식을 이용하여 계산할 수 있다.

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \bar{v} \cdot \nabla T \right) = k \nabla^2 T \quad (2)$$

이때 ρ 는 밀도, T 는 온도, C_p 는 비열, k 는 열전도 계수이다.

용융 금속의 증발 압력은 측정하기 곤란하므로 이론적으로 계산한 값을 일반적으로 사용하며, 본 연구에서는 Clapeyron-Clausius의 식으로부터 유도된 아래의 증발 압력 식을 사용하였다¹³⁾.

$$P_r \cong 0.54 P_0 \exp \left(\Delta H_v \frac{T_s - T_v}{R T_s T_v} \right) \quad (3)$$

이때, P_0 는 대기압, ΔH_v 는 금속의 증발 잠열(latent heat of vaporization), R 은 기체상수(universal gas constant), T_s , T_v 는 각각 키홀 벽면의 온도 및 금속의 증발 온도를 나타낸다. 에너지 식

(2)를 통해 계산된 표면 온도를 이용하여 식 (3)으로 부터 증발 압력을 구할 수 있으며, 계산된 증발 압력은 키홀 표면에 경계조건으로 입력된다 용융금속의 유동해석은 VOF (Volume of Fluid) 방법을 이용하였다. 수치해석의 용이함을 위해 키홀 형상은 축대칭으로, 용융 금속은 비압축성 유체로 가정하였으며, 용융시 재료합금원소의 비중차이에 의한 유동의 영향은 고려하지 않았다. 또한 계산에 사용된 물성치와 상수값은 일정하다고 가정하였고, 그 값들은 Table 1에 나타내었다. VOF 방법은 연속방정식, 모멘텀 방정식 및 격자 셀의 부피 분율 (Volume fraction of grid cell)을 나타내는 함수 F에 관한 부피 분율 방정식 등 다음의 3개의 지배방정식으로 이루어져 있다¹⁴⁾.

$$\nabla \cdot \bar{v} = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + (\bar{v} \cdot \nabla) \bar{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \bar{v} + \beta \bar{g} \Delta T \tag{5}$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} + (\bar{v} \cdot \nabla) F = 0 \tag{6}$$

이때 \bar{v} 는 속도 벡터, P는 압력, ν 점성계수, β 는 열팽창 계수, \bar{g} 는 중력가속도를 나타낸다. 위 방정식들을 통해 각 셀들의 부피 분율 값을 계산하면 매 시간에서의 형상을 계산할 수 있으며, 부피 분율 값의 변화량을 통해 속도장을 계산할 수 있다. 세부적인 계산 방법은 기존의 GTA 용접에 관한 연구 방법¹⁵⁾과 동일하므로 본 논문에서는 생략하였다.

앞에서 언급된 모델링을 포함하여 수치 계산 과정을 요약하면 다음과 같다.

- (i) Ray tracing 방법을 이용하여 다중반사를 고려한 키홀 벽면의 입열량을 계산한다.
- (ii) 입열량 분포와 에너지 식 (2)를 이용하여 키홀 내

부의 온도 분포를 계산한다.

- (iii) 계산된 키홀 표면의 온도와 식 (3)을 이용하여 증발 압력을 계산한다.
- (iv) 키홀 표면에서의 증발 압력을 경계조건으로 하고 계산된 온도분포 값과 VOF 방법을 통해 열유동 해석을 하여 자유표면의 형상 및 유속을 계산한다.
- (v) 미소 시간을 증가시키고 위의 과정을 반복한다.

3. 결과 및 고찰

레이저 빔의 ray들은 집속렌즈에 의해 converge-diverge 하면서 키홀 벽면에 입사한다. 본 연구에서는 보다 정확한 계산을 위해 Fig.1에서 나타난 바와 같이 ray의 divergence까지 고려하여 ray tracing을 수행하였다. 이때 각 ray가 가지는 에너지는 중심에서의 거리에 따라 Gaussian 형태로 가정하였다. 키홀 벽면에서의 다중반사 효과를 알아보기 위해서 각도 30°인 원추형의 키홀 형상에 대해서 표면에서 흡수되는 입열량을 계산하여 Fig. 2에 나타내었다. 계산에 사용된 레이저는 빔의 유효 직경이 1.9mm, 출력은 100W, 집속 렌즈의 초점 거리는 100mm, 집속 크기 (spot radius)는 0.3mm 이다. Fig. 2에서 나타난 바와 같이 Fresnel 반사에 의해 키홀 표면에서 흡수되는 파워 밀도는 다중 반사로 인하여 0.6mm 이상의 키홀 깊이에서 급격히 증가하게 된다. 따라서 키홀 중심부분에 열이 집중되고 큰 증발 압력을 유발하여, 다중반사가 키홀 형성의 중요 인자임을 예측할 수 있다.

집 용접시에 발생하는 키홀의 거동을 알아보기 위해, 출력값이 200W, 500W 및 2000W인 연속 레이저를 연강 표면에 조사했을 경우에 대해 해석하였다. 이때 계산에 사용된 조건은 Fig. 2에서의 조건과 동일하며, 온도에 따른 표면장력의 변화에 의해 발생하는 Marangoni 유동은 고려하지 않았다 (즉, $\partial\gamma/\partial T = 0$ dyne/cmK).

Table 1 Material properties of mild steel and constants for calculation

Mass density, ρ	7860 kg/m ³
Kinematic viscosity, ν	5.610-7 m ² /s
Surface tension coefficient, γ	1.2 N/m
Surface tension gradient, $d\gamma/dT$	0 or -0.2 dyne/cmK
Thermal conductivity, κ	30 W/mK
Specific heat, C_p	795 J/kgK
Latent heat of vaporization, ΔH_{LV}	6084 kJ/kg
Evaporating temperature, T_{LV}	3130 K

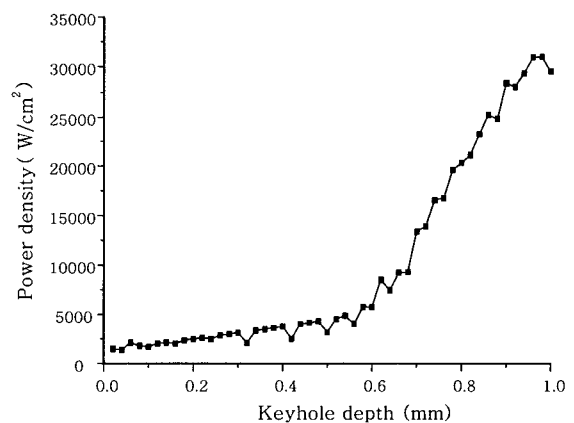


Fig. 2 Absorbed power density on conical cavity using Fresnel reflection

레이저의 출력이 200W인 경우는 평균 파워 밀도가 $1.8 \times 10^5 \text{ W/cm}^2$ 이며, 이때의 용융부의 형상과 유동을 계산한 결과를 Fig. 3에 나타내었다. 용융부의 형상은 용입 깊이가 작고 폭이 넓은 완만한 형상을 이루며, GTA 용접과 유사한 형태를 갖는다¹⁵⁾. 증발 압력에 의해 용융부의 자유표면 중앙이 약간 몰입되지만 레이저 빔의 파워 밀도가 작기 때문에 키홀은 형성되지 않고, 다중반사도 발생하지 않는다. 또한 유속이 작기 때문에 유동이 용융부 형상에 미치는 영향도 작다. 이처럼 평균 파워 밀도가 작은 경우 키홀은 발생하지 않으며, 레이저 에너지는 열전도 모드(conduction mode)로 전달된다.

레이저의 출력을 500W로 증가시켜 계산한 용융부의 형상과 온도 분포를 Fig. 4와 Fig. 5에 각각 나타내었다. 이때의 평균 파워 밀도는 $1.8 \times 10^5 \text{ W/cm}^2$ 이며, 폭의 약 두 배 깊이의 키홀이 형성되었으나, 형성된 키

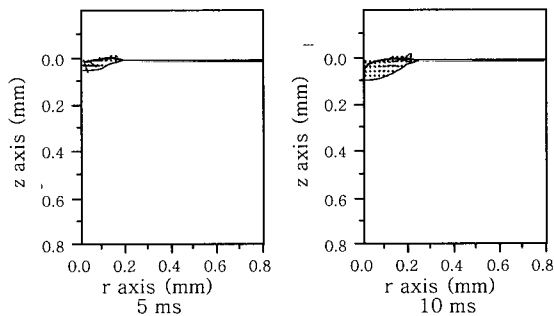


Fig. 3 Surface profile and flow pattern for 200W laser input

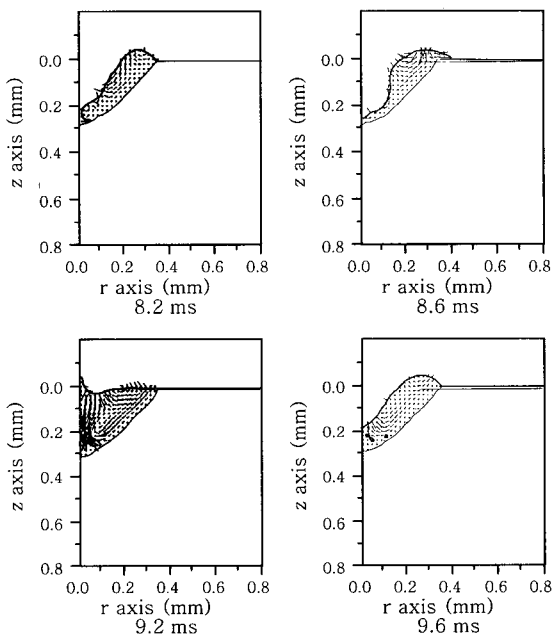


Fig. 4 Surface profile and flow pattern for 500W laser input

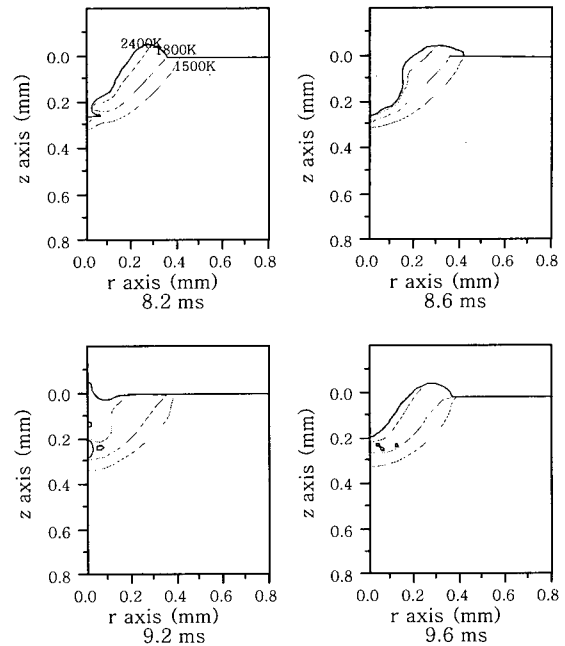


Fig. 5 Temperature distribution for 500W laser input

홀은 유지되지 못하고 붕괴되며, 키홀의 생성과 붕괴가 불규칙적으로 반복되었다. 8.2ms의 형상은 증발 압력에 의해 키홀이 형성되는 초기 형상으로서 중심부에서는 입구로 향하는 위 방향 유동이 발생한다. 하지만 키홀 입구부분의 용융금속은 볼록한 형상으로 표면장력에 의한 압력을 발생시켜, 용융금속이 키홀 밖으로 배출되는 것을 막는다. 그러나 중심부의 강한 증발압력은 용융금속을 키홀의 입구 부분으로 밀어내어 8.6ms에서는 더욱 볼록한 형상을 갖게 된다. 따라서 표면장력과 용융금속의 정수압은 더욱 커지게 되어 키홀이 불안해진다. 또한 키홀 돌출부의 윗면에 조사되는 레이저 입열 에너지에 의한 증발 압력 때문에 용융금속은 아래 방향으로 이동하여 9.2ms에서 키홀이 붕괴되고 기공이 발생하였다. 붕괴된 키홀은 증발 압력에 의해 9.6ms에서 다시 형성되며, 이와 같은 키홀의 생성과 붕괴는 불규칙적으로 반복되고 용융부는 진동한다. 이처럼 키홀 내부의 용융금속의 유동이 키홀의 안정성에 크게 영향을 줄 수 있다. 출력 500W, 평균 파워 밀도가 $1.8 \times 10^5 \text{ W/cm}^2$ 인 경우에는 키홀이 형성되지만, 용융부의 형상은 열전도 모드와 유사하다. 그러므로 키홀이 발생하지만 열전도 모드의 용융부를 갖는 천이 모드(transition mode)가 열전도 모드와 키홀 모드 사이에 존재함을 알 수 있다.

레이저의 출력을 2kW로 증가시켰을 경우 평균 파워 밀도는 $7.1 \times 10^5 \text{ W/cm}^2$ 이며, 이때의 용융부의 형상과 온도 분포를 Fig. 6과 Fig. 7에 각각 나타내었다. 높은 파워 밀도로 인하여 깊은 키홀이 발생하였으며,

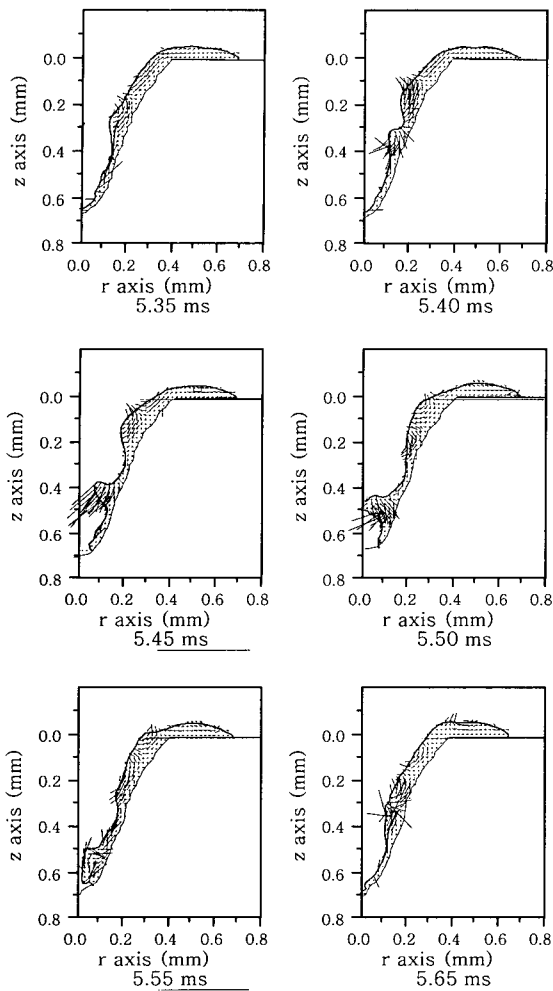


Fig. 6 Surface profile and flow pattern for 2kW laser input

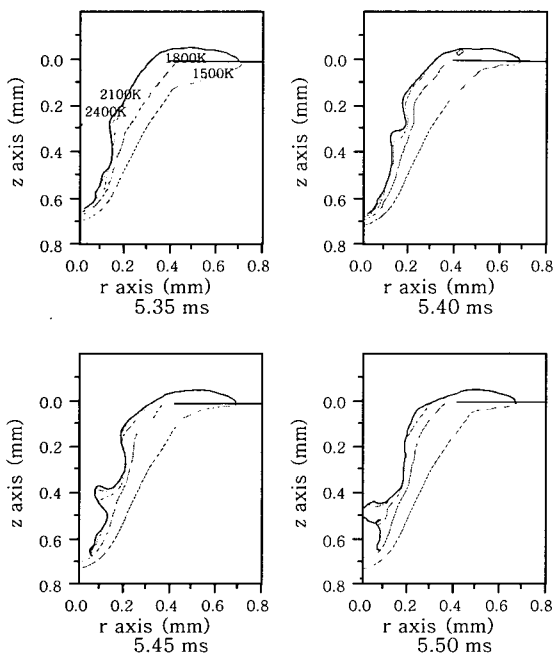


Fig. 7 Temperature distribution for 2kW laser input

다중 반사에 의해 키홀 중심부의 온도가 매우 높아진다. 키홀 내부의 유동은 500W의 결과와 유사하게 키홀의 생성과 붕괴가 불규칙적으로 반복되었다. 높은 증발 압력에 의해 키홀 벽면의 용융부 두께는 5.35ms의 형상에서 보듯 매우 얇으며, 위쪽으로 향하는 빠른 유동이 발생하였다. 배출된 용융 금속은 키홀 입구에서 볼록한 형상으로 되며, 표면장력에 의한 압력으로 인해 아래 방향으로 유동을 발생시키는데, 서로 반대 방향의 두 유동은 키홀 벽면에서 충돌하며 5.4ms에서 돌출부가 생성되었다. 돌출부 윗면에 조사되는 레이저 빔에 의해 높은 증발 압력이 발생하여 돌출부는 키홀 아래로 밀려 내려가게 되며, 결국 6.0ms에서 키홀이 붕괴되고 기공이 발생하였다. 이와 같은 돌출부에 의한 키홀의 붕괴 현상은 고속 X-ray 촬영에 의해 실험적으로 구한 레이저 점 용접의 키홀 영상에서도 관찰되었으며¹⁶⁾ 기존 연구들의 결과와도 부합된다^{17,18)}. 레이저 출력을 증가시켜도 키홀 내부의 용융 금속을 완전하게 배출시키지 못하게 되는데, 이는 키홀 벽면에 발생하는 높은 전단력(viscous shear stress) 때문인 것으로 생각된다. 키홀 표면의 속도는 증발 압력에 의해 매우 크지만, 용융부의 두께가 매우 작기 때문에 큰 전단력이 발생하고 이 전단력은 용융 금속의 운동량을 감소시킨다. 돌출부는 레이저 빔의 경로를 차단하기 때문에 Fig. 7에 나타난 바와 같이 돌출부 아래 부분의 온도는 감소한다.

돌출부가 키홀 표면에 흡수되는 입열 분포에 미치는 영향을 알아보기 위해, 돌출부가 생성된 직후 키홀 벽면에서의 흡수된 파워 밀도를 계산하여 Fig. 8에 나타내었다. 5.4ms에서의 파워 밀도 분포를 보면 돌출부가 발생한 0.3mm 부근에서 피크를 이루게 되는데, 이는 Fig. 2의 돌출부가 없는 키홀의 파워밀도 분포와 큰 차이를 보인다. 이것은 돌출부가 레이저 빔의 경로를 차단하기 때문이며, 돌출부가 커진 5.45ms에서는 피크 값이 더욱 크게 증가한다. 따라서 돌출부의 발생은 키

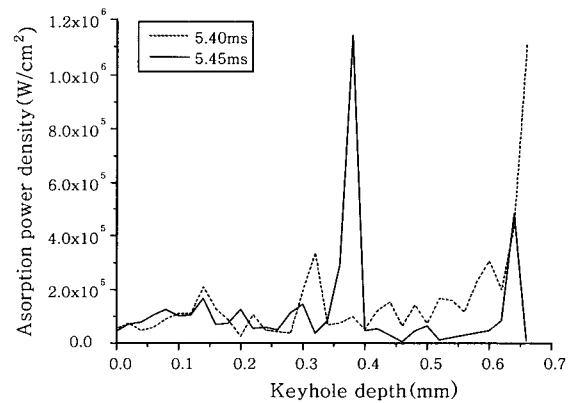


Fig. 8 Effects of protrusion on absorbed power densities for 2kW laser input

홀의 불안정의 주요 원인이 된다.

레이저 출력이 2kW인 조건에서 Marangoni 유동의 영향을 고려한 계산 결과를 Fig. 9에 나타내었으며, 계산에 사용된 온도에 대한 표면장력의 변화율은 -0.2 dyne/cmK 이다. 키홀 중심부에서 높은 증발 압력에 의해 유동이 매우 빠르기 때문에 Marangoni 유동은 큰 영향을 미치지 못한다. 따라서 Marangoni 유동을 고려하지 않은 Fig. 7의 결과와 유사하게 키홀 벽면에서 돌출부가 발생하며, 돌출부에 의해 키홀이 붕괴되고 기공이 발생한다. 이처럼 키홀 모드에서 Marangoni 유동은 키홀의 거동에 큰 영향을 주지 못한다.

계산 결과로부터 키홀은 항상 불안정하며, 이는 증발 압력이 키홀 중심부의 용융 금속을 외부로 완전히 배출시키지 못하기 때문이다. 용융 금속의 배출을 방해하는 요소로서는 키홀 입구에서 발생하는 표면장력에 의한 압력과 정수압 및 키홀 벽면에서 발생하는 전단력을 들 수 있다. 키홀 붕괴의 직접적인 원인은 키홀 벽면에 발생하는 돌출부이다. 내부 유동에 의해 돌출부가 형성되

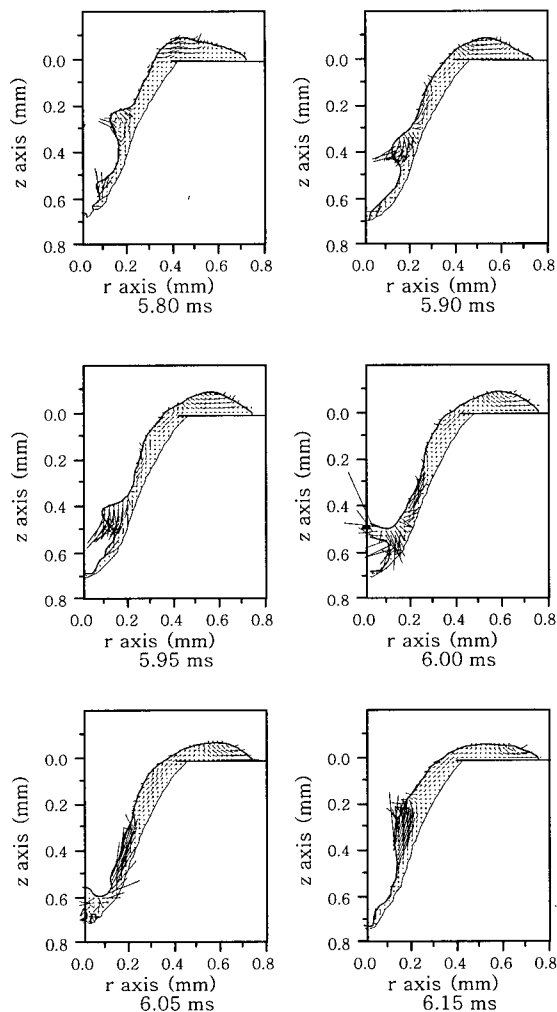


Fig. 9 Effect of Marangoni flow for 2kW laser input with $\partial\gamma/\partial T = -0.2 \text{ dyne/cmK}$

면 돌출부 윗면에 레이저가 조사되고 증발 압력이 증가하므로 돌출부는 키홀의 중심부로 이동하여 키홀이 붕괴된다.

4. 결 론

본 연구를 통하여 키홀의 거동을 수치적으로 계산하였으며, 해석 결과를 요약하면 다음과 같다.

1) 입력되는 파워 밀도에 따라 열전도 모드와 키홀 모드가 발생하며, 키홀이 형성되지만 열전도 모드의 용융부를 갖는 천이 모드(transition mode)가 두 모드 사이에서 존재함을 확인하였다.

2) 키홀은 증발 압력에 의해 형성되며, 키홀의 깊이와 용융부의 크기가 증가함에 따라 정수압과 표면장력에 의한 압력이 증가한다. 이와 같은 압력과 전단력으로 인하여 키홀 내부의 용융 금속은 외부로 완전히 배출되지 못한다.

3) 증발압력에 의한 키홀 중심에서 키홀 입구로의 유동과 표면장력과 정수압에 의한 입구에서 중심으로의 유동이 만나게 되면 키홀 벽면에서 돌출부가 발생하고, 다중 반사에 의한 레이저 에너지가 돌출부에 집중된다. 돌출부는 키홀의 붕괴와 기공 형성의 직접적인 원인으로 판단된다.

4) 키홀은 용융부의 유동에 의하여 불안정하며 불규칙적으로 진동을 한다.

5) 높은 증발 압력에 의해 키홀 내부에서 빠른 유동이 발생하기 때문에 Marangoni 유동은 키홀의 거동에 큰 영향을 미치지 못한다.

후 기

본 연구는 한국과학재단의 국제공동연구과제 (996-1000-002-2)의 지원을 받아 수행하였으며, 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. 용접·접합 편람: 대한용접학회, 1998 (in Korean)
2. W.W. Duley: Laser welding, Wiley Interscience, 1999
3. J. Dowden, P. Kapadia and N. Postacioglu: An analysis of the laser-plasma interaction in laser keyhole welding, J. Phys. D: Appl. Phys., **22** (1989), 741-749
4. A. Kaplan: A model of deep penetration laser welding based on calculation of the keyhole profile, J. Phys. D: Appl. Phys., **27** (1994), 1805-1814
5. J. Kroos, U. Gratzke and G. Simon: Towards a self-consistent model of the keyhole in penetration

- laser beam welding, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **26** (1993), 474-480
6. T. Klein, M. Vicaneek, J. Kroos, I. Decker and G. Simon: Oscillations of the keyhole in penetration laser beam welding, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **27** (1994), 2023-2030
 7. V. Semak and A. Matsunawa: The role of recoil pressure in energy balance during laser materials processing, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **30**(1997), 2541-2552
 8. H. Ki, P.S. Mohanty and J. Mazumder: Modeling of high-density laser-material interaction using fast level set method, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **34** (2001), 364-372
 9. J.O. Milewski and M.B. Barbe: Modeling and analysis of laser melting within a narrow groove welding, *Welding J.*, **78**(1999), 109-115s
 10. P. Solana and J.L. Ocaña: A mathematical model for penetration laser welding as a free-boundary problem, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **30**(1997), 1300-1314
 11. U. Dilthey: Kinetic description of keyhole plasma in laser welding, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **33** (2000), 2747-2753
 12. P. Solana and G. Negro: A study of the effect of multiple reflections on the shape of the keyhole in the laser processing of materials, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **30**(1997), 3216-3222
 13. M. von Allmen and M. Blatter: *Laser-beam interactions with materials*, Springer, 1995
 14. C. W. Hirt and B. D. Nichols: Volume of fluid method for the dynamics of free boundaries, *J. of Computational Phys.*, **39**(1981), 201-225
 15. S.H. Ko, S.K. Choi and C.D. Yoo: Effects of surface depression on pool convection and oscillation in GTAW, *J. of KWS*, **17-6** (1999), 70-77 (in Korean)
 16. M. Cho and D. Farson: Laser weld keyhole dynamics, *Proc. ICALEO '01*, 2001
 17. M. Pastor, H. Zhao and T. Debroy: Pore formation during continuous wave Nd:YAG laser welding of aluminium for automotive applications, *Welding Int.*, **15** (2001), 275-281.
 18. D.A. Schauer and W.H. Giedt: Prediction of electron beam welding spiking tendency, *Welding J.*, **57** (1978), 190-195s.