

# 슬라이딩모드 제어 기법을 이용한 구조-제어 시스템의 통합 최적 설계

박중현\*

## Combined Optimal Design of Structure-Control Systems by Sliding Mode Control

Jung-Hyen Park\*

### ABSTRACT

To achieve the lightweight and robust design of a structure, it is requested to design a structure and its control system simultaneously, which is called as the combined optimal design. A constant-cross-sectional area cantilever beam was chosen as an example for the applying the optimum design method. An initial load and a time varying disturbance were applied at the free end of the beam. Sliding mode control was selected due to its insensitiveness to the disturbance compared with other modes. It is known that the sliding mode control is robust to the disturbance and the uncertainty only if a matching condition is met, after giving a switching hyper plane. In this study, the optimum method was used for the design of the switching hyper plane and the objective function of the optimum switching hyper plane was assumed to be the objective one of the control system. The total weight of the structure was treated as a constraint and the cross sectional areas of the beam were considered as design variables, which means a nonlinear programming problem. The sequential linear programming method was applied to solve it. As a result of the optimum design, the effect of attenuating vibrations has been improved obviously. Moreover, lightweight design of the structure became possible from the relationship of the weight of the structure and the control objective function.

**Key Words** : Combined optimal design (통합최적설계), Sliding mode control (슬라이딩모드제어), Switching hyper plane (스위칭 평면), Cantilever beam (외팔보), Sequential linear programming (순차선형계획법)

### 1. 서론

경량화가 요구되는 유연구조물을 설계함에 있어서, 구조시스템과 제어시스템은 서로 다른 한쪽 시스템의 동특성에 영향을 주기 때문에, 구조-제어 시스템을 상호 고려하여 설계할 필요가 있다. 그렇게 설계되어진 구조물은 제어시스템을 고려한

구조물로서, 보다 좋은 동특성을 지닌 구조물로 설계될 가능성이 높다<sup>[1][3]</sup>. 이와 관련하여 시스템의 입력공간에 외란과 불확실성을 완전히 제거하는 것이 가능한 슬라이딩 모드 제어이론이 최근에 주목 받고 있다. 슬라이딩 모드 제어는, 상태공간에 설정한 스위칭 평면의 양측에서 스위칭 조작입력을 사용하여, 대상시스템의 상태궤적을 스위칭

\* 2001년 6월 21일 접수  
신라대학교 자동차기계공학과

평면에 구속하여 스위칭 평면상에서 슬라이딩 모드를 발생시킴으로써 상태를 평형점으로 움직여 시스템을 안정시키는 제어방법이다<sup>[4][8]</sup>.

본 논문에서는, 빔 구조물을 설계대상으로 하여 초기외력과 연속적인 외란에 의한 진동을 억제하기 위하여 슬라이딩 모드 제어를 적용한 구조물의 최적설계법을 제시하였다. 먼저, 설계 대상인 외팔보를 유한 요소법을 이용하여 모델링하여, 모드변환에 의해 저차원화시킨 구조물을 제어대상으로 하였다. 슬라이딩 모드 제어 시스템의 설계에 있어서는, 최종 슬라이딩 모드 제어법을 이용하여 경계층을 설정함으로써 채터링을 방지할 수 있는 제어 값을 설계하였고, 상태의 2 차형식 평가함수를 이용하여 상태변동을 최소화 하는 최적 스위칭 평면을 설계하였다. 그리고, 제어 시스템의 평가함수인 상태의 2 차형식 평가함수를 최적설계문제의 평가함수로, 빔 단면적을 설계변수로 하여, 구조중량에 상한값을 지정하여 제어 시스템의 평가함수를 최소화하는 비선형 계획문제인 통합최적설계문제를 다루었다.

## 2. 시스템 모델링

$n$  자유도의 구조시스템의 운동방정식은 다음과 같이 표현한다.

$$M\ddot{q} + D\dot{q} + Kq = L(w + u) \quad (1)$$

여기서,  $M \in R^{n \times n}$ ,  $D \in R^{n \times n}$ ,  $K \in R^{n \times n}$  은 질량, 감쇠, 강성행렬이며,  $q \in R^n$ ,  $w \in R^m$ ,  $u \in R^m$  은 변위, 외란입력, 제어입력 벡터이다.  $L$  은 외란입력과 제어입력의 배치행렬을 나타내며, 외란입력과 제어입력의 배치행렬이 같다는 것을 매칭(matching)조건을 만족한다고 하는데, 본 연구에서는 매칭조건을 만족한다고 가정하였다.  $M, K$  는 유한 요소법에 의해 작성되어, 구조감쇠특성은 Rayleigh Damping 으로 가정하였다.

다음으로, 모드좌표변환을 이용하여 저차원 시스템을 작성하는데, 다음과 같이 변위벡터  $q$  를 모드좌표벡터  $\xi$  로 변환하였다.

$$q = \Phi \xi \quad (2)$$

여기서  $\Phi \in R^{n \times r}$  은 시스템의 고유모드행렬이고,  $r$  은 채용모드수이다. 다음과 같은 상태변수를 정의하여,

$$x = \begin{bmatrix} \xi \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} \quad (3)$$

(1)식을 아래와 같은 상태방정식으로 변환하였다.

$$\dot{x} = Ax + B(w + u) \quad (4)$$

여기서,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\Omega^2 & -\Lambda \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \Phi^T L \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\Omega^2 = \Phi^T K \Phi = \text{diag}(\Omega_1^2, \Omega_2^2, \dots, \Omega_r^2) \quad (6)$$

$$\Lambda = \Phi^T D \Phi$$

이다. 또한,  $\Phi^T M \Phi = I$  가 성립되도록  $\Phi$  를 정규화시켜 놓는다.

## 3. 슬라이딩 모드 제어

(4)식의 슬라이딩 평면을 다음과 같이 설정한다<sup>[8]</sup>.

$$\sigma = Sx \quad (7)$$

또한, 아래와 같이 가정한다.

$$(A, B): \text{가제어}, \quad \text{rank} B = m$$

$$\det(SB) \neq 0, \quad \text{rank} S = m$$

$$B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}, \quad \det B_2 \neq 0$$

슬라이딩 모드가 발생할 때,

$$\sigma = 0, \dot{\sigma} = S\dot{x} = SAx(t) + SBu(t) = 0 \quad (8)$$

로부터, 선형 등가 제어입력은 다음과 같이 주어진다.

$$u_{eq} = -(SB)^{-1} SAx \quad (9)$$

최종 슬라이딩 모드 제어법을 이용하여, 다음과 같이 제어입력을 가정할 수 있다.

$$u = u_1 + u_{nl} = -k_l x - k_{nl} \frac{\sigma}{\|\sigma\|} \quad (10)$$

여기서, 제어입력은 선형 피드백 제어항  $u_1$  과 비선형 제어항  $u_{nl}$  의 독립적항으로 구성되어 있다고 생각한다.  $k_{nl}$  은 설계에 의해 구해지는 스칼라함수 이다. 상태궤적이  $\sigma_i = 0$  영역 이외에 존재 할 경우,  $k_{nl}$  은 스위칭 평면으로의 수축속도를 조정하는 역할을 담당한다. Lyapunov 함수로부터,  $u_1$

은 다음과 같이 정의된다.

$$u_l = u_{eq} = -(SB)^{-1}SAx \quad (11)$$

채터링의 억제를 위해 제어값을 다음과 같이 설계한다.

$$u = \begin{cases} u_l - k_{nl} \frac{\sigma}{\|\sigma\|} & \sigma > \delta \\ u_l - k_{nl} \frac{\sigma}{\delta} & -\delta < \sigma < \delta \end{cases} \quad (12)$$

$\delta$  는 불연속 입력을 연속함수로 근사 시키기 위해 설정된 평면주위의 경계막 두께이다.

저차원화를 위해 canonical 시스템 변환 행렬

$$T = \begin{bmatrix} I_{n-m} & -B_1B_2^{-1} \\ 0 & I_m \end{bmatrix} \quad \det T \neq 0 \quad (13)$$

을 이용하여 다음과 같은 canonical 시스템을 얻을 수 있다.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \sigma \end{cases} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \\ \bar{S} & I_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix} u \quad (14)$$

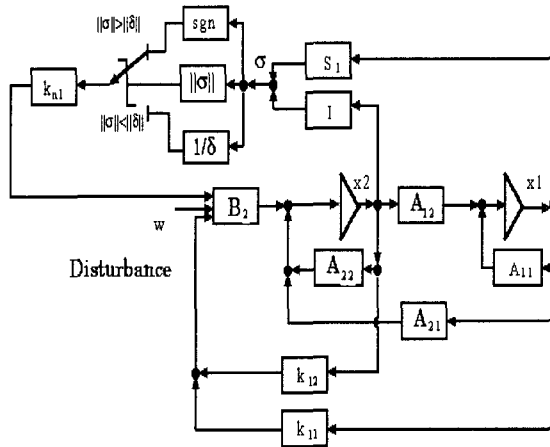


Fig. 1 Block diagram of sliding mode control system

여기서,  $ST^{-1} = \begin{bmatrix} \bar{S} & I_m \end{bmatrix}$ 이며  $\sigma = 0$ 로부터  $x_2 = -\bar{S}x_1$ 가 성립하여,  $x_2$ 가  $x_1$ 의 sub 시스템으로의 입력이 된다. 다시 말하면, (14)식은 다음과 같이 저차원화된다.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = (A_{11} - A_{12}\bar{S})x_1 \\ \sigma = 0 \end{cases} \quad (15)$$

( $A, B$ )가 가제어임으로 ( $A_{11}, A_{12}$ ) 또한 가제어이다. 이때  $\sigma = 0$  내의 슬라이딩 모드의 동특성은 행렬  $S$ 에 의해 정해진다.

(14)식의 시스템에 대해, 슬라이딩 모드로 되어 지고 나서의 상태변동을 최소화 하는 최적 스위칭 평면을 구하기 위하여, 다음과 같은 평가함수를 도입한다.

$$J_{con} = \int_{t_s}^t X^T Q X dt \quad (16)$$

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix}, \quad Q_{21}^T = Q_{12}, \quad Q > 0 \quad (17)$$

$t_s$ 는 상태  $X = \begin{bmatrix} x_1^T & x_2^T \end{bmatrix}$ 가 슬라이딩 모드가 되는 시간을 나타낸다. (14),(17)식에 의해, (16)식은 다음과 같이 변환된다.

$$J_{con} = \int_{t_s}^t (x_1^T Q_{11} x_1 + 2x_1^T Q_{12} x_2 + x_2^T Q_{22} x_2) dt \quad (18)$$

$$PA_{11}^* + A_{11}^T P - PA_{12} Q_{22}^{-1} A_{12}^T P + Q_{11}^* = 0 \quad (19)$$

$$Q_{11}^* = Q_{11} - Q_{12} Q_{22}^{-1} Q_{12}^T \quad (20)$$

$$A_{11}^* = A_{11} - A_{12} Q_{22}^{-1} Q_{12}^T \quad (21)$$

Riccati 방정식의 유일해  $P$ 를 이용하여, 최적 스위칭 평면을

$$\sigma = SX = \begin{bmatrix} A_{12}^T P + Q_{12}^T & Q_{22} \end{bmatrix} X \quad (22)$$

과 같이 정의하여 슬라이딩 모드를 발생시키면,  $J_{con}$ 을 최소화하는 제어시스템을 구성할 수 있다. 시스템의 블록선도를 Fig. 1에 보인다.

#### 4. 최적 구조 설계

(18)식 제어시스템 평가함수의 최소치는 다음과 같이 표현된다<sup>[6]</sup>.

$$J = \min J_{con} = x_1(0)^T P x_1(0) \quad (23)$$

$x_1(0)$ 는  $x_1$ 의 초기상태이며, (3),(13)식에 의해  $x_1(0), x_2(0)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = Tx(0) = T \begin{bmatrix} \xi(0) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

(2)식과 조건  $\Phi^T M \Phi = I$  에 의하여 다음이 성립한다.

$$\xi(0) = \Phi^T M(a)q(0) \quad (25)$$

본 논문에서는 시스템이 초기외력을 받고 변형한 상태를 초기상태로 생각한다. 따라서, (25)식을 (24)식에 대입하면 다음이 성립한다.

$$x_1(0) = \begin{bmatrix} I_{zxz} & 0_{zx(2r-z)} \end{bmatrix} T \Phi^T M(a) \begin{bmatrix} K(a)^{-1} F_0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$K(a)$  는 강성행렬,  $M(a)$  는 질량행렬,  $a$  는 단면적,  $F_0$  는 초기외력,  $T$  는 시스템 정준 변환행렬,  $\Phi$  는 시스템의 고유모드행렬,  $r$  은 채용 모드수,  $z$  는  $x_1$  이 포함하고 있는 상태수이다.

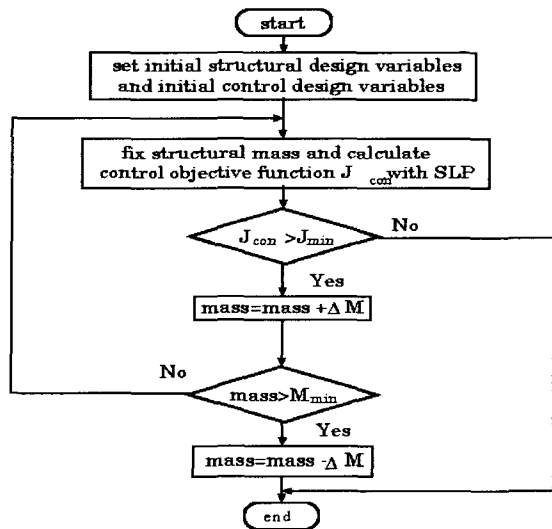


Fig. 2 Computation flow chart

지금부터, 구조중량에 상한치를 설정하여, 제어시스템의 평가함수를 최소화하는 문제를 생각한다. 설계문제는 다음과 같이 정식화된다.

$$\min_a \quad J(a) = x_1(0)P x_1(0) \quad (27)$$

$$s.t. \quad W(a) = \sum_{i=1}^n \rho_i l_i a_i \leq W_c \quad (28)$$

$$a_i \geq \underline{a}_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (29)$$

$$P A_{11}^* + A_{11}^T P - P A_{12} Q_{22}^{-1} A_{12}^T P + Q_{11}^* = 0 \quad (30)$$

여기서  $\rho_i, l_i, a_i$  는  $i$  요소의 밀도, 길이, 단면적의 하한값이다.  $W_c$  는 중량규정치이며, 초기구조의 중량으로 한다.

구조시스템의 변수에 관한 최적설계문제의 최적화 수법으로 Sequential linear programming 을 사용한다. 임의의 설계 포인트에서 Sequential linear programming 에 의해 선형화한 설계문제는 다음과 같다.

$$\min_a \quad \nabla J(a) \Delta(a) \quad (31)$$

$$s.t. \quad \nabla W(\Delta a) \leq 0 \quad (32)$$

$$|\Delta a_i| \leq \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (33)$$

$$a_i \geq \underline{a}_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (34)$$

여기서  $\varepsilon_i$  는 move limit 이다. 최적 설계 문제의 flow chart 를 Fig. 2 에 나타내었다.

### 5. 수치 시뮬레이션

본 연구에서는 Fig. 3 에 보이는 외팔보 구조물을 설계대상으로 한다. 여기서 [1],[2],[3],[4]는 요소번호를, 1,2,3,4,5 는 절점번호를 나타낸다.

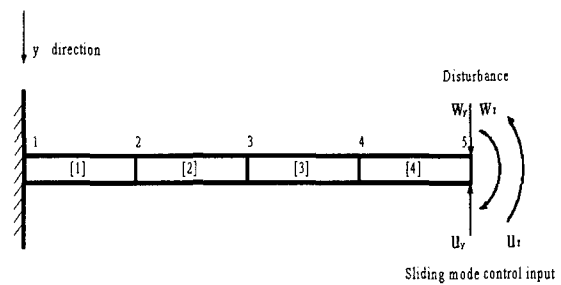


Fig. 3 Cantilever beam

여기서, 유한요소법에 의해  $M(a), K(a)$  를 정의하는 방법을 간단히 기술한다. 각 요소의 길이  $l$ , 단면적  $a$  의 1 차원 요소의 강성행렬  $k$  및 질량행렬  $m$  을 다음과 같이 나타낸다.

$$k = \frac{E_1 a}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$m = \frac{\rho a l}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$E_I$  은 종탄성계수,  $\rho$  는 밀도이다.  $k, m$  은 국소좌표계의 행렬이므로, 좌표변환으로 전체좌표계의 행렬로 변환한다. 다음으로, 각각의 요소의 전체좌표 강성행렬, 질량행렬을 더해가는 방법으로, 구조전체의 강성행렬  $K(a)$ , 질량행렬  $M(a)$  을 구할 수 있다.

Fig. 3 의 구조물은 Table 1 의 물리량을 가지는 것으로 한다. 단, 각각의 물리량은 무차원화 시킨 량이다. 감쇠특성은 Rayleigh Damping

$$D(a) = \alpha M(a) + \beta K(a) \quad (35)$$

으로 가정한다. 여기서  $\alpha = 0.01, \beta = 0.003$  이다.

초기구조물에 대한 단면적(초기단면적)은  $a_i = 10$  으로 일정하게 하며, 절점 1 은 구속되어 있으므로 자유도는 0 이다. 절점 5 에서  $y$  방향으로 초기외력과 연속적인 불확정의란이 작용한다고 생각하면, 이 외란의 스케일 범위는 경험상 10 이 내로 가정하였다. 매칭조건을 만족하므로, 제어입력과 외란을 같은 방향에 작용시켰다.

Table 1 Data of cantilever beam

Shape of Section	Circle
Elastic Modulus	20N/m <sup>2</sup>
Total Beam Length	100m
Mass Density	1kg/m <sup>3</sup>
Number of Elements	4
Number of Nodes per Element	2
Number of D.O.F. per Node	2

### 5.1 case 1

제어값은 (12)식의 슬라이딩 모드 제어값으로 한다. 최적평면 설계법에 의해 설계한  $S$  는 다음과 같다.

$$S = \begin{bmatrix} 0.8452 & 0.4793 & -0.2428 & -0.4298 & 1 & 0 \\ 0.4799 & -0.3534 & 0.8867 & -0.9853 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

여기서, 식(10)의  $k_{nl}$  이 클수록 구조물의 상태 궤적이 빨리 스위칭 평면에 구속되지만, 너무 커지면 채터링의 발생 또는 제어입력이 커지는 등의 문제가 발생한다. 그러나,  $k_{nl}$  이 너무 작으면 제

어입력의 스위칭 시간이 짧아져, 실제설비의 실현이 불가능해진다. 본 연구에서는  $k_{nl}$  을 50 으로 설정하였다. 스위칭 평면의 경계층  $\delta$  를 작게 하면 제어효과가 향상되지만, 너무 작으면 비선형 입력의 스위칭 시간이 짧아져, 실제설비의 실현이 어렵게 된다. 여기서는  $\delta$  를 0.002 로 설정하였다. 외팔보의 절점 5 에 로드되는  $y$  방향의 힘과 모멘트의 연속외란의 크기는 10 이하, 초기외력의 크기는 1 로 가정하였다. 이러한 조건에서, 제어가 없을 경우, LQ 제어, 슬라이딩 모드 제어의 각각의 경우에 대한, 절점 5 의  $y$  방향 변위응답을 Fig. 4 에 나타낸다.

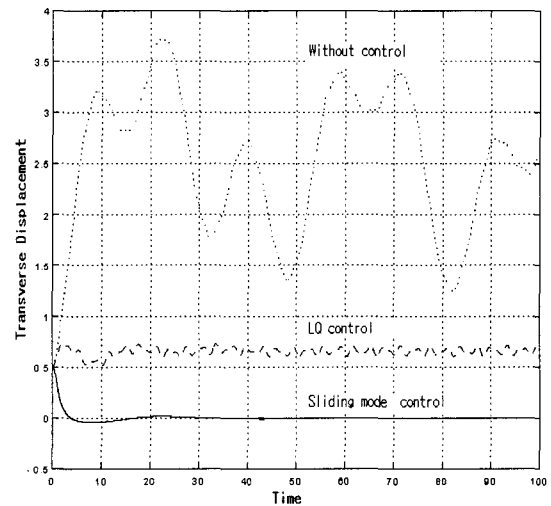


Fig. 4 Transverse displacement of node 5 (case1)

### 5.2 case 2

다음으로, 외란과 시스템 불확실성이 동시에 존재한다고 가정하여, 시스템 불확실성  $\Delta B$  가  $-0.1B_2$ , 상태  $x_1$  의 센서가 0.5 단위 시간, 그리고 상태  $x_2$  센서가 0.05 단위 시간 지연되어 있다고 가정했다. Fig. 5 는 LQ 제어와 슬라이딩 모드 제어의 응답 비교를 나타낸다. Fig. 4 의 초기외력이 1 인 조건에서 절점 5 의  $y$  방향 변위 응답에서 비교적 안정적인 특성을 보이고 있던 LQ 제어는 이 경우에 슬라이딩 모드 제어에 비해 상당히 불안정한 응답특성을 나타내고있다. 반면, 슬라이딩 모드 제어인 경우 두 경우 모두 안정적인 특성을 보임으로써, 이미 언급한 제어의 강인 특성을 알 수 있다.

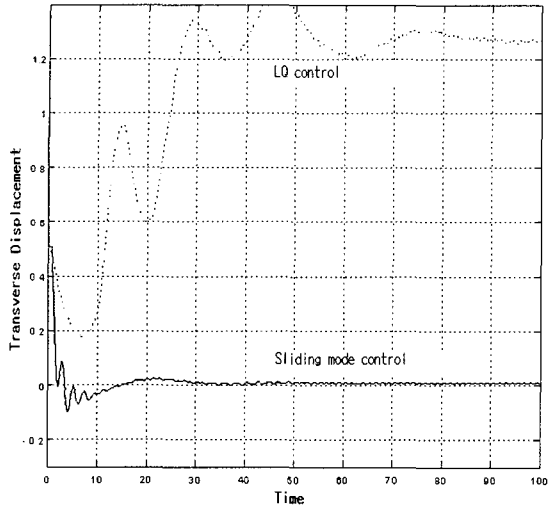


Fig. 5 Transverse displacement of node 5 (case2)

### 5.3 통합최적설계

지금부터는 본 논문의 주제인 통합최적설계 문제를 다룬다. (27)식에서 (30)식까지의 최적화 문제에 있어서,  $W_c = a_0 L \rho$  로 설정한다.  $a_0$  는 각 요소의 초기단면적(10),  $L$  은 빔의 전체길이,  $\rho$  는 밀도이다. 단면적의 하한값  $a_i$  는 0.01 로 한다. 최적설계의 결과 구해진 빔의 각 요소의 단면적을 Fig. 6 에 나타내었다. 최적 설계 결과를 살펴보면 초기 구조물의 단면적이  $a_0 = 10$  인 외팔보의 각 요소의 단면적이 요소 1 과 4 의 경우에는 초기 단면적 보다 크게, 요소 2 와 3 의 경우에는 초기 단면적보다 작게 설계되어, 단면적 변화 만의 최적설계로 총 중량이 약 4.8% 감소하는 경량화를 달성하였다. 이러한 경량구조로 초기 외력 및 외란에 대한 응답특성은 초기 구조물과 비교하여 Fig. 7 과 Fig. 8 에 나타내었다. Fig. 7 은 초기 외력 및 외란이 가해진 조건에서 최적 설계 구조물과 초기 구조물의 횡방향 변위 응답특성을 나타내고 있다. 초기 구조물의 경우 초기부터 40 단위시간동안 1 사이클 정도의 진동을 경험한 후에 안정이 되며, 최적설계 구조물의 경우에는 초기부터 약 90 단위 시간까지 1 사이클의 진동을 경험하나, 그 진폭이 초기 구조물의 약 1/2 정도이다. 따라서 초기 외력 및 외란이 가해진 경우 최적설계 구조물의 응답특성이 초기 구조물 보다 우수함을 알 수 있다. 또, Fig. 8 은 동일한 초기 외력과 외란을 로드했을 경

우, 초기구조물과 최적 설계 구조물의 각 변위에 대한 진동억제 효과를 비교한 것인데, 초기 구조물은 초기 90 단위시간 동안 진동이 존재할 뿐 아니라 약 0.37 의 각 변위를 지속적으로 유지하고 있다. 반면, 최적설계 외팔보는 초기부터 진동을 억제하는 제진효과가 작용하여 30 단위시간 이후에는 각 변위가 거의 0 에 수렴하는 매우 안정적인 제진 특성을 나타내고 있다. 따라서, Fig. 7 과 Fig. 8 의 결과로부터 최적 설계 구조물의 경우가 초기 구조물에 비해 외력 및 외란에 대해 횡변위 및 각 변위의 제진특성이 우수함을 알 수 있다.

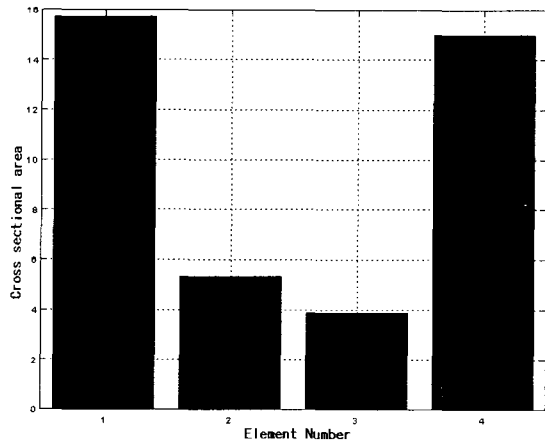


Fig. 6 Distribution of optimal cross sectional area

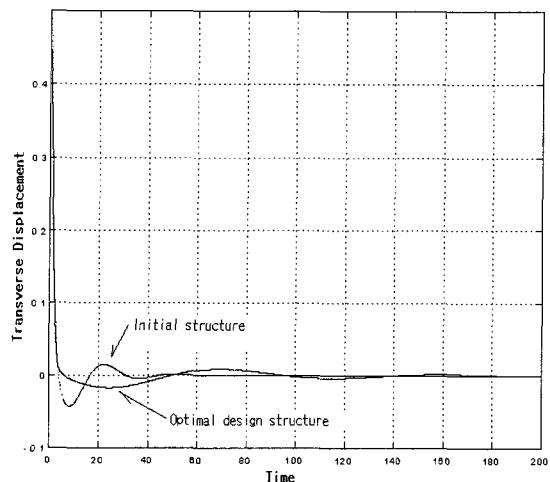


Fig. 7 Transverse displacement of node 5

$$m = \frac{\rho a l}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$E_I$  은 종탄성계수,  $\rho$  는 밀도이다.  $k, m$  은 국소좌표계의 행렬이므로, 좌표변환으로 전체좌표계의 행렬로 변환한다. 다음으로, 각각의 요소의 전체좌표 강성행렬, 질량행렬을 더해가는 방법으로, 구조전체의 강성행렬  $K(a)$ , 질량행렬  $M(a)$  을 구할 수 있다.

Fig. 3 의 구조물은 Table 1 의 물리량을 가지는 것으로 한다. 단, 각각의 물리량은 무차원화 시킨 량이다. 감쇠특성은 Rayleigh Damping

$$D(a) = \alpha M(a) + \beta K(a) \quad (35)$$

으로 가정한다. 여기서  $\alpha = 0.01, \beta = 0.003$  이다.

초기구조물에 대한 단면적(초기단면적)은  $a_i = 10$  으로 일정하게 하며, 절점 1 은 구속되어 있으므로 자유도는 0 이다. 절점 5 에서  $y$  방향으로 초기외력과 연속적인 불확정의란이 작용한다고 생각하면, 이 외란의 스케일 범위는 경험상 10 이 내로 가정하였다. 매칭조건을 만족하므로, 제어입력과 외란을 같은 방향에 작용시켰다.

Table 1 Data of cantilever beam

Shape of Section	Circle
Elastic Modulus	20N/m <sup>2</sup>
Total Beam Length	100m
Mass Density	1kg/m <sup>3</sup>
Number of Elements	4
Number of Nodes per Element	2
Number of D.O.F. per Node	2

### 5.1 case 1

제어값은 (12)식의 슬라이딩 모드 제어값으로 한다. 최적평면 설계법에 의해 설계한  $S$  는 다음과 같다.

$$S = \begin{bmatrix} 0.8452 & 0.4793 & -0.2428 & -0.4298 & 1 & 0 \\ 0.4799 & -0.3534 & 0.8867 & -0.9853 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

여기서, 식(10)의  $k_{nl}$  이 클수록 구조물의 상태 궤적이 빨리 스위칭 평면에 구속되지만, 너무 커지면 채터링의 발생 또는 제어입력이 커지는 등의 문제가 발생한다. 그러나,  $k_{nl}$  이 너무 작으면 제

어입력의 스위칭 시간이 짧아져, 실제설비의 실현이 불가능해진다. 본 연구에서는  $k_{nl}$  을 50 으로 설정하였다. 스위칭 평면의 경계층  $\delta$  를 작게 하면 제어효과가 향상되지만, 너무 작으면 비선형 입력의 스위칭 시간이 짧아져, 실제설비의 실현이 어렵게 된다. 여기서는  $\delta$  를 0.002 로 설정하였다. 외팔보의 절점 5 에 로드되는  $y$  방향의 힘과 모멘트의 연속외란의 크기는 10 이하, 초기외력의 크기는 1 로 가정하였다. 이러한 조건에서, 제어가 없을 경우, LQ 제어, 슬라이딩 모드 제어의 각각의 경우에 대한, 절점 5 의  $y$  방향 변위응답을 Fig. 4 에 나타낸다.

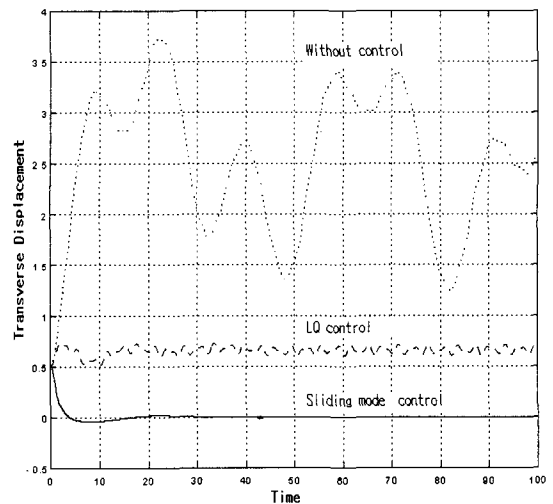


Fig. 4 Transverse displacement of node 5 (case1)

### 5.2 case 2

다음으로, 외란과 시스템 불확실성이 동시에 존재한다고 가정하여, 시스템 불확실성  $\Delta B$  가  $-0.1B_2$ , 상태  $x_1$  의 센서가 0.5 단위 시간, 그리고 상태  $x_2$  센서가 0.05 단위 시간 지연되어 있다고 가정했다. Fig. 5 는 LQ 제어와 슬라이딩 모드 제어의 응답 비교를 나타낸다. Fig. 4 의 초기외력이 1 인 조건에서 절점 5 의  $y$  방향 변위 응답에서 비교적 안정적인 특성을 보이고 있던 LQ 제어는 이 경우에 슬라이딩 모드 제어에 비해 상당히 불안정한 응답특성을 나타내고있다. 반면, 슬라이딩 모드 제어인 경우 두 경우 모두 안정적인 특성을 보임으로써, 이미 언급한 제어의 강인 특성을 알 수 있다.

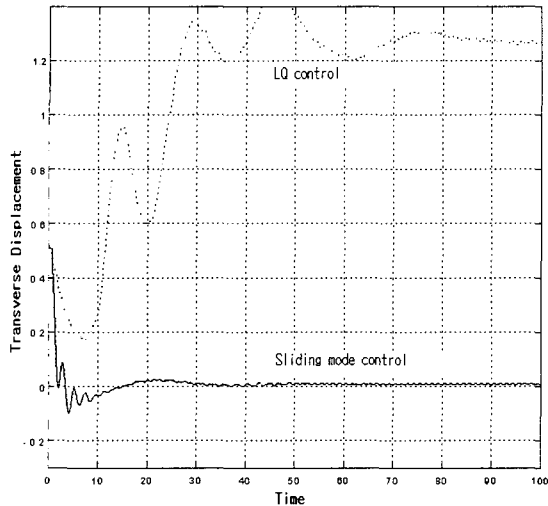


Fig. 5 Transverse displacement of node 5 (case2)

### 5.3 통합최적설계

지금부터는 본 논문의 주제인 통합최적설계 문제를 다룬다. (27)식에서 (30)식까지의 최적화 문제에 있어서,  $W_c = a_0 L \rho$  로 설정한다.  $a_0$  는 각 요소의 초기단면적(10),  $L$  은 빔의 전체길이,  $\rho$  는 밀도이다. 단면적의 하한값  $a_i$  는 0.01 로 한다. 최적설계의 결과 구해진 빔의 각 요소의 단면적을 Fig. 6 에 나타내었다. 최적 설계 결과를 살펴보면 초기 구조물의 단면적이  $a_0 = 10$  인 외팔보의 각 요소의 단면적이 요소 1 과 4 의 경우에는 초기 단면적 보다 크게, 요소 2 와 3 의 경우에는 초기 단면적보다 작게 설계되어, 단면적 변화 만의 최적설계로 총 중량이 약 4.8% 감소하는 경량화를 달성하였다. 이러한 경량구조로 초기 외력 및 외란에 대한 응답특성은 초기 구조물과 비교하여 Fig. 7 과 Fig. 8 에 나타내었다. Fig. 7 은 초기 외력 및 외란이 가해진 조건에서 최적 설계 구조물과 초기 구조물의 횡방향 변위 응답특성을 나타내고 있다. 초기 구조물의 경우 초기부터 40 단위시간동안 1 사이클 정도의 진동을 경험한 후에 안정이 되며, 최적설계 구조물의 경우에는 초기부터 약 90 단위 시간까지 1 사이클의 진동을 경험하나, 그 진폭이 초기 구조물의 약 1/2 정도이다. 따라서 초기 외력 및 외란이 가해진 경우 최적설계 구조물의 응답특성이 초기 구조물 보다 우수함을 알 수 있다. 또, Fig. 8 은 동일한 초기 외력과 외란을 로드했을 경

우, 초기구조물과 최적 설계 구조물의 각 변위에 대한 진동억제 효과를 비교한 것인데, 초기 구조물은 초기 90 단위시간 동안 진동이 존재할 뿐 아니라 약 0.37 의 각 변위를 지속적으로 유지하고 있다. 반면, 최적설계 외팔보는 초기부터 진동을 억제하는 제진효과가 작용하여 30 단위시간 이후에는 각 변위가 거의 0 에 수렴하는 매우 안정적인 제진 특성을 나타내고 있다. 따라서, Fig. 7 과 Fig. 8 의 결과로부터 최적 설계 구조물의 경우가 초기 구조물에 비해 외력 및 외란에 대해 횡변위 및 각 변위의 제진특성이 우수함을 알 수 있다.

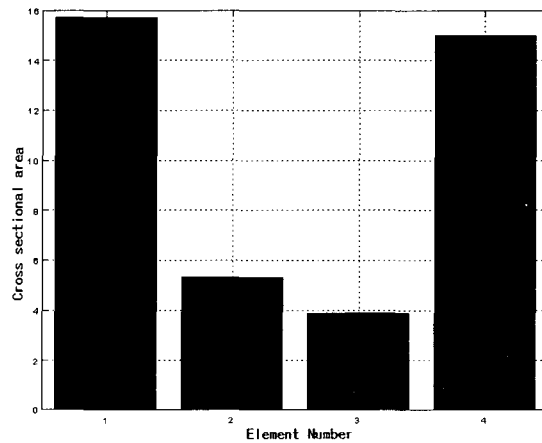


Fig. 6 Distribution of optimal cross sectional area

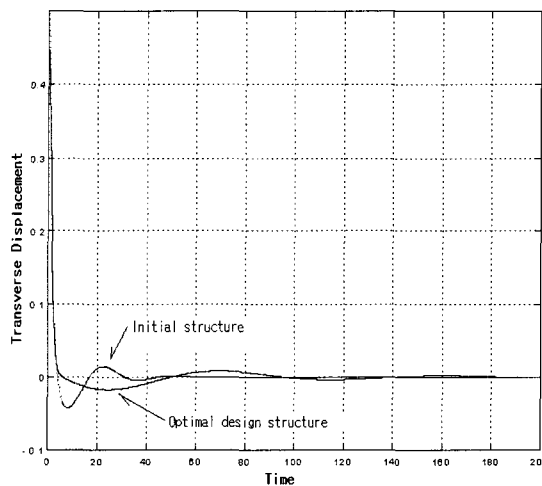


Fig. 7 Transverse displacement of node 5



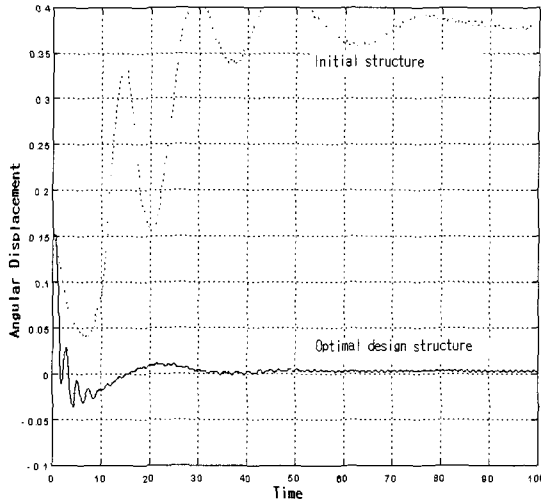


Fig. 8 Angular displacement of node 5

## 6. 결론

본 논문에서는 슬라이딩 모드 제어를 이용하여, 구조/제어 시스템의 통합 최적설계법을 제안하였다. 외팔보를 설계대상으로 하여 슬라이딩 모드 제어 시스템의 스위칭 평면과 구조시스템의 단면적을 설계, 본 연구에서 제안한 통합설계법의 유효성을 수치 시뮬레이션으로 검증하였으며 다음과 같은 결론에 도달하였다.

- 1) 외팔보의 절점 5에 y 방향으로 초기 외력과 불안정 외란을 가하였을 때 슬라이딩 모드 제어는 LQ 제어와 비교했을 때 우수한 강인성을 나타내었다.
- 2) 최적설계로 구한 외팔보의 각 요소의 단면적은 요소 1과 4의 단면적이 다른 요소 2와 3에 비해 크게 설계되었으며, 총중량은 초기 구조물에 비해 약 4.8% 감소하여 경량구조 설계가 가능하였다.
- 3) 경량화를 실현한 최적 설계 구조물은 초기 외력 및 외란이 가해졌을 때 초기 구조물에 비해 횡변위 및 각 변위의 제진 특성이 우수함을 알 수 있었다.

## 참고문헌

1. Y. Tada and J. H. Park, "Simultaneous optimal design of structural and control systems for flexible

structure (representation by descriptor system forms," Trans. of ISCIE, Vol. 13, No. 1, pp. 14-19, Jan. 2000.

2. S. S. Rao, et al., "Game theory approach for integrated design of structure and controls," AIAA J, Vol. 26, No. 4, pp. 463-469, 1988.
3. Y. Tada and J. H. Park, "Simultaneous Optimum in Flexible Structures with Collocated Sensors and Actuators," 한국정밀공학회지, 제 16 권, 제 11 호, pp. 133-138, 1999.
4. J. Y. Hung, W. Gao and J. C. Hung, "Variable structure control," IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. 40, No. 1, pp.2-22, 1993.
5. J. Harashima and H. Hashimoto, "Sliding mode control and application," Trans. of Systems and Control, Vol. 29, No. 4, pp. 242-250, 1985.
6. H.S.Choi and H.I.Park, "A Sliding Mode Control of Robot Manipulator Operated under the Sea," 한국정밀공학회지, 제 13 권, 제 12 호, pp. 106-113, 1996.
7. J.W.Kim, D.G.Kang, B.O.Kim, H.S.Oh and H.K.Jung, "An Application of Variable Structure Model Following Adaptive Control Using Time-Varying Sliding Regime," 한국정밀공학회지, 제 11 권, 제 6 호, pp. 158-167, 1994.
8. T. Nonami, "Sliding mode control," Corona Press, 1994.