

Smagorinsky method와 2-level method를 이용한 난류 확산계수의 비교 연구

이 화 운 · 오 은 주 · 정 우 식 · 최 현 정 · 임 주 연
부산대학교 대기과학과
(2002년 3월 21일 접수; 2002년 7월 5일 채택)

Comparison study of turbulent diffusion coefficient using Smagorinsky method and 2-level method

Hwa Woon Lee, Eun-Joo Oh, Woo-Sik Jung, Hyun-Jung Choi and Joo-Yun Lim
Department of Atmospheric Sciences, Pusan National University, Busan 617-736, Korea
(Manuscript received 21 March, 2002; accepted 5 July, 2002)

Turbulence greatly influence on atmospheric flow field. In the atmosphere, turbulence is represented as turbulent diffusion coefficients. To estimate turbulent diffusion coefficients in previous studies, it has been used constants or 2-level method which divides surface layer and Ekman layer.

In this study, it was introduced Smagorinsky method which estimates turbulent diffusion coefficient not to divide the layer but to continue in vertical direction. We simulated 3-D flow model and TKE equation applied turbulent diffusion coefficients using two methods, respectively. Then we showed the values of TKE and the condition of each term to TKE. The results of Smagorinsky method were reasonable. But the results of 2-level method were not reasonable. Therefore, it had better use Smagorinsky method to estimate turbulent diffusion coefficients.

We are expected that if it is developed better TKE equation and model with study of computational method in several turbulent diffusion coefficients for reasonably turbulent diffusion, we will be able to predict precise wind field and movements of air pollutants.

Key words : TKE equation, Smagorinsky method, 2-level method

1. 서 론

현대 사회는 급속한 공업화와 산업화로 발전되어 왔고, 이로 인하여 대기의 오염이 증가되어 왔으며 최근 그 정도는 심각해지고 있다. 대기의 오염도는 배출원과 오염물질의 종류 및 특성에 따라 좌우되지만 그 때의 기상조건과 지형이 주는 영향도 크다.

따라서 대기의 오염도를 측정하기 위해서는 대기 오염물질의 수송, 확산 및 침적에 큰 영향을 미치는 대기 유동장을 표현할 수치 모형이 필요하며 특히, 해안지역에서는 해륙풍과 같이 육지와 바다사이의 온도차, 거칠기 등의 갑작스런 변화에 기인되는 지

역적 대기 유동장 수치 모형이 연구되어야 한다. 이러한 중규모 대기 유동장에서 대기는 일반적으로 난류상태에 있으므로 에너지 수송은 난류에 의해 직접적인 지배를 받게 된다. 즉, 대기에서 수평방향 운동량의 연직수송 및 열과 수증기의 연직수송은 난류확산의 영향을 크게 받으므로 중규모 유동장의 수치모의에서는 난류확산에 대한 올바른 평가가 매우 중요하며, 난류 확산의 정확한 예측은 여러 가지 공학적 응용 그리고 환경문제의 해결을 위해 필수적이라 할 수 있다.

수치 모형을 이용하는 경우 수치모의에 대한 정확도 검증은 반드시 수행되어야 한다. 이를 위해서는 여러 방법이 있을 수 있으나, 해석해와의 비교를 통해 수치모의 결과의 정확성을 평가하는 방법이 많이 이용된다. 이화운 등¹⁾은 비교적 해석해를 구하

Corresponding Author : Hwa Woon Lee, Dept. of Atmospheric Sciences, Pusan National University, Busan 617-736, Korea
Phone : +82-51-510-2291
E-mail : hwlee@pusan.ac.kr

기 쉬운 Defant's formula⁵⁾를 이용하여 수치모의 결과의 타당성을 검증하였으며, 이러한 결과를 바탕으로 난류확산항의 크기에 따른 수치 모의 결과들의 비교를 통해 대기 유동장을 나타내는 요소 중에 난류확산은 매우 중요한 역할을 차지하고 있음을 보였다. Stull¹⁰⁾은 난류강도를 측정, 분석하여 난류확산의 크기를 근사하는데 사용되어지는 Turbulent Kinetic Energy에 대해 대기 경계층을 통한 운동량, 열, 습기의 수송들과 직접 관련되어 있음을 밝혔다. Berkowicz와 Prahm²⁾은 난류확산을 spectral turbulent diffusivity 개념을 이용하여 그 특성들을 설명하고 난류가 속한 군의 scale에 난류 확산이 크게 의존함을 밝혔다. Chiba⁴⁾는 관측을 통해 해풍 전선의 통과 전후의 난류확산의 차이에 대해 연구하였다. Yamada¹²⁾는 대기 경계층의 전 depth의 운동량, 열, 난류에 대한 삼림 canopy의 효과를 간단화된 난류 종결 모델을 사용하여 수치 실험한 결과, TKE의 최대 강도가 삼림이 있는 경우가 나지인 경우의 2배임을 밝혔고, TKE의 크기는 나지인 경우에는 높이에 따라 일정하게 변화하나, 삼림의 경우에는 높이에 따라 큰 변화를 보였다. 또한 Chumann⁶⁾은 up-slope 경계층에서 large-eddy simulation을 이용하여 대류적 대기 경계층을 연구하였다.

지금까지 사용된 해륙풍 모델에서는 난류 확산에 관련된 확산 계수항을 계산함에 있어 연직 확산 계수에 대해서는 접지층과 에크만층으로 나누어, 접지층의 확산계수는 Businger *et al*³⁾에 의한 Monin-Obukhov의 상사이론을 이용하여 구하였고, 에크만층에서는 Yamada¹¹⁾의 종결모델을 이용하여 구하였으며, 수평확산계수에 대해서는 상수로 두어 계산하였다.

본 연구에서는 대기 유동장에서 중요한 난류확산항은 Smagorinsky 방법을 사용하여 연직 방향의 확산 계수를 접지층과 에크만 층으로 분리하여 구하지 않고 연속적으로 구하고, 수평확산계수는 대기의 상태에 따라 구하였다. 같은 조건하에서 2층으로 나누어 구한 난류확산 계수와 본 연구에서 구한 난류확산계수를 각각 TKE 방정식에 대입시켜 수치모의 하여 나온 결과들을 비교 검토하였다.

복잡한 지역에서의 대기 유동장을 정확히 묘사함에 있어서 난류확산을 대기의 상태에 맞게 표현하는 것은 매우 중요하므로 본 연구에서 조사되어진 난류 확산 표현방법을 3차원 대기 유동장 모델에 적용함으로써 지역의 특성에 맞는 대기흐름을 적합하게 표현할 수 있을 것으로 사료된다.

2. 대기 유동해석을 위한 3차원 수치 모형

난류 확산계수와 TKE 방정식의 계산에 필요한 방정식, 수치 모의에 대한 경계조건, 초기조건이 설정되었으며, 수치모의 대상지역은 부산과 그 주변지역으로 하였다.

2.1. 기초 방정식

기초 방정식계는 운동방정식, 온도방정식, 비습방정식, 연속방정식, 정역학방정식 등의 5개의 방정식을 이용하였고, 지형의 영향을 고려하기 위해 임의로 변화하는 지표면을 표현하는 방법으로 z^* 좌표계를 이용하였다.

2.2. 초기조건과 경계조건

2.2.1. 초기조건

계산 초기조건으로 전 영역이 정상상태에 있다고 가정하고 연직 방향의 풍속 성분은 전 영역에서 $w=0$ 으로 두었다. 수평방향풍속에 대해서는 지균풍이 없는 경우를 가정해서 계산하였으므로 $u=v=0$ 으로 하였다.

온위(θ)는 다음과 같은 식을 사용한다.

$$\theta = \theta_{sea} + \Gamma \{ z^* (\bar{s} - z_G(x,y)) \bar{s}^{-1} + z_G(x,y) \} \quad (1)$$

여기서 θ_{sea} 는 해면에서의 온위, Γ 는 온위의 연직 방향 감률(K/m), \bar{s} 는 계산영역 상면의 고도, z_G 는 지형고도 이다.

비습(q_v)은 온위와 같이

$$q_v = q_{vco} + \Gamma_g \{ z^* (\bar{s} - z_G(x,y)) \bar{s}^{-1} + z_G(x,y) \} \quad (2)$$

에서 추정하였으며, q_{vco} 는 표면의 초기 비습, Γ_g 는 비습의 연직 방향 감률(kg/kgm)이다.

2.2.2. 경계조건

지표면 경계조건은 연직 방향 풍속에 대해서 $w=0$, 수평 방향 풍속에 대해서는 지표면에 격자점이 없기 때문에 지표면에 최대한 가까운 점의 값을 지표층 마찰속도로부터 구해 그 값을 경계치로 하였다.

온위는 바다와 육지로 분리하여 해면을

$$\theta = \theta_{sea} = const. \quad (3)$$

로 하고, 육지표면은 지표면 열 수치 모델을 이용해서 결정된 지표면온도(T_G)를 경계치로 사용하였다.

비습은 지면의 습윤도와 온도 등의 함수로 나타내는

$$q_{v_c} = F_w q_{v_{cont}} + (1 - F_w) q_{v(z_c)} \quad (4)$$

을 사용하였다. 여기서 F_w 는 지표면의 습도, $q_{V(z_2)}$ 는 높이 z_2 의 비습, $q_{V_{Gent}}$ 는 지표의 포화 비습 (kg/kg)이다. 지중온도에 대해서는 $z_{G0} = 1m$ 에서

$$\frac{\partial T_s}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

로 하였다.

상면경계조건은 지표면 가열에 의해 일어나는 일 변화가 상면에 영향을 미치지 않는다고 가정하여

$$\frac{u_{i,j,k_{max}} + u_{i,j,k_{max-1}}}{2} = U_g \quad (6)$$

$$\frac{v_{i,j,k_{max}} + v_{i,j,k_{max-1}}}{2} = V_g \quad (7)$$

로 정하였고, 전 변수에 대해

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial q_v}{\partial t} = \frac{\partial \Pi}{\partial t} = 0 \quad (8)$$

로 하였다.

측면경계조건은 다음과 같이 설정하였다. 유입측에서는

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\partial q_v}{\partial x} = \frac{\partial \Pi}{\partial x} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\partial q_v}{\partial y} = \frac{\partial \Pi}{\partial y} = 0 \quad (10)$$

로 하고, 유출측에서는 vector 량(u, v)과 scalar 량 (θ, q_v)으로 나누고 각각 다음과 같이 하였다. 수평속도의 법선 성분에 대해서는 Klemp와 Wilhelmson⁷⁾의 경계조건

$$\frac{\partial V_n}{\partial t} + c \frac{\partial V_n}{\partial n} = 0 \quad (11)$$

을 사용하였다. 여기서 $\frac{\partial}{\partial n}$ 은 측면 법선 방향의 미분, c 는 eddy의 위상속도로

$$c = s \cdot N / \pi \quad (12)$$

로 나타낸다.

N 은 Brunt-Väisälä frequency 로

$$N = \left(\frac{g}{\theta} \Gamma \right)^{1/2} \quad (13)$$

이다. 수평속도 접선성분 V_t , 온위와 비습은 내측 두 점의 값으로부터 다음과 같이 구하였다.

$$\phi_{bound}^m = 2 \phi^{m-1} - \phi^{m-2} \quad (14)$$

$$(\phi = V_t, \theta, q_v)$$

여기서 우측상단의 첨자는 격자점을 표시한다. z_G 는

양측면에서

$$\frac{\partial z_G}{\partial x} = \frac{\partial z_G}{\partial y} = 0 \quad (15)$$

으로 두었다.

2.3. 계산 영역과 격자 간격

계산영역은 부산과 그 주변지역으로, 부산 지역은 북북동과 남남서를 잇는 높은 지형이 발달해 있고, 동쪽과 남쪽에는 해양을 접하고 있다(Fig. 1). 계산을 위한 격자 분할은 5km로 17×17격자점을 이용하였으며, 연직 방향으로는 2450m까지 10층으로 나누어져 있고, 각 층 두께는 일정하지 않으며 지표근처에서는 더 얇고, 지중은 1m까지 14층으로 나누었다. 기호는 육지와 해양에 대한 각각의 분석지점을 표시한다.

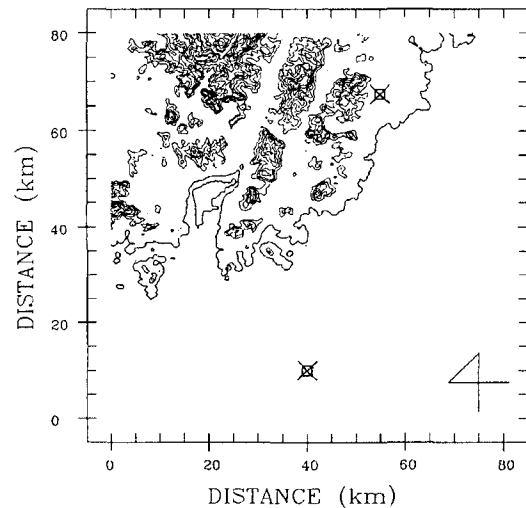


Fig. 1. The topography of Pusan city and its neighboring area. The symbols represent points of land and sea selected to show the results.

3. 난류확산계수의 계산

3.1. 2층으로 양분하여 구하는 방법(2-level method)

대기경계층 중 지표면의 영향이 매우 큰 지표에서 50m 까지를 운동량과 열의 연직방향 flux가 지표값과 같다고 보는 접지층과 열적, 역학적 원인에 의해 난류가 강한 특징을 가진 Ekman층으로 나누었다. 선행연구자들에 의해 난류확산계수는 Ekman층에서는 Yamada¹¹⁾에 의한 종결 모델을, 접지층에서는 Monin-Obukhov의 상사이론에 기초한 Businger *et al.*³⁾의 무차원 풍속, 온위표현식에 의해 운

동량과 열 flux 및 연직 방향의 확산 계수를 구하였다.

3.2. Smagorinsky 방법

앞절에서 소개된 계산 방법과는 다르게 수직 방향으로 연속적으로 확산계수를 구하는 방법이다. 난류 종결 scheme의 가장 중요한 것은 혼합 상수들의 결정으로, 여기서 사용되는 각 식들은 곡선좌표계에 의해 변형된 식들이다. 그 변형식은

$$x = \xi, y = \eta, z = z(\xi, \eta, \zeta), \quad (16)$$

와 같고, 다음과 같은 Jacobian 변형을 이용하였다.

$$J_1 = -\frac{\partial z}{\partial \xi}, J_2 = -\frac{\partial z}{\partial \eta}, J_3 = -\frac{\partial z}{\partial \zeta} \quad (17)$$

여기서 3차원 변형 Jacobian은 $\sqrt{G} = |J_3|$ 으로 표현하였다.

변형된 Smagorinsky scheme(Smagorinsky⁹⁾; Lilly⁸⁾는 다음과 같이 $k_{mh} = k_{mv} = k_m$ 으로 정의하였다.

$$k_m = (k\Delta)^2 [\max(|Def|^2 - N^2/Pr, 0)]^{1/2} \quad (18)$$

여기서 첫 번째 항은

$$|Def|^2 = D_{11}^2 + D_{22}^2 + D_{12}^2 + D_{13}^2 + D_{23}^2 - \frac{2}{3}Div^2 \quad (19)$$

이고, 각 아래 첨자들(i, j = 1, 2, 3)은 각각 x, y, z 방향을 의미하고, Dij는 deformation tensor 들이며, Div는 divergenc를 나타낸다. 또한 Pr은 heat flux의 diffusivity에 대한 운동량 flux의 diffusivity 비로 나타내었다.

윗 식은 난류가 isotropic하고 x, y, z의 3 방향 격자 공간이 비슷할 때 사용하는 식으로, 만약 격자 종횡비($\Delta x/\Delta z$)가 10보다 큰 경우 윗 식에서 결정된 난류 확산 계수는 수직 방향에 대해선 매우 큰 값이 나오므로 연직혼합이 초과되어 나타나고, 이 강압적 연직 혼합에 의해 주위 환경이 불안정해져서 초기 환경을 파괴하므로 수평, 수직으로 다른 length scale을 사용한다. 그리고 그 식들은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$k_{mh} = (k\Delta_h)^2 [\max(|Def|^2 - N^2/Pr, 0)]^{1/2} \quad (20)$$

$$k_{mv} = (k\Delta_v)^2 [\max(|Def|^2 - N^2/Pr, 0)]^{1/2} \quad (21)$$

여기서 격자간격은 수평과 수직 방향으로 나누어 각각 다음과 같이

$$\Delta_h = (\Delta x \Delta y)^{1/2}, \Delta_v = \Delta z \quad (22)$$

을 사용하였다. 이 경우는 anisotropic turbulence 인 경우이다. 이 연구에서는 격자 종횡비가 10보다 크므로 윗 식(19)과 (20)를 사용하였다.

4. 결 과

TKE 방정식의 각 항에 대한 수치결과들을 분석하기 위해 14LST와 20LST의 결과를 택하여, 밤과 낮의 차이와 특징들을 나타내었다.

Fig. 2는 14LST의 육지와 해양에 대한 TKE의 결과를 나타내었다.

Fig. 2(a)는 TKE가 지표에서 약간의 증가를 보이거나 높이에 따라 일정해지고, Fig. 2(b)는 TKE가 0이 되는 결과를 보였다. Fig. 2(c)와 (d)는 모두 지표 부근에서 높이에 따라 감소하는 경향을 보인다. 그러나 Fig. 2(d)의 값이 Fig. 2(c)의 값보다 작은 결과를 보였다. Fig. 3은 20LST의 TKE에 대한 결과로, Fig. 3(c)는 Fig. 3(a)와 같은 경향을 나타내지만 낮과 밤의 역현상을 보였다. Fig. 3(b)와 Fig. 3(d)의 결과는 0으로 나타났다. 따라서 TKE는 Smagorinsky 방법으로 구하는 것이 타당하다고 보여진다.

Fig. 4과 Fig. 5는 각각 14LST와 20LST의 TKE 방정식 중 이류항에 대한 결과를 나타내었다. Fig. 4는 지표에서 음(-)의 값을, 상층에서는 양(+)의 값을 가지며, 지표근처에서 수송이 일어남을 의미한다. 낮에 가열이 큰 육지에서는 해양보다 더 큰 값을 가져야 하는데 smagorinsky 방법에 의한 결과는 유사한 경향을 보이거나, Fig. 4(d)에서 상층의 양의 값이 약하게 나타났다. Fig. 5는 Fig. 6과 비슷한 경

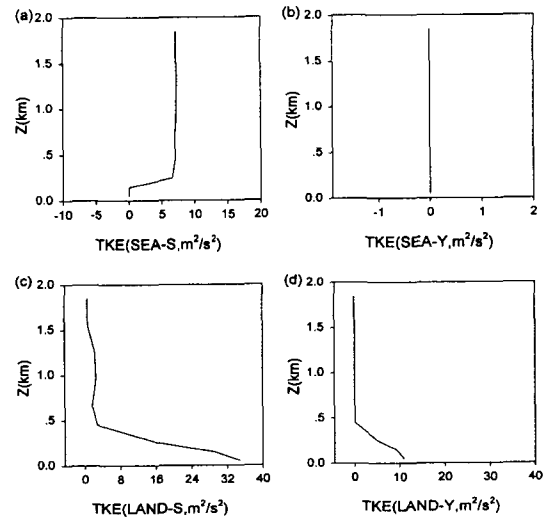


Fig. 2. The values of TKE in 14LST ;

- (a) the values using Smagorinsky method at sea,
- (b) the values using 2-level method at sea,
- (c) the values Smagorinsky method at land and
- (d) the values using 2-level method at sea.

Smagorinsky method와 2-level method를 이용한 난류 확산계수의 비교 연구

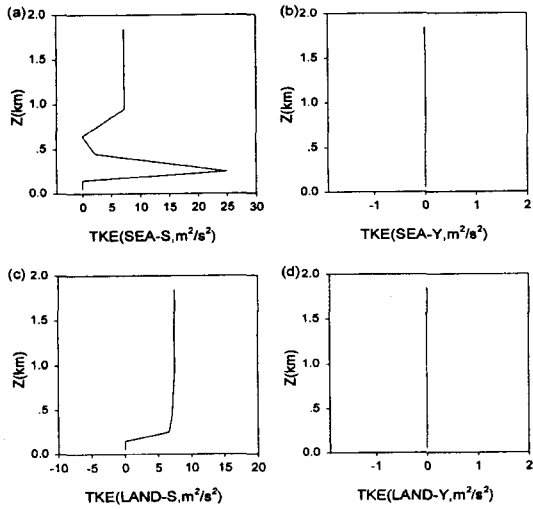


Fig. 3. The same as Fig. 14 except for 20LST.

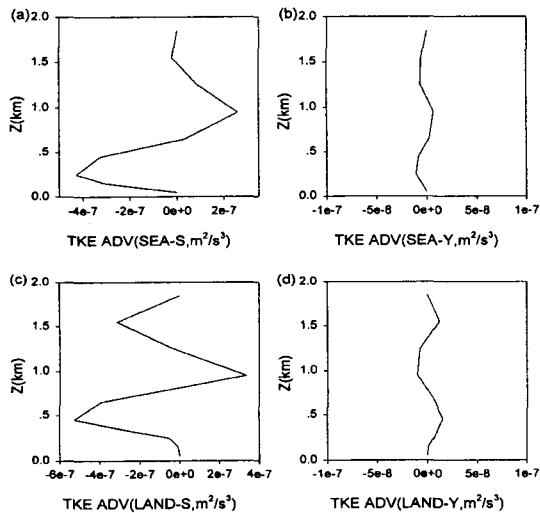


Fig. 5. The same as Fig. 4 except for 20LST.

향을 보였다. 20LST에서 해양은 낮에 비해 큰 가열 차를 보이지 않으나, 육지는 가열차가 크므로 Fig. 5(c)는 육지의 지표근처 값이 작아지고, Fig. 5(a)는 낮보다 상대적으로 커진다. Fig. 5(b)는 오히려 Fig. 4(b)보다 더 작은 결과를 보였고, Fig. 5(d)는 지표 근처에서 음의값을 가져야 하나 부호가 정반대인 결과가 나왔다.

Fig. 6과 Fig. 7은 TKE방정식 중 부력항에 대한 결과이며, Fig. 6(a), (c), (d)는 낮에 양의 값을 갖는 부력항의 일반적인 경향을 나타내고 있다. Fig. 6(a)는 해양에서 큰 가열이 없어 작은 증가를 보이나,

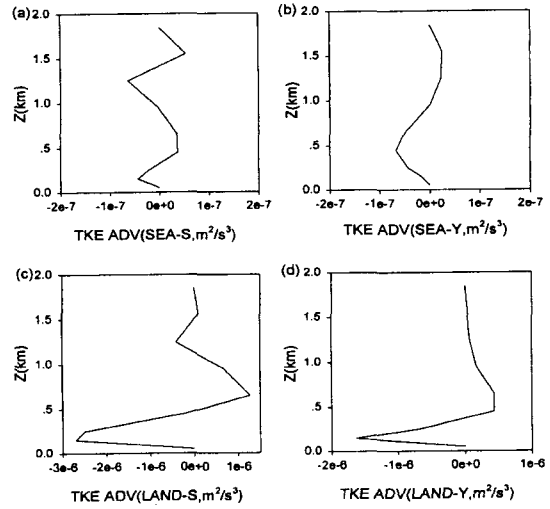


Fig. 4. The values of advection term in 14LST ; (a) the values using Smagorinsky method at sea, (b)the values using 2-level method at sea, (c) the values Smagorinsky method at land and (d)the values using 2-level method at sea.

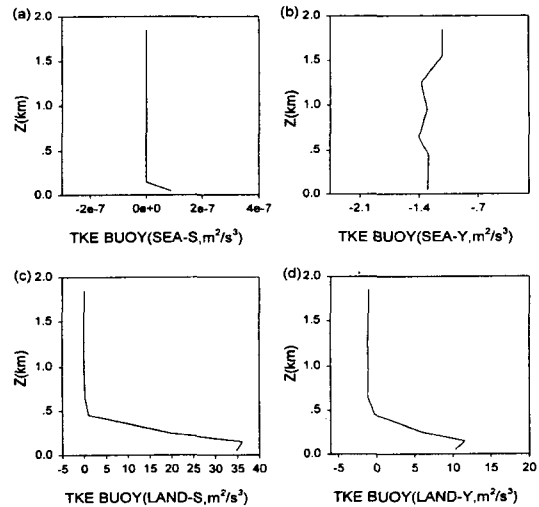


Fig. 6. The same as Fig. 4 except for buoyancy term.

Fig. 6(C)와 (d)는 육지의 큰 가열로 인해 지표근처에서 큰 값을 보인다. 또한 Fig. 6(b)는 음의 값을 나타내었다. Fig. 7은 밤에 음의 값을 가지는 결과를 보이나, Fig. 7(a)는 지표근처에서 약간의 양의 값을 보인다.

Fig. 8과 Fig. 9는 각각 TKE방정식 중 확산항에 대한 결과이며, Fig. 8(a)는 거의 0으로 되는 값이지만, Fig. 8(c)는 상층에서 확산이 일어나므로 큰 값

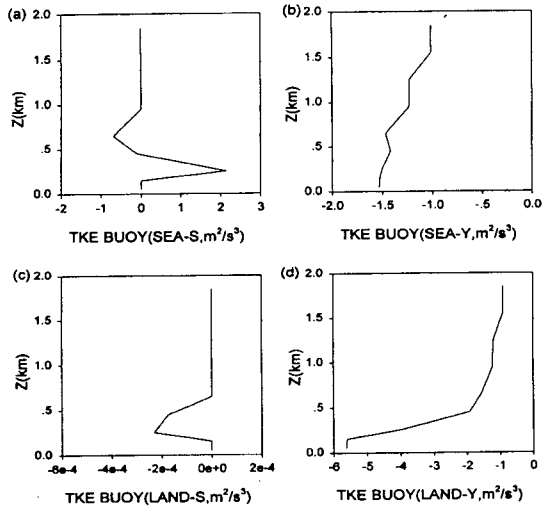


Fig. 7. The same as Fig. 5 except for buoyancy term.

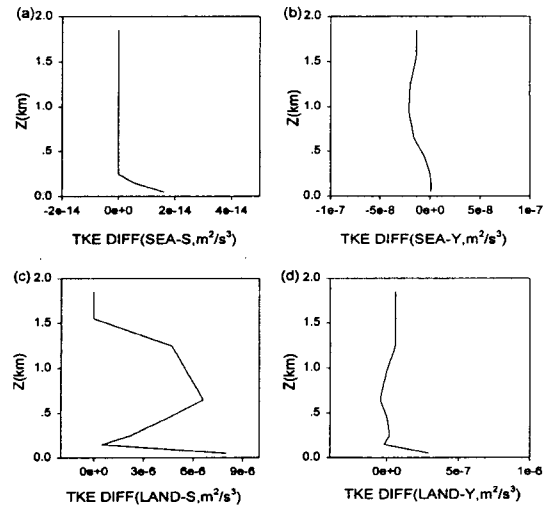


Fig. 8. The same as Fig. 4 except for diffusion term

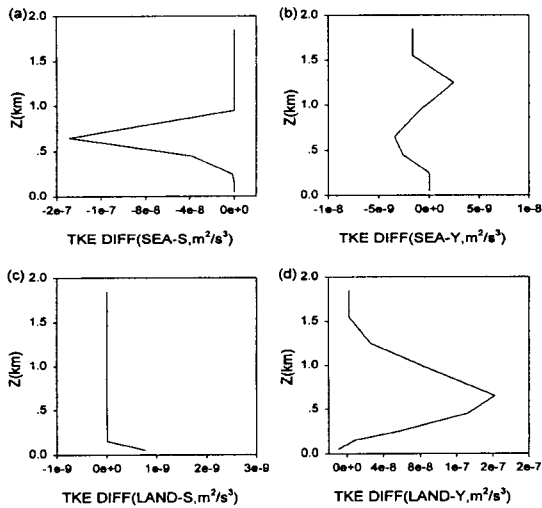


Fig. 9. The same as Fig. 5 except for diffusion term.

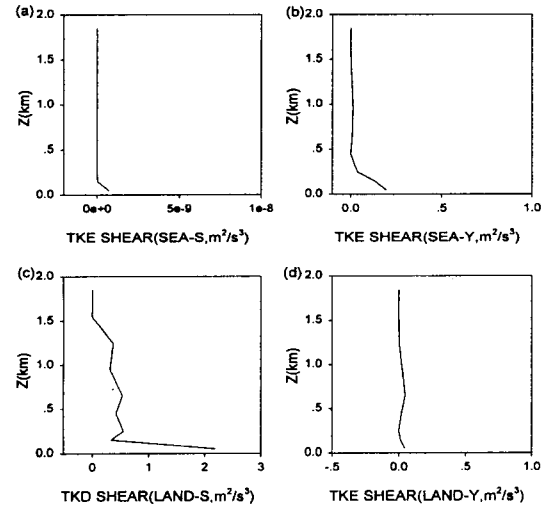


Fig. 10. The same as Fig. 4 except for shear term.

을 가진다. 그러나 2층으로 나눈 방법의 결과인 Fig. 8(b), (d)는 거의 0으로 되는 값을 나타내고 지표 근처에서 비교적 적은 값을 나타내었다. Fig. 9는 Fig. 8과는 반대로 Fig. 9(a)의 상층에서 비교적 적은 값을 가지고 Fig. 9(c)는 지표 근처에서 약간 감소하는 경향을 보인다 상층에서 일정해 진다. Fig. 9(b), (d)는 오히려 낮에 나타나야 할 경향을 보이고 있다.

Fig. 10과 Fig. 11은 각각 TKE방정식 중 shear항에 대한 결과이며, Fig. 10(a)와 (c)는 낮의 지표 근처의 큰 속도차에 의해 지표에서 큰 값이 생기고 육지쪽의 속도차가 해양보다 더 크므로, Fig. 10(c)의

값이 더 크게 나타났다. Fig. 10(b)와 (d)는 지표 근처에서 큰 값을 보이기는 하나 해양과 육지간의 속도차를 잘 표현하지 못하고 있다. Fig. 11(a)와 (c)는 속도차가 작아지므로 Fig. 10보다 약간 상층에서 최대가 된다. Fig. 11(b), (d)는 밤의 특징을 보여주지 못하고 낮인 Fig. 10(b)와 (d)의 결과와 같은 값들을 나타내었다.

Fig. 12와 Fig. 13은 각각 TKE방정식 중 dissipation항에 대한 결과이며, 시간과 장소에 관계없이 지표 근처에서 음의값을 가지고, 상층에서는 거의 0으로 되는 일반적인 경향을 잘 보이고 있다.

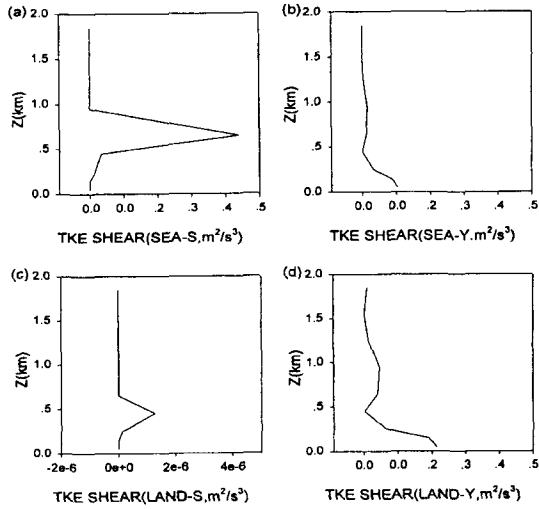


Fig. 11. The same as Fig. 5 except for shear term.

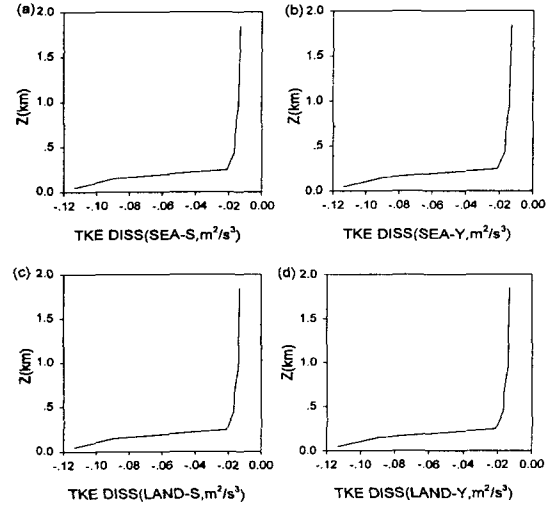


Fig. 13. The same as Fig. 5 except for dissipation term.

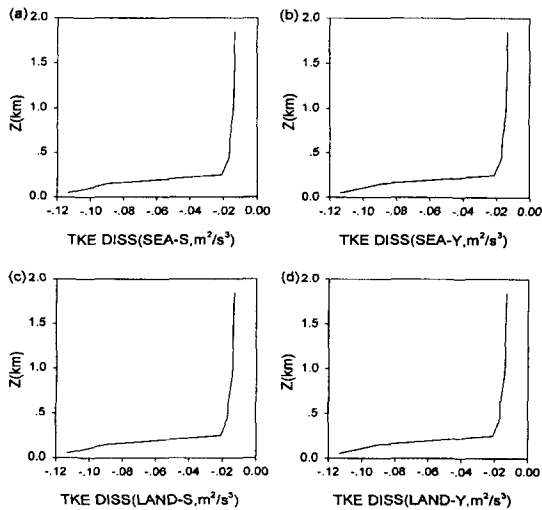


Fig. 12. The same as Fig. 4 except for dissipation term.

6. 결론

TKE방정식 중 이류항에 대한 모의 결과는, Smagorinsky에 의한 방법이 낮에 가열이 큰 육지의 모습을 잘 보여주고 있었고, 부력항에 대한 결과는 낮에 양의 값을 갖는 부력항의 일반적인 경향을 비교적 잘 나타내고 있었다. 확산항에 대한 결과는 2-level method의 경우 매우 적은 값을 나타내었으며, shear항에 대한 결과는 2-level method가 육지와 해양간의 속도차를 잘 표현하지 못하고 있었다. 마지막으로 dissipation 항에 대한 결과는 두 방법

모두 시간과 장소에 관계없이 일반적인 경향을 잘 나타내고 있었다.

그러므로, 난류확산계수를 구하는 방법은 Smagorinsky 방법에 의한 결과들이 TKE와 각 항들의 일반적인 경향을 잘 보여주고 있다는 것을 알 수 있었으며, 2층으로 양분하여 구한 결과들은 낮과 밤, 육지와 해양간의 차이에 의한 특징들을 잘 표현하지 못했다.

앞으로의 연구에서는 2차원 해륙풍 모의를 통한 수치해의 타당성을 바탕으로 하여 난류확산계수를 구하는 방법을 좀 더 보완해 나갈 것이다. 또한 모델의 안정성을 고려한 3차원 유동장 모델을 개발하여 정확한 대기 바람장을 표현하고자 한다.

참고 문헌

- 1) 이화운, 김유근, 임주연, 1995, 해륙풍 수치모의 타당성에 관한 연구, 부산대학교 환경문제연구소보, 13, 3-12.
- 2) Berkowicz and Prahm, 1978, Generalization of K theory for turbulent diffusion. Part I: Spectral turbulent Diffusivity Concept, Journal of Applied Meteorology 18, 266- 272, Part II: Spectral Diffusivity Model for Plume Dispersion., Journal of Applied Meteorology 18, 273-282.
- 3) Businger, J. A. et al., 1971, Flux-profile relationship in the atmospheric surface layer, J. Atmos. Sci., 28, 181-189.
- 4) Chiba Osamu, 1992, The turbulent charac-

- teristics in the lowest part of the sea breeze front in the atmospheric surface layer, *Boundary-Layer Meteorology*, 65, 181-195.
- 5) Defant, F., 1950, Theorie der land-und seewind, *Arch. Meteorol. Geophys. Biokimatol. Ser.*, A2, 404-425.
 - 6) Chumann Ulrich, 1990, Large-eddy simulation of the up-slope boundary layer., *Q. J. R. Metro. Soc.*, 116, 637-670.
 - 7) Klemp, J. B. and R. B. Wilhelmson, 1978, The simulation of three-dimensional convective storm dynamic, *J. Atmos. Sci.*, 35, 1069-1070.
 - 8) Lilly, D. K., 1962, On the numerical simulation of buoyant convection., *Tellus*, 14, 148-171.
 - 9) Smagorinsky, J., 1963, General circulation experiments with the primitive equations. Part I: The basic experiment, *Mon. Wea. Rev.*, 99-164.
 - 10) Stull, R. B., 1988, An introduction to Boundary layer Meteorology, Department of Meteorology, University of Wisconsin, Madison, U.S.A.
 - 11) Yamada, T., 1975, The critical Richardson number and the ratio of the eddy transport coefficients obtained from a turbulence closure model, *J. Atmos. Sci.*, 32, 926-933.
 - 12) Yamada, T., 1982, A numerical Model Study of Turbulent Airflow in and above a Forest Canopy, *Journal of the Meteorological Society of Japan*, 60(1), 439-454.