응용통계연구 제 15권 2호, 2002년, pp. 311-321

시계열 전이함수분석 이분산성의 비선형 모형화

황선영 [1)] 김순영[2)] 이성덕[3)]

요 약

시계열 자료의 전이함수분석에 있어서 조건부 이분산성을 도입하고 기존의 선형 이분산모형인 Engle(1982)의 ARCH 모형과 더불어 비선형 모형인 베타-ARCH 및 분계점-ARCH 모형을 고려하였다. 모형적합절차를 간략히 소개하였으며 제안된 모형을 미국 나스닥지수와 국내 종합주가지수에 적용시켜본 결과 비선형 ARCH 모형이 우수함을 알 수 있었다.

주요용어: 이분산성, 비선형 ARCH, 전이함수, 교차상관함수(CCF), 포함비율

1. 서론

시계열 자료분석에서 전이함수모형(Transfer Function Model ; TFM)은 서로 연관관계가 있는 시계열 변수들 특히, 인과관계가 있는 시계열 변수들을 분석하는 데 사용된다. 기본적인 TFM은 변수들이 ARIMA모형을 따르고 있고 조건부 분산이 일정하다는 가정에서 출발하고 있다(cf. Box & Jenkins(1976), ch. 10). 조건부 분산은 자료의 변동성을 측정하는 도구로서 경영-경제 시계열의 경우에는 조건부 이분산성(conditional heteroscedasticity)이 뚜렷한 경우가 많다. Engle(1982)은 이분산성을 가진 자기회귀조건부이분산(ARCH)모형을 제시하였고 이를 확장시킨 일반화자기회귀조건부이분산(GARCH; Generalized ARCH)모형은 Bollerslev (1986)에 의해 제시되었다. 또한 Weiss(1984)는 계열상관(serial correlation)을 고려한 ARCH 모형인 ARMA -ARCH 모형을 연구하였다.

Baek et al. (2002)은 이분산성을 고려한 TFM 모형을 제안하고 이를 국내 주가와 회사채 수익률자료에 적용시켜 기존의 TFM 분석보다 좋은 결과를 얻은 바 있다. 본 연구에서는 Baek et al.(2002)의 연구결과를 확장시켜서 TFM 모형의 이분산성이 비선형(nonlinear)인 경우를 고려하고 있다. Engle의 ARCH모형 외에 비선형 ARCH구조를 가진 모형으로는 β-ARCH(Guegan & Diebolt, 1994 ; Hwang & Basawa, 2002), Threshold ARCH모형(Li & Li, 1996 ; Hwang & Woo, 2001)등이 있다.

본 논문에서는 기존의 TFM과 Engle이 제시한 ARCH구조를 가진 TFM, Threshold ARCH구조를 가진 TFM 그리고 β-ARCH구조를 가진 TFM에 대해 알아본 후 이들을 이

1) (140-742) 서울 용산구 청파동 숙명여대 통계학과, 교수
E-mail : shwang@sookmyung.ac.kr
2) 서울시 종로구 이화동 마켓비전 컨설팅 그룹(주) 연구원
3) (361-763)충북 청주시 개신동 충북대학교 통계학과, 교수
E-mail : sdlee@cbucc.chungbuk.ac.kr

분산성이 존재하는 주가 시계열 자료를 이용하여 서로 비교하고자 한다. 2절에서는 기존의 TFM 모형과 Engle 의 ARCH 모형을 정리하고 있으며 3절에서는 비선형 ARCH 와 TFM 이 결합된 모형을 제안하고 모형의 적합절차를 소개하고 있으며 4절에서는 미국의 나스닥(NASDAQ)지수를 설명시계열로, 국내 종합주가지수(KOSPI)가 반응시계열인 전이함수 분석을 통해 비선형 이분산모형들을 비교분석하고 있다. 비교분석의 기준으로는 1-시차후 예측의 포함비율(coverage percentage)을 사용하여 모형간 비교를 시도하였으며, 이분산성을 고려하여 평균절대비율오차(Mean Absolute Percentage Error ; MAPE)로서 모형들의 적합도를 측정하였다.

2. 전이함수모형과 Engle의 ARCH모형

전이함수모형(스토캐스틱 회귀모형)의 통계적 분석절차는 Box & Jenkins(1976) 에 의해 제안되었다. 먼저 입력계열 x_t와 출력계열 y_t가 평균이 0인 정상시계열이라 하자. 기존의 TFM은 다음과 같이 정의 된다.

$$y_t = \nu(B)x_t + n_t$$

여기서, $\nu(B) = \sum_{j=0}^{\infty} \nu_j B^j$ 는 전이함수필터이고, n_t는 입력계열 x_t와 독립인 잡음과정(noise process)이며 x_t와 n_t는 ARMA모형을 따른다. TFM 분석의 주된 목적은 전이함수필터 $\nu(B)$의 추정과 잡음과정 n_t의 ARMA모형설정에 있다. 모수의 수를 줄이기 위해 $\nu(B)$는 보통 다음과 같이 표현된다.

$$\nu(B) = \frac{\omega_s(B)}{\delta_r(B)} B^d$$

여기서, $\omega_s(B) = \sum_{i=0}^{s} \omega_i B^i$, $\delta_r(B) = \sum_{j=0}^{r} \delta_j B^j$, 그리고 d(delay parameter)는 y_t에 최초로 영향을 미치는 입력계열 x_t의 시점이다.

시계열 자료의 경우, 특히 계량경제학분야에서 오차의 분산이 과거의 분산에 의존하는 경우가 있다. 이 경우에는 조건부 이분산성이 고려될 수 있는 모형족인 ARCH 류의 모형이 타당하다 하겠다. ϵ_t 가 다음과 같을 때 ARCH(m)모형을 따른다고 한다.

$$\epsilon_t = h_t^{1/2} e_t, \quad e_t \sim N(0,1)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{j=1}^{m} \alpha_j \epsilon_{t-j}^2$$

여기서, $\alpha_0 > 0,\ \alpha_j >= 0 (j = 1, 2, \cdots, m)$이다.

ARCH모형을 오차로 가진 ARMA모형은 Weiss(1984)에 의해 ARMA-ARCH모형으로 명명되었으며 시계열 n_t가 다음과 같을 때 n_t는 ARMA(p,q)-ARCH(m)을 따른다고 한다.

$$\phi_p(B) n_t = \theta_q(B) \epsilon_t$$

여기서, ϵ_t는 ARCH(m)을 따른다.

기존의 TFM은 잡음과정 n_t를 ARMA구조로 모형화 하는데 반해 본 논문에서 고려하고 있는 TFM은 다음과 같이 잡음과정 n_t가 ARMA-ARCH구조를 따르며 또한 선형이 아닌 비선형 ARCH모형에 대해서 검토하고 있다.

3. 비선형 ARCH모형

3.1. Threshold ARCH

Threshold ARCH모형은 조건부 분산을, 데이터가 양인지 음인지에 따라 모형의 구조가 다르게 모형화하고 있다. 먼저, Threshold ARCH(1)모형(Li & Li, 1996)은 다음과 같다.

$$\epsilon_t = \sqrt{h_t} e_t, \quad e_t \sim iid(0,1)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 (\epsilon_{t-1}^+)^2 + \alpha_2 (\epsilon_{t-1}^-)^2$$

여기서, e_t는 ϵ_{t-k}, $k \geq 1$ 와 독립이며, $\alpha_0 > 0$이고 $0 \leq \alpha_j < 1$, $j = 1,2$이다. 또한 $\epsilon_{t-1}^+ = max(\epsilon_{t-1}, 0)$ 이고 $\epsilon_{t-1}^- = min(\epsilon_{t-1}, 0)$ 이다. 차수 m 으로 확장된 모형인 Threshold ARCH(m)모형식은 다음과 같다.

$$\epsilon_t = \sqrt{h_t} e_t, \quad e_t \sim iid(0,1)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_{11} (\epsilon_{t-1}^+)^2 + \alpha_{12} (\epsilon_{t-1}^-)^2 + \cdots$$
$$\cdots + \alpha_{m1} (\epsilon_{t-m}^+)^2 + \alpha_{m2} (\epsilon_{t-m}^-)^2$$

위의 모형식에서 $\alpha_{j1} = \alpha_{j2}$, $j = 1, 2, \cdots, m$ 이면 Threshold ARCH(m)모형은 Engle의 ARCH(m)모형이 된다.

3.2. β-ARCH

다양한 비선형구조를 보여주는 β-ARCH모형에 대해서는 Guegan & Diebolt(1994) 가 β-ARCH(1)모형을 제시하였으며, An et al(1997)에 의해 β-ARCH(m)모형으로 확장되었다. β-ARCH(m)모형식은 다음과 같다.

$$\epsilon_t = \sqrt{h_t} e_t, \quad e_t \sim iid(0,1)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 |\epsilon_{t-1}|^\beta + \cdots + \alpha_m |\epsilon_{t-m}|^\beta$$

여기서, $0 \leq \beta \leq 2$그리고 $\alpha_0 > 0, \alpha_j \geq 0, j = 1, \cdots, m$ 이다. 이 모형족은 $\beta = 0$ 일때는 iid 모형을, 그리고 $\beta = 2$ 일 때는 Engle의 ARCH모형을 나타내며 $\beta = 1$ 일 때 절대값 ARCH(absolute ARCH)모형을 표시하고 있다.

4. 비선형 ARCH구조를 가진 전이함수모형

4.1. 모형식

선형인 Engle의 ARCH구조를 가진 TFM과 더불어 비선형인 Threshold ARCH구조를 가진 TFM, β-ARCH 구조를 가진 TFM을 고려해 보자.

[I] 선형 ARCH구조인 Engle ARCH구조를 가진 TFM

$$y_t = \frac{\omega_s(B)}{\delta_r(B)} B^d x_t + n_t \tag{4.1}$$

$$\phi_p(B) n_t = \theta_q(B) \epsilon_t \tag{4.2}$$

$$\epsilon_t = h_t^{1/2} e_t \tag{4.3}$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{j=1}^{m} \alpha_j \epsilon_{t-j}^2 \tag{4.4}$$

여기서, $\omega_s(B) = \sum_{i=0}^{s} \omega_i B^i$, $\delta_r(B) = \sum_{j=0}^{r} \delta_j B^j$, 그리고 d는 y_t에 최초로 영향을 미치는 입력계열 x_t의 시차, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_j \geq 0 (j = 1, 2, \cdots, m)$, 그리고

$$\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \cdots - \phi_q B^q,$$
$$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \cdots - \theta_q B^q$$

이다.

[II] Threshold ARCH구조를 가진 TFM
수식(4.1),(4.2),(4.3)과 더불어 조건부 이분산 h_t가 다음과 같은 모형을 고려하자.

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_{11} (\epsilon_{t-1}^{+})^2 + \alpha_{12} (\epsilon_{t-1}^{-})^2 + \cdots$$
$$\cdots + \alpha_{m1} (\epsilon_{t-m}^{+})^2 + \alpha_{m2} (\epsilon_{t-m}^{-})^2 \tag{4.5}$$

여기서, $\alpha_0 > 0, 0 \leq \alpha_{ij} < 1, i = 1, 2, \cdots, m, j = 1, 2$ 이다.

[III] 비선형 ARCH구조인 β-ARCH구조를 가진 TFM
모형 [1]에서 수식(4.4)가 다음과 같은 모형을 고려하자.

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 |\epsilon_{t-1}|^{\beta} + \cdots + \alpha_m |\epsilon_{t-m}|^{\beta} \tag{4.6}$$

여기서, $0 \leq \beta \leq 2,\ \alpha_0 > 0,\ \alpha_j \geq 0,\ j = 1, \cdots, m$ 이다.

4.2. 모형식의 적합

TFM의 적합단계는 기존의 Box & Jenkins(1976, ch. 10)의 분석 방법을 그대로 이용하고 있으며 다만 ARCH구조의 분석을 위해 7단계와 8단계가 추가되었다. 본 장에서는 분석단계를 간략히 정리 소개하고 있으며 자세한 이론적 내용은 Baek et al.(2002)을 참고하기 바란다.

1단계 : 입력계열의 사전백색화

$$\eta_t = \frac{\phi_x(B)}{\theta_x(B)} x_t$$

2단계 : 1단계에서 추정된 사전백색화 변환을 출력계열 y_t에 적용

$$\zeta_t = \frac{\phi_x(B)}{\theta_x(B)} y_t$$

3단계 : η_t와 ζ_t의 교차상관함수(cross correlation function ; CCF)를 계산하여 전이함수필터 ν_k를 추정한다. 교차상관함수 $\hat{\rho_{\eta\zeta}}(k)$는 근사적으로 평균이 0이고 분산 $(n-k)^{-1}$인 정규분포를 따른다는 사실을 이용하여 교차상관함수의 유의성검정과 ν_k의 유의성 검정을 한다.

4단계 : 추정된 ν_k또는 교차상관함수의 패턴을 보고 (s, r, d)를 결정한 후 $\hat{\omega_j}$와 $\hat{\delta_j}$의 초기추정치를 구한다.

$$\nu(B) = \frac{\omega_s(B)}{\delta_r(B)} B^d$$

5단계 : 초기추정치 $\hat{\omega_j}$와 $\hat{\delta_j}$를 이용하여 잡음과정 n_t를 계산한다.

$$\begin{aligned} \hat{n_t} &= y_t - \hat{\nu}(B) x_t \\ &= y_t - \frac{\hat{\omega_s}(B)}{\hat{\delta_r}(B)} x_{t-d} \end{aligned}$$

구해진 $\hat{n_t}$에 대해 자기상관함수(ACF)와 부분자기상관함수(PACF)를 이용해 잡음과정의 ARMA모형을 설정한다.

$$y_t = \frac{\omega_s(B)}{\delta_r(B)} B^d x_t + \frac{\theta_q(B)}{\phi_p(B)} \epsilon_t$$

6단계 : $\epsilon_t = \dfrac{\phi_p(B)}{\theta_q(B)} \left\{ y_t - \dfrac{\omega_s(B)}{\delta_r(B)} B^d x_t \right\}$에 의해 ϵ_t를 구한다.

7단계 : LM(Lagrange Multiplier)검정을 이용하여 ϵ_t의 조건부 이분산에 대한 모형의 차수 m 을 결정한다.

$$\epsilon_t = h_t^{1/2} e_t$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{k=1}^{m} \alpha_k \epsilon_{t-k}^2$$

8단계 : ϵ_t의 비선형모형을 고려하여 차수 m 의 조건부 이분산모형을 설정한다. Threshold ARCH 모형은 식(4.5) 그리고 β-ARCH 모형은 식(4.6)을 이용한다.

4.3. 모수추정

연관된 모수의 최종 추정치는 4.2절의 6단계에서 구한 $\{\epsilon_t\}$를 이용하여 Engle(1982)의 최대 우도추정법(ML)에 의해 구할 수 있다. 자료 $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_n, y_n)\}$ 의 로그 우도함수 l 은 다음과 같다.

$$l = \sum_{t=1}^{n} l_t, \quad l_t = -\frac{1}{2} log h_t - \frac{1}{2}\epsilon_t^2 / h_t \tag{4.7}$$

여기서 h_t는 모형식에 따라 (4.4), (4.5), (4.6)의 형태를 가진다. 로그 우도함수 l을 최대화 시켜서 얻는 ML 추정치는 Engle(1982, pp. 997)의 반복적인 스코어링 알고리듬을 이용해서 구할 수 있다.

4.4. 진단

ARCH구조를 가진 TFM에서의 모형진단은 포토만토 검정법을 사용한다.

[I] $\nu(B)$의 모형설정이 잘못 되었을 경우는 모든 k에 대해 $\rho_{\eta\zeta}(k) \neq 0$이고 $\rho_{\epsilon}(k) \neq 0$이다. 이때 포토만토검정법은 다음과 같다.

$$Q_1 = N^*(N^*+2)\sum_{j=0}^{k}(N^*-j)^{-1}\hat{\rho}^2_{\eta\zeta}(j)$$

여기서, $N^* = N - t_0 + 1$이며 Q_1은 근사적으로 χ^2_{K-r-s}를 따른다.

[II] 잡음과정 n_t의 모형설정이 잘못 되었을 경우 모든 k에 대해 $\rho_{\eta\zeta}(k) = 0$ 이고 어떤 k에 대해 $\rho_{\epsilon}(k) \neq 0$이다. 이때 포토만토검정법은 다음과 같으며

$$Q_2 = N^*(N^*+2)\sum_{j=0}^{k}(N^*-j)^{-1}\hat{\rho}^2_{\epsilon}(j)$$

Q_2은 근사적으로 χ^2_{K-p-q}를 따른다.

[III] ARCH구조의 모형설정이 잘못 되었을 경우 모든 k에 대해 $\rho_{\eta\zeta}(k) = 0,\ \rho_{\epsilon}(k) = 0$이고 어떤 k에 대해 $\rho^2_{\epsilon}(k) \neq 0$이다. 이때 이분산 모형의 포토만토검정법인 Li & Mak(1994)의 검정통계량은 다음과 같다.

$$Q_3 = N \sum_{j=m+1}^{k} \hat{\rho}_{\hat{\epsilon}^2}(j)$$

여기서, $\hat{\rho}_{\hat{\epsilon}^2}(j) = \frac{\sum_{t=j+1}^{N}(\hat{\epsilon}_t^2/\hat{h}_t-1)(\hat{\epsilon}_{t-j}^2/\hat{h}_{t-j}-1)}{\sum_{t=1}^{N}(\hat{\epsilon}_t^2/\hat{h}_t-1)^2}$이며, Q_3은 근사적으로 χ^2_{K-m}를 따른다.

5. 사례분석

본 절에서는 2000년 2월 11일부터 2001년 3월 16일까지의 일별자료(총자료개수 $n = 257$)인 미국 나스닥지수와 국내 종합주가지수를 위에서 제안한 기존의 TFM, Engle이 제안한 ARCH구조를 가진 TFM, β- ARCH구조를 가진 TFM 그리고 Threshold ARCH구조를 가진 TFM 등 네 개의 모형을 적합시켜 비교분석하고자 한다. 나스닥지수를 입력계열로 종합주가지수를 출력계열로 모델링한 후, 먼저 나스닥지수와 종합주가지수를 일차차분하여 추세를 제거함으로 정상성 조건을 만족시키자.

$$x_t = X_t - X_{t-1}, \quad y_t = Y_t - Y_{t-1}$$

즉, x_t는 일차차분한 나스닥지수, y_t는 일차차분한 종합주가지수이다.

일차차분한 데이터를 이용하여 4장에서 설명한 방법에 따라 모형들을 적합시켰으며 계산 프로그램은 SAS/IML을 이용하였다.

(1) 기존의 TFM : M1 모형

$$y_t = \frac{\omega_s(B)}{\delta_r(B)}B^d x_t + \frac{\theta_q(B)}{\phi_p(B)}\epsilon_t$$

ACF와 PACF를 통해 입력계열 나스닥지수(x_t)가 백색잡음(white noise)임을 알 수 있었으며 $\eta_t(= x_t)$와 $\zeta_t(= y_t)$의 CCF를 구한 결과 음의 차수에서의 교차상관관계가 모두 0으로 판단되므로 나스닥지수를 입력계열로 하는 TFM이 타당함을 알 수 있다. 또한 CCF를 통해 $\nu(B) = \frac{\omega_s(B)}{\delta_r(B)}B^d$의 모형이 $d = 1$인 $\nu(B) = \omega_0 B x_t$인 모형으로 정하였다. 또한 추정된 TFM은 $y_t = 0.0792x_{t-1} + n_t$이었고 포토만토통계량을 통해 n_t의 모형화를 위해 $\phi(B) = \theta(B) = 1$을 선택하였다.

(2) Engle의 ARCH구조를 가진 TFM : M2 모형

잡음과정 n_t 즉 오차항이 자기상관관계를 갖고 있는지 알아보기 위해 더빈-왓슨 통계량을 점검해 본 결과 잡음과정 n_t가 자기상관관계가 없음을 알 수 있다. 즉, $n_t = \epsilon_t$이다. 이제 오차항 ϵ_t가 조건부 이분산성을 갖고 있는지 알아보기위해 LM검정을 해 본 결과 ARCH(5)모형이 선택되었다. 또한 모수 $\alpha_1, \cdots, \alpha_4$는 유의하지 않으므로 다음과 같은 ARCH(5)모형을 고려하였다.

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_5\epsilon_{t-5}^2$$

ML추정법으로 추정한 결과는 다음과 같으며 추정치의 표준오차(SE)는 괄호안에 제시하였다.

$$\begin{aligned} y_t &= 0.0746x_{t-1} + n_t \\ &\quad (0.009) \\ n_t &= \epsilon_t, \quad \epsilon_t = h_{t-1}^{1/2} e_t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_t &= 234.5902 + 0.2460\epsilon_{t-5}^2 \\ &\quad (29.93) \qquad (0.101) \end{aligned} \tag{5.1}$$

(3) Threshold ARCH구조를 가진 TFM : M3 모형
비선형 ARCH구조인 Threshold ARCH모형을 구한 결과는 다음과 같다

$$\begin{aligned} y_t &= 0.0756x_{t-1} + n_t \\ &\quad (0.008) \\ n_t &= \epsilon_t, \quad \epsilon_t = h_t^{1/2} e_t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_t &= 208.6382 + 0.2157(\epsilon_{t-2}^-)^2 + 0.3567(\epsilon_{t-5}^+)^2 \\ &\quad (33.27) \qquad (0.069) \qquad\quad (0.089) \end{aligned} \tag{5.2}$$

(4) β- ARCH구조를 가진 TFM : M4 모형
비선형 ARCH구조인 β-ARCH모형의 적합결과는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} y_t &= 0.0787x_{t-1} + n_t \\ &\quad (0.008) \\ n_t &= \epsilon_t, \quad \epsilon_t = h_t^{1/2} e_t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_t &= 171.9 + 0.8130\,|\epsilon_{t-2}|^{1.5625} + 0.8963\,|\epsilon_{t-5}|^{1.5625} \\ &\quad (77.53) \;\; (0.390) \qquad\qquad\quad (0.071) \end{aligned} \tag{5.3}$$

모형간(M1-M4)비교를 위해 1-시차후 예측에 있어서의 포함비율(coverage percentage)을 생각해 보자. t 시점까지의 자료 $(x_t, y_t), \ldots, (x_1, y_1)$ 이 주어진 경우 $t+1$ 시점의 y_{t+1}의 예측구간은 다음과 같다.

$$\hat{y_{t+1}} \pm z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{h_{t+1}} \tag{5.4}$$

여기서 $z_{\alpha/2}$ 를 정할 때 보수적으로 95%신뢰수준에서는 $z_{\alpha/2} = 2$, 그리고 90% 신뢰수준에서는 $z_{\alpha/2} = 1.7$을 사용하였다. 조건부 이분산 h_t 는 M1 의 경우 시점에 관계없이 평균잔차

제곱합(MSE)를 이용하였으며, M2 : 식(5.1), M3 : 식(5.2) 그리고 M4 의 경우는 식(5.3)을 이용하였다. 최근의 200개 자료의 1-시차후 예측구간 (5.4)를 계산하여 200개중에서 몇개가 계산된 예측구간에 포함되는지를 표시하는 포함확률을 표 5.1에 수록하였다. 95%신뢰수준에서는 M3, M4 가 우수하였으며 90%의 경우에는 M3, M2 가 효율적인 것으로 보인다. 결론적으로 주가자료의 경우 비선형 ARCH 모형이 대체로 우수하며 특히 Threshold ARCH 모형이 우수함을 알수 있다. 또한 모형의 적합도를 수량화하기 위해 평균절대비율오차(MAPE)를 모형옆에 수록하였으며 MAPE 기준으로 볼 때 모형간 차이가 확연히 드러나지는 않으나 M3가 가장 작은 MAPE값으로 우수함을 알 수 있다.

표 5.1: 모형별 1-시차후 예측 포함확률 및 MAPE

모형(MAPE)	95% 신뢰수준	90% 신뢰수준
M1 (7.51%)	93.5%	87.5%
M2 (7.49%)	93.5%	90.5%
M3 (7.48%)	97.0%	91.0%
M4 (7.50%)	95.5%	89.5%

감사의 글

논문을 심사해주신 심사위원 두 분께 감사를 드립니다. 본 연구는 학술진흥재단 연구비(KRF-2000-015-DP0052) 지원으로 수행되었음.

참고문헌

[1] Baek, J. S., Sohn, K. T. and Hwang, S. Y. (2002). Statistical analysis of transfer function models with conditional heteroscedasticity. *Journal of Korean Statistical Society*, 31, 199-212.

[2] Bollerslev, T (1986). Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.

[3] Box, G. E. P. and Jenkins, J. M.(1976). *Time Series Analysis : Forecasting and Control.* Holden-Day, CA.

[4] Guegan, D. and Diebolt, J. (1994). Probabilistic properties of the -ARCH model. *Statistica Sinica*. 4. 71-87.

[5] Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50, 987-1007.

[6] Hwang, S. Y. and Woo, Mi-Ja (2001). Threshold ARCH(1) processes: asymptotic inference. *Statistics & Probability Letters*, 53, 11-20.

[7] Hwang, S. Y. and Basawa, I. V. (2002). Estimation for nonlinear autoregressive models generated by beta-ARCH processes. To appear in *Sankhya-Series A.*

[8] Li, C. W. and Li, W. K.(1996). On a double threshold autoregressive heteroscedastic time series model. *Journal of Applied Econometrics*, 21, 270-286.

[9] Li, W. K. and Mak, T. K. (1994), On squared residual autocorrelation in non-linear time series with conditional heteroscedasticity. *Journal of Time Series Analysis*, 15, 627-636.

[10] Mcleod, A. I. and Li, W.K. (1983). Checking ARMA time series models using squared-residual autocorrelations. *Journal of Time Series Analysis*, 4, 269-273.

[11] Weiss, A. A.(1984). ARMA models with ARCH errors. *Journal of Time Series Analysis*, 5, 129-143.

[2002년 4월 접수, 2002년 6월 채택]

Nonlinear approach to modeling heteroscedasticity in transfer function analysis

S.Y. Hwang [1)] Soon-Young Kim [2)] Sung-Duck Lee [3)]

ABSTRACT

Transfer function model(TFM) capturing conditional heteroscedastic pattern is introduced to analyze stochastic regression relationship between the two time series. Nonlinear ARCH concept is incorporated into the TFM via threshold ARCH and beta-ARCH models. Steps for statistical analysis of the proposed model are explained along the lines of the Box & Jenkins(1976, ch. 10). For illustration, dynamic analysis between KOSPI and NASDAQ is conducted from which it is seen that threshold ARCH performs the best.

Keywords: Heteroscedasticity, Nonlinear ARCH, Transfer function, Cross correlation

1) Professor, Dept. of Statistics, Sookmyung Women's Univ.
E-mail: shwang@sookmyung.ac.kr

2) Graduate student, Dept. of Statistics, Sookmyung Women's Univ.

3) Professor, Dept. of Statistics, Chungbuk National Univ.
E-mail: sdlee@cbucc.chungbuk.ac.kr