

반응표면방법론에서의 강건한 실험계획*

임용빈¹⁾ 오만숙²⁾

요약

반응표면방법론에서의 세번째 단계에서는 일차모형이 가정되고, 반응표면의 곡선효과는 중앙점과 2수준 부분실험에서의 실험을 통해서 검토된다. 참모형이 2차 모형인 경우를 가정하자. 최적실험계획을 선택하기 위해서 Box와 Draper(1959)는 관심영역에서 예측치 $\hat{y}(x)$ 의 평균제곱오차를 적분한 값인 가중평균제곱오차(AMSE)를 최소화시키는 최적실험계획기준을 제안하였다. AMSE는 예측치의 가중분산과 가중제곱편의량의 합으로 분할될 수 있다. AMSE는 실험계획 적률과 참모형의 회귀계수들의 값에 종속되어서 가중평균제곱오차를 최소화하는 실험계획을 찾기는 불가능하다. 실용적인 대안으로 Box와 Draper(1959)는 가중제곱편의량을 최소화하는 실험계획을 제안했고, 이 실험계획의 상사점들이 중앙점을 향해서 축소됨을 보였다. 이 논문에서는 표준화된 회귀계수들의 값에 대해서 실험계획의 최소효율을 최대화하는 강건한 실험계획을 제안한다.

주요용어: 가중평균제곱오차(AMSE), 강건한 AMSE 실험계획

1. 서론

반응표면방법론은 최적조건을 찾는 데에 있어서 3 단계로 이루어진다 (Myers & Montgomery, 1995). 첫번째 단계는 중요하지 않은 요인들을 제거 시키는 변수 선별 단계이다. 두번째 단계에서는 최적조건근방의 영역으로 이동하는 데에 관심이 있다. 이 단계에서는 일차모형이 가정되고, 2 수준 부분실험 실험을 축차적으로 시행하면서 최대경사법(method of the steepest ascent)을 적용하여 향상된 반응치를 갖는 설명변수들의 영역을 찾는다. 반응표면의 곡선효과(curvature)는 세번째 단계에서 검토된다. 이때 보편적으로 사용되는 실험계획은 최대경사법에 의해 결정된 조건을 중심으로 2수준 부분실험과 중앙점에서 추가로 실험을 실시한다. 실험을 계획할 때의 가정된 모형은 일차모형이지만, 중앙점 둘레의 관심영역에서는 반응치의 참모형이 2차모형

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \epsilon$$

인 경우를 생각한다. 여기서 오차항 ϵ 은 기대값이 0이고 분산이 σ^2 이다. 이 문제에서 우리의 주된 관심사가 관심영역 근방에서 반응치의 정확한 예측인 경우를 생각해 보자. 가정된

* 이 논문은 과기부 여대기반조성 연구비 #99-N6-01-01-A-03 의 지원에 의한 것임.

1) (120-750) 서울시 서대문구 대현동 21 이화 여자 대학교 통계학과 교수

E-mail: yblim@mm.ewha.ac.kr.

2) (120-750) 서울시 서대문구 대현동 21 이화 여자 대학교 통계학과 부교수

E-mail: msoh@mm.ewha.ac.kr.

모형이 일차모형이고 참모형이 이차모형인 경우에 관심영역 전체에서 반응치를 정확하게 예측하기 위한 바람직한 실험계획을 구하는 문제는 Box & Draper(1959)에 의해서 최초로 연구되었다. Box & Draper(1959)는 가정된 모형에서 최소제곱법에 의해서 구한 예측치의 가중평균제곱오차(Average Mean Squared Error)를 최소화 시키는 최적실험계획기준을 제안하였다. 예측치의 가중평균제곱오차인 AMSE는 관심영역에 있는 한 점 x 에서의 예측치 $\hat{y}(x)$ 의 평균제곱오차인 $MSE(\hat{y}(x))$ 를 관심영역에서 균등 적분하여 구한 후, 총 실험의 크기 N 과 분산 σ^2 에 대해 표준화를 시킨 값으로

$$J = \frac{N\Omega}{\sigma^2} \int_R E[\hat{y}(x) - E(y(x))]^2 dx \quad (1.1)$$

이다. 여기서 $\Omega^{-1} = \int_R dx$ 이다. 예측치의 평균제곱오차를 예측치의 분산과 편의량의 제곱으로 분해하면, 식 (1.1)에 주어진 가중평균제곱오차 J 는

$$\begin{aligned} J &= \frac{N\Omega}{\sigma^2} \int_R V(\hat{y}(x))dx + \frac{N\Omega}{\sigma^2} \int_R [E(\hat{y}(x)) - E(y(x))]^2 dx \\ &= V + B \end{aligned} \quad (1.2)$$

로 표현되어 예측치의 가중분산인 V 와 가중제곱편의량인 B 의 합으로 분할된다. 그런데 가중제곱편의량 B 는 일반적으로 참모형의 회귀계수들의 값에 종속되어서 가중평균제곱오차 J 를 최소화하는 실험계획을 찾기는 불가능하다. 예를 들어 설명변수가 한 개인 $k = 1$ 이고 관심영역이 $[-1, 1]$ 인 경우를 생각하자. c_2 를 실험계획의 2차 실험계획 적률(second moments of the design)로 $c_2 = N^{-1} \sum_{u=1}^N x_u^2$ 로 표시하고, 표준화된 곡선효과의 척도로 $\alpha_{11}^2 = N\beta_{11}^2/\sigma^2$ 를 정의하자. 합리적인 실험설계는 3차 실험계획 적률(third design moments of the design)의 값이 0인 대칭 실험 설계(symmetric design)이고, 이때의 가중평균제곱오차 J 는

$$J = V + B = \left[1 + \frac{1}{3c_2}\right] + \alpha_{11}^2 \left[\left(c_2 - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{4}{45}\right]$$

임을 Box & Draper(1959)가 보였다. 따라서 J 를 최소로 하는 c_2 의 값은 미지의 α_{11}^2 의 크기에 종속된다. 표준화된 곡선효과의 척도인 α_{11}^2 의 값이 작으면, 참모형이 거의 1차모형에 근사되어 가중제곱편의량 B 가 무시할 수 있을 정도로 작게 되어 가중평균제곱오차 J 가 가중분산 V 의 값에 따라서 결정되며, 이때 J 를 최소로 하는 c_2 는 최대값인 1일 때이다. 한편 참모형의 곡선효과 크기가 상당히 커서 α_{11}^2 가 무한대에 가까운 값을 갖게 되면 V 가 B 의 크기에 비해 무시할 수 있을 정도로 작게 되고, 이때 J 를 최소로 하는 c_2 는 B 를 최소로 하는 값인 $1/3$ 이다. 그런데 α_{11}^2 의 크기를 모르기 때문에 Box & Draper(1959)는 최적인 실험계획을 취한 경우에 V 와 B 가 같게 될 때와 V 의 크기가 B 의 4배가 될 때의 α_{11}^2 값에서의 c_2 를 참조해서 최적의 c_2 를 결정할 것을 제안하였다. 이 논문에서는 최대의 위험(risk)을 최소화하는 전략(MiniMax Principle)을 적용하여 미지인 α_{11}^2 에 대해서 강건한(robust) c_2 를 구하는 실험계획전략을 제안한다. 즉 주어진 c_2^* 에서 α_{11}^2 를 변해 가면서 상대 가중평균제곱오차의 효율인

$$J_{eff}(c_2^*, \alpha_{11}^2) = \frac{\min_{c_2} J(c_2, \alpha_{11}^2)}{J(c_2^*, \alpha_{11}^2)}$$

를 구하고, α_{11}^2 에 대해서 최악의 효율인 $\min_{\alpha_{11}^2} J_{eff}(c_2^*, \alpha_{11}^2)$ 를 구한 다음에, 이를 최대로 하는 c_2 를 찾는 것이다.

Box & Draper(1959)는 설명변수가 k 개 있는 경우에 AMSE인 J 를 반응표면의 모든 가능한 축 방향(all orientations)에 대해서 평균한 값을 최소로 하는 실험계획은 순수한 2차 실험계획 적률의 크기가 같고, 나머지 2차 실험계획 적률과 1차와 3차 실험계획 적률의 값이 0인, B 형식의 일차 직교 실험설계(First Order Orthogonal design of Type B)임을 보였다. 이 실험계획에서의 AMSE인 J 를 구하는 과정을 2절에서 설명하고, 3절에서는 Minimax 전략을 활용한 강건한 AMSE 실험계획의 2차 적률을 구하는 방법을 제시하고, 몇 가지 경우에 대해서 구하였다. 또한 2수준 부분실험법의 실험점들을 축소시킨 상자점 ($\pm a, \dots, \pm a$)들과 중앙점에서 적절한 크기의 반복 수를 갖는 실험계획의 순수한 2차 실험계획 적률값이 강건한 AMSE 실험계획의 2차 적률값과 일치하기 위한 a 의 값을 살펴보았는데, 이 값이 2수준 부분실험법에서 실험점들의 중앙점을 향한 축소량의 크기이다.

2. 가중평균제곱오차 AMSE

실험을 계획할 때의 가정된 모형은 일차모형이지만, 중앙점 둘레의 관심영역에서는 반응치의 참모형이 이차모형인 경우를 생각하고, B 형식의 일차 직교 실험설계에 의해서 자료가 주어졌다고 가정하자. 관심영역 R 상의 한 점 x 에서 일차모형에 대응되는 설명변수들의 벡터를 $x'_1 = (1, x_1, \dots, x_k)$, 이차항들로 이루어진 설명변수들의 벡터를 $x'_2 = (x_1^2, \dots, x_k^2, x_1x_2, \dots, x_{k-1}x_k)$ 라 하고 대응되는 미지의 회귀계수들의 벡터를 $\beta'_1 = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k)$, $\beta'_2 = (\beta_{11}, \dots, \beta_{kk}, \beta_{12}, \dots, \beta_{(k-1)k})$ 라고 할 때, 최소제곱법에 의해서 추정된 회귀함수는

$$\hat{y}(x) = x'_1 b_1$$

이고, 반응변수의 기대값은

$$Ey(x) = x'_1 \beta_1 + x'_2 \beta_2$$

이다. 여기서 $b'_1 = (b_0, b_1, \dots, b_k)$ 이다. 행 벡터가 각각의 자료점에서의 x_1, x_2 로 이루어진, 계획행렬을 분할한 부분행렬(partitioned matrix)을 X_1, X_2 라 하자. 잘 알려진 바와 같이, 최소제곱추정량 b_1 은 β_1 의 편향 추정량(biased estimator)으로

$$E(b_1) = \beta_1 + A\beta_2$$

이다. 여기서 $A = (X'_1 X_1)^{-1} X'_1 X_2$ 이고 별명행렬(alias matrix)이라 불리운다. 식 (1.2)에 주어진 바와 같이 예측치의 AMSE인 J 는 가중분산인 V 와 가중제곱편의량인 B 의 합으로 분할된다. 가중분산 V 는

$$V = \frac{N\Omega}{\sigma^2} \int_R V(\hat{y}(x)) dx = Tr M_{11}^{-1} \mu_{11}$$

이다. 여기서 M_{11} 은 일차모형에 대한 실험계획의 적률행렬(moments matrix)로 $M_{11} = X'_1 X_1 / N$ 이고, μ_{11} 은 관심영역의 각각의 x 에서의 반응치의 예측에 똑 같은 중요성을 부여

하는, 균등분포(uniform distribution)에 대한 적률행렬로 $\mu_{11} = \int_R x_1 x_1' \Omega dx$ 이다. 가중제곱편의량인 B 는

$$\begin{aligned} B &= \frac{N\Omega}{\sigma^2} \int_R E(\hat{y}(x) - Ey(x))^2 dx \\ &= \alpha_2' [M_{12}' M_{11}^{-1} \mu_{11} M_{11}^{-1} M_{12} - 2\mu_{12}' M_{11}^{-1} M_{12} + \mu_{22}] \alpha_2 \end{aligned}$$

로 표현된다. 여기서 $M_{12} = X_1' X_2 / N$, $\mu_{12} = \int_R x_1 x_2' \Omega dx$, $\mu_{22} = \int_R x_2 x_2' \Omega dx$ 이고, $\alpha_2 = \beta_2 \sqrt{N} / \sigma$ 로 표준화된 곡선효과의 척도이다. 우리가 고려하고 있는 실험계획은 각각의 설명변수에 대한 순수한 2차 실험계획 적률의 크기(pure second design moments)가 동일하고, 이를 제외한 다른 실험계획 적률(design moments)들은 0이다. c_2 를 순수한 2차 실험계획 적률의 크기라 하면,

$$\begin{aligned} M_{11} &= \begin{bmatrix} 1 & 0' \\ 0 & c_2 I_k \end{bmatrix}, \\ M_{12} &= \begin{bmatrix} c_2 1_k' & 0' \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

이다. 각각의 설명변수가 $[-1, 1]$ 의 값을 취하고, 관심영역이 k 차원 입방체(k dimensional cube)인 경우에 균등분포에 대한 적률행렬들은

$$\begin{aligned} \mu_{11} &= \begin{bmatrix} 1 & 0' \\ 0 & \frac{1}{3} I_k \end{bmatrix}, \\ \mu_{12} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{3} 1_k' & 0' \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mu_{22} &= \begin{bmatrix} (\frac{1}{5} - \frac{1}{9}) I_k + \frac{1}{9} J_k & 0 \\ 0 & \frac{1}{9} I_{k(k-1)/2} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

이다. 여기서 J_k 는 모든 원소가 1인 $k \times k$ 행렬이다.

위의 결과들을 V 와 B 에 대입하면, AMSE인 J 는

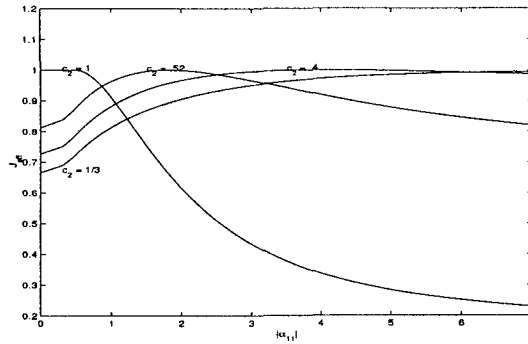
$$J = \left(1 + \frac{k}{3c_2}\right) + \frac{1}{9} \alpha_{2c}' \alpha_{2c} + \frac{4}{45} \alpha_{2p}' \alpha_{2p} + \left(c_2 - \frac{1}{3}\right)^2 (1_k' \alpha_{2p})^2 \quad (2.1)$$

임을 쉽게 보일 수 있다. 여기서 $\alpha_2' = (\alpha_{2p}' \alpha_{2c}')$ 로 분할되는데, α_{2p} 의 크기는 $k \times 1$ 이다.

관심영역이 구(sphere)인 경우, 즉, $R = \{x | x'x \leq 1\}$ 일 때의 AMSE는 Box & Draper(1959)에 주어져 있는데, B 형식의 일차 직교 실험설계에 대한 AMSE는

$$\begin{aligned} J &= 1 + \frac{k}{k+2} \frac{1}{c_2} + (1_k' \alpha_{2p})^2 \left(c_2 - \frac{1}{k+2}\right)^2 \\ &\quad + \frac{1}{(k+2)^2 (k+4)} (2(k+2) \alpha_{2p}' \alpha_{2p} + (k+2) \alpha_{2c}' \alpha_{2c} - 2(1_k' \alpha_{2p})^2) \end{aligned} \quad (2.2)$$

임을 쉽게 보여 줄 수 있다.

그림 3.1: $k = 1$ 인 경우의 AMSE 효율

3. 강건한 실험계획

AMSE인 J 를 최소로 하는 순수한 2차 실험계획 적률 c_2 는 미지의 표준화된 곡선효과의 크기인 α_2 에 종속된다. 이 문제를 해결하기 위해 서론에서 소개한 최대의 위험을 최소화하는 전략(Minimax principle)을 적용하여 미지의 α_2 에 강건한 c_2 를 구하는 전략을 다음과 같이 제안한다.

- (1) 주어진 α_2 에 대해서 최적의 AMSE인

$$J(\alpha_2) = \min_{c_2} J(c_2, \alpha_2)$$

를 구한다. 그 다음에 각각의 c_2 에서 AMSE 효율인

$$J_{eff}(c_2, \alpha_2) = \frac{J(\alpha_2)}{J(c_2, \alpha_2)}$$

를 구한다.

- (2) 최소 AMSE 효율을 최대화하는

$$\min_{\alpha_2} J_{eff}(c^*, \alpha_2) = \max_{c_2} \min_{\alpha_2} J_{eff}(c_2, \alpha_2)$$

인 강건한 c^* 를 구한다.

먼저 관심영역이 k 차원 입방체인 경우를 생각하자. $k = 1$ 경우에 Box와 Draper(1959)는 $\alpha_{11} = 4.49$ 일때 최적의 $c_2 = .38$ 이고 이 값에서 가중분산 V 와 가중제곱편의량 B 의 크기가 같음을 보였다. 또한 $\alpha_{11} = 7$ 에서의 최적의 c_2 값이 가중제곱편의량인 B 를 최소로 하는 값인 $1/3$ 에 근사됨을 고려하여 우리는 $0 \leq \alpha_{11}^2 \leq 49$ 를 0.1 간격으로 나눈 다음에, 주어진 α_{11}^2 에서 AMSE인 식 (1.2)의 J 를 최소화하는 최적의 c_2 와 AMSE 값을 MATLAB의 최적화 subroutine인 fmin을 이용하여 구한다. 그 다음에 $1/3 \leq c_2 \leq 1$ 을 50개의 등

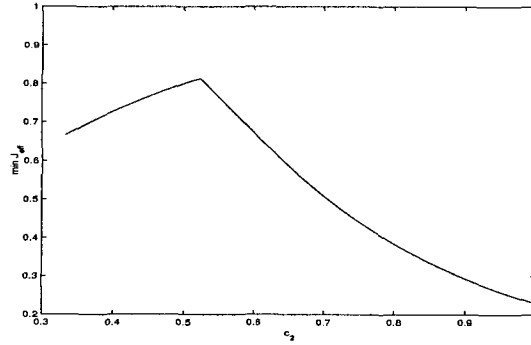


그림 3.2: $k = 1$ 인 경우의 최소 AMSE 효율

표 3.1: 관심영역이 입방체인 경우의 강건한 c_2

k	강건한 c_2	최소 효율
1	.52	.81
2	.51	.72
3	.51	.68
4	.51	.65
5	.51	.63

표 3.2: 관심영역이 구인 경우의 강건한 c_2

k	강건한 c_2	최소 효율
2	.42	.68
3	.36	.60
4	.34	.56
5	.32	.52

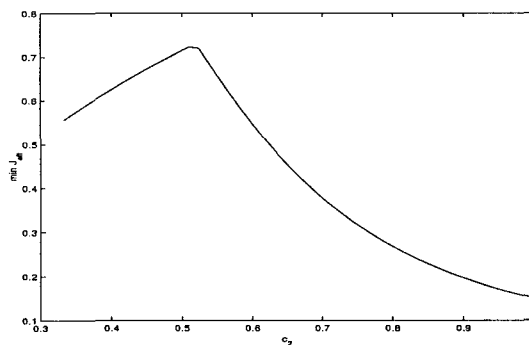


그림 3.3: $k = 2$ 인 입방체에서의 최소 AMSE 효율

간격으로 나누어 각각의 c_2 에서 α_{11}^2 를 변화시켜가면서 $J_{eff}(c_2, \alpha_2)$ 를 구한다. 그림 3.1은 $c_2 = 1/3, .4, .52, 1$ 에서 각각의 실험계획의 AMSE효율인 $J_{eff}(c_2, \alpha_2)$ 이 α_{11} 의 크기가 커짐에 따라서 어떻게 변하는 지를 시각적으로 잘 보여주는 그래프이다. 가중제곱편의량인 B 를 최소로 하는 $c_2 = 1/3$ 는 $\alpha_{11} = 0$ 에서 AMSE 효율인 J_{eff} 가 가장 낮고, α_{11} 의 크기가 커짐에 따라서 효율이 점차적으로 증가한다. 가중분산인 V 를 최소로 하는 $c_2 = 1$ 에서는 $\alpha_{11} = 0$ 에서 AMSE 효율인 J_{eff} 가 1이고 α_{11} 의 크기가 커짐에 따라서 효율이 점차적으로 감소한다. $c_2 = .52$ 에서는 $\alpha_{11} = 0$ 와 $\alpha_{11} = 7$ 에서 효율의 크기가 비슷하고 $\alpha_{11} = 2$ 근방에서 효율이 1이다. 그림 3.2는 주어진 c_2 에서 $\min_{\alpha_2} J_{eff}(c_2, \alpha_2)$ 를 구하고 $1/3 \leq c_2 \leq 1$ 에서 최대 위험치인 최소 효율의 그래프이다. $c_2 = .52$ 에서 최소 효율이 최대값을 가져서 강건한 c_2 값은 0.52 이다. $k \geq 2$ 인 경우는 AMSE인 J 가 식 (2.1)에 주어진 바와 같이 $\alpha_{2p}\alpha_{2p}, \alpha_{2c}\alpha_{2c}, (1\alpha_{2p})^2$ 의 함수이다. $0 \leq \alpha_{2p}\alpha_{2p} \leq 49, 0 \leq \alpha_{2c}\alpha_{2c} \leq 49$ 를 2 간격으로 취하고, $0 \leq (1\alpha_{2p})^2 \leq k(\alpha_{2p}\alpha_{2p})$ 를 5 간격으로 취하여 $k = 1$ 인 경우와 같은 방법으로 $1/3 \leq c_2 \leq 1$ 에서 최소 효율의 그래프를 구한다. 그림 3.3은 $k = 2$ 인 경우에 $1/3 \leq c_2 \leq 1$ 에서 최소 효율의 그래프인데, $k = 1$ 인 경우와 유사한 모양을 가져서 최소 효율이 증가하다가 $c_2 = .51$ 에서 최대값을 갖고, 점차적으로 감소한다. 표 3.1은 $1 \leq k \leq 5$ 인 경우의 강건한 c_2 의 값과 최소 효율의 값이다. 그림 3.4는 관심영역이 $k = 2$ 인 구인 경우에 $.25 \leq c_2 \leq 1$ 에서의 최소효율의 그래프로 관심영역이 입방체인 경우와 유사한 모양을 갖는다.

관심영역이 구인 경우에 식 (2.2)에 주어진 J 를 이용하여 입방체인 경우와 같은 방법으로 $1/(k+2) \leq c_2 \leq 1$ 에서 최소효율의 그래프를 구할 수 있는데, 그 모양이 입방체인 경우와 매우 유사하다. 표 3.2는 $2 \leq k \leq 5$ 인 경우의 강건한 c_2 의 값과 최소 효율의 값이다.

Lim & So (2001)는 중앙점을 갖는 2수준 부분실험의 실험에서 꼭선편효과에 대한 c-효율, 축점을 추가한 중심합성계획인 경우에 이차모형에 대한 D-효율과 G-효율을 크게 하는 최적의 중앙점의 개수를 제시하였는데, $k=2, 3, 4, 5$ 일 때에 입방체인 경우에는 중앙점의 개수가 2, 4, 6, 6 이고 구인 경우에는 3, 4, 7, 7 이었다. 제시된 중앙점을 갖는 실험계획들 중에서 강건한 2차 적률을 만족시키는 실험계획은 2수준 부분실험의 실험점들을 중앙을 향해서 축소 시켜서 구할 수 있다. 주어진 중앙점의 개수 n_0 와 2^{k-p} 개의 상자점 $(\pm a, \dots, \pm a)$ 들

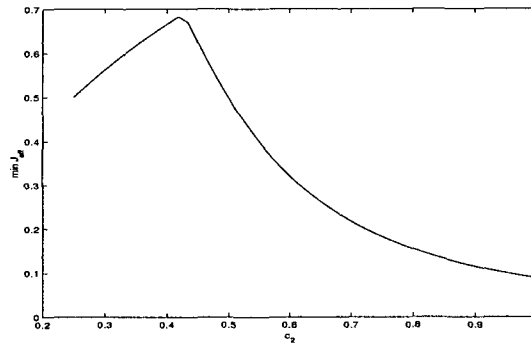


그림 3.4: $k = 2$ 인 구에서의 최소 AMSE 효율

을 갖는 실험계획의 순수한 2차 적률값은 $a^2 * 2^{k-p} / (2^{k-p} + n_0)$ 이다. 따라서 2수준 부분실험 시법 2^{k-p} 의 실험점들에 대한 축소량의 크기 a 는 $a^2 * 2^{k-p} / (2^{k-p} + n_0) = c_2$ 에 의해서 결정된다. $k = 2, 3, 4, 5$ 각각에 대해, 입방체인 경우에 축소량의 크기는 표 3.1의 c_2 값을 대체할 때에 .87, .87, .84, .84 이고, 구인 경우에 축소량의 크기는 표 3.2의 c_2 값을 대체할 때에 .86, .73, .70, .68 이다. 예를 들면, 관심영역이 3차원 입방체인 경우에 강건한 실험계획은 8개의 상자점 ($\pm 0.87, \pm 0.87, \pm 0.87$) 과 4개의 중앙점 (0, 0, 0)에서의 실험으로 이루어진다.

참고문헌

- [1] Box, G.E.P. and Draper, Norman R. (1959) . A basis for the selection of a response surface design, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 54, 622-654.
- [2] Myers, R.H. and Montgomery, R.C. (1995). *Response surface methodology*, New York, Wiley.
- [3] Lim, Yong B. and So, B.S. (2001). A note on the optimal number of centre runs in a second phase design of response surface methods, *Journal of Applied Statistics*, Vol. 28, 597-602.

[2002년 6월 접수, 2002년 8월 채택]

A Robust Design of Response Surface Methods*

Yong Bin Lim ¹⁾ Man-Suk Oh ²⁾

ABSTRACT

In the third phase of the response surface methods, the first-order model is assumed and the curvature of the response surface is checked with a fractional factorial design augmented by centre runs. We further assume that a true model is a quadratic polynomial. To choose an optimal design, Box and Draper(1959) suggested the use of an average mean squared error (AMSE), an average of MSE of $\hat{y}(x)$ over the region of interest R. The AMSE can be partitioned into the average prediction variance (APV) and average squared bias (ASB). Since AMSE is a function of design moments, region moments and a standardized vector of parameters, it is not possible to select the design that minimizes AMSE. As a practical alternative, Box and Draper(1959) proposed minimum bias design which minimize ASB and showed that factorial design points are shrunk toward the origin for a minimum bias design. In this paper we propose a robust AMSE design which maximizes the minimum efficiency of the design with respect to a standardized vector of parameters.

Keywords: Average mean squared error(AMSE), Robust AMSE designs

* This work was supported by Grant #99-N6-01-01-A-03 for the Women's University from Korea Ministry of Science and Technology.

1) Professor, Dept. of Statistics, Ewha Women's University, Sodaemun Gu, Seoul 120-750, KOREA
E-mail: yblim@mm.ewha.ac.kr

2) Associate Professor, Dept. of Statistics, Ewha Women's University, Sodaemun Gu, Seoul 120-750, KOREA

E-mail: msoh@mm.ewha.ac.kr