

강건성을 고려한 공리적 설계의 새로운 정보 지수

황 광 현* · 박 경 진†

(2002년 2월 18일 접수, 2002년 8월 3일 심사완료)

A New Information Index of Axiomatic Design for Robustness

Kwang Hyeon Hwang and Gyung-Jin Park

Key Words : Axiomatic Design(공리적 설계), Robust Design(강건설계), Information Index(정보 지수), Robustness Weight Function(강건성 가중 함수)

Abstract

In product design and manufacturing, axiomatic design provides a systematic approach for the decision-making process. Two axioms have been defined such as the Independence Axiom and the Information Axiom. The Information Axiom states that the best design among those that satisfy the independence axiom is the one with the least information content. In other words, the best design is the one that has the highest probability of success. On the other hand, the Taguchi robust design is used in the two-step process; one is "reduce variability," and the other is "adjust the mean on the target." The two-step can be interpreted as a problem that has two FRs (functional requirements). Therefore, the Taguchi method should be used based on the satisfaction of the Independence Axiom. Common aspects exist between the Taguchi method and Axiomatic Design in that a robust design is induced. However, different characteristics are found as well. The Taguchi method does not have the design range, and the probability of success may not be enough to express robustness. Our purpose is to find the one that has the highest probability of success and the smallest variation. A new index is proposed to satisfy these conditions. The index is defined by multiplication of the robustness weight function and the probability density function. The robustness weight function has the maximum at the target value and zero at the boundary of the design range. The validity of the index is proved through various examples.

1. 서론

설계는 소비자들의 필요에 따른 기능적 요구들 (functional requirements: FRs)을 만족시키는 설계요소들 (design parameters: DPs)을 선정하는 과정으로, 설계자의 의도에 따라 여러 가지 설계의 해들이 존재한다. 따라서 최적의 설계를 얻기 위해서는 설계의 해들을 서로 비교하고, 평가하는 과정이 필요하다. 그리고 설계의 우수성을 평가하기 위해서는 설계의 요구 조건의 만족도를 정량화 하는

것이 요구된다. 여기서 우수한 설계는 설계요소들이 어떤 특정한 값으로 고정되지 못하고 제작상의 공차 또는 분포 등의 형태로 존재할 때, 연구 및 개발단계에서 설계요소들의 불확실성을 고려하여 고품질 제품을 생산할 수 있는 설계를 의미한다. 이는 제품의 성능치가 설계영역에 있을 확률을 크게 하고, 성능의 변동을 작게 함으로 얻어진다.

서남표⁽¹⁾는 “설계의 원리(The Principles of Design)”에서 공리적 설계(Axiomatic Design)는 설계의 체계적인 접근 방법과 요구 조건의 정량화의 두 가지의 기능을 모두 제공함을 제시하였다. 공리적 설계는 독립공리(Independence Axiom)와 정보공리(Information Axiom)로 구성되고, 좋은 설계는 두 공리를 만족하여야 하며 그렇지 않은 설계는 공리를 만족하지 못한다. 독립공리는 기능적 요구

* 회원, 한양대학교 기계설계학과

† 책임저자, 회원, 한양대학교 기계·정보경영공학부

E-mail : gipark@hanyang.ac.kr

TEL : (031) 400-5246 FAX : (031) 407-0755

의 독립성을 유지하는 비연성 설계(uncoupled design)를 만드는 과정이다. 정보공리는 기능적 요구를 만족시키는 정도를 성공의 확률(probability of success)로 표시한다. 다시 성공의 확률은 정보량(information content)으로 표현하고, 최소의 정보량을 가지는 설계가 최적의 설계가 된다.

다구찌는 제품의 품질향상을 위하여 최소의 비용으로 기능의 변동을 감소시키고 품질손실(quality loss)을 최소화 시키기 위하여 손실함수(loss function)를 관리하였다. 다구찌는 품질을 합리적으로 평가하기 위하여 이 손실함수를 기본 공식으로 판단하고, 재정적인 손실과 성능규격과 관계를 테일러 급수(Taylor series)로 전개하여 이차함수로 나타내고 있다. 전통적인 개념의 품질척도는 규격내의 제품은 좋고, 규격 외 제품은 나쁘다는 의미를 가진다. 그러나 실제로는 제품의 성능이 목표값에 일치할 때 품질이 제일 좋고, 목표값에서 벗어날수록 품질은 나빠진다. 다구찌법은 이러한 목표값에 맞추려는 개념을 가지며, 품질손실이 작은 설계가 최적의 설계가 된다.^(2,3)

공리적 설계는 공학문제에서 구조 최적화,⁽⁴⁾ 소프트웨어 설계⁽⁵⁾와 기계 설계 문제의 적용^(6,7)등에 이용되고 있고, 다구찌법도 설계의 품질을 향상통하여 우수한 설계를 얻기 위하여 많이 응용되고 있다.⁽⁸⁻¹⁰⁾

품질의 측정 방법에 있어서 공리적 설계는 성공의 확률 혹은 정보량으로, 다구찌법은 손실함수 혹은 SN 비를 사용하고 있다. 공리적 설계의 성공의 확률은 설계요소의 불확실성을 고려하지만, 기능적 요구를 만족하는 설계의 성공의 확률은 확률분포의 종류에 따라 강건성의 우열을 판별할 수 없다. 즉 정보공리의 정보량은 목표값 지향의 강건성을 항상 보장하지는 못한다. 반면 다구찌법은 하나의 기능적 요구를 다루지만 공리적 관점에서 보면, "변동을 줄여라.", "평균을 목표에 이동시켜라."의 두개의 종속 기능적 요구를 가지게 된다. 그러나 공학설계 문제에서 다중의 기능적 요구(목적함수)의 경우와 평균을 목표에 이동하기 위한 비례인자(scaling factor)를 구하기 어려운 경우에는 두 가지 요구를 동시에 만족시키기가 어렵다.^(11,12) 이러한 변동과 평균의 다중의 기능적 요구를 해결하기 위하여, Bras와 Mistree⁽¹²⁾는 공리적 설계와 다구찌의 강건설계를 지원하는 타협적인 방법을 제시하였다. Chen⁽¹³⁾은 강건설계를 하나의 기능적 요구로 설정하여, 설계요소들간의 사상(mapping)방법을 통하여 강건설계를 접근하였다.

본 논문에서는 공리적 설계를 기반으로 다구찌의 강건설계의 개념을 도입하여 기능적 요구의 만

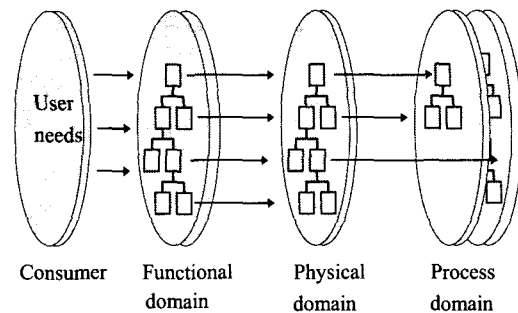


Fig. 1 Concept of domain, mapping and spaces

족도를 정량화 하려고 한다. 목표값 지향의 강건성 가중 함수(robustness weight function)를 만들어, 목표값에 가까울수록 더욱 더 큰 값을 부여하고, 목표값에서 멀어질수록 더욱 더 작은 값을 부여한다. 이는 일차함수 혹은 이차함수를 사용하여 설계 영역의 경계에서는 영의 값을 가지고 목표값에서 일의 값을 가지는 함수이다. 즉 성공의 확률에 강건성을 포함시키는 지수를 제안한다.

설계영역에서 강건성 가중 함수와 시스템영역의 확률밀도함수의 곱으로 표현되는 함수의 적분값이 강건성 지수(robustness index)이다. 이 지수는 설계요소의 변동에 의하여 확률밀도함수가 다른 경우와 확률밀도 함수가 편향(bias)된 경우에도 적절한 강건성을 표현할 수 있다. 강건성 정보 지수(robustness information index)는 강건성 지수의 역수에 대수 함수를 취한 값으로 표현된다. 강건성 지수는 성공의 확률과 같이 크면 클수록 강건성이 좋은 설계이다. 반면 강건성 정보 지수는 강건성을 획득하기 위한 정보가 작으면 작은 값을 가진다. 시스템 분포에 따른 예제를 통하여 제안된 강건성 지수가 정보공리와 다구찌법과 비교하여, 강건성을 측정하는데 유용함을 보인다.

2. 공리적 설계와 강건설계

2.1 공리적 설계^(1,14)

공리적 설계는 기능적 요구들(FRs)을 만족시키는 설계요소들(DPs)의 적절한 선택과정이다. 기능적 요구는 "달성하고자 하는 목표"이고, 설계요소는 "목표를 달성하기 위한 수단"이다. 설계 공간은 Fig. 1 과 같이 소비자 영역, 기능적 영역, 물리적 영역 그리고 공정적 영역으로 구분된다.

공리적 설계를 응용한 설계 행위는 기능적 요구와 설계요소의 같은 계층구조 레벨을 서로 오고가는 지그재그 과정들이 모인 형태로 진행된다. 즉 사용자가 요구하는 사항을 기능적인 영역 내

의 기능적 요구 집합으로 사상 시키고 물리적인 영역 내에서 기능적 요구를 만족하는 설계요소를 구한다. 기능적 요구와 설계요소는 계층구조 형태로 분해(decomposition)될 수 있으며, 계층구조 내의 하위 레벨로 분해 과정이 필요한 경우에 전제 조건은 제시된 기능적 요구를 만족하는 같은 레벨의 설계요소가 결정되어야 하위 레벨로의 분해가 가능하다.

공리적 설계는 공학적 행위의 공통적인 원리를 표현한 것으로서, 두 개의 공리로 정의된다.

- 제 1 공리: 독립공리 (The Independence Axiom)
기능적 요구의 독립성을 유지하라.
- 제 2 공리: 정보공리 (The Information Axiom)
설계 대상의 정보량을 최소화하라.

독립공리는 설계의 목적을 특성화 시키는 최소한의 기능적 요구를 수립하고 수립된 기능적 요구 사이의 독립성을 항상 만족해야 한다. 기능적 요구와 설계요소 사이의 사상 과정을 평가하기 위한 설계 행렬을 이용하여 설계의 평가기준을 제공한다. 설계 행렬은 연성 설계(coupled design), 비연성화 설계(decoupled design)와 비연성 설계(uncoupled design)로 구분된다. 연성 설계는 설계 요소와 기능적요구가 연성된 설계이고, 가능한 회피하여야 한다. 비연성 설계는 기능적 요구를 결정하는 설계요소를 순차적으로 결정해야 한다. 그리고 비연성 설계는 이상적인 설계로 하나의 설계요소에 하나의 기능적 요구가 관계된다.

정보공리는 독립공리를 만족하는 여러 설계들 중에서 정보량(information content)이 가장 적은 설계가 최상의 설계임을 의미하고, 설계 결과의 우수성을 평가하는 중요한 기준이 된다. 정보공리에서 정의하는 정보량은 설계의 최종 결과 혹은 생산 과정에 따른 기능적 요구와 설계요소를 성공적으로 얻을 확률로 표현한다.

성공의 확률은 Fig. 2 와 같이 기능적 요구에 대한 설계 영역과 제안된 설계의 시스템 영역의 공통영역을 통하여 식 (1)과 같이 계산된다.

$$P_s = \frac{\text{Common range}}{\text{System range}} \quad (1)$$

시스템 영역이 확률밀도 함수로 표현되는 경우는, 다음과 같이 설계영역에서의 적분의 형태로도 표현이 가능하다.

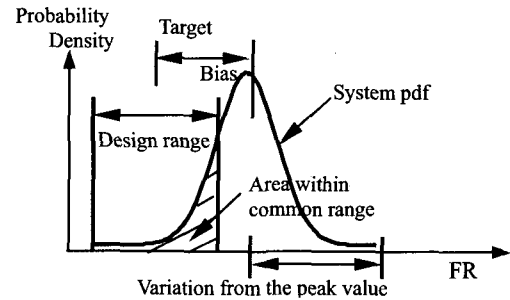


Fig. 2 Design range, System range, Common range and System pdf for a FR

$$P_s = \int_{FR^*-\Delta}^{FR^*+\Delta} \phi(FR) dFR \quad (2)$$

where $\phi(FR)$: System probability density function
 Δ : A half of design range
 FR^* : Target value

정보량(I)은 상기의 성공의 확률(P_s)에 대수를 취하여 계산된다. 정보량은 작으면 작을수록 좋은 설계의 기준이 된다. 그리고 각 기능적 요구의 합인 총정보량(I_{total})은 각각의 정보량의 합으로 식 (4)로 표시된다. 여기서 n 은 기능적 요구의 개수를 의미한다.

$$I = \log_2 \frac{1}{P_s} \quad (3)$$

$$I_{total} = \sum_{i=1}^n I_i = \sum_{i=1}^n \log_2 \left(\frac{1}{P_{s_i}} \right) \quad (4)$$

정보량이 확률의 역수를 취한 이유는 성공 확률이 높을수록 정보량을 낮게 만들려는 의도이다. 그리고 대수 함수는 정보량의 가법성(additivity)을 증진시키고, 대수 함수의 밑이 2인 이유는 정보량을 비트(Bit) 단위로 표시하기 위함이다.

2.2 공리적 설계에서 강건설계⁽¹⁵⁾

공리적 설계에서 강건설계는 "설계요소와 공정요소가 큰 공차를 가지면서 기능적 요구들을 만족하는 설계"를 의미한다. 이는 정보량이 작은 것을 의미하고, 정보량을 작게 하기 위하여 제안된 설계 영역 안에 시스템 영역이 존재하도록 만들어야 한다. 또한 공리적 설계에서 변동(variability)의 원인은 설계요소의 잡음, 연성, 환경적인 요인과 임의 변동에 기인하는 것으로 가정하고 있다. 이러한 변동을 줄이기 위하여서는 다음의 방법을 제시한다.

- 1) 설계행렬의 강성(stiffness)을 감소시킨다.
- 2) 변동에 둔감한 시스템을 설계한다.
- 3) 여분의 설계요소 값을 고정한다.
- 4) 선정된 설계요소의 조정을 통하여 여분의 설계 요소에 의한 변동을 보상한다.
- 5) 설계영역을 증가시킨다.

상기의 방법 중에서 첫번째 방법은 Fig. 3 에서와 같이 설계행렬의 강성이 작은 설계는 설계요소의 변동을 더 많이 허용한다.

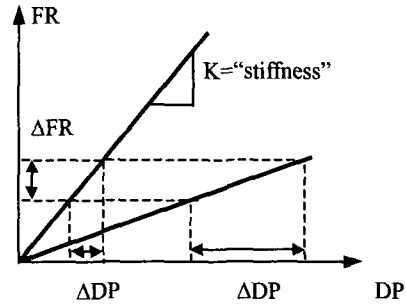


Fig. 3 Allowable ΔDP for different values of stiffness

2.3 다구찌법을 이용한 강건설계^(2,3)

강건설계는 가능한 품질을 유지하고 변동에 둔감한 설계를 획득하는 것이다. 강건설계의 성능 특성치로 손실함수(loss function) 또는 SN 비(signal-to-noise ratio)가 사용된다. 손실함수는 망목특성(nominal-the-best), 망소특성(smaller-the-better)과 망대특성(larger-the-better)이 존재한다. 손실함수가 목표값을 가지고 품질손실이 목표값 좌우에서 대칭일 때는 Fig. 4의 망목특성이 사용된다.

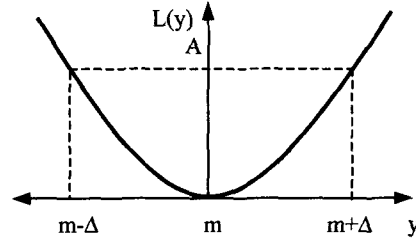


Fig. 4 Quality loss function

y를 제품의 성능이라고 하고, m이 y에 대한 목표값일 때, 이차의 손실함수(L(y))는 다음과 같다.

$$L(y) = \frac{A}{\Delta^2} (y - m)^2 \tag{5}$$

y = m일 때 손실은 0이고 손실함수의 기울기도 0이다. 손실이 m 가까이에서 서서히 증가하다가, m에서 멀어지면 급속도로 증가하므로 손실함수가 목적에 적당하다. 식 (5)의 손실함수를 평균(μ_y)과 분산(σ_y²)으로 유도하면 기대손실(expected quality loss)로 표시하면 할 수 있다.⁽³⁾

$$L(y) = \frac{A}{\Delta^2} [\sigma_y^2 + (\mu_y - m)^2] \tag{6}$$

기대손실을 통하여 손실함수가 통계적으로 분산과 평균을 매개변수로 하는 함수임을 알 수 있다. 만약 설계변수들(design variables)과 응답사이의 해석적인 관계를 알 수 있고, y가 식 (7)이면, 분산 σ_y²은 테일러 급수 전개를 통하여 얻어진다.

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \tag{7}$$

통신공학에서 사용되는 SN 비는 신호 대 잡음의 비율을 의미한다. 이는 기능적인 품질특성을 다룰 때 신호입력과 잡음이 시스템의 영향을 조사하는 개념을 이용한다. SN 비는 손실함수에 대수를 취하여 다음과 같이 구하여 진다.

$$\eta = -10 \log L(y) = -10 \log \frac{\mu_y^2}{\sigma_y^2} \tag{9}$$

3. 성공의 확률과 강건설계의 문제점

본 장에서는 성공의 확률은 설계요소의 분포에 따라 설계품질의 우열을 표현하기가 어려움을 설명한다. 다구찌의 강건설계는 이러한 분포에 따른 우열은 잘 구분하나, 변동의 줄임과 평균을 목표에 일치시키는 2 단계의 과정을 수행하게 된다. 이는 두 가지 기능적 요구로 표현되어 강건설계는 기능적 요구들에 대한 각각의 요소들이 비연성 혹은 비연성화 설계가 되어야 한다.

3.1 성공의 확률의 문제점

성공의 확률은 설계영역 내에서 시스템 확률밀도함수의 영역으로 표시된다. 강건성의 획득을 하기 위해서는 다구찌법의 적용방법과 동일하게 시스템의 변동을 감소시키고, 목표와 평균의 편향을 감소시켜서 설계 품질을 향상시킨다. 그러나 강건성의 측정에 있어서 성공의 확률과 손실함수는 다른 점을 가진다.

설계는 기능적 요구들을 만족시키는 설계요소들의 선택과 조정으로 정의된다. 기능적 요구를 만족시키는 설계요소들은 무수히 많다. 설계요소들의 선택에 따라, 기능적 요구의 분포가 다르게 발생된다. 예를 들어 Fig. 5 와 같이, 설계요소의 선정에 따라 기능적 요구의 분포가 A 는 정규분포 (normal distribution)를 가지고, B 는 균등분포 (uniform distribution)를 가진다. 각각의 분포는 설계영역안에 대부분의 응답이 존재하는 경우이다. 이때 균등분포의 B 가 정규분포의 A 보다 좋은 성공의 확률을 가지게 된다. 그러나 강건설계의 관점에서 보면, 성능치가 목표값에 있을 확률이 큰 정규 분포 A 의 경우가 좋은 설계이다.

성공의 확률은 설계영역 안에서 계산되므로 목표값 지향의 설계라고 하기 보다, 허용값 지향의 설계에 가깝다고 할 수 있다. 이러한 점에서 다구찌의 강건설계의 개념은 필연적 선택으로 보인다.

3.2 강건설계의 문제점

강건설계의 기능적 요구는 두 가지로 나누어진다.

- 1) 변동을 줄여라(손실함수를 최소화하라). 이 과정에서 변동을 감소시키기 위한 설계요소가 결정된다. 반면 평균은 무시된다.
- 2) 평균을 목표에 이동시켜라. 이를 위하여 설계요소는 변동의 변화 없이 목표에 평균을 가져가기 위하여 사용된다.

이러한 개념을 공리적 설계로 표현하면, 강건설계는 Table 1 과 같은 독립공리를 만족시키는 두 가지의 기능적 요구들과 설계요소들을 가진다. 일반적으로 평균을 목표에 맞춘 후에 변동을 줄이기는 어렵다.⁽¹⁶⁾ 따라서 실제 제품에서 평균값을 목표값에 가깝게 하기 위해서는 변동을 먼저 줄여야 한다. 만약 이러한 2 단계의 강건설계 자체가 연성설계라면, 설계자는 시행착오를 겪거나, 성능을 희생하여 강건성(변동이 작음)을 획득하게 된다. 즉 강건설계의 두 가지 FRs 사이의 절충(trade off)을 피할 수 없다. 이러한 이유로 강건설계의 방정식은 식 (10)의 비연성 혹은 식 (11)의 비연성화 설

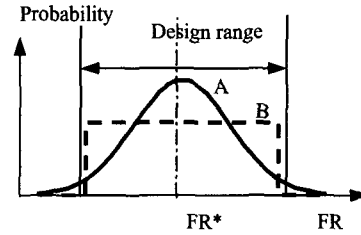


Fig. 5 System distributions of normal distribution and uniform distribution

Table 1 Functional requirements and design parameters

FRs/DPs	내용
FR1	변동을 줄여라
FR2	평균을 목표에 이동시켜라.
DP1	변동감소를 위한 설계요소(DP)
DP2	비례인자 (scaling factor)

계로 정의되어야 한다.

$$\begin{Bmatrix} FR1 \\ FR2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X & O \\ O & X \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DP1 \\ DP2 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{Bmatrix} FR1 \\ FR2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X & O \\ X & X \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DP1 \\ DP2 \end{Bmatrix} \quad (11)$$

공학설계 문제에서는 여러 가지의 기능적 요구들이 존재하게 된다. 이러한 요구들에 대하여 성능을 만족시키고 성능의 변동을 줄이는 것은 어려운 일이다. 즉 변동을 줄인다고 해도, 목표에 평균값을 정확히 이동시키기 어렵다. 이는 평균에 많은 영향은 주지만, SN 비에는 영향이 없는 비례 인자가 반드시 존재해야 함을 의미한다. 따라서 성능의 평균에 대하여 구속조건을 설정하거나, 손실함수의 두 가지 측면을 가지는 다중 목적함수로서 SN 비의 최대화와 평균의 편향을 절충한 방법을 사용하기도 한다.⁽¹²⁾

공학설계에는 대부분 설계영역이 존재한다. 손실함수는 목표로부터 편차의 함수로서 손실을 측정하므로 설계영역에 좌우되지 않는다. 편차가 커질수록 손실은 커진다. Fig. 6 은 성능의 평균이 설계영역을 벗어난 경우이다. A 의 편차가 B 의 편차보다 작다. 손실함수의 계산으로는 A 가 작은 손실을 가진다. 하지만, 이는 만족스러운 설계가 아

니다. 편차가 큰 B 가 설계 영역 안에서 성공할 확률이 크다. 이러한 경우에는 편차가 큰 성능치의 분포를 가지는 것이 오히려 성공의 확률이 큰 설계가 된다.

이는 식 (11)의 비연성화 설계에서 변동만을 줄이고, 평균이 목표에 이동되지 않은 경우에 제품의 품질이 좋아지지 않음을 나타낸다. 손실함수는 두 가지 기능적 요구의 각각의 단계에서 품질적으로 사용할 수 없고, Table 1 의 두 가지 기능적 요구가 모두 만족하는 경우에 사용된다.

4. 새로운 강건설계의 지수(index) 도입

강건설계에서 “변동의 줄임”과 “평균을 목표에 이동”의 두 가지 요구사항은 공리적 설계의 독립 공리를 만족해야 한다. 그리고 정보공리의 적용시에 좋은 설계의 기준은 최상의 성공의 확률과 최소의 변동을 가지는 설계이다. 따라서 정보량은 목표값에 가까울수록 큰 값을 가지는 강건성 지수로 변형된다.

제안된 강건성 지수는 공리적 설계의 프레임워크(framework)에 강건설계의 개념을 추가 시켜 설계에 적용하고자 한다.

4.1 강건성의 지수

성공의 확률은 시스템의 분포에 관계없이 목표값에 가까울수록 더 좋음을 표현하기 위하여 강건성 가중 함수를 도입한다. 강건성의 지수는 설계 영역, 강건성 가중 함수와 시스템의 확률밀도함수로 다음과 같이 표현된다.

$$Pr = \int_{FR^*-\Delta}^{FR^*+\Delta} R(FR)\phi(FR)dFR \quad (12)$$

- where Pr : Robustness index
- Δ : A half of design range
- FR* : Target value
- φ(FR) : System probability density function
- R(FR) : Robustness weight function

강건성 가중 함수 R(FR)는 설계영역의 상한값과 하한값을 지나고, 목표값에서 최대값을 가지는 함수이다. 이는 일차 함수 혹은 이차 함수로 가정할 수 있다. 강건성 가중 함수를 일차 함수로 다음과 같이 표현된다.

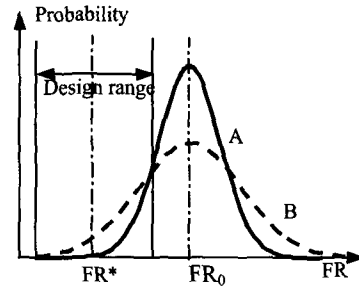


Fig. 6 System distributions when the performance is in the outside of design range

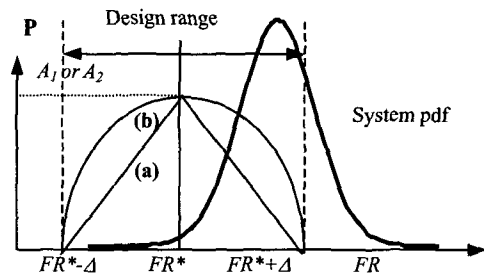


Fig. 7 Robustness weight function and system probability density function (pdf):

(a) linear function, (b) quadratic order function

$$R_i(FR) = \begin{cases} \frac{A_i}{\Delta} \{FR - (FR^* - \Delta)\} & (FR^* - \Delta \leq FR \leq FR^*) \\ \frac{A_i}{\Delta} \{(FR^* + \Delta) - FR\} & (FR^* < FR \leq FR^* + \Delta) \end{cases} \quad (13)$$

시스템 확률밀도함수의 가장 이상적인 경우는 목표값에서 1 인 크기를 가지는 단위충격함수 (Dirac delta function)로 표현된다.

$$\phi(FR) = \delta(FR - FR^*) \quad (14)$$

따라서 강건성 가중 함수와 단위충격함수의 곱으로 표현되는 강건성 지수는 1 이 되어야 하고, A_i은 다음식에 의하여 결정된다.

$$Pr = \int_{FR^*-\Delta}^{FR^*+\Delta} R_i(FR)\delta(FR - FR^*)dFR = 1 \quad (15)$$

식 (15)를 적분하면 Δ을 매개변수로 하는 단위 계단 함수로 표현되는 식을 얻을 수 있다.

$$A_i = \frac{1}{\{U(\Delta) - U(-\Delta)\}} \quad (16)$$

A_1 은 $\Delta > 0$ 인 경우 1의 값을 가진다. 따라서 일차의 강건성 가중 함수는 $A_1 = 1$ 인 다음의 함수를 사용한다.

$$R_1(FR) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta} \{FR - (FR^* - \Delta)\} & (FR^* - \Delta \leq FR \leq FR^*) \\ \frac{1}{\Delta} \{(FR^* + \Delta) - FR\} & (FR^* < FR \leq FR^* + \Delta) \end{cases} \quad (17)$$

이차 강건성 가중 함수는 일차 강건성 가중 함수와 마찬가지로 계산한다. 식 (18)에서 A_2 는 $\Delta > 0$ 인 경우 1의 값을 가진다.

$$R_2(FR) = -\frac{A_2}{\Delta^2} ((FR - FR^*)^2 - \Delta^2) \quad (18)$$

정보 지수(information index)는 강건성 지수에 대수를 취하여 계산한다.

$$I = \log_2 \frac{1}{Pr} \quad (19)$$

4.2 수학적 예제

여기서는 이론의 타당성을 설명하기 위하여 여러 가지 분포의 수학적 문제를 다룬다. 설계하고자 하는 기능적 요구(FR)의 목표값이 15이고, 설계영역은 5에서 25까지의 구간을 가지는 시스템을 만들려고 한다. 여러 가지 선택 가능한 설계 중에서 최상의 성공의 확률을 가지고 최소의 변동을 가지는 강건한 시스템을 선택하고 싶다. 시스템의 확률 분포들은 Table 2와 같이 균등분포, 평균과 표준편차가 서로 다른 정규분포(b, c, d)로 발생되어 진다. 이를 확률밀도함수의 그래프로 표시하면 Fig. 8과 같다. 각각의 확률밀도함수를 사용하여, 다구찌의 손실함수, 성공의 확률, 강건성 지수를 계산하여 강건설계의 관점에서 비교한다.

성공의 확률은 주어진 확률밀도함수를 설계구간에서 적분한 값이다. 그리고 다구찌의 손실함수는 식 (6)을 사용하고, 품질손실계수(A/Δ^2)는 2.0을 사용한다. 강건 지수는 강건성 가중 함수가 일차, 이차인 경우에 대하여 계산한다. 주어진 확률밀도 함수에 대하여 각각을 계산하면 Table 3과 같다. 성공의 확률과 강건 지수를 정보량의 개념을 사용하여 계산하면 Table 4와 같다. 성공의 확률은 클수록 좋은 시스템이고, 정보량과 손실함수는 작을수록 좋은 시스템이다.

Table 4에서 정보량과 손실함수는 a와 b의 우

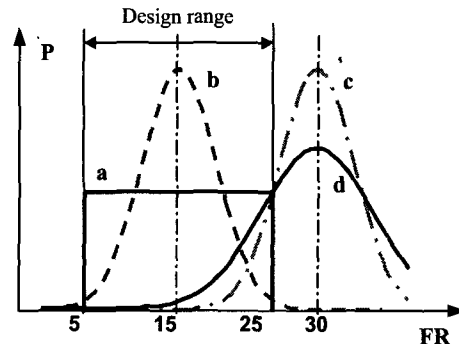


Fig. 8 Four system distributions

Table 2 Mean and standard deviation

Mean/ Standard Deviation	Uniform Distribution	Normal distribution		
	a	b	c	d
Mean (μ)	15	15	30	30
Standard deviation (σ)	5.78	3	3	5

열과 c와 d의 우열에서 서로 다른 점을 보인다. 정보량의 관점에서는 a는 완벽한 시스템이나 손실함수의 계산에 의하면 b에 비하여 2배 정도의 손실이 많은 시스템이다. 즉 성공의 확률에 의하여 계산된 정보량은 허용치 설계를 할 뿐, 변동에 대한 강건성을 표현하기에는 어렵다. 제안된 정보 지수는 이러한 점을 보완하여 b(0.24)가 a(0.58)에 비하여 약 2.4배 정도의 정보량이 적음을 표시하여 준다. 또한 d의 정보량은 c의 정보량보다 작다. 이는 d 시스템이 성능치가 설계 영역 안에 많다는 것을 의미한다. 그러나 손실함수에 의하면 c가 d보다 손실이 작다. 이러한 경우 제안된 정보지수는 설계영역내의 분포만을 고려하여 계산되기 때문에 d(3.36)가 c(4.89)보다 약 1.5배 정도 정보지수가 작은 것으로 계산된다. 이러한 경우 정보지수는 편차보다 성공의 확률이 더 큰 영향을 준다.

c와 d의 분포는 평균값이 설계 영역을 벗어난 경우이다. 강건설계 과정이 연성설계이면, 변동의 줄임이 성취된 후 목표에 일치가 이루어지지 못한 경우가 발생된다. 이러한 경우에는 손실 함수가 나타내는 지표는 성공의 확률보다 못함을 제시하고 있고, 제안된 지수로 이를 방지함을 보여준다. 그리고 비연성 설계에서 기능적 요구가 수행되는 과정에서 “변동 감소”만 이루어진 경우, 제품의 품질이 향상되지 않음을 보여준다. 반면 평균에 많은 영향은 주지만, 분산에는 영향이 없는

Table 3 Comparison of probability of success, loss function and robustness indices

Index	Uniform distribution	Normal distribution		
	a	b	c	d
Probability of success	1	0.98	0.10	0.20
Loss function	67	32	482	522
Robust Index 1	0.5	0.68	0.02	0.06
Robust Index 2	0.66	0.84	0.03	0.09

Table 4 Comparison of information content, loss function and information indices

Index	Uniform distribution	Normal distribution		
	a	b	c	d
Information content	0.00	0.02	3.24	2.30
Loss function	67	32	482	522
Information index 1	1.00	0.55	5.62	3.93
Information index 2	0.58 ²	0.24 ¹	4.89 ⁴	3.36 ³

The superscript in information index2 is the rank of good design considering robustness.

비례 인자가 있다면, c의 분포는 b의 분포로 이동된다. 비례인자가 존재하는 경우에는 설계 영역 안으로 평균을 이동하여 정보지수를 계산해야 한다.

4.3 텔레비전의 색상밀도⁽²⁾

Phadke는 아사히 신문의 내용을 인용하여 Sony-USA 회사와 Sony-Japan 회사의 텔레비전 색상밀도의 분포를 비교하였다. 여기서 품질의 척도로서 불량률의 사용은 효과적이지 못함과 목표치 지향의 설계가 요구됨을 설명하였다. 두 공장의 텔레비전 색상밀도는 Fig. 9와 같다. 목표 색상 밀도는 m 이고, 제조 허용차는 $m \pm 5$ 이다. Sony-Japan 공장의 분포는 평균이 목표값이고 표준편차가 5/3인 정규분포에 근사한다. Sony-USA 공장의 분포는 $m \pm 5$ 의 범위를 가지는 균등분포에 근사한다. Sony-Japan의 제품 중 일부는 허용한계를 벗어나고, Sony-USA의 제품은 허용한계를 벗어나지 않는다. 따라서 불량률에 대하여서는 Sony-USA의 제품이 우수하다. 그러나 강건설계의 측면에서는 Sony-Japan이 우수하다.

목표값을 $m=10$ 으로 설정하여 손실함수, 성공의 확률, 정보량과 제안된 정보지수를 계산하면 Table 5와 같다. 즉 Sony-USA의 제품은 성공의 확률에

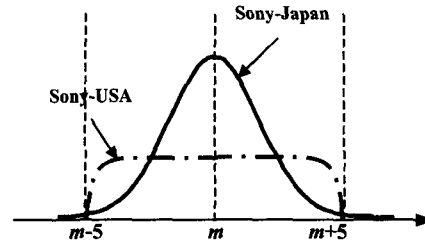


Fig. 9 Distribution of color density in television sets

Table 5 Loss function, information contents and information index in television sets

Index	Uniform distribution (Sony-USA)	Normal distribution (Sony-Japan)
Loss function	16.7	5.6
Probability of success	1.0	0.997
Information contents	0.0	0.004
Information index (quadratic)	0.585	0.169

서는 좋은 반면에, 목표값 지향의 설계의 관점에서 계산된 손실함수나 제안된 정보지수로 판단하면 Sony-Japan의 제품이 좋다. 이는 분포가 다른 설계의 경우에 성공의 확률과 정보량으로 강건성을 표현하는데 미약하고, 손실함수나 제안된 정보지수의 활용이 필요함을 보여준다.

5. 결론

강건설계에서 “변동의 줄임”과 “평균의 목표에 이동”의 두 가지 요구사항은 공리적 설계의 기능적 요구로 나타낼 수 있다. 따라서 강건설계는 독립공리를 만족해야 효과적으로 적용할 수 있다.

정보공리의 적용 시에 좋은 설계의 기준은 최상의 성공의 확률과 최소의 변동을 가지는 설계이다. 정보량은 설계요소들의 분포에 따라 설계의 좋고 나쁨을 표현하기 어렵다. 따라서 다구찌의 강건설계의 개념을 도입하여 강건성 지수와 정보지수를 제안하였다.

정보 지수는 설계영역, 강건성 가중 함수와 시스템 확률분포에 의하여 결정된다. 강건성 가중 함수는 설계 영역에서 일차 혹은 이차 함수로 표현되고, 최대값은 단위충격함수로부터 계산된다. 제안된 지수는 확률 분포가 다른 선택된 시스템의 정보 지수를 측정할 수 있다. 그리고 변동의 줄임

과 목표에 일치하는 요구사항이 서로 연성일 때, 평균값의 목표값에 근접이 되지 않는다. 이러한 경우 정보지수는 편차에만 의존하여 계산되는 강건성에 설계영역에 의한 중요성을 부여한다.

후 기

이 논문은 2001년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구 되었음. (KRF-2001-041-E00044)

참고문헌

- (1) Suh, N. P., 1990, *The Principles of Design*, Oxford university Press, New York.
- (2) Phadke, M. S., 1989, *Quality Engineering Using Robust Design*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- (3) Park, S. H., Park, Y. H. and Lee, M. J., 1997, *Statistical Process Control*, MinYeong-Sa, Seoul.
- (4) Lee, K. W. and Park G. J., 2000, "A Structural Optimization Methodology Using the Independence Axiom," *Transaction of the KSME, A*, Vol. 24, No. 10, pp. 2438 ~ 2450.
- (5) Park G. J., Do, S. H. and Suh, N. P., 1999, "Design and Extension of Software Systems Using the Axiomatic Design Framework," *Transaction of the KSME, A*, Vol. 23, No. 9, pp. 1536 ~ 1549.
- (6) Hwang, Y. D. and Cha, S. W., 2001, "Axiomatic Design of Mold System for Advance of Foaming Magnitude," *Transaction of the KSME, A*, Vol. 25, No. 4, pp. 637 ~ 644.
- (7) Shin, M. K., Hong, S. W. and Park, G. J., 2001, "Axiomatic Design of the Motor-Driven Tilt/Telescopic Steering System for Safety and Vibration," *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, Vol. 215, Part D, pp. 179 ~ 187.
- (8) Lee, K. H., Eom, I. S., Park, G. J. and Lee, W. I., 1996, "Robust Design for Unconstrained Optimization Problems Using Taguchi Method," *AIAA J.*, Vol. 34, No. 5, pp. 1059 ~ 1063.
- (9) Lee, K. H. and Park, G. J., 1997, "Robust Structural Optimization Considering the Tolerances of Design Variables," *Transaction of the KSME, A*, Vol. 21, No. 1, pp. 112 ~ 123.
- (10) Hwang, K. H., Lee, K. W. and Park, G. J., 2001, "Robust Optimization of an Automobile Rearview Mirror for Vibration Reduction," *Struct. Multidiscip. Optim.*, Vol. 21, No. 4, pp. 300 ~ 308.
- (11) Chen, W., Wiecek, M. M. and Zhang, J., 1999, "Quality utility - A Compromise Programming Approach to Robust Design," *J. Mech. Des.*, Vol. 121, pp. 179 ~ 187.
- (12) Bras, B. and Mistree, F., 1995, "Compromise Decision Support Problem for Axiomatic and Robust Design," *J. Mech. Des.*, Vol. 117, pp. 10 ~ 19.
- (13) Chen, K. Z., 1999, "Identifying the Relationship among Design Methods: Key to Successful Applications and Developments of Design Methods," *J. Eng. Des.*, Vol. 10, pp. 125 ~ 141.
- (14) Suh, N. P., 1995, "Designing-in of Quality through Axiomatic Design," *IEEE Trans. Reliab.*, Vol. 44, No. 2, pp. 256 ~ 264.
- (15) Suh, N. P., 2001, *Axiomatic Design: Advances and Applications*, Oxford University Press, New York.
- (16) William Y. F. and Clyde M. C., 1995, *Engineering Methods for Robust Product Design*, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts.