

유한요소법을 이용한 이방성 재료에서의 초음파 전파 거동 해석

정 현 조[†] · 박 문 철^{*}

(2002년 4월 11일 접수, 2002년 7월 15일 심사완료)

Finite Element Analysis of Ultrasonic Wave Propagation in Anisotropic Materials

Hyunjo Jeong and Moon-Chul Park

Key Words : Wave Propagation (파동전파), Finite Element Method (유한요소법), Anisotropic Material (이방성 재료), Wave Vector (파동 벡터), Energy Vector (에너지 벡터), Deviation Angle (편차각)

Abstract

The accurate analysis of ultrasonic wave propagation and scattering plays an important role in many aspects of nondestructive evaluation. A numerical analysis makes it possible to perform parametric studies, and in this way the probability of detection and reliability of test results can be improved. In this paper, a finite element method was employed for the analysis of ultrasonic wave propagation in anisotropic materials, and the accuracy of results was checked by comparing with analytical predictions. The element size and the integral time step, which are the critical components for the convergence of finite element solutions, were determined using a commercial finite element code. Some differences for wave propagation in anisotropic media were illustrated when plane waves are propagating in a unidirectionally reinforced composite materials. When plane waves are propagating in nonsymmetric directions in a symmetric plane, deviation angles between the wave vector and the energy vector were found from finite element analyses and the results agreed well with analytical calculations.

1. 서 론

초음파 비파괴 검사(UT)법의 신뢰도를 향상시키기 위해서는 초음파 비파괴 검사 시스템을 구성하는 각각의 요소에 대한 신뢰도의 개선이 요구된다. UT 검사 시스템의 구성요소로는 탐촉자(트랜스듀서), 탐촉자의 방사 패턴, 시험체 표면에서의 빔의 반사와 내부에서의 빔 형상 및 전파 특성, 결함에 의한 산란 현상을 들 수 있다. 신뢰도 향상에서 꼭 해야 할 일은 적절한 모델링 기법을 사용하여 검사의 전 과정을 완전하게 묘사할 수 있어야 한다. 모델의 최종 목표는 재료/구조 내부의 특정 결함에 대하여 검사 시스템의 응답을 예측하는 것이다. 좋은 모델은 많은 이점을 가져다 주는데 탐상

절차의 설계 및 최적화와 실험 결과의 해석에 도움을 준다. 또한 검사 결과에 영향을 미칠 수 있는 매개변수에 대한 연구를 간단하고 값싸게 할 수 있으므로 결함 탐지 확률을 높이고 신뢰도 향상을 꾀할 수 있다.

본 연구의 목표는 초음파 검사 시스템의 구성 요소 중에서 한 부분을 차지하는 전파특성을 구하기 위한 수치적 모델링 기법을 개발하는데 있다. 이론적 해석의 난해함으로 인해 FEM,⁽¹⁻⁷⁾ BEM,⁽⁸⁾ FDM⁽⁹⁾과 같은 수치해석적인 기법이 광범위하게 사용되고 있다. 본 연구에서는 이방성 매질에서의 초음파 전파 거동을 분석하기 위하여 유한요소 해석 모델링 기법을 적용하고, 대표적인 문제에 대하여 시뮬레이션을 실시하여 해석의 정확도를 검증하고자 한다. 실제적인 이방성 매질의 예로서 오스테나이트계 스테인리스강, 강제 용접부의 열영향부(HAZ), 섬유강화 복합재료 등을 들 수 있다. 잘 알려진 바와 같이 동탄성 지배방정식은 초기 치-경계치 문제로 표현되며, 파동 진행방향으로

[†] 책임저자, 회원, 원광대학교 기계·시스템디자인공학부
E-mail : hjjeong@wonkwang.ac.kr
TEL : (063)850-6690 FAX : (063)850-6691
^{*} 원광대학교 대학원 기계공학과

거동의 특성이 결정되는 쌍곡선 형태의 편미분 방정식이다. 따라서 정교하고 안정된 수치결과를 얻기 위해서는 매우 짧은 파장에 상응하는 유한요소 격자 크기와 시간 근사 간격을 사용해야 한다.

본 연구에서는 높은 정밀도를 확보할 수 있는 안정적인 시공간 수치해석기법을 제안하고, 초음파 진행 거동을 분석한다. 상용 ANSYS 프로그램⁽¹⁰⁾을 이용하여 2-D 등방성 및 이방성 매질에서의 전파 문제를 다루며, 이론적 정해가 알려진 문제를 선정하여 FEM의 정확성과 신뢰성을 검증한다.

2. 동탄성 유한요소 해석

2.1 해석의 정식화

동탄성 문제에서 탄성체의 총 포텐셜에너지 Π 는 변형에너지, 운동에너지, 일 포텐셜의 합으로 정의된다. 체력을 무시하고, 물체의 표면에서 트렉션 T 가 작용하는 경우를 고려하면 Π 는 다음과 같다.

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_V \sigma^T \varepsilon dV + \frac{1}{2} \int_V \rho \dot{u}^T \dot{u} dV - \int_S u^T \bar{T} dS \quad (1)$$

여기서 σ 는 응력벡터, ε 는 변형률 벡터, u 와 \dot{u} 은 각각 변위와 속도 벡터, ρ 는 밀도이고 $(\cdot)^T$ 는 전치행렬을 의미한다.

유한요소법에서 물체를 요소들로 분할하여 각 요소내의 변위 u 를 절점에서의 변위 q 와 형상함수 N 을 사용하여 근사화하므로 변위 u 와 속도 \dot{u} 은 다음과 같이 표현된다.

$$u = N(x, y, z)q, \quad \dot{u} = N(x, y, z)\dot{q} \quad (2)$$

변형률-변위 관계식 ($\varepsilon = Du = DNq = Bq$, 여기서 D 는 변위-변형률 관계를 나타내는 미분연산자 행렬)과 응력-변형률 관계식 ($\sigma = C\varepsilon$, 여기서 C 는 강성행렬)을 사용하고, 식 (1)에 최소포텐셜에너지 원리를 적용하면 다음의 요소방정식을 얻을 수 있다.

$$K^e q^e + M^e \dot{q}^e = R^e \quad (3)$$

여기서 K^e 와 M^e 는 각각 요소의 강성행렬과 질량행렬, R^e 는 경계에서의 표면 트렉션으로 인한 요소의 하중벡터를 나타내며, 다음 식으로 정의된다.

$$K^e = \int_V B^T C B dV \quad (4)$$

$$M^e = \int_V \rho N^T N dV \quad (5)$$

$$R^e = \int_V N^T \bar{T} dS \quad (6)$$

요소행렬과 하중벡터를 조합하면 다음의 전체 행렬식을 얻는다.

$$Kq + M\dot{q} = R \quad (7)$$

여기서 K 와 M 은 각각 전체 강성행렬과 질량행렬, R 은 하중벡터이다. 이 식은 부분적으로 분할된 형태이며, 시간축은 아직 분할되지 않았다. 변위벡터에 대한 해를 직접 구하기 위하여 2계 시간도함수를 근사화시킬 필요가 있다. 이러한 목적으로 중앙차분법을 사용하면

$$\ddot{U}_t = \frac{1}{\Delta t^2} (U_{t+\Delta t} - 2U_t + U_{t-\Delta t}) \quad (8)$$

식 (8)을 식 (7)에 대입하면

$$\frac{1}{\Delta t^2} M U_{t+\Delta t} = R_t - \left(K - \frac{2}{\Delta t^2} M \right) U_t - \frac{1}{\Delta t^2} M U_{t-\Delta t} \quad (9)$$

여기서 Δt 는 시간 간격이다. $U_{t-\Delta t}$ 와 U_t 를 알면 이 식으로부터 $U_{t+\Delta t}$ 를 구할 수 있다.

2.2 안정적인 수치해를 얻기 위한 조건 (요소크기 및 시간적분 크기)

유한요소 모델에서 시간 및 공간 분해능은 수치 결과의 수렴에 절대적으로 중요하다. 적분 시간 간격 Δt 는 해의 정확도에 대단히 중요하다. 일반적으로 모델의 정확도는 더 작은 시간 간격을 사용할수록 그만큼 더 좋아진다. 반면에 너무 작은 간격을 사용하면 계산시간이 많이 소요된다. 따라

서 절충이 필요하다. Newmark 시간적분법에서는 최고 주파수 1 사이클당 20 개의 Δt 를 사용한다.⁽⁴⁾ 이 규칙은 다음 식으로 표시할 수 있다.

$$\Delta t = \frac{1}{20 f_{\max}} \quad (10)$$

여기서 f_{\max} 은 관심있는 최고 주파수이다. 또 필요한 시간 간격은 가장 속도가 빠른 파가 연속한 절점 사이를 전파하는데 필요한 시간과 관련될 수 있다. 즉, 가장 빠른 파가 한 시간 간격동안 절점 사이를 전파하지 않아야 한다는 것이다. 이를 식으로 나타내면

$$\Delta t < \frac{l_e}{V_{Lm}} \quad (11)$$

여기서 l_e 는 절점 사이의 가장 작은 간격이며, V_{Lm} 은 가장 빠른 종파 속도이다.

요소의 크기는 전파하는 파들이 공간적으로 분해되도록 선택한다. 참고문헌 [11]에서는 한 파장당 10개 이상의 절점 사용을 권하고 있으며, 참고문헌 [4]에서는 이 보다 훨씬 높은 (한 파장당 20 개의 절점) 숫자를 권하고 있다. 참고문헌 [11]의 권장사항을 식으로 표현하면

$$l_e = \frac{\lambda_{\min}}{10} \quad (12)$$

여기서 l_e 는 요소의 길이이고 λ_{\min} 은 가장 짧은 파장이다.

3. 이방성 매질에서의 탄성파 전파

3.1 Christoffel 식과 전파 속도^(12,13)

재료에 동적 외란이 가해질 때, 파동 전파 현상이 관찰된다. 이렇게 발생된 파는 균질 이방성 재료의 경우에 다음의 운동방정식에 의해 지배된다.

$$C_{ijk} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j \partial x_l} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (13)$$

여기서 u 는 초음파의 변위 벡터를 나타내며 ρ 는 매질의 밀도이다. 4계 텐서 C_{ijkl} 의 성분들은 재료의 이방성 탄성계수 (또는 강성)을 나타낸다.

체적 내부를 전파하는 시간 조화형 평면 파동의 변위는 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$u_i = a p_i \exp[i(\omega t - k_j x_j)] \quad (14)$$

상수 a 는 평면파의 진폭을, 실수 벡터 \mathbf{p} 는 입자의 진동방향 (polarization direction)을 각각 나타낸다. 또 ω 는 각주파수이며 \mathbf{k} 는 파동벡터(wave vector)이다. \mathbf{k} 의 절대값은 파수이며 k 로 표시한다. 식 (14)를 (13)에 대입하면 ω 와 p_k 는 다음의 Christoffel 식을 만족한다.

$$(C_{ijk} k_j k_l - \rho \omega^2 \delta_{ik}) p_k = 0 \quad (15)$$

식 (15)가 의미있는 해를 갖기 위해서는 다음의 행렬식이 0이 되어야 하는데, 이를 분산관계식 (dispersion relation)이라 부른다.

$$|D_{ik} - \rho \omega^2 \delta_{ik}| = 0 \quad (16)$$

여기서 $D_{ik} = C_{ijk} k_j k_l$ 는 Christoffel 행렬이라 불리며, 파동벡터 \mathbf{k} 의 함수이다. 평면파의 전파에서 위상속도(phase velocity) V 는 각주파수 ω 와 파수 k 와 $V = \omega/k$ 의 관계를 가진다. 식 (16)으로부터 주어진 전파방향에 대하여 세 개의 위상속도가 존재한다는 것을 알 수 있다.

Fig. 1과 같이 z 축 방향으로 연속섬유가 보장되어 거시적으로 횡방향 등방성 성질(transversely isotropic)을 갖는 재료의 탄성계수는 다음과 같은 형태를 가지며

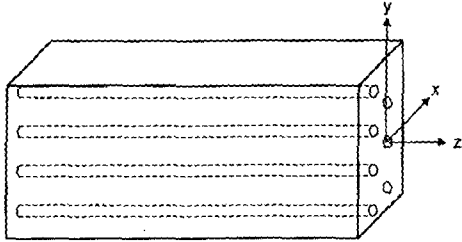


Fig. 1 Coordinates and fiber direction of unidirectional composites

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{23} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (17)$$

x - y 평면은 등방성 면이므로 $C_{12} = C_{11} - 2C_{66}$ 의 관계를 갖는다.

x - z , x - y 의 대칭평면 내에서 평면파가 전파하는 경우에 식 (16)의 Christoffel 식은 다음 식으로 간단하게 표시된다

(a) x - z 평면의 경우

$$\begin{bmatrix} C_{11}k_x^2 + C_{55}k_z^2 - \rho\omega^2 & (C_{23} + C_{55})k_xk_z \\ (C_{23} + C_{55})k_xk_z & C_{55}k_x^2 + C_{33}k_z^2 - \rho\omega^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p_x \\ p_z \end{pmatrix} = 0 \quad (18)$$

(b) x - y 평면의 경우

$$\begin{bmatrix} C_{11}k_x^2 + C_{66}k_y^2 - \rho\omega^2 & (C_{12} + C_{66})k_xk_y \\ (C_{23} + C_{55})k_xk_y & C_{66}k_x^2 + C_{11}k_y^2 - \rho\omega^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \end{pmatrix} = 0 \quad (19)$$

식 (18)을 살펴보면 두 가지 형태의 평면파가 존재하는데 하나는 준종파(quasi-longitudinal, QL) 이고, 다른 하나는 준횡파(quasi-shear, QS) 이다. 입자의 운동방향이 x - z 면에 수직인 순수한 횡파는 여기에 나타나지 않는다. x - y 평면에서도 파동 특성이 이와 유사하게 관찰된다.

3.2 위상속도와 에너지속도^(13,14)

이방성 매질에서 평면파의 에너지는 위상속도로 진행하지 않고 에너지 속도 V_e 로 전파한다. 에너지 손실 기구가 없는 매질의 경우에 에너지 속도와 군속도 (group velocity)는 서로 일치한다. 초음파 실험에서 평면형 탐촉자에 의해 음향에너지가 방사되면 파는 Fig. 2에 보인 것과 같이 진행한다. 즉, 파의 전면은 탐촉자 면에 평행하면서 에너지 속도 방향으로 전파하게 된다. 따라서 이방성 매질의 초음파 시험에서 수신 탐촉자를 실제 파가 진행하는 방향에 위치시키는 일이 중요하다.

평면파의 전파에서 식 (16)의 분산관계는 다음과 같은 형태로 쓸 수 있으므로

$$\Omega = f(\omega, k_x, k_y, k_z) = 0 \quad (20)$$

에너지 속도는 다음 식으로 나타낼 수 있다. 여기서 Ω 의 gradient는 변수 k_x, k_y, k_z 에 대하여 취한다.

$$\mathbf{V}_e = - \frac{\nabla_k \Omega}{\partial \Omega / \partial \omega} \quad (21)$$

x - z 평면에서 전파하는 경우, 식 (21)은 다음과 같이 되며

$$\mathbf{V}_e = - \left(\frac{\partial \Omega}{\partial k_x} / \frac{\partial \Omega}{\partial \omega} \right) \mathbf{i} - \left(\frac{\partial \Omega}{\partial k_z} / \frac{\partial \Omega}{\partial \omega} \right) \mathbf{k} \quad (22)$$

여기서

$$\Omega = (C_{11}k_x^2 + C_{55}k_z^2 - \rho\omega^2)(C_{55}k_x^2 + C_{33}k_z^2 - \rho\omega^2) - (C_{23} + C_{55})^2 k_x^2 k_z^2 \quad (23)$$

식 (22)와 (23)으로부터 x 와 z 방향의 에너지 속도 성분은 다음 식으로 주어진다.

$$(V_e)_x = \frac{R}{T} \quad (V_e)_z = \frac{S}{T} \quad (24)$$

여기서

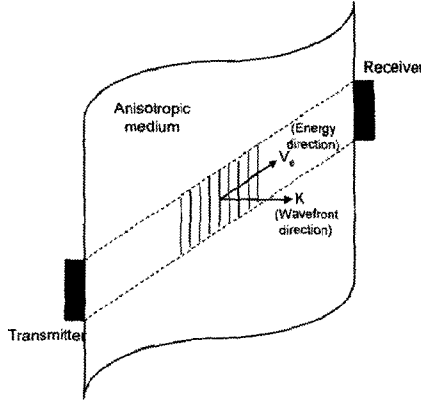


Fig. 2 Deflected ultrasonic beam trajectory in an anisotropic solid

$$\begin{aligned}
 R &= 4 C_{11} C_{55} k_x^3 + 2 [C_{11} C_{33} + C_{55}^2 - (C_{23} + C_{55})^2] k_x k_z^2 \\
 &\quad - 2 \rho \omega^2 (C_{11} + C_{55}) k_x \\
 S &= 4 C_{33} C_{55} k_z^3 + 2 [C_{11} C_{33} + C_{55}^2 - (C_{23} + C_{55})^2] k_x^2 k_z \\
 &\quad - 2 \rho \omega^2 (C_{55} + C_{33}) k_z \\
 T &= 2 \rho \omega (C_{11} k_x^2 + C_{55} k_z^2 + C_{55} k_x^2 + C_{33} k_z^2 - 2 \rho \omega^2)
 \end{aligned} \tag{25}$$

식 (20)은 다음 식으로 바꾸어 표현할 수 있다.

$$|k^2 D_{ik}(l_x, l_y, l_z) - \rho \omega^2 \delta_{ik}| = 0$$

이 분산관계식의 첫 항은 k^2 에 비례하고 둘째 항은 ω^2 에 비례하므로, 관계식의 모든 항을 k/ω 로 표시할 수 있다. 파수 k 는 항상 ω 에 비례하므로 ω 와 무관한 slowness (위상속도의 역수) $k/\omega = 1/V_p$ 를 Fig. 3(a)와 같이 모든 전파방향에 대해서 표시할 수 있으며, 이를 slowness surface라고 부른다. 이방성 재료에서 파동벡터 \mathbf{k} 의 방향과 에너지속도 벡터 \mathbf{V}_e 의 방향은 일반적으로 같지 않다. 즉, 주어진 전파방향에서 \mathbf{V}_e 의 방향은 slowness surface의 법선방향이다. Fig. 3(b)와 같이 \mathbf{V}_e 를 전파방향의 함수로 나타낸 것을 ray surface라고 하며, 파동벡터 \mathbf{k} 의 방향은 ray surface의 법선방향이다. Fig. 3(c)에 보인 바와 같이 에너지속도 벡터 \mathbf{V}_e 는 파동벡터 \mathbf{k} 와 편차각(deviation angle) ψ 만큼 전파방향의 차이를 보이며, 위상속도와 에너지속도의 크기 사이에는 $V_p = V_e \cos \psi$ 관계가 성립한다.

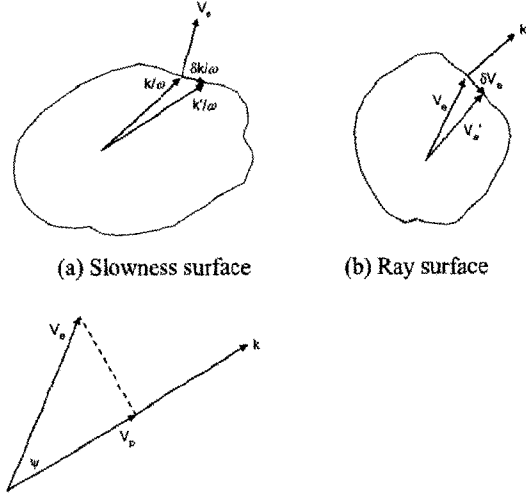


Fig. 3 (a) Slowness surface (b) Ray surface (c) Relationship between the phase velocity V_p and the energy velocity V_e

4. 2-D 유한요소해석 내용 및 결과

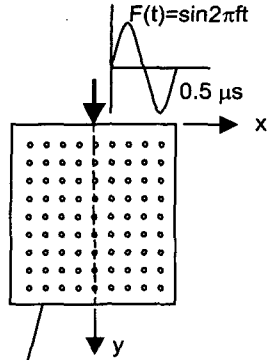
4.1 일방향 보강 복합재에서 대칭축 방향의 전파 해석

Fig. 1에 보인 일방향 보강 복합재에서 대칭축 방향의 파동 전파 해석을 위하여 먼저 등방성 평면인 $x-y$ 평면의 가장자리 중앙에서 y 축 방향으로 점원을 가진하였다 [Fig. 4(a) 참조]. 또 비교를 위하여 Fig. 4(b)와 같이 $x-z$ (또는 $y-z$) 평면의 표면에서 z 축 방향으로 점원을 가진하였다. 점원력으로 중심주파수 $f = 2 \text{ MHz}$ 인 1 사이클의 정현파 $f(t) = \sin(2\pi ft)$ 를 사용하였다.

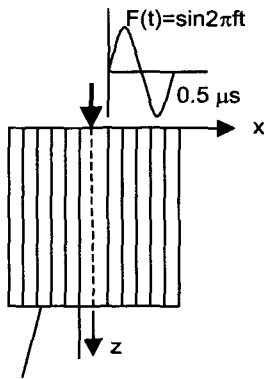
해석에 사용한 복합재료의 탄성계수 $[C]$ 와 밀도 ρ 는 다음과 같다.

$$[C] = \begin{bmatrix} 14.5 & 7.24 & 6.5 & 0 & 0 & 0 \\ 7.24 & 14.5 & 6.5 & 0 & 0 & 0 \\ 6.5 & 6.5 & 161 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.63 \end{bmatrix} \text{ GPa}$$

$$\rho = 1560 \text{ kg/m}^3$$



Boundary conditions:
 $u_x = u_y = 0$
 (a)



Boundary conditions:
 $u_x = u_z = 0$
 (b)

Fig. 4 Excitation of point forces and boundary conditions: (a) x - y plane, (b) x - z plane

유한요소 해석 모델링을 위하여 먼저 파동 전파가 이루어지는 평면에서의 파의 위상속도 V_p 를 구한다. 관심의 대상이 되는 최고주파수를 f 라고 하면, 파장을 $\lambda = V_p / f$ 로부터 구하여 식 (12)에 따라 해의 수렴조건을 만족하도록 요소의 크기를 결정한다. 요소의 크기가 결정되면 식 (11)의 조건을 만족하도록 시간 간격을 결정할 수 있다. 위상속도를 2개의 하첨자를 사용하여 V_{ij} , $i, j = x, y, z$ 라고 표기하면, 여기서 i 는 파의 전파방향을 나타

Table 1 Summary of calculated phase velocities and wavelengths at $f = 2$ MHz

Phase velocities (m/sec)	$V_{xx} = V_{yy}$	V_{zz}	V_{xy}	$V_{xz} = V_{yz}$
	3048.7	10159	1525.4	2133.4
Wavelength at 2 MHz (mm)	1.52	5.08	0.76	1.07

내고 j 는 입자의 운동방향(polarization)을 나타낸다. 예를 들어 x - z 평면에서 x 방향으로 전파하는 종파의 속도는 식 (18)로부터 $V_{xx} = V_{yy} = \sqrt{C_{11}/\rho}$ 로 주어지고, x 방향으로 전파하고 입자의 운동방향이 z 축인 횡파의 속도는 $V_{xz} = V_{yz} = \sqrt{C_{55}/\rho}$ 로 주어진다. 이와 같이 구한 위상속도와 주파수 $f = 2$ MHz 에서 계산한 파장을 아래 표에 요약하였다. Table 1에 보인 모든 위상 속도는 대칭면 내에서 대칭축 방향으로 전파하는 파의 속도를 나타내므로 에너지속도와 같다. 참고로 x - z 평면에서의 에너지속도 분포를 식 (24)로부터 계산하고 그 결과를 전파방향의 함수로 Fig. 5(a)에 도시하였다. 여기서 한 가지 주목할 것은 횡파의 에너지속도는 x 축에 대하여 약 19 - 63° 범위에서 다수의 값을 가진다는 것이다(cusp 모양). 그 이유는 Fig. 5(b)에 나와 있는 slowness surface의 특성으로 인하여 서로 다른 전파(파동벡터) 방향에 대하여 동일한 에너지속도 방향(법선벡터)을 가질 수 있기 때문이다.

Table 1에서 가장 짧은 파장 $\lambda_{\min} = 0.76$ mm를 기준으로 하여 식 (16)의 조건을 만족하도록 요소의 크기 $l_e = 0.05$ mm, 최대속도 $V_{Lm} = 10159$ m/s를 기준으로 식 (15)로부터 시간 적분 간격을 $\Delta t = 5$ ns로 결정하였다. 사용한 요소는 평면변형률, 4 절점 등매개변수 요소이다.

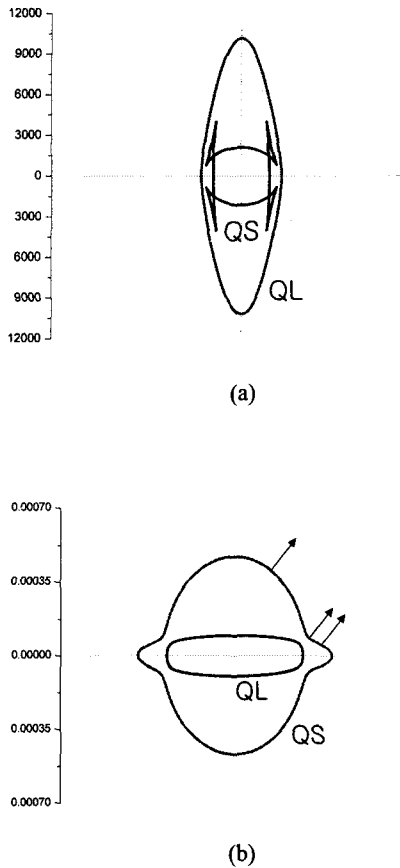


Fig. 5 (a) Energy velocity distribution (ray surface) and (b) slowness surface in the x-z plane

Fig. 6는 1.5 μs 이후의 변위장을 보여주고 있다. 먼저 두 그림에서 가장 빨리 전파하는 종파, 그 뒤를 따라 횡파가 전파하며, 또 표면파에 의한 변위도 관찰된다. 그림 (a)는 등방성 면인 x-y 평면에서의 전파이므로 종파와 횡파가 모든 방향으로 같은 속도로 전파한다. 그러나 (b)에서는 이방성 면인 x-z 평면에서의 전파이므로 섬유가 보강된 z 축 방향이 에너지속도가 가장 크므로 준종파(QL)는 타원형의 변위장을 보이고, Fig. 5(a)의 ray surface를 잘 나타낸다. X-z 평면에서 준횡파(QS)는 종파에 비하여 변위가 작고, sine 파의 지속시간으로 인하여 cusp 모양이 Fig. 5(a)와 비교할 때 분명하지 않다.

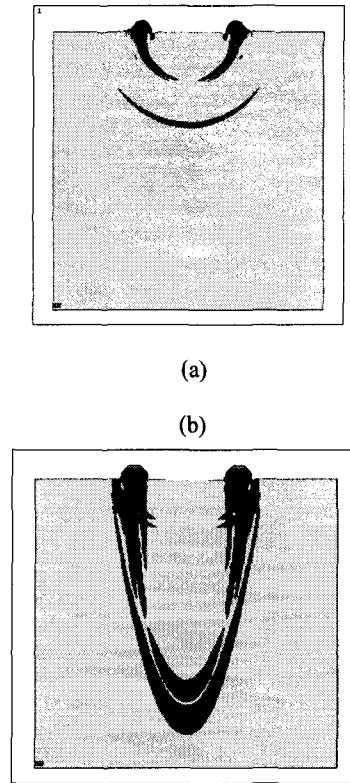


Fig. 6 Displacement field generated by point source at free surface of anisotropic medium (unidirectionally reinforced composite): (a) x-y plane, (b) x-z plane

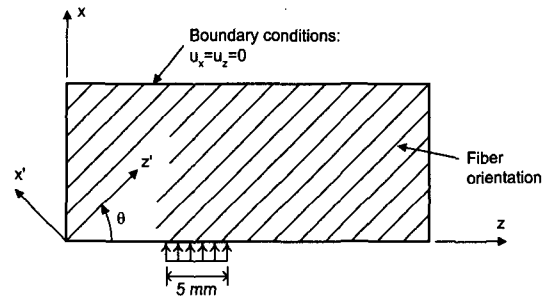


Fig. 7 Definition of local and global coordinates, and fiber direction

4.2 일방향 보강 복합재에서 비대칭축 방향의 전파 해석

Fig. 1에 보인 일방향 보강 복합재에서 비대칭축 방향으로의 파동 전파 해석을 위하여 Fig. 6과 같이 국소좌표계와 전체좌표계, 그리고 섬유 방향을

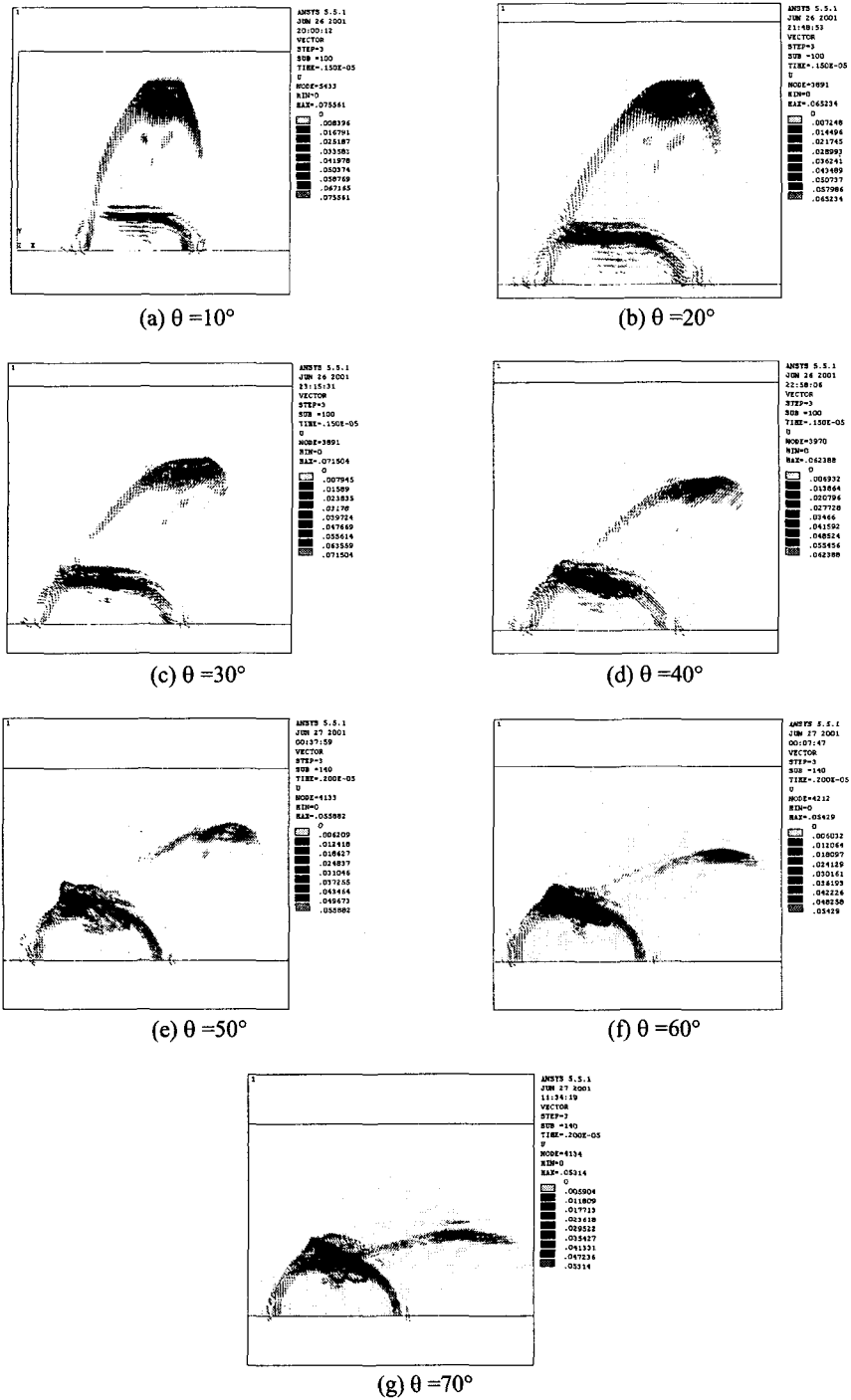


Fig. 8 Deflection of QL and QS wave beams with the wave normal vector k parallel to the x -axis of Fig. 7

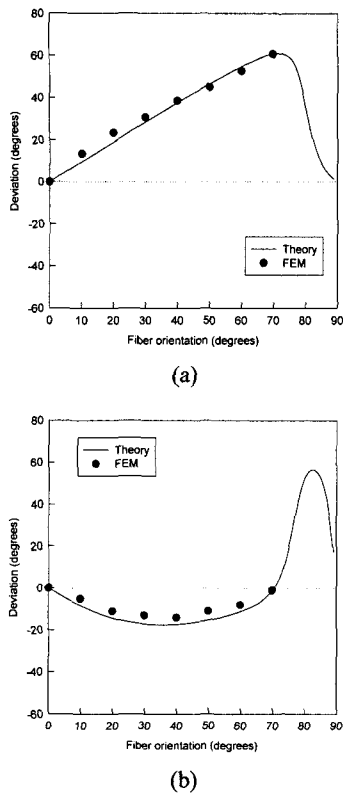


Fig. 9 Energy velocity vector deviation from the wave normal vector direction- comparisons between finite element method and analytical method for the: (a) QL wave, (b) QS wave

정의하였다. 이 경우에 $x=0$ 의 가장자리에 일정한 폭의 선원(변위)을 x 축 방향으로 가하고, z 축으로부터 측정된 섬유 방향각 θ 를 변화시키면서 비대칭축으로 전파하는 경우에 에너지 속도 벡터의 방향을 해석적인 방법으로 예측하고 FEM 결과와 비교하였다. 주어진 방향각 θ 에 대하여 (x, y, z) 좌표계에 대한 탄성계수 $[C_{ij}]$ 는 (x', y', z') 좌표계에서의 $[C'_{ij}]$ 와 참고문헌 [14]의 변환관계를 이용하여 구하였다.

유한요소 해석을 위하여 아래에 보인 Fig. 7과 같이 폭 5 mm의 선원을 사용하였으며, 다른 파라미터는 다음과 같다.

선원변위: 1 사이클의 정현파
 $u_x(t) = \sin(2\pi ft)$, $f = 2 \text{ MHz}$,
 선원의 크기 = 폭 5 mm

국소 좌표계에서 정의된 재료의 탄성계수 $[C']$, 밀도, 사용 요소의 종류 및 크기, 시간 간격은 4.1 절에서와 같다.

Fig. 8은 θ 를 10° 간격으로 변화시키면서 70° 까지 관찰한 파동의 변위에 대한 벡터장을 나타내고 있다. 관찰 시간은 $1.5 \mu\text{s}$ 이다. θ 가 증가함에 따라 종파와 횡파 모두 파동의 에너지가 원래 변위를 가하였던 x 축 방향 (파동벡터의 방향)과 다르게 흐름을 알 수 있다. 종파의 경우에 θ 가 증가함에 따라 에너지 벡터의 방향은 x 축으로부터 점점 멀어진다.

에너지 벡터 방향이 파동의 법선 벡터 방향으로부터 이탈하는 현상에 대한 유한요소 해석 결과를 해석적인 예측값과 비교하였다. 해석적인 방법에 의한 계산은 식 (22)를 사용하였다. 두 가지 방법에 의한 결과를 서로 비교하여 Fig. 9에 도시하였다. 유한요소 해석 결과는 해석적인 방법에 의한 계산 값과 아주 잘 일치함을 알 수 있다.

5. 결론

이방성 매질에서의 탄성과 전파 거동을 상용 유한요소 해석 프로그램인 ANSYS를 이용하여 고찰하였다. 먼저 탄성과의 전파 문제의 유한요소 해석에서 해의 수렴과 관련하여 가장 중요한 두 가지 파라미터인 요소의 크기와 시간 적분에 필요한 시간 간격을 해가 수렴될 수 있도록 적절하게 설정할 수 있었다.

본 논문에서는 횡방향 등방성의 성질을 갖는 일방향 보강 복합재에서의 탄성과 전파 문제를 동탄성 유한요소 해석 모델링을 통하여 구체적으로 다루었다. 먼저 대칭면내에서 대칭축 방향으로 점원을 가한 경우에 이방성에 의한 전파 속도의 차이와 에너지속도에 의해 전파하는 현상을 잘 관찰할 수 있었다. 다음으로 대칭면내에서 비대칭 방향으로 가한 선원에 의해 발생, 전파하는 준종파 및 준횡파의 에너지속도 벡터의 방향이 파동벡터의 방향과 차이 나는 현상을 다루었다. 여기서 다룬 유한요소 해석 결과는 일반적으로 알려져 있는 해석적 해의 결과와 모두 잘 일치함을 확인할 수 있었다.

후 기

이 논문은 2000년도 한국학술진흥재단의 지원

에 의하여 연구되었음 (KRF-2000-041-E00024).

참고문헌

- (1) Lord, W., Ludwig, R. and You, Z., 1990, "Developments in Ultrasonic Modeling with Finite Element Analysis," *J. of NDE*, Vol. 9, pp. 129~143.
- (2) Hwang, G. W. and Cho, K. Z., 1994, "A Study on Stress Wave Propagation by Finite Element Analysis," *Transactions of the KSME*, Vol. 18, No. 12, pp. 3369~3376.
- (3) Sim, W. J. and Lee, S. H., 2001, "A Time-Domain Finite Element Formulation for Transient Dynamic Linear Elasticity," *Transactions of the KSME A*, Vol. 25, No. 4, pp. 574~581.
- (4) Moser, F., Jacobs, L. J. and Qu, J., 1999, "Modeling Elastic Wave Propagation in Waveguides with the Finite Element Method," *NDT&E International*, Vol. 32, pp. 225~234.
- (5) Prosser, W. H., Hamstad, M. A., Gary, J. and O'Gallagher, A., 1999, "Finite Element and Plate Theory Modeling of Acoustic Emission Waveforms," *J. of NDE*, Vol. 18, No. 3, pp. 83~90.
- (6) Cho, S.-J. and Jeong, H., 1999 "Analysis of Elastic Wave Propagation in Anisotropic Materials Using Elastodynamic FEM and Ultrasonic Beam Model," *Proc. KSNT Fall Conference*, November 26, Seoul, pp. 51~60.
- (7) Kishore, N. N., Sridhar, I. and Iyengar, N. G. R., 2000, "Finite Element Modelling of the Scattering of Ultrasonic Waves by Isolated Flaws," *NDT&E International*, Vol. 33, pp. 297~305.
- (8) Kim, J.-H. and Jeong, H., 1999, "Flaw Identification Using Ultrasonic Beam Model and Boundary Element Method," *Proc. KSNT Fall Conference*, November 26, Seoul, pp. 40~50.
- (9) Yim, H. and Sohn, Y., 2000, "Numerical Simulation and Visualization of Elastic Waves using Mass-Spring Lattice Model," *IEEE Trans. on UFFC*, Vol. 47, No. 3, pp. 549~558.
- (10) ANSYS user's manual for version 5.5, Swanson Analysis Systems, Houston, TX, 1998.
- (11) Alleyne, D. and Cawley, P., 1991, "A Two-Dimensional Fourier Transform Method for Measurement of Propagating Multimode Signals," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 89, No. 3, pp. 1159~1168.
- (12) Musgrave, M. J. P., 1990, *Crystal Acoustics*, Ch. 6-10, Holden-Day, San Francisco, CA
- (13) Wu, T.-T. and Ho, Z.-H., 1990, "Anisotropic Wave Propagation and Its Applications to NDE of Composite materials," *Experimental Mechanics*, December, pp. 313~318.
- (14) Auld, B. A., 1990, *Acoustic Fields and Waves in Solids*, Second Ed., Robert E. Krieger Publishing Co., Malabar, FL.