

## 2차원 초음속 노즐의 과대팽창 유동 특성

김성돈<sup>\*</sup>, 정인석<sup>\*</sup>, 최정열<sup>\*\*</sup>

### Flow Characteristics of 2 Dimensional Supersonic Nozzle in Overexpanded Conditions

Sung-Don Kim<sup>\*</sup>, In-Seuck Jeung<sup>\*</sup>, Jeong-Yeol Choi<sup>\*\*</sup>

#### ABSTRACT

In the modern propulsion systems, required thrust is obtained using a nozzle. Sometimes shock and induced boundary layer separation is generated in an over-expanded convergent-divergent supersonic nozzle. It occurs because the nozzle expansion ratio is too large for a given nozzle pressure ratio (NPR). This phenomenon can be explained that it redefines effective nozzle geometry, shorter nozzle geometry and lower pressure ratio, in a given pressure ratio. Numerical studies were conducted about a fixed geometry 2D nozzle in overexpanded condition and compared with Hunter's experimental result. For the numerical simulation of the supersonic nozzle, Navier-Stokes equations are considered and as a turbulent model,  $k-\varepsilon/k-\omega$  blended SST two equation turbulent model is used. The characteristics of  $\lambda$ -shape shock systems due to the interaction of shock and boundary layer was investigated in a low NPR. And the result of comparison of thrust value shows that a fixed geometry nozzle can cover required flight mission

#### 초록

추진기관은 노즐을 통해 추력을 발생하며 축소-확대 형상의 초음속 노즐에서는 노즐의 설계 팽창비가 내부 유동의 전압력과 배압의 압력비보다 매우 클 때 충격파의 발생과 함께 경계층 박리를 유발한다. 노즐 내부에서의 충격파 발생과 유동의 박리는 주어진 유동의 압력비에 가장 적합한 노즐 형상을 구현하는 것으로 실제의 구조적 노즐의 형상보다 짧은 노즐에서 나타나는 유동과 같은 현상을 보인다. 수치 해석적 방법으로 고정된 형상의 2차원 노즐 내부의 충격파와 경계층 박리 현상에 관한 연구를 수행하였고 Hunter가 행한 실험적 연구와 비교하였다. 수치해석은 TVD 기법을 이용한 압축성 유체 해석 코드와 SST 2방정식 난류 모델을 이용하여 수행되었다. 낮은 압력비에서의 충격파와 경계층과의 상호작용에 의한  $\lambda$ 형태의 충격파 시스템을 잘 보여주고 있고 추력 값의 비교를 통해 고정된 형상의 노즐을 이용하여 필요한 운용범위를 충족할 수 있음을 알 수 있었다.

● 2001년 12월 1일 접수 ~ 2002년 4월 1일 심사 완료

<sup>\*</sup> 정희원, 서울대학교 기계항공공학부 항공우주공학 (Seoul National University)

주연락저자, E-mail=scream@plaza.snu.ac.kr 서울시 관악구 신림동 56-1

<sup>\*\*</sup> 정희원, 부산대학교 항공우주공학과 (Pusan National University)

## 1. 서론

현대의 대부분의 추진기관에서 경계층 박리는 추진기관의 성능을 크게 저하시키고 불안정성을 유발할 수 있는 요인이 되는 점에서 경계층 박리의 발생은 바람직하지 못한 것으로 여겨진다. 하지만 실제 추진기관의 공기역학적인 시스템에서 경계층 박리는 흔히 나타나는 현상이다. 초음속 추진기관은 넓은 범위의 비행조건에서 운용되며 공기 흡입구와 노즐에서의 경계층 박리 현상은 추진기관의 성능을 크게 좌우하는 요소가 된다.[1] 따라서 상용으로 사용되는 초음속 공기흡입식 추진기관은 공기 흡입구와 노즐에서 운용조건의 변화에 대응하도록 형상의 변화가 요구되며 가변 공기 흡입구와 노즐을 채택하고 있다.

추진기관에 필요한 추력은 노즐을 통해 얻어지며 램제트 엔진과 같은 초음속 추진기관에 필요한 축소-확대노즐에서는 노즐의 구조적 면적비에 의한 유동의 설계 팽창비가 내부유동의 전압력과 배압의 압력비보다 매우 클 때 경계층 박리 현상이 발생된다. 이러한 과대팽창 유동의 경우 노즐 내부에서 충격파를 발생함과 동시에 유동의 박리를 유발하여 주어진 유동의 압력비에 가장 적합한 노즐 형상을 구현하게 된다. 이는 실제의 구조적 노즐의 형상보다 낮은 압력비를 가지는 짧은 노즐로 유동이 맞추어지는 것으로 설명할 수 있다. 본 연구에서는 Hunter[1]의 실험적 연구결과를 바탕으로 수치 해석적 방법을 통해 고정된 형상을 가지는 노즐 유동의 특성을 파악해 보고자 하였다. Hunter는 고정된 형상의 2차원 노즐의 유입유동 전압력( $P_{oi}$ )과 외부 압력( $P_a$ )과의 비를  $NPR (=P_{oi}/P_a)$ 로 정의하여 노즐 확대부에서 발생되는 충격파와 경계층 박리 현상을 연구하고 고정된 형상의 노즐의 사용 가능성을 언급하였다.

상용 초음속 추진기관의 경우 가변 노즐을 사용함으로써 넓은 비행조건을 충족하는 노즐 면적비를 구현할 수 있지만 정지추력을 발생할 수 없는 램제트 엔진과 같이 일차적으로 고체 부스터에 의해 초기 가속을 얻어내고 초음속 영역에서 작동을 시작하므로 추진체가 일정 속도 이상으로

가속된 상태에서 작동되고 설계점으로부터 상당히 제한된 범위 내에서 운용되게 된다. 이와 같이 일정한 비행조건 범위에서 운용되는 추진기관에서는 고정된 형상의 노즐이 무게의 감소와 구조적으로 간단한 이점이 있으므로 고정된 형상의 노즐의 유동특성과 제한된 운용범위에서의 추력 성능 특성을 파악하는 것이 필요하다. 실험적 연구에서는  $NPR=8.78$ 로 설계된 노즐이며 이는 지상에서 고도 15km의 압력 변화범위에 해당하여 램제트 추진기관의 작동범위 내에 있고 적절한 연구대상이 된다.

## 2. 지배 방정식과 수치해법

2차원 이상 기체에 대한 압축성 Navier-Stokes 방정식을 일반화된 곡선 좌표계( $\xi, \eta$ )에서 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{1}{J} \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \eta} = \frac{\partial \mathbf{E}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{F}_v}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \mathbf{S}$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x p \\ \rho v U + \xi_y p \\ (\rho e_o + p) U \\ \rho U k \\ \rho U \omega \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ (\rho e_o + p) V \\ \rho V k \\ \rho V \omega \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{E}_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_x \tau_{xx} + \xi_y \tau_{yx} \\ \xi_x \tau_{xy} + \xi_y \tau_{yy} \\ (\hat{e}_v) \\ \mu_k (\xi_x k_x + \xi_y k_y) \\ \mu_\omega (\xi_x \omega_x + \xi_y \omega_y) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \eta_x \tau_{xx} + \eta_y \tau_{yx} \\ \eta_x \tau_{xy} + \eta_y \tau_{yy} \\ (\gamma_v) \\ \mu_k (\xi_x k_x + \xi_y k_y) \\ \mu_\omega (\xi_x \omega_x + \xi_y \omega_y) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \rho_s \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e_o \\ \rho k \\ \rho \omega \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ S_k \\ S_\omega \end{bmatrix}$$

$$(\hat{e}_v) = u(\xi_x \tau_{xx} + \xi_y \tau_{yx}) + v(\xi_x \tau_{xy} + \xi_y \tau_{yy}) - (\xi_x q_x + \xi_y q_y)$$

$$(\gamma_v) = u(\eta_x \tau_{xx} + \eta_y \tau_{yx}) + v(\eta_x \tau_{xy} + \eta_y \tau_{yy}) - (\eta_x q_x + \eta_y q_y)$$

노즐의 설계 팽창비가 내부유동의 압력비보다 매우 큰 과대 팽창 유동의 경우 노즐 확대부에서 충격파의 발생과 이로인한 박리 현상이 발생하므로 이를 적절히 모사하기 위하여 본 연구에서는 벽면 경계층 해석에 적합한 것으로 알려진  $k-\omega$  난류 모델과 자유 전단 경계층 등의 해석에 적합한 것으로 알려진  $k-\varepsilon$  난류 모델이 결합된 형태의 SST난류 모델을 이용하였다.[2]

수치해석을 위해 지배방정식을 유한 체적법을 이용하여 이산화하였다. 대류 풀렉스 항은 일반좌표계에서 Roe의 FDS 기법을 이용하여 차분하였으며, MUSCL 기법을 이용하여 고차의 공간정확도를 유지하도록 하였고 미분형 제한자를 사용하여 TVD 성질을 유지하도록 하였다. 점성항의 차분은 중심차분법을 이용하였다. 또한 LU-SGS 기법을 이용하여 완전 내재적인 시간 적분을 수행하였다.[3,4]

### 3. 계산 조건

계산에 사용된 격자계를 Fig. 1에 나타내었다. 전체 격자계는  $223 \times 51 + 51 \times 51 + 101 \times 101$ 의 3개의 영역으로 나누어 계산되었다. 노즐 외부 자유류의 조건은  $P_a = 14.85$  psia,  $T_a = 530$ ,  $R, M_a = 0.025$  이다. 노즐 내부의 유입유동의 전압력( $P_{oj}$ )은 외부 자유류와의 압력( $P_a$ )과의 비를 NPR( $=P_{oj}/P_a$ )로 정의하여 사용하였다. 1차원 해석을 통한 설계 압력비(NPR)는 8.78이고 노즐 출구의 설계 마하수는 2.07이며 노즐 목과 출구의 면적비는 1.797이다. NPR값은 1.4, 2.0, 2.4, 3.0, 3.4, 5.423 그리고 설계 압력비에 유사한 8.95로 설정하여 유동 특성을 연구하였다. 이는 Hunter에 의한 실험에 사용된 압력비이며, 그 물리적 의미는 Table 1에 나타낸 바와 같다. 외부 자유류의 조건을 고정하고 유입유동의 압력을 변화시켜줌으로써 비행고도의 변화에 따른 작동 특성을 보일 수 있으며 주어진 NPR 값은 고도 15km에서 설계된 추진체가 고도 3km까지 운행되었을 때의 유동특성을 보일 수 있다.

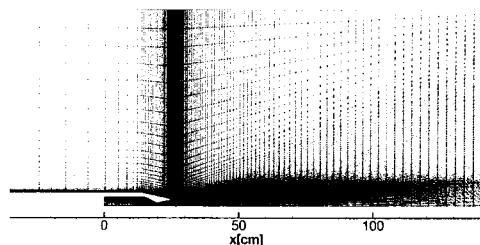


Fig. 1 Computational grid system

Table 1. Operation altitude corresponding to NPR

NPR	1/NPR	H [m]
1.40	0.714	2763
2.00	0.500	5496
2.40	0.417	6812
3.00	0.333	8387
3.40	0.294	9235
5.42	0.184	12268
8.95	0.112	15434

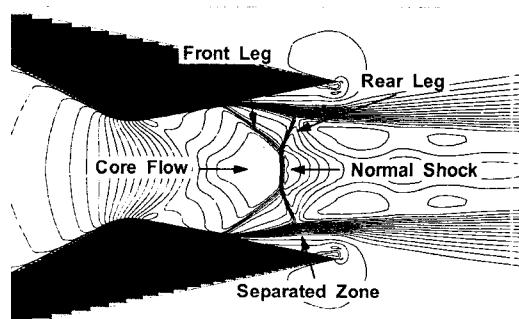


Fig. 2 Shock pattern in an overexpanded nozzle

Fig. 2에는 과대 팽창된 노즐 내에서의 유동과 충격파, 유동의 박리에 대한 유동형태를 나타내었다.

#### 4. 계산 결과의 검토

NPR=1.4인 경우의 마하수 분포와 Hunter의 실험결과 사진을 Fig. 3에 나타내었다.  $P_{obj}=1.4P_a$ 인 경우 유입유동의 압력이 설계 압력( $P_{obj}=8.78P_a$ )에 비해 매우 낮으므로 노즐 목에서 초음속으로 팽창한 직후 노즐 벽면 부근에서 약한 충격파를 생성하며 아음속으로 천이되는 현상을 보였다. 확대 노즐부에서의 유동은 충격파 직후 박리되는 현상을 보였고 이는 앞서 설명한 경계층 박리를 유발하여 주어진 유동의 압력비에 가장 적합한 노즐 형상을 구현하는 현상이다. 실험사진에서는 노즐 목 후류에서 약한 충격파의 존재가 뚜렷이 확인되지만 계산과정에서는 정상상태의 해로 근접하지 못하고 지속적으로 변화하는 경향을 보였다.

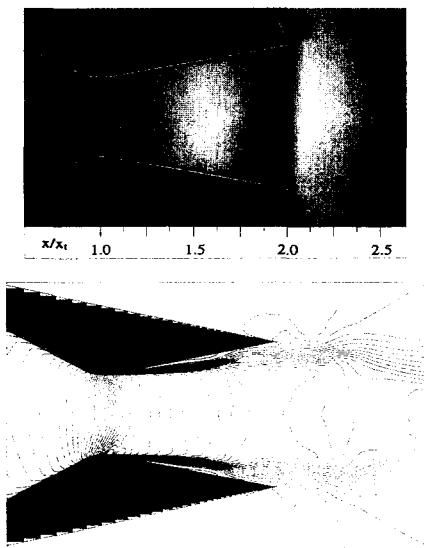


Fig. 3 Schlieren image and Mach number distribution at  $NPR = 1.4$

Fig. 4부터 Fig. 7까지의 결과는  $NPR=2.0, 2.4, 3.0, 3.4$ 인 경우의 마하수 분포와 실험사진을 나타내었다. 각각의 경우에 계산결과는  $\lambda$ 형태의 어느 정도 안정적인 충격파 형태를 보였고 경계층 박리를 유발하는 현상을 잘 보여주고 있다.

노즐 내부에서의 충격파 발생과 경계층 박리 유동에서는 박리점에서 나타나는 충격파 발(foot) 현상을 보여주는 것으로 알려져 있다.[5] 실험사진과의 비교에서 보듯이 실험결과는 노즐 상하면의

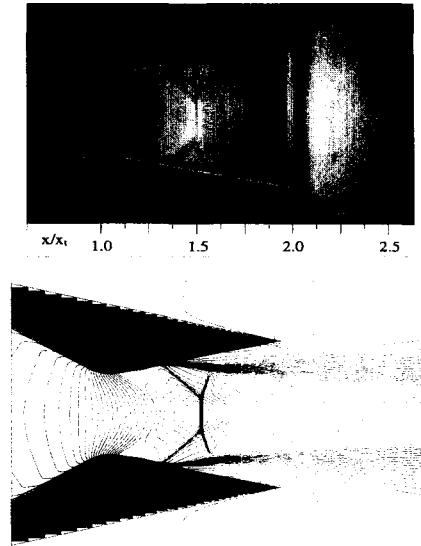


Fig. 4 Schlieren image and Mach number distribution at  $NPR = 2.0$

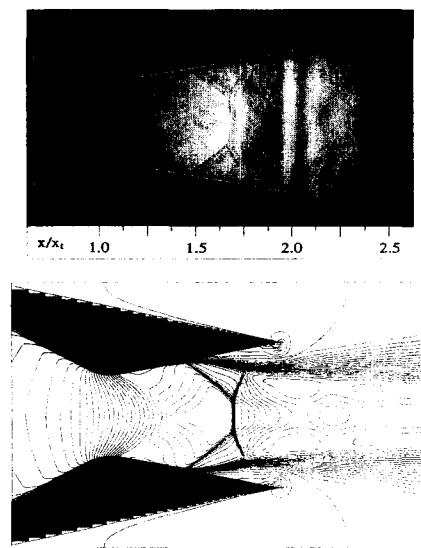


Fig. 5 Schlieren image and Mach number distribution at  $NPR = 2.4$

인 front leg의 위치는 고정되어 있고 rear leg의 위치는 박리된 유동의 변화에 의해 진동하는 양상을 보이는 것으로 알려져 있다.[5] 실험사진과의 비교에서 보듯이 실험결과는 노즐 상하면의

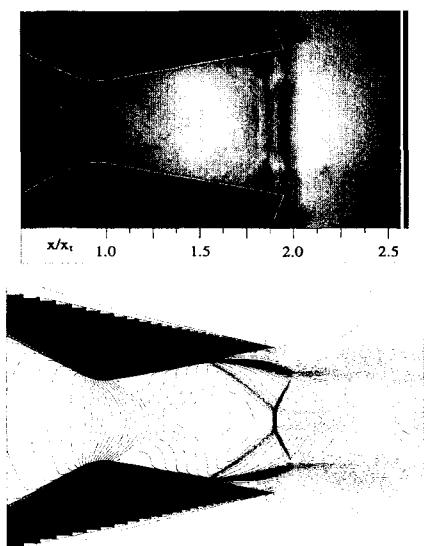


Fig. 6 Schlieren image and Mach number distribution at  $NPR = 3.0$

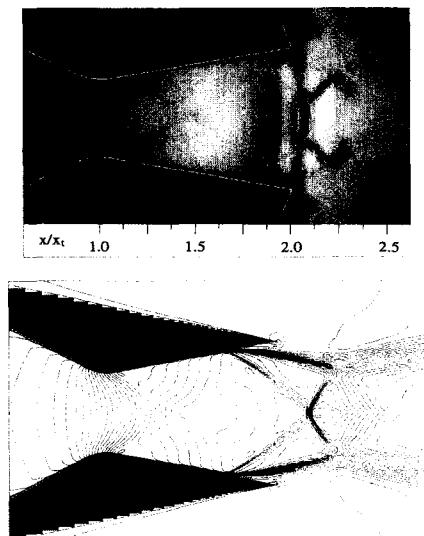


Fig. 7 Schlieren image and Mach number distribution at  $NPR = 3.4$

박리점이 일치하지 않고 충격파 발의 위치 또한 다른 것을 볼 수 있고 이로 인한 충격파 형태가 달라짐을 볼 수 있다. 이는 rear leg의 위치변화에 의한 충격파 형태의 변화로 사료된다.

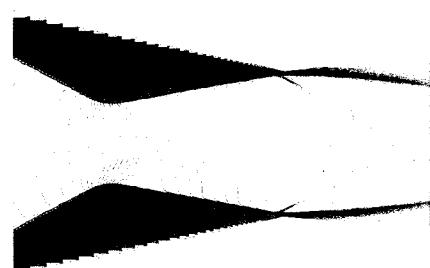


Fig. 8 Schlieren image and Mach number distribution at  $NPR = 5.4$

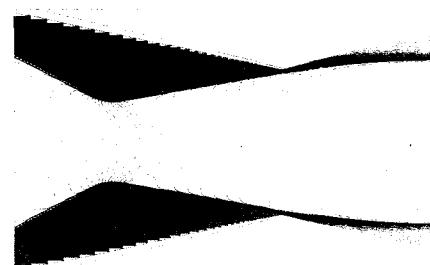


Fig. 9 Schlieren image and Mach number distribution at  $NPR = 8.95$

노즐 확대부에서의 충격파 발생위치는 후류에서 발생할 수록 더 높은 마하수에서 생성된 충격파이므로 충격파 강도 또한 커지게 되고 노즐 상하면의 압력분포에 영향을 미쳐 추력의 비대칭으로 인해 추력 방향의 변화를 유발할 것으로 보인다. 경계층 박리는 결과에서 보는 바와 같이 낮은 압력비에서 나타나며 Hunter의 실험에서는  $NPR=5.4$ 에서부터 충격파가 발생되지 않는 현상을 보였으며 Fig. 8에 계산결과를 나타내었다.

낮은  $NPR$ 에서는 충격파의 발생과 유동의 박리를 유발하며 경계층과의 상호작용에 의한  $\lambda$ 형태의 충격파 시스템을 보여주고 있다. 압력비가 증가함에 따라 충격파의 위치는 후류로 이동하며 보다 큰  $\lambda$ 형태의 충격파 시스템을 형성하며 외부 자유류와의 압력을 맞추어 간다. Fig. 9에 표시된 바와 같이  $NPR=8.95$ 인 노즐 설계점 근처에서는 완전 팽창에 매우 유사한 형태를 이루고 있다.

### 5. 노즐 벽면 압력분포

Fig. 10에 C.A. Hunter의 실험과의 압력값 비교 결과를 도시하였다. 실험에서는 노즐 벽면에서 압력값을 측정하였고 계산결과를 이와 비교하였다. 그림에서 벽면 압력은 유입유동의 전압력으로 무차원하여 나타내었고,  $x_i$ 는 노즐 목까지의 거리이며 이를 무차원 거리비  $x/x_i$ 로 나타내었다.

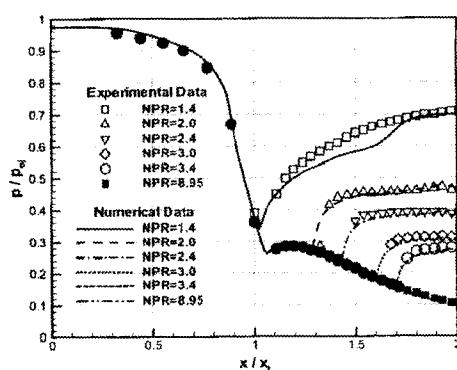


Fig. 10 Comparison of experimental (C.A. Hunter) and numerical wall pressure distribution

Table 2. Comparison of pressure rise across the shock ( $\Delta P$ ) at low NPR

NPR	$\Delta P/P_{in}$	$\Delta P/P_a$
2.00	0.194	0.389
2.40	0.165	0.395
3.00	0.134	0.402
3.40	0.118	0.400

NPR=1.4인 경우 계산결과의 검토에서 언급한 바와 같이 확대부에서의 압력값이 약간의 차이를 보이고 있으나 그 외의 경우는 충격파에 의한 압력의 상승과 경계층 박리에 영역에서의 압력값 특성을 잘 보여주고 있다. Fig. 10에서 무차원화

된 압력 상승의 정도는 NPR의 크기에 반비례하게 나타나며 실제 압력 상승값은 Table 2에 나타난 바와 같이 거의 동일한 값을 가지게 된다. 이는 충격파 강도가 거의 유사함을 나타내며 충격파 위치 변화에 따른 것이다.

### 6. 추력의 비교

NPR변화에 따른 추력을 비교하였으며, 각각의 경우 유입유동의 전압력( $P_{in}$ )값이 다르므로 직접적인 추력의 비교는 의미가 없으므로 주어진 전압력 값에서의 1차원 해석으로 얻어진 추력 값과의 비로 나타내어 비교하였다.

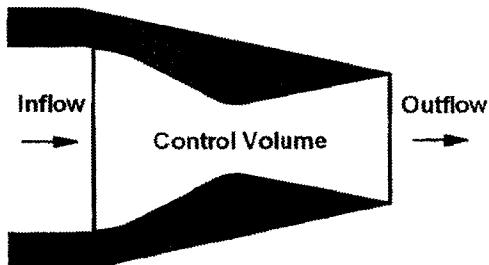


Fig. 11 Control volume for thrust calculation

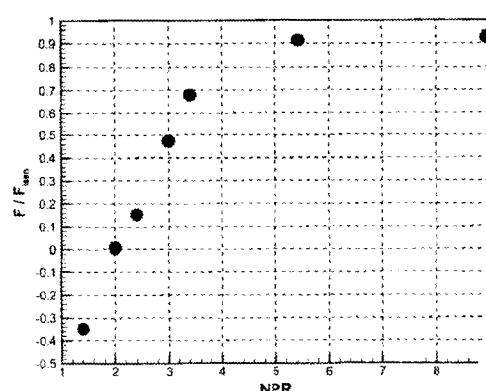


Fig. 12 Comparison of thrust variation

Fig. 11에 나타낸 바와 같이 노즐내부의 검사체 적에 이상적인 팽창을 이루었을 경우의 추력을  $F_{isen}$ 으로 정의하여 계산된 추력  $F$ 와의 비로 나타내었다. 그 결과는 Fig.12에 나타내었고 이는 동일한 전압력을 가지는 노즐 유동의 배압의 변화에 따른 추력의 변화를 모사할 수 있고 고도의 변화에 따른 추력 변화를 나타낼 수 있다. 결과에서 보는 바와 같이 NPR=5.0 이상에서는 이상적인 추력 계산값의 90%이상을 얻을 수 있으며 NPR=5.423의 경우 NPR=8.95에서 얻을 수 있는 추력 값의 99%에 가까운 추력을 얻을 수 있음을 알 수 있다. 이는 Table 1에 나타낸 운용 고도 비교표에 의하면 15km로 설계된 고정된 형상의 노즐이 10km 정도까지 원하는 추력을 얻을 수 있음을 보여주고 있고 30%의 운용고도 변화에 해당한다.

## 7. 결론

본 연구에서는 고정된 형상의 노즐의 과대팽창 유동의 특성을 살펴보았다. 실제의 초음속 노즐의 경우 배압의 변화에 따른 노즐 유동의 변화가 발생되고 이에 따른 추력의 변화를 고려하여야 한다. 고정된 형상의 초음속 노즐은 설계 팽창비가 내부 유동의 압력비보다 매우 클 때 노즐 내부에 충격파의 발생과 이로 인해 유동의 박리를 유발 하며 추력의 손실을 가져온다. 결과에서 보듯이 원하는 추력은 노즐 내부에 유동의 박리가 존재하지 않는 경우 얻을 수 있으며 배압의 변화 범위는 설계조건의 45%의 매우 큰 범위이며 운용

고도로 볼 때에도 30%의 매우 큰 범위를 가지게 된다.

## 후기

본 연구는 국방과학연구소 기초연구사업(과제 번호 ADD-00-4-3)의 일부 재정적 지원으로 이루어 졌다.

## 참고문헌

- [1] C. A. Hunter, "Experimental, Theoretical, and Computational Investigation of Separated Nozzle Flows", AIAA 98-3107
- [2] J. E. Bardina, P. G. Huang, and T. J. Coakley, "Turbulence Modeling Validation, Testing, and Development", NASA TM 110446
- [3] Choi, J.-Y., Jeung, I.-S. and Yoon, Y., "CFD Algorithms for Unsteady Shock-Induced Combustion, Part I: Validation Study," AIAA Journal, Vol.38, No.7, pp.1179-1187, 2000.
- [4] Choi, J.-Y., Jeung, I.-S. and Yoon, Y., "CFD Algorithms for Unsteady Shock-Induced Combustion, Part II: Comparative Study," AIAA Journal, Vol.38, No.7, pp.1188-1195, 2000.
- [5] Jomg Woo Hong, "Experimental Investigation of Supersonic Nozzle Flow with Shock Wave/Turbulent Boundary Layer Interaction", Ph.D Thesis, Kyushu Univ., Japan, 1995