

# 로켓엔진의 연소 불안정 해석을 위한 난류 모델링의 수치적 연구

임석규<sup>\*</sup>, 노태성<sup>\*\*</sup>

## Numerical Study of Turbulence Modeling for Analysis of Combustion Instabilities in Rocket Motor

SuK-Kyu Lim<sup>\*</sup>, Tae-Seong Roh<sup>\*\*</sup>

### ABSTRACT

A numerical analysis of unsteady motion in solid rocket motors with a nozzle has been conducted. The numerical formulation including modified  $k-\varepsilon$  turbulence model treats the complete conservation equation for the gas phase and the one-dimensional equations in the radial direction for the condensed phase. A fully coupled implicit scheme based on a dual time-stepping integration algorithm has been adopted to solve the governing equations. After obtaining a steady state solution, pulse and periodic oscillations of pressure are imposed at the head-end to simulate acoustic oscillations of a travelling-wave motion in the combustion chamber. Various steady and unsteady state features in the combustion chamber of a rocket motor has been analyzed as results of numerical calculations.

### 초 록

고체 추진 로켓 내부 연소실의 비정상 유동을 수치적으로 해석하였다. 완전 보존식을 이용하여 2차원 축-대칭 연소실 안의 연소 불안정을 해석하기 위한 수치 기법을 구성하였는데 비정상 유동을 해석하기 위한 수정된  $k-\varepsilon$  난류 모델이 사용되었다. 이산화한 지배 방정식은 연관된 경계 조건을 포함하여 dual time-stepping 방법으로 시적분 하였다. 정상 상태의 계산을 기반으로 연소실 내의 천이 압력파의 비정상 상태를 수치적으로 모사하기 위하여 압력 펄스 및 압력 변동을 연소실 상단에 부과하였다. 로켓 모터 연소실 내의 다양한 정상 상태 및 비정상 상태의 특성을 계산 및 해석하였다.

**Key Words** : Turbulence Modeling(난류모델링), Rocket combustion(로켓연소), Combustion Instability(연소불안정)

### I. 서론

고체추진 로켓 모터 내부의 연소 불안정 문제는 오랫동안 광범위하게 연구되어 왔다. 추진제 연소과정과 내부 유동장의 상호작용은 연소실 내부의 연소불안정 문제를 야기한다. 공력 진동과 비정상 연소과정간의 상호작용의 여러 mode 중 압력과 속도 연계 반응이 중요하며 이는 국

부적 압력과 속도 변화에 대한 민감성을 나타낸다[1].

Velocity Coupling은 비정상 연소 반응이 압력 변동보다는 추진제에 평행한 속도 변동에 크게 영향을 받음을 의미한다[2]. 압력 및 속도 coupling 외에 공력 진동과 비정상 연소간의 상호 작용에 vorticity 영향을 무시할 수 없으며 추진제 표면이나 근처의 연소과정은 반경방향 속도를 제어하므로 추진제 표면의 vorticity의 변동은 acoustic 압력과 연소과정과 couple되게

●2002년 5월 15일 접수 ~ 2002년 6월 24일 심사완료  
\* 학생회원, 인하대학교 항공우주공학과 대학원  
\*\* 정회원, 인하대학교 항공우주공학과

된다. 즉, vorticity 변동은 고려된 계의 안정성이 크게 의존적인 반경방향 속도 성분과 긴밀히 연계되어 있다[3].

고체추진 로켓 모터의 극도로 복잡한 연소 불안정의 구조와 상세를 이해하는데 여러 접근 방법이 요구된다. 그 한 방법으로, 수치해석기법은 적용 범위에 제한성을 갖고 있지만, 실제 로켓 모터에 적용할 포괄적이며 자세한 결과를 줄 수 있다. Acoustic 변동과 추진제 연소간의 상호작용에 대한 연구와 균질 추진제의 비정상 유동과 그 연소의 복잡한 물리-화학적 과정의 해석이 이차원 연소실에 대하여 개발되었으며[4], 추진제 표면의 난류 유동을 고려하여야 하므로  $k-\epsilon$  난류 모델이 도입되었다[5]. 난류 유동은 추진제의 표면 근접 화염 영역을 침투하여 추진제의 연소율을 증가시켜 소위 추진제 부식성 연소라 불리는 로켓 모터에 치명적인 현상을 일으키는 한 요인으로 고려된다[6].

난류 유동에 의한 gas phase 내로의 운동량과 에너지 전달의 증가에 의하여 유동장 변동 특성이 크게 바뀌게 된다. 위에서 언급된 연소실의 비정상 유동의 해석으로 gas dynamics와 비정상 추진제 연소반응에 대한 물리적 고찰이 행해졌으나 실제 로켓 모터 환경하의 정확한 모사에는 미치지 못했다. 따라서 이 연구는 축대칭 로켓 모터의 포괄적 비정상 유동의 보다 정밀한 해석을 목적으로 acoustic 변동 환경 하의 로켓 모터의 비정상 유동장의 명확한 특성 해석에 중점을 두기 위하여 난류 모델을 선정하여 그 가능성을 확인한다. 또한, 최근 관심의 대상이 되고 있는 추진제 표면에서의 작은 스케일의 난류와 추진제 표면의 Vorticity의 상호 작용이 연소 불안정[7,8]에 어떠한 역할을 미치는가 하는 것을 규명하는 수치 모사의 가능성을 확인하는 데 있다.

## II. 해석 모델

Fig. 1은 본 연구의 모델 로켓으로 사용된 축대칭 로켓 모터의 개관을 보여준다. 초음속 유동장을 갖는 질식 노즐이 연소실 하단에 부착되어 있다. 연소실은 gas phase와 double-base 균질 추진제가 탑재된 condensed phase로 나뉘어 지는데, 연소실내의 gas phase 유동장을 해석하기 위하여 질량, 모멘텀, 에너지, 화학종을 고려한 보존형 방정식이 지배방정식으로 사용된다.

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\mathbf{E} - \mathbf{E}_v) + \frac{\partial}{\partial y} (\mathbf{F} - \mathbf{F}_v) = \mathbf{S} \quad (1)$$

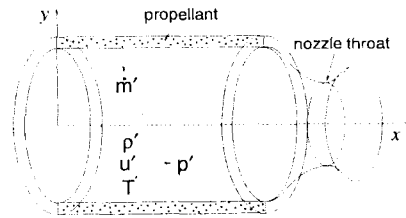


Fig. 1. Schematic diagram of a rocket motor

여기서  $x$ 와  $y$ 는 축방향과 반경방향 축을 나타내며 보존 변수 벡터  $\mathbf{Q}$ 는

$$\mathbf{Q} = y [\rho, \rho u, \rho v, \rho e, \rho k, \rho \epsilon, \rho Y_i]^T \quad (2)$$

로 나타내 질 수 있으며, 첨자  $i$ 는 화학 반응 species를  $T$ 는 벡터의 Transpose를 나타낸다.

방정식 내의  $\rho, u, v, k, \epsilon, Y_i$ 는 각각 밀도, 축 및 반경 방향 속도, 난류 kinetic 에너지, 난류 kinetic 에너지 소산율, 그리고 화학종의 질량분율을 나타낸다. Fick's Law가 이 확산을 및 질량분율을 계산하는데 사용된다. Convective flux 벡터  $\mathbf{E}$ 와  $\mathbf{F}$ 는

$$\mathbf{E} = y [\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, (\rho e + p)u, \rho uk, \rho u \epsilon, \rho u Y_i]^T \quad (3)$$

$$\mathbf{F} = y [\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, (\rho e + p)v, \rho vk, \rho v \epsilon, \rho v Y_i]^T \quad (4)$$

로 표현되며, Diffusion flux 벡터는  $\mathbf{E}_v$ 와  $\mathbf{F}_v$

$$\mathbf{E}_v = y [0, \tau_{xx}, \tau_{xy}, u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + q_{cx}, \tau_{xx}, \tau_{xy}, q_{ix}]^T \quad (5)$$

$$\mathbf{F}_v = y [0, \tau_{xy}, \tau_{yy}, uv\tau_{xy} + v\tau_{yy} + q_{cy}, \tau_{xy}, \tau_{yy}, q_{iy}]^T \quad (6)$$

로 정의된다. 여기서  $\tau$ 는 수직 및 전단 stress를 나타내고  $q$ 는 물질확산을 나타낸다. Source 항  $\mathbf{S}$ 는 화학반응식에 연관된 모든 항을 포함하며 축대칭식의 표현을 위한  $y$ 가 첨가된다. 자세한 표현은 참고문헌 [4]를 참고한다. 다수의 화학종이 포함되는 화합물을 이상기체로 고려하고 압력과 온도를 계산하기 위하여 다음의 총내부 에너지 관계식과 상태 방정식이 사용된다.

$$e = \sum_{i=1}^N Y_i h_i - \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}(u^2 + v^2) \quad (7)$$

$$p = \rho R_u T \sum_{i=1}^N \frac{Y_i}{W_i} \quad (8)$$

여기서  $Y_i$ 와  $W_i$ 는 각각 화학종  $i$ 의 엔탈피와 분자량을 나타낸다.

로켓 모터의 내부의 환경을 이상기체로 고려할 때 열전도율 및 점성은 온도만의 함수이므로 300K에서 6000K까지 비교적 정확한 Mcbride와 Gordon[9]의 4차 다항식 계산 방법을 사용했으며, Wilke의 mixing rule[10]을 혼합물의 열전도율과 점성계산에 사용했다.

**화학반응식 모델**

추진제 화학반응 모델로서 6개의 화학반응식을 갖는 축소 화학반응 모델을 사용하였는데[4] 이 모델은 수치계산의 한계 안에서의 차선택이지만 추진제 표면의 화염구조 정보를 비교적 정확하게 얻을 수 있다. Condensed phase에서는 두 개의 종합 과정이 포함되는데 하나는 추진제의 분자적 침식과 분해된 가스의 연쇄적 반응으로 gas phase 화염을 유지하기 위해 NO<sub>2</sub>, NO와 알데히드 등이 공급된다. Gas phase에서는 5개의 제한된 화학 반응식이 사용된다. Primary 화염 영역에서는 상대적으로 작은 활성화에너지로 인하여 NO<sub>2</sub>와 알데히드가 반응하여 NO, CO, CO<sub>2</sub>, 와 H<sub>2</sub>O를 형성한다. 2차 화염영역에서는 발열 반응으로서 NO와 NO<sub>2</sub>가 반응하여 화염온도까지 상승한다. 이 두영역 사이의 압영역은 탄소와 NO의 반응이 지배적이며 2단계 화염의 구조를 결정한다. 자세한 표현과 화학반응식 모델은 참고문헌 [4]를 참고한다.

**Condensed Phase 과정**

Condensed phase는 예열 부분과 화학적 해리와 연소과정이 동시에 발생하는 아주 좁은 연소 부분으로 나누어지는데, 질량소산 및 축방향 열소산등을 무시하고 균일한 열-물리 특성을 갖는 것으로 가정하여 일차원 지배방정식으로 해석한다.

$$\dot{m} = \rho_c r_b \quad (9)$$

$$\rho_c C_c \frac{\partial T}{\partial t} + \dot{m} C_c \frac{\partial T}{\partial y} = \lambda_c \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \dot{q}_c \quad (10)$$

$$\rho_c \frac{\partial Y_i}{\partial t} + \dot{m} \frac{\partial Y_i}{\partial y} = \dot{\omega}_i \quad (11)$$

여기서  $\rho_c$ 와  $r_b$ 는 추진제의 밀도와 연소율을 나타낸다. 단위 체적당 열방출을  $\dot{q}_c$ 는 Condensed phase 내의 흡열해리와 발열반응을 고려하여 결정된다. 자세한 표현은 참고문헌 [4]를 참고한다.

**접촉면 경계 조건**

Gas phase와 Condensed phase의 경계는 Phase 사이의 Balance 유지를 이용하여 온도 및 화학종의 농도를 계산할 수 있다. 혼합물의 질량,

$$(\rho v)_g = -\rho_c r_b \quad (12)$$

화학종  $i$ 의 질량,

$$[\rho(v + \bar{v}_i)Y_i]_g = -\rho_c r_b Y_{i,s} \quad (13)$$

에너지,

$$-\lambda_c \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_c + \left[ \rho \sum_{i=1}^N Y_i h_i (v + \bar{v}_i) \right]_c = -\lambda_g \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_g - \rho_c r_b \left[ C_c (T_c - T_{ref}) + \sum_{i=1}^N Y_i h_{f,i} \right] \quad (14)$$

여기서 첨자  $g$ 와  $s$ 는 경계면의 Gas와 Condensed Phase를 의미한다. 분자 침식이 일어나는 아주 얇은층은 겨우 몇 마이크로 미터로 반응 시간이 예열 영역의 그것보다 아주 짧기 때문에[11], 유사 정상 상태로 가정할 수 있다. 예열 영역으로의 열유량은 다음과 같이 계산된다.

$$\lambda_c \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_c = \lambda_g \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_g + \dot{m} [\bar{Q}_s + (C_c - C_g)(T_s - \bar{T}_s)] \quad (15)$$

여기서,  $\bar{Q}_s$ 와  $\bar{T}_s$ 는 정상상태에서 경계면에서의 순수 열방출과 경계면 온도를 의미한다. 국소 열유량에 대한 추진제 연소율을 점근법적으로 확장하여 구하면 다음과 같다.

$$r_b^2 = \frac{\alpha_c A_c \exp(-\beta/\beta)}{\left\{ (\lambda_g / \dot{m}) (\partial T / \partial y)_g + \frac{1}{2} [\bar{Q}_s + (C_c - C_g)(T_s - \bar{T}_s)] \right\} / (C_c T_c)} \quad (16)$$

여기서  $\beta$ 는 무차원화된 활성화에너지이다. 위의 식들로부터 추진제 표면의 연소율 및  $(v, T, Y_i)$ 를 구할 수 있게 된다.

**난류 모델**

난류 모델로서  $k-\epsilon$  난류모델을 비정상 유동 해석을 위하여 수정하여 사용한다.

$$\frac{D\rho k}{Dt} = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + \mu_t G - \rho \epsilon \quad (17)$$

$$\frac{D\rho \epsilon}{Dt} = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \nabla \epsilon \right] + C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \mu_t G - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon}{k} \rho \epsilon \quad (18)$$

여기서

$$G = 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \quad (19)$$

이며 eddy viscosity는 Prandtl-Kolmogorov 관계식으로부터 얻어진다.

$$\mu_t = C_\mu \left( \frac{\rho k^2}{\epsilon} \right) \quad (20)$$

Rodi[12]의 이층  $k-\epsilon$  난류모델이 저 Reynolds 수 유동에서의 수치적 정확성과 수렴에 강점을 보임으로 이를 기반으로 난류 모델을 수정한다. 추진제 벽면의 경계영역 근처에서는 화학 반응의 거의 대부분이 발생하며 복잡한 유동장의 형상을 나타내므로 이 부분의 난류 모델을 단순화하면 연소 현상과 압력 변동의 상호 작용을 파악하는데 도움이 될 수 있다. 추진제 벽면 근처의 난류 운동에너지의 소산율은 다음과 같이 구해진다.

$$\epsilon = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{l_\epsilon} \quad (21)$$

그리고 eddy viscosity는 다음과 같다.

$$\mu_t = C_\mu \rho \sqrt{k} l_\mu \quad (22)$$

벽면 근처의 damping effect는 다음의 length scale로 모델링될 수 있다.

$$l_\mu = C_l y_n \left[ 1 - \exp \left( -\frac{Re_y}{A_\mu} \frac{25}{A^+} \right) \right] \quad (23)$$

$$l_\epsilon = C_l y_n \left[ 1 - \exp \left( -\frac{Re_y}{A_\epsilon} \right) \right] \quad (24)$$

여기서  $Re_y$  는 난류 Reynolds 수이며  $y_n$  은 추진제 벽면에서의 수직 거리를 의미한다. 계수  $C_l$  은

$$C_l = \chi C_\mu^{-\frac{1}{4}}$$

여기서  $\chi$  는 Von Karman 상수이다.  $A^+$  는 압력구배와 경계면에서의 발산 등을 고려한 실험식으로 표현될 수 있다.

$$A^+ = \frac{25}{5.15(v_w^+ + [5.86P^+ / (1 + 5v_w^+)]) + 1.0} \quad (25)$$

여기서

$$v_w^+ = \frac{v_w}{u_\tau} \quad (26)$$

$$P^+ = -K^{\frac{3}{2}} \left\{ \frac{C_l}{2} \right\}^{\frac{2}{3}} \quad (27)$$

$$K = \frac{v}{U_\infty^2} \left( \frac{dU_\infty}{dx} \right) \quad (28)$$

이며, 기준 속도  $U_\infty$  는 모터의 내부 유동의 속도를 사용한다. 벽면 근처의 난류 모델과 모터 내부의 난류 모델은 국소 난류 Reynolds 수를 고려하여 점성의 효과가 무시되는 영역에서 만나게 된다.

위 난류 모델에 사용되는 실험 상수들은 비정상 유동의 해석을 위하여 Fan과 Lakshiminarayana [13]의 연구에 바탕을 두어 수정한다.  $k-\epsilon$  난류모델은 음향장의 압축성 및 비등방성의 해석에 제한이 존재하나 난류모델의 개선은 추후과제로 남겨 둔다.

#### 난류와 화학 반응의 상호 작용

화학반응이 난류 혼합보다 낮은 속도이거나 화염 stretch가 강하여 작은 eddy가 화염 영역으로 침투하게 되면 화염 구조는 잘 혼합된 반응기로 볼 수 있다. 이것을 난류 Damkohler 수,  $Da$ 가 1 보다 작은 것으로, 난류 Karlovitz 수,  $Ka$ 가 1 보다 큰 것으로 표현할 수 있다. 균질 이원 추진제의 연소의 경우, Tseng과 Yang[14]의 연구 결과 전 화염 영역에서  $Da < 1$  과  $Ka > 1$  조건을 만족하므로, 증가된 질량 전달을 통하여 난류가 매우 빠르게 화염영역으로 침투한다. 따라서, 난류와 연소의 직접적인 상호작용은 고려하지 않고 단지 층류화염으로 고려할 수 있다.

#### 경계조건

Gas phase와 condensed phase는 추진제 표면에서 질량과 에너지가 일치해야 하며 온도, 추진제 연소속도, 화학 반응 화학종 등이 표면에서 경계조건으로 결정되어야 한다. 비정상 상태에서는 이 gas와 condensed phase 경계층에서 에너지 균형이 고려되어야 한다. 또한 no-slip 조건이 축 방향으로 추진제 표면과 노즐에서 부과되며 압력은 momentum균형을 이루도록 구해져야 한다. 유동의 대칭성은 모터 축 방향 중앙부 변수들을 구하기 위하여 사용되고, 모터상부 벽면에서는 압력 구배와 축 방향성분 속도가 영이 되어야 한다. 노즐 출구에서는 초음속 변수들을 2차식 외삽법으로 구할 수 있다.

III 수치 방법

이차원 축 대칭 지배 방정식은 singularity 문제를 피하기 위하여 이차원 Cartesian 방정식으로 변환시킨 다음 유한 체적법을 이용하여 이산화한다.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(E - E_v) + \frac{\partial}{\partial y}(F - F_v) = S_n \tag{29}$$

여기서 각 벡터항은  $y$ 가 생략된 것을 나타내며 source 항은

$$S_n = S - (F - F_v) \tag{30}$$

로 표현된다.

시간에 대한 적분을 위해 dual time-stepping 기법을 사용하는데 이 방법은 로켓 모터 선단의 영에 가까운 속도에서 노즐의 초음속 유동까지 효율적이고 강력하게 포괄적인 해를 구할 수 있다. 본 연구에 사용된 로켓 모터의 모델은 축 대칭 연소실에 노즐이 결합된 것으로 연소실의 길이와 지름은 각각 60cm와 5cm이며 압력은 60기압이다. 노즐의 최소지름은 2cm 정도이며 노즐 확산부에서 초음속 유동이 되도록 하며 난류의 박리 및 역류 현상이 일어나지 않도록 노즐 축소부 형상을 조절한다. 수치 계산 격자가 Fig. 2에 보여 진다. 연소실 내부 해석을 위한 격자는 50×80, Condense Phase의 격자는 50×50, 그리고 노즐의 격자는 20×80 이다.

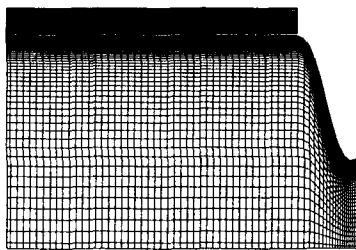


Fig. 2. Grid distribution of Computational domain

IV 계산 결과

모터 내부의 정상 상태 유동장이 비정상 상태

의 해석의 초기 조건이 되므로 먼저 정상 상태의 계산이 선행된다. Fig. 3은 축방향으로의 동압과 그 분포를 나타낸다. 압력 분포는 축방향으로 일차원적으로 서서히 감소하며 노즐 부분에서 급격히 감소한다.

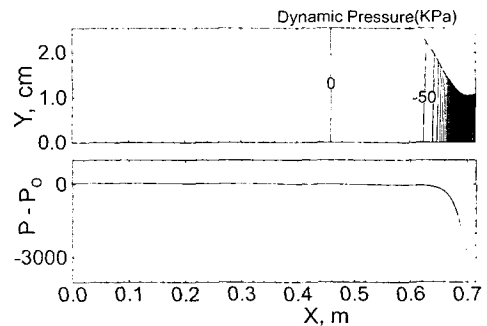


Fig. 3. Contour plot of pressure and its distribution along axial direction

축방향 마하수 분포는 Fig. 4에 보여지는데 마하수 분포는 질량구동 유동의 형태를 보인다.

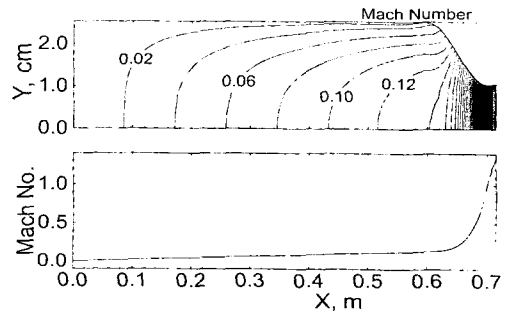


Fig. 4. Contour plot of mach number and its distribution along axial direction

연소실내의 마하수는 0.2이하이며 노즐 부근에서 급격히 증가한다. 연소실과 노즐의 접합부 근처에서는 반경방향의 불연속적 속도 변화에 의한 효과로 마하수의 비균질 형태를 볼 수 있다.

Fig. 5에서 연소실내의 vorticity를 볼 수 있는데 마하수 형태와 유사함을 알 수 있다. 이는 vorticity를 결정하는데 반경방향의 속도 성분이 너무 작아 축방향 속도 성분이 중요한 역할을

하기 때문이다.

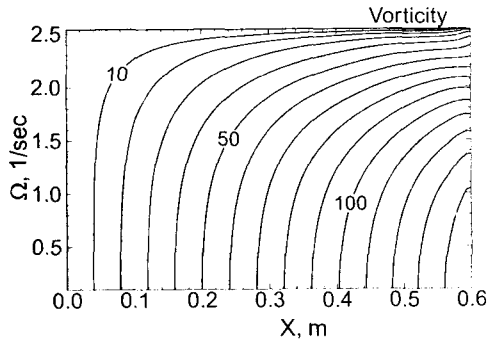


Fig. 5. Contour plot of vorticity in combustion chamber

Fig. 6은 난류의 운동에너지 및 온도 분포를 보여준다. 유동장 및 온도 분포는 난류의 효과로 다차원적인 구조를 보인다.

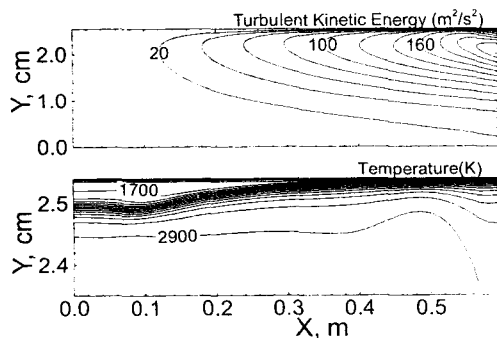


Fig. 6. Contour plot of turbulent kinetic energy & temperature in combustion chamber

연소실 후방부에서 발광 화염 영역이 확장하여 암염 영역을 잠식하는 것이 보이는데 이것은 연소실의 후방부로 감에 따라 난류의 강도가 증가 되기 때문이다. 연소실 끝단에서 난류의 운동에너지의 최고치는 벽면에서 멀어지는데 온도 분포와 마찬가지로 노즐벽면의 효과로 볼 수 있다. Fig. 7은 난류 Reynolds 수의 반경방향의 형태를 몇 개의 축방향 지점을 선택하여 나타내었다. 난류의 primary 화염 영역으로의 침투는 축방향 질류량이 약  $750 \text{ kg/m}^2\text{s}$ 인 부근에서 시작되는데 부식 연소가 시작되는 실험 결과와 일치

한다[15,16].

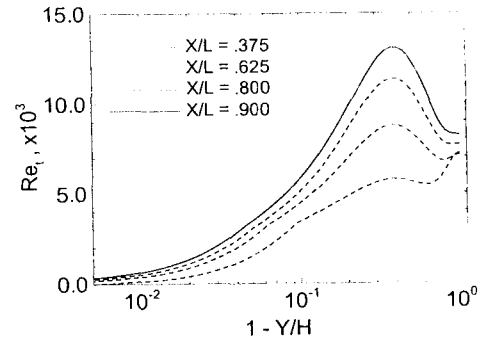


Fig. 7. Radial distributions of turbulent Reynolds number at various axial locations

축방향 속도는 고체 추진제의 부식 연소의 시작에 매우 밀접하게 연관되어 있다. 연소실 내의 온도분포에의 난류의 효과는 Fig. 8에 보여진다.

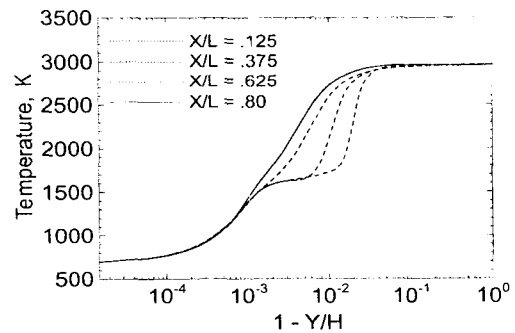


Fig. 8. Radial distributions of temperature at various locations

온도 분포는 primary, 암염, 발광 화염 영역의 세 개의 영역으로 구분되어 지는데 연소실 전방부의 유동은 온도 분포에 어떠한 영향도 미치지 않는다. 연소실 후방부로 가면서 난류에 의한 열전달의 증가에 의해 암염 영역이 발광 화염 영역으로 점점 잠식되면서 사라지고 최후에 primary 화염 영역과 발광 화염 영역의 구분이 사라지게 된다.

Fig. 9는 Condensed phase의 축방향 온도와 연소율 분포를 보여 주는데 점진적인 감소 후에

축방향  $X/L=0.75$  부근에서 크게 증가하는 것을 볼 수 있다. 이것은 연소실 내부의 압력이 축방향으로 점진적으로 감소하기 때문이다. 추진제 표면온도와 연소율은 압력과 아주 밀접한 연관이 있다. 연소실 후방부에서 온도가 증가하는 것은 후방부의 강도가 증가한 난류가 primary 화염 영역까지 침투하여 혼합과정 및 열전달을 증가시켜 추진제 표면의 온도를 증가시키므로 연소율이 증가한 것으로 볼 수 있다. 이것은 condensed phase의 연소 특성이 발광 화염 영역보다 primary 화염 영역에 밀접한 연관이 있다는 결과와 일치한다[4,14].

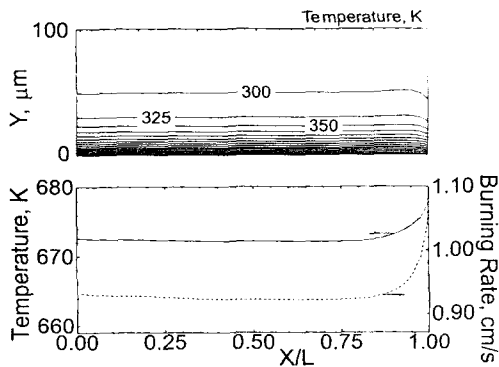


Fig. 9. Contour plot of temperature in condensed phase and distributions of surface temperature and burning rate

난류의 영향이 없는 연소실 내부 층류의 압력 변동에 따른 비정상 유동 해석은 참고문헌 [4]에 자세히 고찰이 되었으므로, 본 논문은 난류의 영향을 받는 연소실 내부 유동에 대해서만 고찰하기로 한다. 정상상태의 해를 구한 후에 해석코드의 압력 변동 모사성을 확인하기 위해 압력 펄스를 연소실 전방에 부과하였다. Fig. 10과 11는 이 압력 펄스의 연소실내의 전파를 나타낸다. 이 압력 펄스는 3500 Hz의 진동수와 1%의 연소실 압력의 진폭을 갖는 것으로 계산된다. 연소실 전방에서 노즐 부분까지 도달하는데 0.6 ms 정도가 걸리는데, 이 압력 펄스는 후방부로 진행하면서 진폭과 진동수는 감소하는 경향을 보이나 연소실 후방부에서 진폭과 진동수가 다시 증가하여 노즐을 빠져나가는 유동을 방해하는 것처럼 보인다.

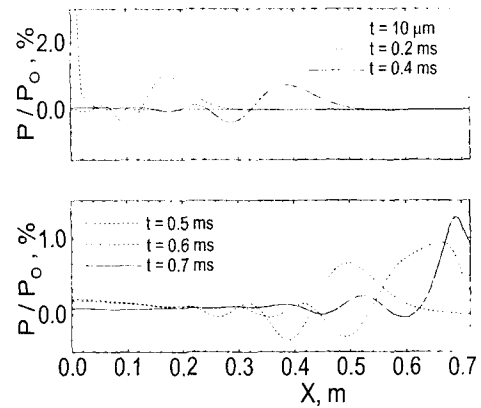


Fig. 10. Propagations of pressure wave in combustion chamber:  $t = 0$  to 0.7 ms

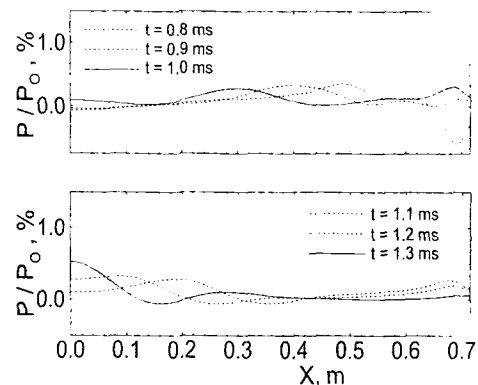


Fig. 11. Propagations of pressure wave in combustion chamber:  $t = 0.8$  to 1.5 ms

그러나 이 압력 펄스는 약 0.8 ms 후에 동일한 반사파의 생성없이 노즐을 완전히 빠져 나가며, 낮은 진동수와 약화된 진폭의 새로운 압력파가 생성되어 연소실 전방부로 전파하게 된다. 이 압력파의 진동수는 대략 1800 Hz로 처음 부과된 압력 펄스의 진동수의 반 정도이며 연소실의 2 차 축방향 고유 진동수에 매우 가까운 수치이다. 이 압력파는 연소실 전방부에서 고품 표면 반사의 특징을 보여 진동수 변화 없이 진폭이 두 배 정도 증가하였다.

이러한 압력 펄스의 천이 특성을 파악하기 위하여 연소실 전방부에 연소실의 2차 고유 진동수인 1790 Hz의 압력 변동을 지속적으로 부과하였다. 이 압력파의 진폭은 1 %의 연소실 압력으로 하였다. Fig. 12은 이 압력파의 전파를 시간에 따라 축방향 세 지점에서 나타내었다. 이 압력 변동의 진폭은 약 2 cycle의 진동 후에 증가함을 보이나,  $X/L=0.5$  지점에서의 진동은 진폭과 위상의 변화가 보인다.

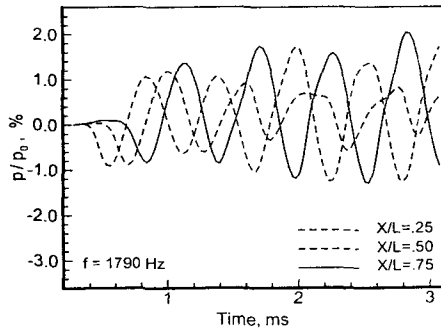


Fig. 12. Time history of pressure oscillations at various axial locations

Fig. 13은 Fast Fourier Transformation을 통하여 이 진동의 변동을 확인한 결과이다.

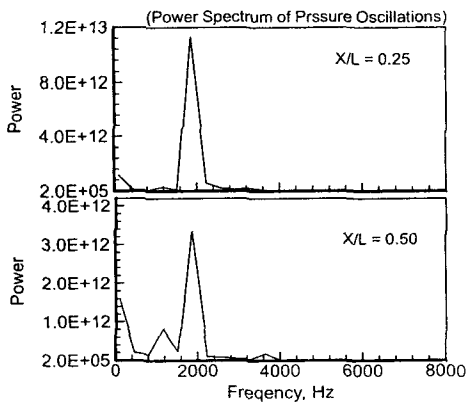


Fig. 13. Power spectrum of pressure oscillations at two different locations

연소실 축방향 중앙부인  $X/L=0.5$  지점의 진동

여전히 부과된 진동수의 진동이 압도적임을 알 수가 있다. 이 지점의 진동의 변동은 노즐에서 반사되어 연소실 전방부로 전파하는 반사파와의 충돌에 기인하는 것으로 보이며, 이 동일한 진동수를 갖는 반사파는 부과된 진동의 약 20 % 진폭과 90 도 정도의 위상차를 갖는 것으로 보여진다. 물론 이 위상차는 축방향 위치에 따른 것으로 다른 지점  $X/L=0.25$  와  $0.75$  에서는 위상차가 거의 없어 진폭이 증가한 것이다. 이러한 사실로 볼 때 연소실 내부의 노즐에서 반사되는 압력 진동은 연소실의 고유 진동수에 근거함을 알 수 있다.

Fig. 14는 vorticity 변동을 2-D 평면에 나타내었다. 추진제 표면 영역에서의 vorticity 변동이 큰 것이 관측되는데, 이것으로 추진제 표면 영역 근처의 속도 변동이 vorticity 변동에 중요한 역할을 함을 알 수 있다. 실제로, 연소실 축방향 중심부의 축방향 성분의 반경방향 변동은 거의 없으며, 반대로 추진제 표면 근처의 축방향 속도 성분의 반경방향 변동이 매우 크게 나타난다. 그림에서 보듯이 압력파에 대한 vorticity 변동의 반응은 위상차를 갖고 지연되어 나타난다. 그러나, vorticity 변동의 위상차는 추진제 표면에서부터 일차적으로 변화함을 알 수 있다.

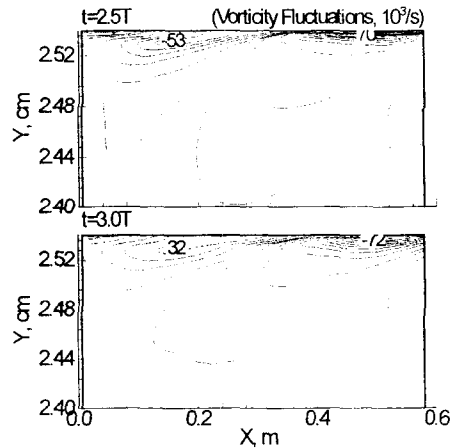


Fig. 14. Contour plot of vorticity fluctuations during  $t = 1.5 T$  to  $3.0 T$

추진제 표면에서의 압력 변동과 반경방향 속



도 변동의 시간 평균값  $\langle p'v' \rangle$ 를 Fig. 15에 나타내었다.

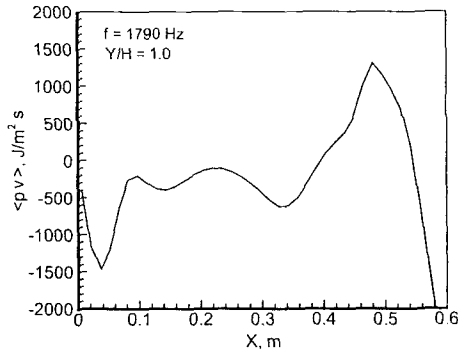


Fig. 15. Time average of  $\langle p'v' \rangle$  on propellant surface at  $t = 5.0 T$

압력 변동에 대한 반경방향(또는 수직 방향) 속도 성분의 반응은 Acoustic Admittance로 정의한다[17]. 이 Acoustic Admittance의 실수 부분은 한 주기 동안의 음향 진동  $\langle p'v' \rangle$  내의 압력과 속도 진동의 내적에 비례한다. 물리적으로  $\langle p'v' \rangle$  값이 양수를 갖게되면 연소실 내부로 음향에너지를 펌핑하는 피스톤과 같은 역할을 하게 되고, 음수를 갖게 되면 그 반대 역할을 한다.

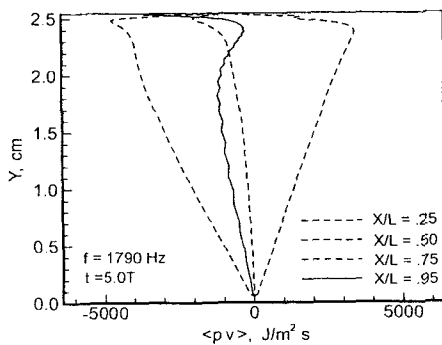


Fig. 16. Time average of  $\langle p'v' \rangle$  at various axilla locations

Fig. 15의 음수 영역은 반경방향 속도 변동이

음향과 진동에 대하여 180 도의 위상차를 갖는 것이며, 압력파의 불안정한 진동을 억제하는 역할을 한다. 그러나 난류에 의하여 연소 특성이 바뀐 연소실 후방부에서는 압력파의 불안정한 진동의 구동 기구를 볼 수 있으며 연소실 끝단에서 다시  $\langle p'v' \rangle$  값이 음수를 갖게 되는 것은 노즐의 영향으로 유동장의 변화가 있기 때문으로 추정된다. Fig. 16은 연소실 내부의  $\langle p'v' \rangle$  값을 반경방향으로 나타내었으며, 연소실 전방부 근처에서만  $\langle p'v' \rangle$  값이 양수를 갖는다. Fig. 17은 추진제 표면에서의 질류량의 변동과 노즐 출구에서의 질류량의 변동을 시간에 따라 비교하여 나타내었다. 추진제 표면에서의 질류량의 변동은 그 대부분이 Fig. 9와 15에서 보여지듯 연소실 후방부의 추진제 연소율이 증가한 부분에서의 압력과 온도 변동에 기인하며, 노즐 출구에서의 질류량 변동은 추진제 표면의 질류량 변동에 대하여 지연 변동을 함을 알 수 있다.

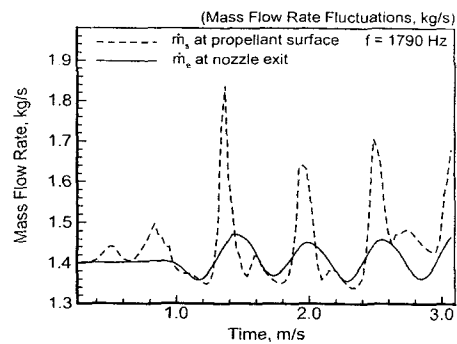


Fig. 17. Time history of mass flow rate fluctuations at surface and nozzle exit

### V. 결론

고체 추진 로켓 내부 연소실의 비정상 유동을 수치적으로 해석하였다. 완전 보존식을 이용하여 2 차원 Axi-symmetric 연소실 안의 연소 불안정을 해석하기 위한 수치 기법을 구성하였는데 비정상 유동을 해석하기 위해 수정된  $k-\epsilon$  난류 모델이 사용되었다. 이산화한 지배 방정식은 연관된 경계 조건을 포함하여 dual

time-stepping 방법으로 시적분하였다.

비정상 상태를 해석하기 앞서 정상상태의 유동장을 계산하여 로켓 모터 내부의 정상 상태 유동의 여러 형태를 파악하였다. 압력과 마하수의 축방향 분포는 일차원적이며, 연소실 후방부의 난류 강도의 증가는 화염의 구조에 변화를 주어 추진제 표면의 온도와 연소율의 증가를 나타내었다.

정상상태의 해를 구한 후에 연소실내의 압력 변동을 모사하기 위해 압력 필스와 압력 변동을 연소실 전방에 부과하였다. 연소실 내의 비정상 압력 변동의 반사 및 천이 과정을 해석하였으며, 압력 변동에 따른 Vorticity의 변동 특성을 해석하였다. 연소실 압력파의 불안정한 변동의 구동 또는 억제 기구를 판단하는 수단인 Acoustic Admittance로 연소실 내부의 압력 변동 추이를 해석하였다.

#### 후기

본 연구는 인하대학교 산업과학기술연구소의 일부 지원과 국가지정 연구소 사업 (과제번호 M1-0104-00-0058)의 일부 지원으로 수행된 연구 결과로서 연구비를 지원해 주신 기관에 감사 드립니다.

#### 참고문헌

1. Culick, F. E. C., "Stability of Longitudinal Oscillations with Pressure and Velocity Coupling in a Solid Propellant Rocket," *Combustion Science and Technology*, Vol.2, No.4, 1970, pp.179-201.
2. Price, E. W., "Velocity Coupling in Oscillatory Combustion of Solid Propellants," *AIAA Journal*, Vol.17, 1979, pp.799-800
3. Flandro, G. A., "Effect of Vorticity on Rocket Combustion Stability," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 11, No. 4, July 1995
4. Roh, T. S., Tseng, I. S., and Yang, V., "Effects of Acoustic Oscillations on Flame Dynamics of Homogeneous Propellants in Rocket Motors," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 11, No. 4, July 1995.
5. Roh, T. S., Apte, S. V., and Yang, V., "Transient Combustion Response of Homogeneous Solid Propellant to Acoustic Oscillations in a Rocket Motor," *Proceedings of Twenty-Seventh Symposium (International) on Combustion*, Combustion Inst. Pittsburgh, PA, 1998, pp. 2335-2341.
6. King, M. K., "Erosive Burning of Solid Propellants," *Journal of Propulsion and Power*, Vol 9, No. 6, 1993
7. Malhotra, S. and Culick, F. E. C., "On the Pathways of Energy Transfer in Combustion Chambers," *AIAA Paper 2000-3288*, July 2000.
8. Culick, F. E. C., "Combustion Instabilities - Mating Dance of Chemical, Combustion, and Combustor Dynamics," *AIAA Paper 2000-3178*, July 2000.
9. Mcbrid, B. J. and Gordon, S. and Reno, M. A., "Coefficient for Calculating Thermodynamic and Transport properties of Individual Species," *NASA TM-4513*, 1993.
10. Reid, R. C., Prausnitz, J. M., and Poling, B. E., *The Properties of Gases and Liquids*, 4th ed., McGraw-Hill, New York, 1987, pp. 407-410.
11. Zenin, A. A., "Structure of Temperature Distribution in Steady-State Burning of a Ballistite Powder," *Combustion, Explosion and Shock Waves*, Vol. 2, No.2, 1966, pp. 67-76.
12. Rodi, W., "Experience with Two-Layer Models Combining the  $k-\epsilon$  Model with a One-Equation Model near the wall," *AIAA Paper No. 91-0216*, 1991
13. Fan, S. and Lakshminarayana, B., "Low-Reynolds-Number  $k-\epsilon$  Model for Unsteady Turbulent Boundary-Layer Flows." *AIAA Journal*, Vol. 31, No. 10, October 1993, pp. 1774-1784.
14. Tseng, I. S., and Yang, V., "Combustion of a Double-Base Homogeneous Propellant in a Rocket Motor," *Combustion and Flame*, Vol. 96, 1994, pp. 325-342.
15. Yamadam K., Goto, M., and Ishikawa, N., "Simulative Study on the Erosive Burning of Solid Rocket Motors," *AIAA Journal*, Vol. 14, No. 9, 1976, pp. 1170-1176.
16. Osborn, J. R. and Burick, R. J., "Technique for the Measurement of the Erosive Burning Rate of Solid Rocket Propellants," *Second International Symposium on Nucleonics in Aerospace*, July 1967, pp.87-94
17. T'ien, J. S., "Theoretical Analysis of Combustion Instability," *Fundamentals of Solid-Propellant Combustion*, *AIAA Progress in Astronautics and Aeronautics*, Vol. 90, 1984, pp. 791-840.